研究報告

1. スピン函數の變換性に就て (第2報)

鳴　海　　元

1） 前報告[1]では同種粒子を含む系に於ける各粒子のスピンが任意である場合にこの系のスピン函數を構成する方法，並びにそれらを共通の基底とする廻轉群及び對稱群の表現を同時に簡約することによつて，その變換性が如何に決定されるかを示した.

併しこの結果は，スピンが½（單位ℏ）なる多電子問題に於て Dirac[2] が用いた，特性演算子の方法を任意のスピン s をもつ粒子系の問題に擴張することによつても得られることが證明される．但し，スピン演算子の半可換性などが一般に失われる事實に關連して計算は必ずしも容易ではないが，特性演算子の作る置換群の表現行列の性質から，各類元素に對應する表現行列（これが一般には既約でない點が s＝½ の場合と異なる）の指標に關して分枝圖表（一般に(2s＋1)分枝をもつ）が一般的に作られ，それから得られる對稱群の既約表現への簡約の結果が第 I 表に與えられる.

第 I 表

	$\mathfrak{S}_2$	χ_1	χ_2
s=1:	S=0	1	0
	1	0	1
	2	1	0
s=3/2:	S=0	0	1
	1	1	0
	2	0	1
	3	1	0

	$\mathfrak{S}_3$	χ_1	χ_2	χ_3
s=1:	S=0	0	0	1
	1	1	1	0
	2	0	1	0
	3	1	0	0
s=3/2:	S=1/2	0	1	0
	3/2	1	1	1
	5/2	1	1	0
	7/2	0	1	0
	9/2	1	0	0

	$\mathfrak{S}_4$	{4}	{3,1}	$\{2^2\}$	$\{2,1^2\}$	$\{1^4\}$
s=1:	S=0	1	0	1	0	0
	1	0	1	0	1	0
	2	1	1	1	0	0
	3	0	1	0	0	0
	4	1	0	0	0	0
s=3/2:	S=0	1	0	0	0	1
	1	0	2	0	1	0
	2	1	1	2	1	0
	3	1	2	0	1	0
	4	1	1	1	0	0
	5	0	1	0	0	0
	6	1	0	0	0	0

	$\mathfrak{S}_6$	{6}	{5,1}	{4,2}	$\{4,1^2\}$	$\{3^2\}$	{3,2,1}	$\{3,1^3\}$	$\{2^3\}$	$\{2^2,1^2\}$
s=1:	S=0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0
	2	1	1	2	0	0	1	0	0	0
	3	0	1	1	1	1	0	0	0	0
	4	1	1	1	0	0	0	0	0	0
	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0
s=3/2:	S=0	0	1	0	1	2	0	0	0	1
	1	1	1	3	1	0	0	1	1	0
	2	0	3	2	2	2	3	0	0	1
	3	2	2	4	2	1	2	1	1	0
	4	1	3	2	2	2	2	0	0	0
	5	1	2	3	1	0	1	0	0	0
	6	1	2	1	1	1	0	0	0	0
	7	1	1	1	0	0	0	0	0	0
	8	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	9	1	0	0	0	0	0	0	0	0

この報告では字數に可成の制限があるので，粒子のスピンが s=1, 3/2, 且同種粒子數 f=2, 3,4,6 の場合に限定した．又この各表の第一行は f 次の對稱群 $\mathfrak{S}_f$ の既約表現，第一列は廻轉群の積表現〔$\mathfrak{D}_s$〕$_f$ の簡約の結果得られた，系の合成スピン S の取り得る値であつて，その各々が廻轉群の既約表現 $\mathfrak{D}_S$ を指定している．これらを除く 0 又は正の整數値は $\mathfrak{D}_S$ に屬する $\mathfrak{S}_f$ の同値な既約表現が何回現われるかを示す．尚 $\mathfrak{S}_f$ の既約表現の記號に就いては本文末尾の文献 (3) を參照されたい．唯 $\chi_1=\{f\}$ はすべて恒等表現を意味する．且 $\mathfrak{S}_6$ に於ける $\{2,1^4\}$, $\{1^6\}$ は s=1, 3/2の範圍では何れも現われないから，以上の表ではその列をすべて省略した．

2) 以上の結果を用いれば，任意箇の同種粒子が特定の空間對稱を以て固定された系，例えば對稱分子系の核スピン函數の變換性が得られる．斯る空間對稱は三次元全廻轉群の部分群$\mathfrak{G}$によつて規定される[4]．この群は常に置換群$\mathfrak{P}$(これは一般に對稱群 $\mathfrak{S}_f$ の部分群である）に類型に寫像される．(但し$\mathfrak{G}=C_i$, C_{2v}, V_d, D_6, T_d, O_h 等では特に同型である)．從つて $\mathfrak{S}_f$ の既約表現は$\mathfrak{P}$の表現としては必ずしも既約ではない．即ち系の空間對稱を考慮することによつて $\mathfrak{S}_f$ の既約表現は更に $\mathfrak{G}$ の既約表現に簡約される．若し$\mathfrak{P}$が$\mathfrak{G}$に類型である場合には，同値な核[7] の置換に對應する類元素に注目してその簡約を行えばよい．併し$\mathfrak{P}$が $\mathfrak{S}_f$ に一致する場合には斯る簡約を必要としない．第Ⅱ表は代表的な二三の例に限つて以上の結果を總括した．

第 Ⅱ 表

$\mathfrak{S}_2$ \ $\mathfrak{G}$	C_i	C_s	C_2	C_{2v}	D_{2v}	$D_{\infty h}$
χ_1	A_g	A'	A	A_1	A_{1g}	Σ_g^+
χ_2	A_u	A''	B	B_2	B_{1u}	Σ_u^-

$\mathfrak{S}_3$ \ $\mathfrak{G}$	C_{3v}, D_3	D_{3v}
χ_1	A_1	A_{1g}
χ_2	E	E_g
χ_3	A_2	A_{2g}

$\mathfrak{S}_4$ \ $\mathfrak{G}$	C_{4v}, D_4, V_d	D_{4h}	T_d
$\{4\}$	A_1	A_{1g}	A_1
$\{3,1\}$	B_1+E	$B_{1g}+E_{1u}$	T_2
$\{2^2\}$	A_1+B_1	$A_{1g}+B_{2g}$	E
$\{2,1^2\}$	A_2+E	$A_{2g}+E_{1u}$	T_1
$\{1^4\}$	B_1	B_{2g}	A_2

$\mathfrak{S}_6$: $\mathfrak{G}=O_h$

$\{6\}=A_{1g}$, $\{5,1\}=E_g+T_{1u}$, $\{4,2\}=A_{1g}+E_g+T_{2g}+T_{2u}$,
$\{4,1^2\}=A_{2g}+T_{1g}+T_{1u}+T_{2u}$, $\{3^2\}=A_{2g}+A_{2u}+T_{1u}$,
$\{3,2,1\}=E_g+E_u+T_{1g}+T_{1u}+T_{2g}+T_{2u}$,
$\{3,1^3\}=A_{1u}+T_{1g}+T_{2g}+T_{2u}$, $\{2^3\}=A_{1g}+A_{1u}+T_{2g}$,
$\{2^2,1^2\}=A_{2u}+E_u+T_{1g}+T_{1u}$, $\{2,1^4\}=E_u+T_{2g}$, $\{1^6\}=A_{2u}$

これらの結果から，核スピン函數の變換性はすべて $\mathfrak{G}$ の既約表現 Γ_i の直和として，

$$\sum_S \{(2S+1) \sum_i \sigma(i,S)\cdot\Gamma_i\}$$

で與えられる，但し $(2S+1)$, $\sigma(i,S)$ は夫々合成スピン S に屬する核スピン多重度，並びにΓ_i

に同値な既約表現の現われる度數に他ならない.

最後に本研究の初めに御討論戴いた湯川教授，此所にすべてを揭げ得なかつた表の作成に援助をおしまれなかつた川口修君に心から感謝を表し度い.

1) 筆者，化研講演集，第18集，72頁; Prog. Theor. Phys. **3**, 202 (1943);
2) P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. **A**, **123**, 714 (1929).
3) F. D. Murnaghan, "Theory of Group Representations" (1938).
4) J. E. Rosenthal and G. M. Murphy, Rev, Mod. Phys. **8**, 317 (1936).
5) 近代物理學全書（共立出版）〃分子論〃附錄參照.

（昭和 24 年 7 月 12 日 受理）

---

2. 遲い中性子による $^{14}_{7}N$ の核反應について

反應エネルギーの精密測定

石割隆太郎. 湯淺一經

遲い中性子による $^{14}_{7}N$ の核反應

$$^{14}_{7}N+^{1}_{0}n=^{14}_{6}C+^{1}_{1}H+Q \quad (1)$$

によつて出來る $^{14}_{6}C$ は β-線を放射して再び $^{14}_{7}N$ にもどる.

$$^{14}_{6}C=^{14}_{7}N+E \quad (2)$$

但し E は β-放射能のエネルギーを表はす. この Cycle から中性子と水素との質量差 n−H が

$$n-H=Q+E \quad (3)$$

として求められる事は，Bonner 及び Brubaker[1] により指摘され，その後 Stephens[2] によつて論ぜられている.

$^{14}_{7}N+^{1}_{0}n$ の反應エネルギー Q は既に直接或は間接の方法で二三の測定が行はれているが[3−8] 未だ十分確定的な値は得られて居ない. 一方 $^{14}_{6}C$ の β-線の最大エネルギーは最近相當に信頼度の高い結果が得られているので[9−12]，我々は反應 (1) のエネルギー Q を精密に測定し，(3) の關係により n−H の値を検討する事を行つた.

實驗方法 素窒ガス入りの電離函を Thermal Neutron にさらし，生じた Proton 及び $^{14}_{6}C$ の作るイオンの捕集による電壓脈動を比例增巾器で增巾し，ブラウン管上の振れを寫眞に撮影しその統計をとり，一方 ThC′ よりの一樣な α-線による振れの統計とを比較検討することにより，エネルギー Q を求める方法をとつた.

使用した電離函は直徑 11.3 cm，深さ 1.5 cm で，之に加える電壓，增巾器の時間常數の選擇には，精度を高める爲に特別の注意を拂つた. 一般に電離函內のガスが Proton を放出する場合，そのエネルギーは一定であつても增巾器出力の脈動の大さは一定とはならず，Proton 發生の場所及び方向により大さが異なり，振れの分布は或る廣がりを呈する. この廣がりの程度