

土石流の慣性領域での流動則

高橋 保・里深 好文・千代 啓三

DYNAMICAL LAW OF DEBRIS FLOWS IN INERTIAL REGIME

By Tamotsu TAKAHASHI, Yoshifumi SATOFUKA and Keizo CHISHIRO

Synopsis

New theories which consider more precisely the structures of the stony, the hybrid and the muddy type debris flows than ever presented models are introduced. If the solids concentration near the bed exceeds a threshold value larger than that the particles are always in touch with others while in motion, the static pressure and friction acting directly between particles are not negligible and the particles within this layer are sustained by both the static Coulomb friction force and the dynamic repulsion force. Whereas, in the upper part of the flow where the solids concentration is less than the threshold value, no static stress is operating and if particles are coarse they are sustained by only the dynamic repulsion force. This is the case of the stony type debris flow. If the composing particles are fine but noncohesive, they can be suspended in the upper layer by the effect of macro-turbulence. This kind of flow is called the hybrid flow. Especially of the hybrid debris flows that the highly concentrated lower layer is limited in a narrow boundary on the bed is called the muddy type debris flow.

The stress balance equations for each type flow are numerically solved and the concentration and velocity distributions in each type flow are obtained. The new theories explain the experimental results as well as hitherto simpler Takahashi's theories.

1. 緒論

土石流は水と固体粒子が高濃度で混合した流れであるが、その運動の態様は非常にゆっくりとした層流状のものから、激しく乱れた高速のものまでがあり、構成粒子径もその発生場所の性質を反映して、ほとんど粗大な粒子で構成されているもの、微細な粒子のみで構成されているもの、微細な粒子と粗大な粒子がそれぞれ相当程度混合したもの等があり、種々雑多である。したがって、それぞれの典型的な流れがどのような条件下で生ずるか、その力学的基準を明確にすることは、学術的のみならず、土石流対策のためにも意義深いことである。

流体中に高濃度に粒子を混合したせん断流れにおいて、せん断速度と発生する応力との関係がせん断速度、濃度、粒径等によって大きく二つの領域に分けられるように変化することを最初に見出したのは Bagnold¹⁾である。一つの領域は粒子同士の衝突応力が卓越する慣性領域であり、他は粒子間隙を埋める流体の見かけの粘性応力が卓越する粘性領域である。二つの領域の間には遷移的挙動を示す部分が存在する。Bagnold は彼自身の実験をもとに、Reynolds 数と類似の意味を持つパラメータ G^2 が 3,000 以上であれば十分に慣性領域の流れとなり、100 以下であれば粘性領域の流れであるとしている。ただし、

$$G^2 = \frac{\sigma d^2 \tau}{\lambda \mu^2} \dots\dots\dots (1)$$

である。ここに、 σ ：粒子密度、 d ：粒子径、 τ ：作用せん断力、 λ ：線濃度、 μ ：間隙流体の粘性係数であり、線濃度は

$$\lambda = \left\{ \left(\frac{C_*}{C} \right)^{1/3} - 1 \right\}^{-1} \dots\dots\dots (2)$$

で定義される。ここに、 C_* ：粒子の充填濃度、 C ：流れの中の粒子濃度である。線濃度は粒子径と粒子間距離の比を意味している。

実際の目安として、粘土のような微細粒子をほとんど含まない平均粒径 $d = 5 \text{ cm}$ 、粒子容積濃度 $C = 0.4$ 、流動深 $h = 1 \text{ m}$ の土石流が勾配 $\theta = 10^\circ$ の谷を流れている場合を想定すると、流れの中に作用する平均せん断力は $\tau = (1/2) \{(\sigma - \rho)C + \rho\} gh \sin\theta \approx 14120 \text{ dyn/cm}^2$ であり、 $C_* = 0.6$ とすれば、 $\lambda \approx 7$ であるので、間隙流体の粘性係数は純水のそれと変わらないと仮定すると、 $G^2 \approx 1.34 \times 10^9$ となり、3,000 を十分に越えているので、このような土石流は慣性領域の土石流であるとみなされる。わが国で起こっている土石流の多くは石礫を主成分とする慣性領域の土石流である。高橋はこれを石礫型土石流と名付けている。これに対して、間隙流体が極めて粘性の高い粘土スラリーでできているとして、粘性が水の1000倍、流体密度が 1.3 g/cm^3 であり、粒子濃度が0.55、流路の勾配が 3° であるとすれば、 $G^2 \approx 99$ となり、ほぼ粘性領域の土石流となる。中国の蔣家溝の粘性土石流はこのような条件に近い。

本論文は慣性領域の土石流を対象としているが、構成粒子がほとんど粗大なもののみからなり、それらの粒子が流れの中で比較的整然と運動している石礫型土石流と、構成粒子が微細ではあるが、粘土のように粒子間に作用する粘着力が問題となるほどには細かくはなく、粒子群と流体とが一体となって大規模な乱流状態を呈しながら流れている泥流型土石流の両方について議論を進める。

石礫型の土石流の流動に関して、高橋²⁾は、定常等流状態の力の釣り合い条件式に Bagnold の構成則をそのまま適用して、流速分布、抵抗則、平衡濃度等の式を導いて、実験および実際の土石流の特性がよく説明できることを示した。その際の理論の基本となる力の釣り合い式は以下のようである。

$$p = a_i \cos\alpha_i \lambda^2 \sigma d^2 \left(\frac{du}{dz} \right)^2 = (\sigma - \rho) g \cos\theta \int_z^h C dz \dots\dots\dots (3)$$

$$\tau = a_i \sin\alpha_i \lambda^2 \sigma d^2 \left(\frac{du}{dz} \right)^2 = g \sin\theta \int_z^h \{(\sigma - \rho)C + \rho\} dz \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 p ：粒子を介して伝わる圧力、 a_i ：係数、 α_i ：粒子の衝突角、 u ：流路床からの高さ z における主流速である。当初の高橋²⁾の研究においては、 C が深さ方向に一樣に分布しているものとして、式(4)のみを用いて、

$$u = \frac{2}{3d} \left[\frac{g \sin\theta}{a_i \sin\alpha_i} \left\{ C_\infty + (1 - C_\infty) \frac{\rho}{\sigma} \right\} \right]^{1/2} \left\{ \left(\frac{C_*}{C_\infty} \right)^{1/3} - 1 \right\} \{ h^{3/2} - (h - z)^{3/2} \} \dots\dots\dots (5)$$

$$U = \frac{2}{5d} \left[\frac{g \sin\theta}{a_i \sin\alpha_i} \left\{ C_\infty + (1 - C_\infty) \frac{\rho}{\sigma} \right\} \right]^{1/2} \left\{ \left(\frac{C_*}{C_\infty} \right)^{1/3} - 1 \right\} h^{3/2} \dots\dots\dots (6)$$

のように流速分布及び抵抗則を導いている。ここに、 U は断面平均流速であり、 C_∞ は土石流が移動床上を流れる場合の平衡濃度であって、釣り合い状態では、式(5)が式(4)の代わりに式(3)を用いても求められるべきであることから、

$$C_\infty = \frac{\rho \tan\theta}{(\sigma - \rho) (\tan\alpha_i - \tan\theta)} \dots\dots\dots (7)$$

与えられる。ただし、実験によれば、 $\tan\alpha_i$ は土石流構成材料の内部摩擦係数 $\tan\phi$ としてもよい。なお、固定床上を流れる土石流では、 C_∞ の代わりに上流から供給される粒子濃度を用いることができる。このことは、平衡濃度と供給濃度との差に相当する分の石礫を輸送するのに費やされるべきエネルギーが粒子間で

埋める流体の乱れエネルギーや粒子振動エネルギー、粒子衝突回数増による衝突エネルギー等として費やされていることを意味している。

その後、Takahashi^{(3)・(4)}は式(3)、(4)を同時に用いることにより、粒子濃度分布と流速分布とを求めている。それによれば、

$$\frac{C}{C_*} = \frac{C_\infty/C_*}{(1 - C_\infty/C_*)(z/h) + C_\infty/C_*} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{u}{\sqrt{gh}} = \frac{2A}{15} \left\{ 3 \left(1 - \frac{z}{h} \right)^{5/2} - 5 \left(1 - \frac{z}{h} \right)^{3/2} + 2 \right\} \quad \dots\dots\dots (9a)$$

$$A = \frac{1}{3} \left(\frac{\cos\theta}{a_i \cos\alpha_i} \frac{\sigma - \rho}{\sigma} \right)^{1/2} \frac{C_* - C_\infty h}{C_\infty^{1/2} d} \quad \dots\dots\dots (9b)$$

である。式(9)は移動床上の土石流の流速分布が底面近傍で上に凸、流れの表面近傍で下に凸の逆S字形となる特性をよく説明している。

その間、石礫型土石流については、特にわが国で精力的に研究が行われ、土石流中での石礫の支持機構について様々な議論がなされてきた。その中で、粒子同士の衝突による反発だけが重要であるとする高橋の理論に対して、土石流の粒子間距離は半径の半分程度よりも小さいのを通例としているから、隣り合う粒子同士はほとんど常に接触しており、衝突による反発力よりも、むしろ静的な骨格応力による支持力が重要であるとの考えが出され、ある程度の支持を得てきた^{(5)・(6)}。土石流中では全流動深にわたって静的な骨格応力が作用しているという考えである。このような考えの根拠として、実験による粒子挙動の視察⁽⁵⁾や衝突理論による反発力の計算⁽⁷⁾も示されている。

しかし、粒子同士の相対運動の中で、微視的な意味で摩擦運動と振動による頻繁な接触の繰り返しとを峻別することは困難であるし、上下2層の粒子の相対運動によって、一つの粒子が他の粒子に接近し、遠ざかる間にただ一回だけ衝突をすると仮定して、粒子を支えるのに十分な反発力がないと結論するのは早計であろう。また、石礫型土石流と泥流型土石流を比較して、泥流型土石流の方が粒子輸送濃度が高いことが希ではないが、粒子骨格の存在と大規模乱流の同時存在をどのように解釈すればよいのか疑問が生じる。つまり、土石流は極めて高濃度に粒子を含んでいるから、粒子には常に静的な支持力が作用していると考えerるには無理があると言わなければならない。けれども、移動床の底面では明らかに粒子同士は常に接触しており、それから上に向かって漸次濃度が減少して行くのであれば、底面近傍のある範囲にわたっては、粒子同士は常に接触しながら運動していると考えるのが妥当である。このような層の存在の重要性は火砕流の理論⁽⁸⁾においても指摘されている。したがって、本論文においては、粒子濃度による粒子間の距離に着目し、静的な骨格応力の存在を考慮すべき層について考察を加えた上で、より厳密な石礫型土石流と泥流型土石流を統一的に説明できる流動理論を導くことにする。

2. 単純せん断流れの中での粒子の支持機構

均一な球からなる材料を最も密に詰めた場合、その容積濃度は0.741 ($C_* = C_{*0}$) である。このとき線濃度は無限大である。また、最も疎な正方系充填では $C_* = 0.523$ ($\lambda \approx 8$) となる。したがって、 $\lambda = 8 \sim \infty$ の間の密度で種々の形態の充填が可能であるが、 $\lambda = \lambda_2 \approx 17$ 以上の密度で充填された材料では、材料全体の膨らみを許さない状態で粒子同士の位置を変化させることができないので、直接せん断する事は不可能である。 λ が17と約14 (λ_3 ; 六方系粗充填, $C_* = 0.605$) の間にあるときには、粒子同士は常にいくつかの接点で接触を保持しているけれども、バルクの容積を変化させない状態で、互いの相対位置を変化させることが可能である。このような場合、材料のせん断は可能であるが、せん断変形のない状態でもせん断に対する抵抗(降伏応力)が存在する。したがって、このような濃度の材料をせん断したときには、せん断面の粒子は他の粒子と接触を続けながら摩擦運動をしており、粒子の荷重は接触面を通して下部へ伝えられ

る。そして、作用せん断力は材料の降伏応力と間隙流体の降伏応力（もしもそのような流体であるとき）の和以上でなければならない。 $\lambda < \lambda_3$ のような濃度では、粒子がある配列にあるとき、また、 $\lambda < 8$ のような濃度では、粒子がどのような配列であっても、粒子同士が接触していない状態にある。このような場合、間隙流体に降伏応力がなければ、せん断変形なしの状態での残留せん断抵抗が消滅する。 $\lambda < \lambda_3$ の材料をせん断した場合、材料の中の方々に粒子同士の接触が断ちきられた部分が現れ、粒子の荷重は静的な骨格構造を通じて直接底面まで伝えられなくなる。このような場合、何らかの荷重を支える力が作用しなければ、粒子は沈降して骨格構造が保証されるような濃度になろうとする。骨格構造のない材料をせん断するのに必要なせん断力は、骨格構造がなくとも粒子を分散状態にしておくために必要なせん断力と間隙流体の抵抗力に打ち勝つのに必要なせん断力の合力である。前者は慣性流域の流れでは、粒子同士の衝突による反発による力であろう。

Bagnold⁹⁾は上述のような限界の濃度を 0.318 mm ~ 0.414 mm の間に入る粒径範囲の自然の砂を用いて計測した。その結果によれば、 $C_{*0} = 0.644$ ($\lambda = \infty$)、せん断後の静止状態で $C_1 = 0.604$, ($\lambda_1 = 48$)、せん断が可能になる濃度； $C_2 = 0.555$ ($\lambda_2 = 19$)、および残留強度がなくなってニュートン流体的挙動を示すようになる濃度； $C_3 = 0.51$ ($\lambda_3 = 12.4$) である。もっと広い粒度分布を持つ材料に関してはこのような限界値は明確ではないが、小さい粒子は大きい粒子の間隙にはまり込むことが可能であるから、それぞれの限界値がもっと高濃度側に移動することが予想される。因みに、中国の蔣家溝の粘性土石流では、 $C_{*0} = 0.61 \sim 0.73$ に対して、 $C = 0.61 \sim 0.72$ で勾配約 3° の流路を高速で流下すると言われている¹⁰⁾。

3. 石礫型土石流

移動床を流れる土石流においては、底面近傍の粒子濃度は C_* に近く、上方に向かって粒子濃度は減少して行くことが従来の研究によって明らかになっている。高橋はこのような特性を示す石礫型の土石流に対して、濃度分布式(8)及び流速分布式(9)を与えているが、その際に支配的な応力として、粒子衝突による反発力のみを考慮に入れている。上述のように、底面近傍で限界濃度 C_3 を越える濃度の部分があるとすれば、その部分では衝突による反発力のみならず、粒子同士の静的な摩擦力も働くはずである。したがって、ここではそのようなことも考慮に入れた力の釣り合い式を用いる。

主流方向の力の釣り合い式：

$$p_s \tan \phi + a_i \sigma \lambda^2 \sin \alpha_i d^2 \left(\frac{du}{dz} \right)^2 = \int_z^h \rho \left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) C + 1 \right\} g \sin \theta dz \quad \dots\dots\dots (10)$$

底面に直角方向の力の釣り合い式：

$$p_s + a_i \sigma \lambda^2 \cos \alpha_i d^2 \left(\frac{du}{dz} \right)^2 = \int_z^h \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) C g \cos \theta dz \equiv p' \quad \dots\dots\dots (11)$$

と書く。ここに、 p_s が直接粒子を介して伝えられる静的な圧力であり、 $p_s \tan \phi$ は通常クーロン摩擦と呼ばれる静的な摩擦応力である。

p_s がどのような関数形を持っているのか今のところ明らかではないが、前述のように、 C が C_* に近づけば粒子荷重のほとんどが静的な圧力で支持されるようになり、 C が C_3 に近づけば静的な圧力がほとんど消滅するという特性を反映できるように、

$$p_s = \frac{C - C_3}{C_* - C_3} p' \equiv f(C) p' \quad \dots\dots\dots (12)$$

のような形を仮定する。ただし、 $C < C_3$ では、 $f(C) = 0$ である。

α_i に関しては、Takahashi³⁾と同じく

$$\tan \alpha_i = \left(\frac{C_*}{C} \right)^{1/3} \tan \phi \quad \dots\dots\dots (13)$$

とする。

式(12)および(13)を式(10)および(11)に代入して整理すると、

$$\frac{dC}{dz'} = \frac{\frac{(\sigma/\rho - 1)CB^2}{\tan\theta} - B}{\frac{\tan\phi}{C_* - 0.5} \left\{ \frac{C_* + 2C}{3C} \left(\frac{C_*}{C} \right)^{1/3} - 1 \right\} (z' - 1)} \dots\dots\dots (14)$$

$$\frac{du'}{dz'} = \frac{h}{d} \left(\frac{\sigma - \rho}{\sigma} \frac{\cos\theta}{\cos\alpha_i} \frac{1 - f(C)}{a_i \lambda^2} \int_{z'}^1 C dz' \right)^{1/2} \dots\dots\dots (15)$$

を得る。ここに、 $z' = z/h$, $u' = u/\sqrt{gh}$ であり、 $C_3 = 0.5$ を仮定している。また、

$$B = \left\{ \left(\frac{C_*}{C} \right)^{1/3} \tan\phi - \tan\theta \right\} - \left\{ \left(\frac{C_*}{C} \right)^{1/3} - 1 \right\} \tan\phi f(C)$$

である。

従来の実験³⁾によれば、粗粒子濃度が0.2～0.15以下になると、流れは下層の粒子流動層と上層の水流の層の比較的明瞭な2層に分かれる。このような流れを掃流状集合流動と名付けているが、これは路床勾配が12°～9°の場合に発生する。したがって、もし、式(14)による濃度の計算値が流れの中のある高さで0.2～0.15以下になれば、この高さ以上では濃度が0になるものとし、このような水流の層では、通常対数則に従う流速分布をもつものとする。

上述の方程式系によって、移動床上の土石流の濃度分布と流速分布の計算を行った。ただし、計算においては、 $d = 0.201 \text{ cm}$, $\sigma = 2.65 \text{ g/cm}^3$ とし、水と土砂の合計の単位幅流量を $60.0 \text{ cm}^2/\text{s}$ としている。濃度分布および流速分布を有する場合、流れの中の空間的平均濃度（存在濃度）と全輸送量に占める流砂量の割合で定義される輸送濃度

$$C_{tr} = \frac{\int_0^h C u dz}{\int_0^h u dz} \dots\dots (16)$$

とは異なっている。

Fig. 1の実線はこのようなようにして求められた路床勾配と輸送濃度との関係を示しており、丸印は計算条件に近い条件下での実験における輸送濃度を示している。実線の折点は、粒子が全流動深に分布している土石流と、掃流状集合流動の境界を意味している。実験と本理論とはよく一致していると思なされる。同図中の破線は以前の高橋の理論輸送濃度を示す式(7)と掃流状集合流動の場合³⁾の

$$C_{tr} = 6.7C_*^2 \dots\dots\dots (17)$$

を示している。こちらの場合にも今回の理論とはほぼ同様の傾向を与

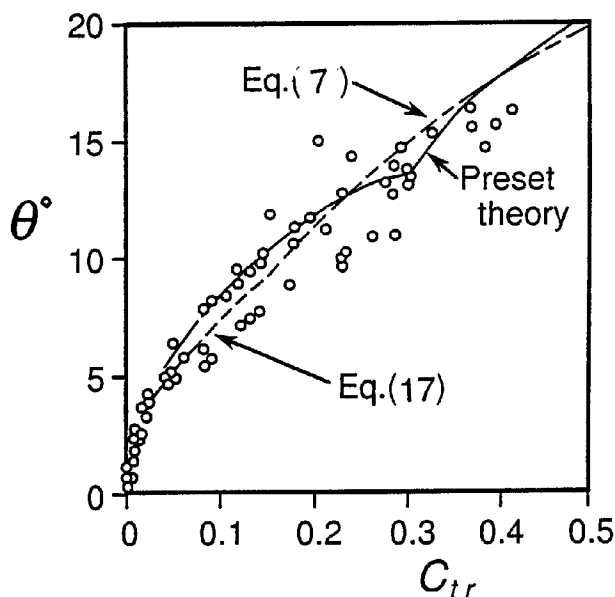


Fig. 1 Equilibrium concentration versus slope

えている。

Fig. 2 の左側の図中の実線は今回の理論の流速分布形を示し、右側の図中の実線は濃度分布の理論値を示している。実験での濃度分布は測定されていないが、流速は実験水路の透明ガラス製の側壁近傍に見える

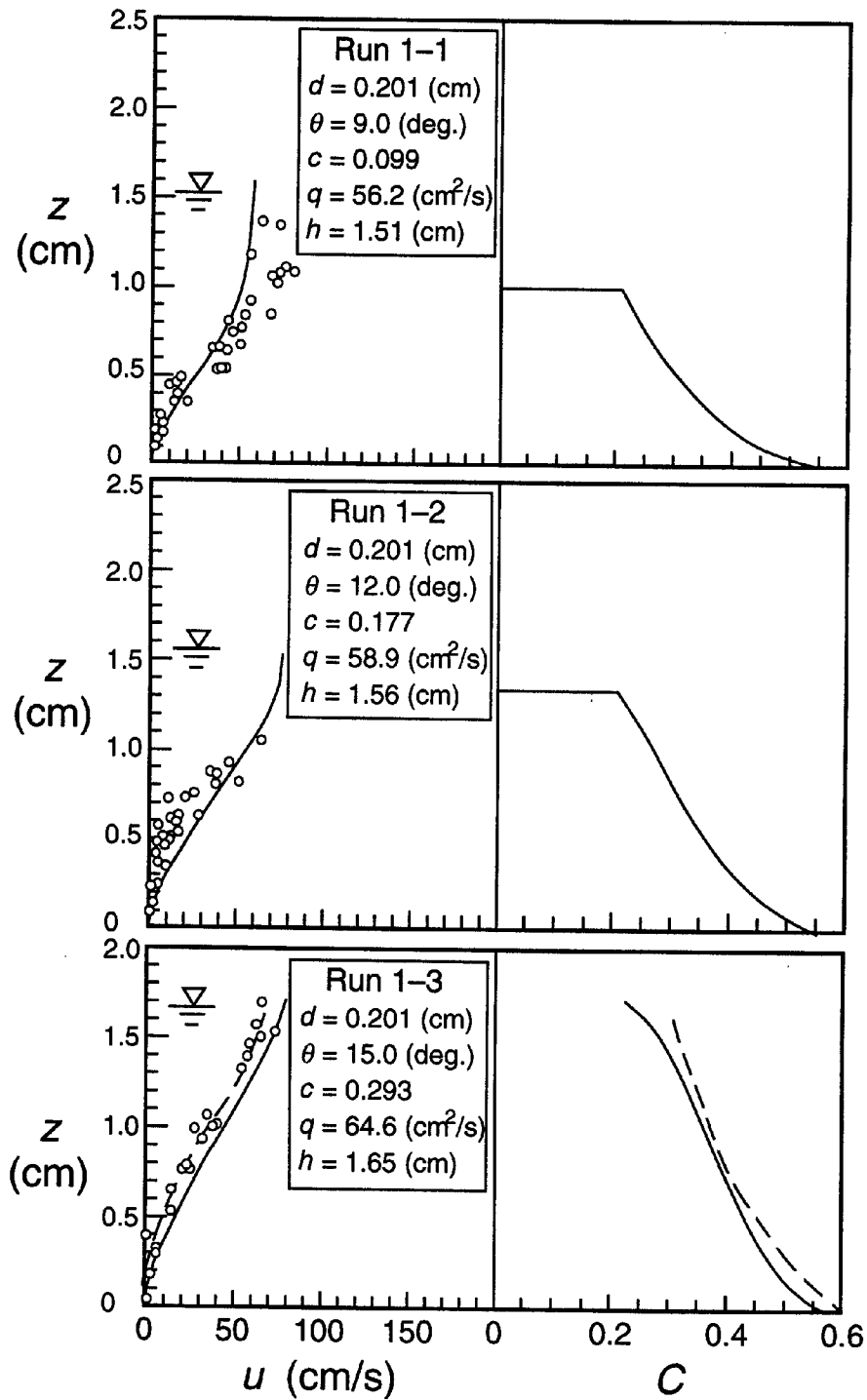


Fig. 2 Theoretical velocity and concentration distributions and the experimental results on the erodible bed

粒子の運動を追跡することによって測定した。図中の丸印はそれぞれの高さで測定されたそのような粒子の速度を示しており、土石流の流速を代表しているものと見なされる。実験結果と理論との適合度はよいと言える。一番下の図中の破線は、それぞれ、先の高橋の理論による流速分布式(9)および濃度分布式(8)を用いた計算結果であり、 $\alpha_i = 0.04$, $\tan\phi = 0.8$ とすることによって非常によい結果が得られている。

移動床においては、流れの底面の濃度は C_* に近い(上の計算では $C = 0.59$ を用いた)。しかし、固定床の場合には、底面濃度は未知であり、これを仮定して行った計算の輸送濃度が実際のそれに一致するように繰り返し計算を行って求める必要がある。Fig. 3の実線はこのようにして求めた固定床の場合の流速分布および濃度分布である。また、破線は先の高橋の理論による速度分布式(5)および平均流速式(6)において、 C_* に供給濃度を代入して求めた理論水深および流速分布を示している。ただし、 $\alpha_i \sin\alpha_i = 0.02$, $C_* = 0.65$ としている。

Figs. 1, 2 および 3 で示した結果は、本論文の理論が移動床の場合にも固定床の場合にもよい適応性を持っていることを示している。また、高橋の先の理論も同様によい適合性を持っていることが分かる。ただし、実験で確かめられた範囲は $h/d < 12$ および $C > 0.1$ である。

4. 中間型および泥流型土石流

Fig. 4 は水路実験での平衡土砂輸送濃度と勾配の関係を Fig. 1 の実験よりも粒径が小さい場合を含めて示したものである。Fig. 4 中の破線は上述の石礫型土石流の場合の理論曲線であるが、粒径が粗い場合には、その実験との一致の程度は良いものの、粒径が小さい材料の場合には、それよりも高濃度の状態で平衡している。このようになる理由を以下で考え、粒子浮遊がある場合の流動則を明らかにする。

石礫型土石流の理論においては、粒子骨格応力が消滅する領域では粒子衝突による分散応力が支配的であるとして、力の釣り合い式(10)および(11)が立てられている。しかし、それらの式の左辺第2項で示される衝突による分散応力は、粒径が小さくなると急激に小さくなる性質を持っているので、粒径が小さい場合には、石礫型土石流の場合に衝突応力に比べて小さいとして無視された間隙流体の乱れ応力が重要な役割を演じるようになると思われる。もしも間隙流体の乱れが粒子を浮遊させることができるほど強ければ、浮遊粒子群と流体とが一体となった乱流混合が生じるであろう。間隙流体の乱れ強度は粒子濃度が非常に高い場合には大きくはなり得ないであろうから、流れの下層には石礫型土石流と同様に粒子間摩擦と衝突応力が卓越する領域が存在し、上層の濃度が比較的薄い領域では大規模乱流混合が卓越することになると思われる。このような2層に分かれた流れは石礫型と泥流型の中間型の土石流である。

h_1 および h_2 をそれぞれ上層および下層の厚さであるとする。下層の主流方向の力の釣り合い式は(10)と全く同じになるが、これを再掲すれば、

$$p_s \tan\phi + a_i \sigma \lambda^2 \sin\alpha_i d^2 \left(\frac{du}{dz}\right)^2 = \int_z^h \rho \left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1\right) C + 1 \right\} g \sin\theta dz \quad \dots\dots\dots (18)$$

上層の粒子は全て浮遊しているため、上層内では粒子荷重は流体圧力として下層へ伝達される。したがって、下層内だけで粒子間応力が有効となるから、下層での流れの底面に直角方向の力の釣り合い式は

$$p_s + a_i \sigma \lambda^2 \cos\alpha_i d^2 \left(\frac{du}{dz}\right)^2 = \int_z^{h_2} \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1\right) C g \cos\theta dz \equiv p' \quad \dots\dots\dots (19)$$

となる。式(19)と式(11)の違いは、右辺の積分範囲が式(19)では h の代わりに h_2 になっている点である。式(18), (19), (12)および(13)から、

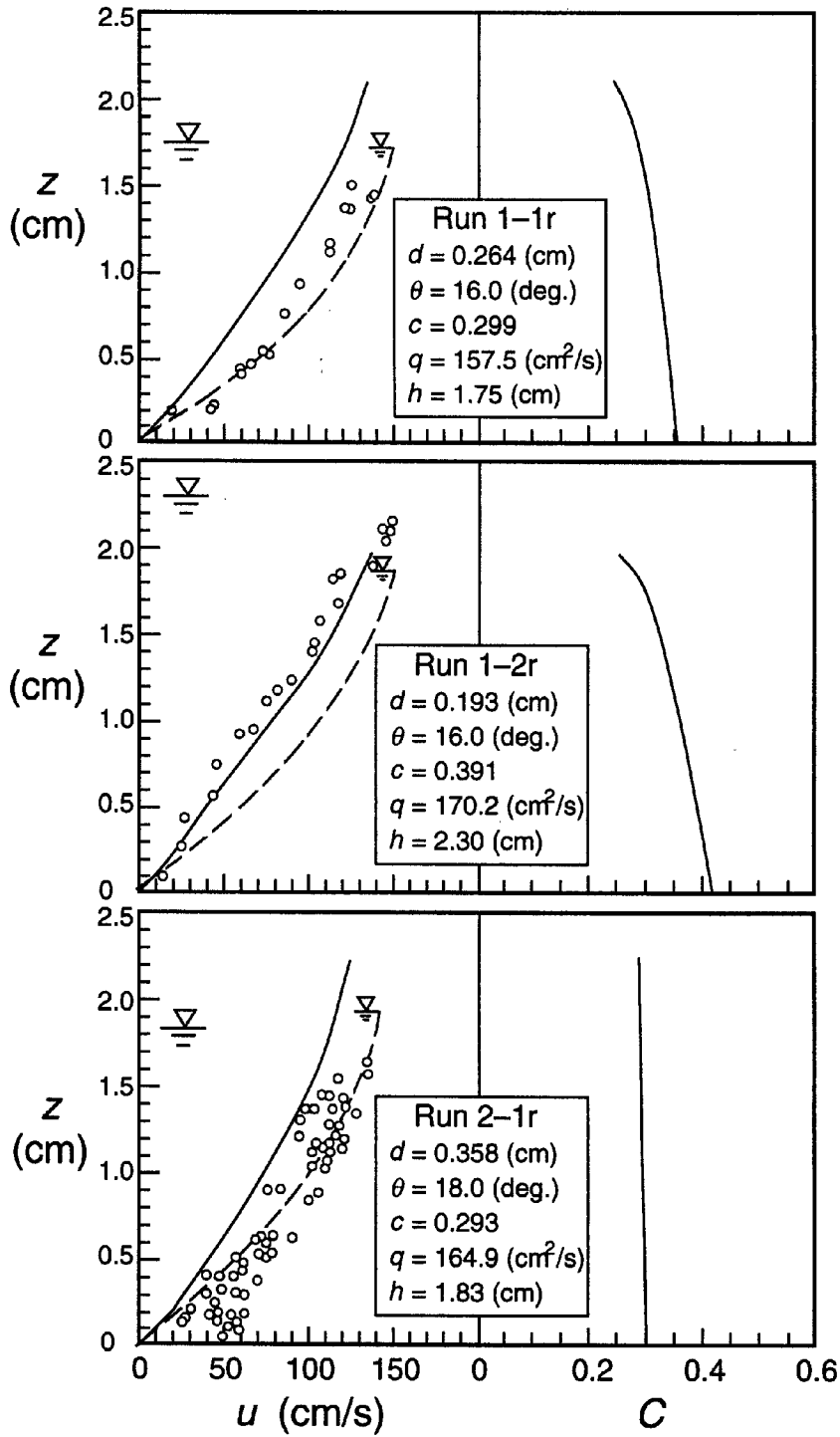


Fig. 3 Theoretical velocity and concentrations and the experimental results on the rigid bed

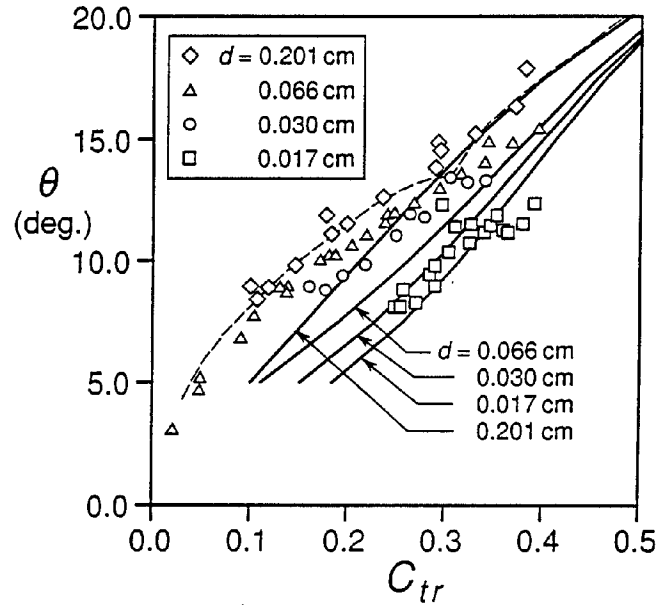


Fig. 4 Equilibrium transported concentrations versus slope for various particle diameters

$$\frac{dC}{dz'} = \frac{\frac{(\sigma/\rho - 1)CB^2}{\tan\theta} - B}{\frac{\tan\phi}{C_* - C_3} \left\{ \frac{C_* + 2C}{3C} \left(\frac{C_*}{C} \right)^{1/3} - 1 \right\} \left\{ (z' - 1) - (\sigma/\rho - 1) \int_{h_2}^1 C dz' \right\}} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\frac{du'}{dz'} = \frac{h}{d} \left(\frac{\sigma - \rho}{\sigma} \frac{\cos\theta}{\cos\alpha_i} \frac{1 - f(C)}{a_i \lambda^2} \int_x^{h_2} C dz' \right)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (21)$$

が得られる。ただし、 B は先に定義した関数であり、 $h'_2 = h_2/h$ である。

上層における主流方向の力の釣り合い式は、

$$a_i \sigma \lambda^2 \sin\alpha_i d^2 \left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \rho \left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) C + 1 \right\} \ell^2 \left(\frac{du}{dz} \right)^2 = \int_z^h \rho \left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) C + 1 \right\} g \sin\theta dz \quad \dots\dots\dots (22)$$

のように書けるであろう。ただし、 ℓ は乱れの混合距離であって、上層と下層の境界面 $z = h_2$ では粒子間隙のスケールを持っているであろうから、

$$\ell = (z - h_2) + \frac{3d}{\lambda} \quad \dots\dots\dots (23)$$

とする。式 (22) を無次元の形で表すと、

$$\frac{du'}{dz'} = \left[\frac{\int_{z'}^1 \{(\sigma/\rho - 1)C + 1\} \sin\theta dz'}{a_i (\sigma/\rho) \lambda^2 \sin\alpha_i (d/h)^2 + \{(\sigma/\rho - 1)C + 1\} \ell'^2} \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (24)$$

となる。ここに、 $\ell' = \ell/h$ である。

上層では粒子は乱れによって浮遊しているのであるから、通常の浮遊流砂と同様に考えて、次の濃度分布を仮定する。

$$\frac{C}{C_a} = \left\{ \frac{\xi_0}{z + \xi_0 - (h - h_1)} \right\}^{\frac{w_0}{\kappa u_{*1}}} \dots\dots\dots (25)$$

ただし、 $u_{*1} = \sqrt{gh_1 \sin \theta}$ 、 ξ_0 は仮想の浮遊砂発生底面から測った $z = h_2$ の座標であり、 C_a は $z = h_2$ での粒子濃度で、下層の濃度に関する議論から求める。 ξ_0 は $z = h_2$ で上層と下層の濃度勾配が等しいと仮定すると

$$\xi_0 = \frac{-w_0 C_u}{\kappa u_{*1} (dC/dz)_{z=h_2}} \dots\dots\dots (26)$$

となる。 w_0 は粒子の沈降速度である。

上層と下層の境界面の高さをどのように求めるかが問題であるが、ここでは Takahashi³⁾と同様に、その高さでの流速が Bagnold のオートサスペンションの限界流速

$$u_t = \frac{w_0}{\sin \theta} \dots\dots\dots (27)$$

を満足する高さになるものと仮定する。

上の議論は、一定勾配上の流れにおいて、 h/d が大きくなれば、 h/h_2 が大きくなることを意味している。 h/h_2 が非常に大きい、激しい乱流状態の土石流を泥流型土石流と呼んでおり、活火山地域でよく見られる土石流の形態である。上述の理論によれば、中間型の土石流と泥流型の土石流には明確な区別があるわけではなく、泥流型土石流といえども底面近傍には粒子骨格応力および衝突応力が卓越する領域が存在する。

中間型土石流に関して、先に Takahashi³⁾は粒子濃度を一定と仮定し、下層では衝突応力のみが卓越し、上層では衝突応力と乱流応力が卓越するものとして、流速分布に関する理論を導いている。そして、その理論が軽量骨材を用いた実験結果をよく説明できることを明らかにしている。今回の理論では、濃度分布をも考慮していること、下層の一部に静的な骨格応力が存在することを考慮している点が異なっている。

泥流型土石流に関して、新井・高橋¹¹⁾は流れの全層にわたって式(22)が成立するものとし、かつ、一様な濃度分布を仮定して、

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left| \frac{z/h + \sqrt{(z/h)^2 + \lambda^2 (a_i \sin \alpha_i / \kappa^2) (\sigma / \rho_m) (d/h)^2}}{a_0/R_* + \sqrt{(a_0/R_*)^2 + \lambda^2 (a_i \sin \alpha_i / \kappa^2) (\sigma / \rho_m) (d/h)^2}} \right| \dots\dots\dots (28)$$

という流速分布が成立するものとしている。ここに、 $u_* = \sqrt{gh \sin \theta}$ 、 $R_* = u_* h / \nu_0$ 、 $a_0 = 1/9.025$ 、 $\rho_m = (\sigma - \rho)C + \rho$ 、 κ : Kármán 定数である。

一方、橋本・平野¹²⁾は底面近傍の粒子間応力が卓越する層の厚さ δ_G を与える式として、

$$\frac{\delta_G}{d} \sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}} = 15 \dots\dots\dots (29)$$

を仮定し、 δ_G 内では、

$$K_{zx} \sigma d^2 F(C) \left(\frac{du}{dz} \right)^2 = \rho_t u_*^2 \dots\dots\dots (30)$$

が成立するとしている。したがって、 $z = 0$ で、 $u = 0$ とすれば、 δ_G 内の流速分布として、直線分布

$$\frac{u}{u_*} = \frac{\xi}{\sqrt{K_{zx}}} \frac{z}{d} \sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}} \dots\dots\dots (31)$$

が得られる。ただし、

$$F(C) = \frac{(C/C_*)^2}{1 - C/C_*} \dots\dots\dots (32)$$

$\rho_t = \sigma C + \rho(1 - C)$, K_{zx} : 定数であり, ξ は濃度を一定としたことによる補正係数で, ほぼ0.4の値をとる。

彼らはまた, δ_G の外では, レイノルズ応力のみが卓越し, 流速分布に対数則が成立するとしている。

Fig. 5 の実線は今回行った実験条件に対して, 式(20), (21), (24), (25)等によって, 理論的な速度分布を求めた結果を示しており, 丸印はそれぞれの高さでの流速の実験値を示している。流速の測定値は大き

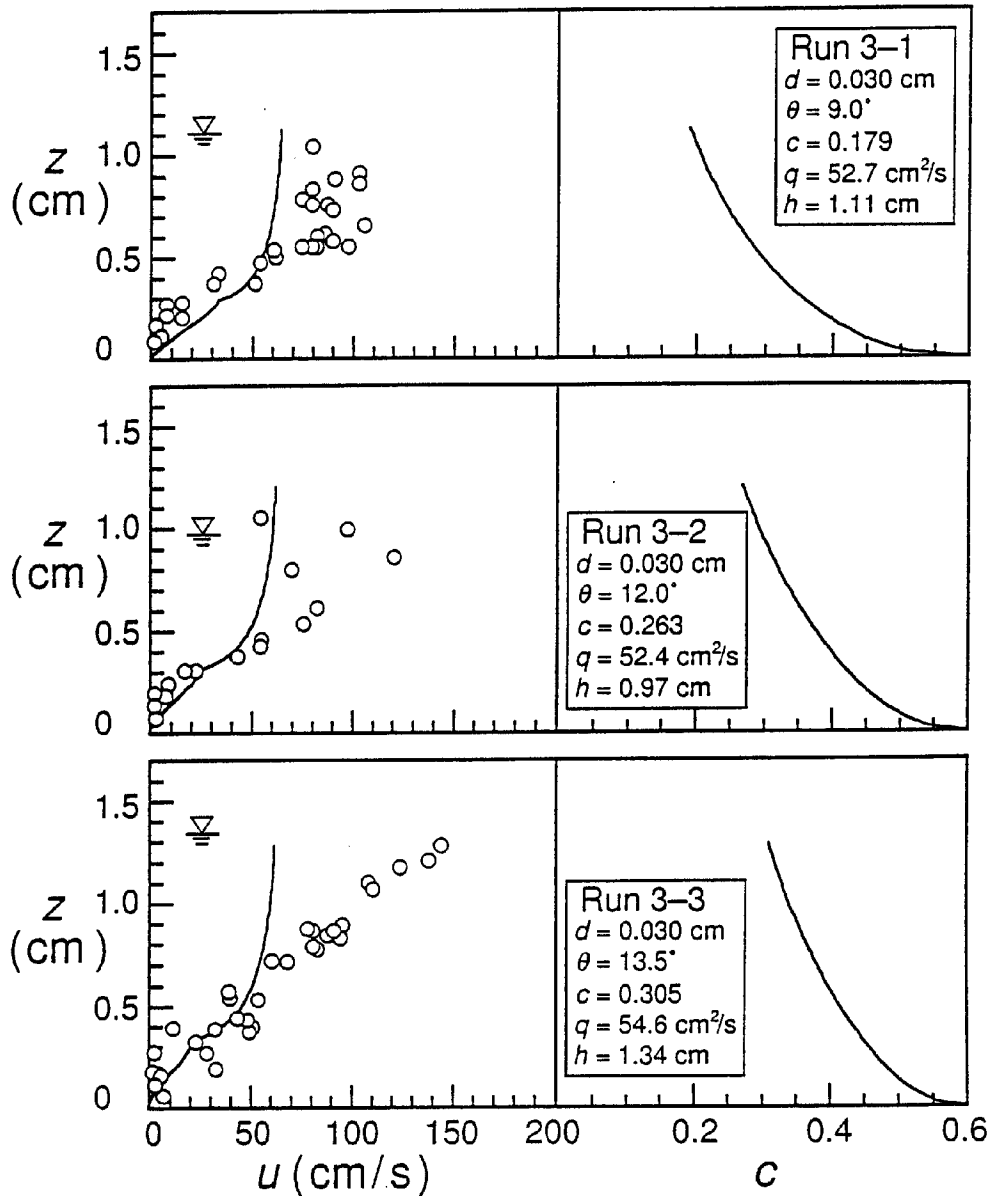


Fig. 5 Theoretical velocity and solids concentrations in the hybrid flows and the experimentally obtained velocity distributions on the erodible bed

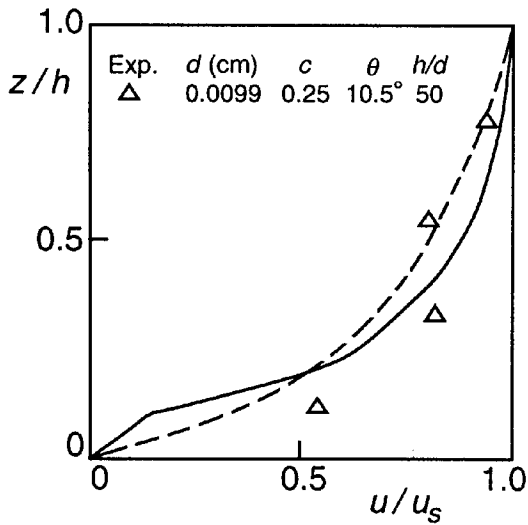


Fig. 6 Theoretical velocity distributions and the experimental results obtained by Arai and Takahashi

くばらついてあまり正しい流速が読みとられていないようであるが、図中に示した水面の位置の実測値と理論的な水面の位置はほぼ一致しており、流速の理論曲線の折れ曲がりの位置もほぼ実験の傾向を表しているため、ここで導入した理論の妥当性を示しているものと判断される。Fig. 6は新井・高橋¹¹⁾の結果との比較である。実線が今回の理論の結果であり、破線は新井・高橋の理論の結果である。Fig. 7は平野ら¹³⁾の実験との比較を示している。この図に示した4つのケースは供給水量および水路勾配が一定で、粒子径のみが違っている場合である。図より明らかなように、 h/d が小さいときには、流速分布は石礫型土石流のそれに類似しており、 h/d が大きいとき

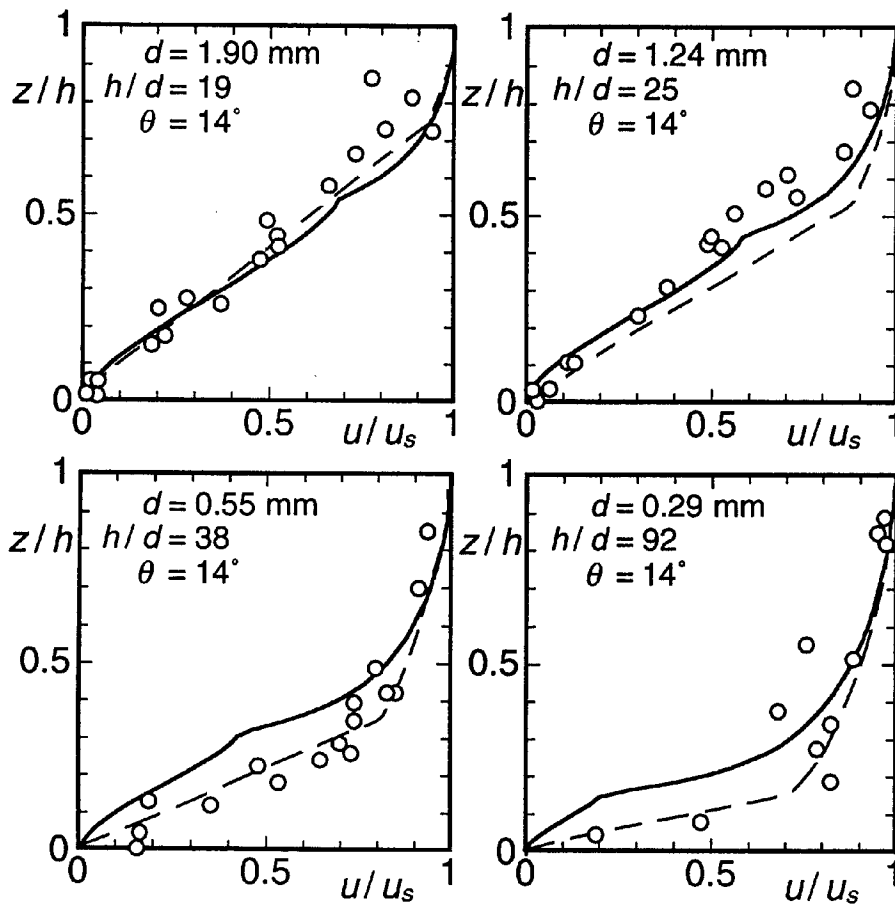


Fig. 7 Theoretical velocity distributions and the experimental results obtained by Hirano et al.

には、清水乱流のそれに類似している。今回の理論はこのような傾向を統一的によく示していることが分かる。橋本・平野の式を図中の破線で示している。その結果も一見実験との適合性がよいが、粒子濃度として実験で得られた輸送濃度が一様に分布しているとしていること、そして、そのような一様濃度分布の中で、粒子間応力卓越層と浮遊層があり、前者の厚さを経験的に与えていることなどの問題があり、このような経験則が他の場合にどの程度適合するかについてもさらに検討を必要としている。

Fig. 4 中に示した実線は理論的な水路勾配と平衡輸送濃度の関係を実験条件に対応する土石流単位幅流量 $53.7 \text{ cm}^2/\text{s}$ に対して描いたものである。理論値は実験値よりも少し高濃度側にずれているようでもあるが、実験で認められた粒径が小さいほど平衡濃度が高くなるという傾向をよく表している。なお、 $d = 0.201 \text{ cm}$ の場合に、理論曲線と実験値とが勾配の緩い範囲でずれているのは、この理論曲線の計算に際しては限界分散濃度 0.2 の閾値を考慮していないことによる。このことは閾値を考慮している石礫型土石流の理論値を示している破線の傾向をみると明らかである。

5. 結論

本論文においては、慣性領域にある土石流について、従来高橋らが提案してきた石礫型土石流、中間型土石流および泥流型土石流の流動モデルを見直し、より理論的に厳密な流動モデルとして、底面近傍に生じる静的な骨格応力の働く層の影響を考慮したモデルを提案した。これによって、濃度分布および流速分布がより妥当な形で与えられることになった。また、泥流型土石流について、初めて平衡濃度が求められた。しかしながら、濃度分布および流速分布の理論式は複雑で、数値解析によらなければ解析ができないという難点を持っており、例えば土石流の発達や堆積の過程を解析するときに必要な平均的な抵抗則や平均濃度を簡単に表現できないので不便である。その点、従来の理論は理論的には多少問題点を含んでいるとは言えるものの、流速分布もほぼ正しく求められることから、実用的な意味では非常に有効であることが確認された。

本論文および従来の研究をもとに、慣性領域の土石流の分類を以下のようにまとめておく。

Relative depth	Bulk solids concentration		
	$C_3 > C \geq 0.2 \sim 0.15$	$0.2 \sim 0.15 > C \geq 0.02$	$0.02 > C$
$h/d \leq 20$	Stony debris flow	Immature debris flow	Bed load
$30 > h/d > 20$	Hybrid type debris flow		
$h/d > 30$	Muddy type debris flow	Suspended load	

参考文献

- 1) Bagnold, R. A. : Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, 225, pp.49-63, 1954.
- 2) 高橋 保 : 土石流の発生と流動に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第20号 B-2, pp.405-435, 1977.
- 3) Takahashi, T. : Debris Flow, Monograph Ser. IAHR, Balkema/Rotterdam/Brookfield, pp.1-165, 1991.
- 4) Takahashi, T. : Dynamics of inertial and viscous debris flows, Proc. International Workshop on Debris Flow, Kagoshima, pp.43-55, 1993.
- 5) 椿 東一郎・橋本晴行・末次忠司 : 土石流における粒子間応力と流動特性, 土木学会論文報告集, No.317, pp.79-91, 1982.
- 6) 江頭進治・芦田和男・矢島 啓・高浜淳一郎 : 土石流の構成則に関する研究, 京都大学防災研究所

- 年報, 第32号 B-2, pp.487-501, 1989.
- 7) 宮本邦明: Newton 流体を含む粒子流の流動機構に関する研究, 立命館大学学位論文, pp.39-72, 1985.
 - 8) 高橋 保・里深好文・金銅将史・竹内竜太: 火砕流の流動機構に関する研究(2), 京都大学防災研究所年報, 第 38 号 B-2, pp.423-446, 1995.
 - 9) Bagnold, R. A. : The shearing and dilatation of dry sand and the 'singing' mechanism. Proc. Roy. Soc. London, A, 295. 219-232, 1966.
 - 10) 呉 積善・康 志成: 雲南蔣家溝泥石流観測研究, 科学出版社, 北京, 1990.
 - 11) 新井宗之・高橋 保: 泥流型土石流の流動機構, 土木学会論文集, 第 375 号/II-6, pp.69-77, 1986.
 - 12) 橋本晴行・平野宗夫: 泥流の抵抗則に関する研究, 水工学論文集, 第 39 卷, pp.495-500, 1995.
 - 13) 平野宗夫・橋本晴行・福富 章・田熊幸二・パルー・ムハマド・サレー: 開水路における高濃度流の無次元パラメーター, 水工学論文集, 第 36 卷, pp.221-226, 1992.