2. 超微細構造の理論（第1報）

鳴海　元・中右太爾宏・渡邊　正

A Theory of Hyperfine Structures. (I)

Hajime NARUMI, Tanehiro NAKAU, and Tadashi WATANABE
(Yukawa Laboratory)

Received February 29, 1952

The effects of the relativistic electronic function with respect to the spatial distribution of the deuteron—a possible interaction of the electron in the nucleus with a finite radius—on the hyperfine structure of the deuterium have been investigated on the standpoint of an extension of the Fermi theory. Although the numerical result of the present theory has refined Fermi's result to a certain extent, it has been impossible on this phenomenological line to explain the major part of the discrepancy with the experimental result. But the influence of the nuclear electric quadrupole interaction with the bound electron in the vicinity of the origin is left behind. After these considerations, therefore, a limitation at the present stage of the theory of hyperfine structures will be shown explicitly in relation to the Bohr-Low theory.

§1. 序　論

原子スペクトルの超微細構造は元來核と電子との相互作用として定式化され，點粒子系に關する電磁氣的相互作用の範圍内で理解された．同時にこれを媒介として，原子核の磁氣的双極能率[1]及び電氣的4極能率[2]の存在が確證された．しかし最近の電波分光學に關する實驗的研究の高度の發展に伴なつて，原子のみならず分子の超微細構造についての精密な結果がもたらされ，これを説明するためには從來の理論の範圍内ではようやく不可能になつたことを認めねばならない．そこで我々は現在の實驗的要請を滿足する超微細構造の理論を一般的に檢討し，更にこの理論を媒介として，原子核の構造に關する現象論的知見を確實に基礎ずけることがこの論文の主題である．そのために先ず最も基本的な系であると見做される重水素に關する超微細構造について論じ，しかる後一般の原子及び分子に關する問題に論及する．

そこで最近行われた水素並びに重水素の原子線に關する精密な測定[3,3a)]に注目すれば，この結果はFermiの式[1]に明らかに一致しないことが指摘される．所でこの理論に對する擴張としては，核運動の相對論的効果，電子の異常磁氣能率，或いは構成粒子の磁氣能率の有限分布性など

が考えられたが，重水素に對しては尙實驗値との懸隔を見逃し得ない.*

この點に注意して Bohr[4] は重陽子の構造を導入することによつて，少くともこの不一致の可成の部分を補い得るという可能性を指摘し，Low[5] はその線にそつて詳細な計算を行つたが，なお數値的結果には充分な一致を見ることは出來なかつた．その原因を何に求むべきかは未だ明らかではないが**，少くとも陽子を系の原點に選び，その周りの中性子の磁氣的密度分布の範圍内で電子函數を平面波で近似するという點を改め，Dirac の解に於ても S-函數が原點近傍で著しい寄與のある事實を考慮して，核の有限の擴がりを導入した電子函數を出來るだけ合理的に設定し，その立場から定量的に Fermi 理論をどの程度改良することが出來るかどうかを決定し，併せてこの現象の全般的な檢討を試みることがこの報告の本旨である.

§2 核と電子の相互作用の Hamiltonian

今陽子，中性子，電子の三粒子系を考える．そして電子の質量が核子に比較して充分小さく，核子の結合エネルギーが電子のそれに比較して遙かに大きいという事實に注目して，定常狀態について核子の運動を一應分離し，全系の波動函數を核子と電子の波動函數の積で與え得ると考える．更に核子に對しては非相對論の範圍で，Wigner, Heisenberg, Majorana, Bartlett 型の相互作用を含めて J で表わし，テンソル型の相互作用を T で示せば，核子と電子との相互作用を考慮して，

$$\begin{aligned}[(E-c\alpha p-\beta mc^2) &- \frac{1}{2M}(p_1^2+p_2^2)+W+J(r)+T(r\sigma_1\sigma_2)J_T(r) \\ &-V(r_1r_2r_e;\tau_1\tau_2)-e\alpha A]\psi(r_1s_1;r_2s_2)\rho_-\phi(r_e)=0 \qquad (2.1)\end{aligned}$$

で與えられる．ここで $r_i, s_i=\frac{1}{2}\sigma_i, \tau_i\ (i=1,2)$ はそれぞれ核子の軌道，スピン，及び τ-スピン座標，r は核子の相對座標，r_e は電子の座標，ρ_- は核子の荷電函數，V は核子と電子との靜電的相互作用，$e\alpha A$ はそれらの磁氣的相互作用を表わす項である．又周知の如く核子のテンソル型相互作用は

$$T(r\sigma_1\sigma_2)=-3\frac{(r_1\sigma_1)(r_2\sigma_2)}{r^2}+(\sigma_1\sigma_2) \qquad (2.2)$$

である．以上の考察では核子の重心をこれらの系の原點に選んで，その重心座標†と相對座標とを分離し，更に電子の相對座標に關する電子函數に注目すれば，次の方程式が得られる：

$$(E-c\alpha p-\beta mc^2)\psi(r,s)\rho_-\phi(r_e)=\{V(r,r_e,\tau_1\tau_2)+e\alpha A(r,r_e,\tau,s)\}\psi(r,s)\rho_-\phi(r_e). \qquad (2.3)$$

こゝで靜電ポテンシヤルは

$$V(r,r_e,\tau_1\tau_2)=-\frac{e^2(1-\tau_1^{(3)})}{2|r_e-r/2|}-\frac{e^2(1-\tau_2^{(3)})}{2|r_e+r/2|} \qquad (2.3a)$$

---

* 實驗誤差の範圍は 10^{-3} %の程度であるが，理論値との差異は 10^{-2} %程度になる.

** 上記の實驗の精度を要求される限りでは，重陽子問題の原理的な定量的解決と運命を借にしなければならない．從つて現在の段階では，寧ろ現象論的に意味のあるパラメーターを逆に決定することが望ましいと考えられる.

† 重陽子の重心の運動エネルギーは高次の補正として，$(m/M)(e^2/\hbar c)^2\log(e^2/\hbar c)$ の程度になることが示されたが[6]，これは充分小さいから我々の問題では省略して差支ない.

で表わされ，荷電函數は全體系を反對稱化するために

$$\rho_- = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\alpha(1)\beta(2) - \beta(1)\alpha(2)\right\} \tag{2.3b}$$

とおく．尙よく知られているように，

$$\tau_i^{(3)}\alpha(j) = \delta_{ij} \quad , \quad \tau_i^{(3)}\beta(j) = -\delta_{ij} \tag{2.3c}$$

の關係がある．今(2.3)に$\tilde{\psi}, \tilde{\rho}_-$ をかけて $\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}, \tau$ について積分すれば

$$(E - c\alpha\boldsymbol{p} - \beta mc^2)\phi(\boldsymbol{r}_e) = -\frac{1}{2}e^2\left[\int d\boldsymbol{r}\tilde{\psi}(\boldsymbol{r})\psi(\boldsymbol{r})/|\boldsymbol{r}_e - \boldsymbol{r}/2| + \int d\boldsymbol{r}\tilde{\psi}(\boldsymbol{r})\psi(\boldsymbol{r})/|\boldsymbol{r}_e + \boldsymbol{r}/2|\right]\phi(\boldsymbol{r})$$

$$+ e\alpha\left[\int d\boldsymbol{r}\tilde{\psi}(\boldsymbol{r})\tilde{\rho}_-\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_e, \tau, \boldsymbol{s})\psi(\boldsymbol{r})\rho_-\right]\phi(\boldsymbol{r}_e) \tag{2.4}$$

が得られる．但し(2.4)の右邊の最後の項の積分には $\tau, \boldsymbol{s}$ に關するものが含まれる．ここで右邊の靜電ポテンシャルの部分を球函數を用いて，

$$\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{|\boldsymbol{r}_e - \boldsymbol{r}/2|} - \frac{1}{|\boldsymbol{r}_e + \boldsymbol{r}/2|}\right\} = \begin{cases} \dfrac{1}{r_e} + \dfrac{1}{4}\dfrac{r^2}{r_e^3}\mathrm{Y}_2{}^0(\cos\Theta) + \cdots\cdots\cdots & (r_e > r/2) \\ \dfrac{2}{r} + 8\dfrac{r_e^2}{r^3}\mathrm{Y}_2{}^0(\cos\Theta) + \cdots\cdots\cdots & (r_e < r/2) \end{cases}$$

のように展開し，その第２項までとれば，

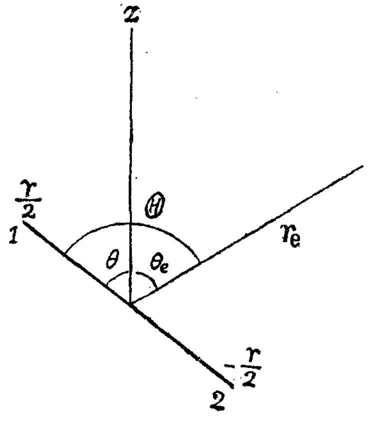
$$V \cong V_I + V_{II} \tag{2.5}$$

の第1項は球對稱部分，第２項は４極相互作用の項を表わし，それぞれ次式で與えられる：

$$V_I = -\frac{e^2}{r_e}\int_0^{r_e} \tilde{\psi}(\boldsymbol{r})\psi(\boldsymbol{r})d\boldsymbol{r}' - e^2\int_{r_e}^{\infty} r'^{-1}\tilde{\psi}(\boldsymbol{r})\psi(\boldsymbol{r})d\boldsymbol{r}' \ , \tag{2.5a}$$

$$V_{II} = -\frac{e_2}{r_e^3}\mathrm{Y}_2{}^0(\theta_e)\int_0^{r_e}\mathrm{Y}_2{}^0(\theta)r'^2\tilde{\psi}(\boldsymbol{r})\psi(\boldsymbol{r})d\boldsymbol{r}' - e^2 r_e^2\mathrm{Y}_2{}^0(\theta_e)\int_{r_e}^{\infty}\mathrm{Y}_2{}^0(\theta)r'^{-3}\tilde{\psi}(\boldsymbol{r})\psi(\boldsymbol{r})d\boldsymbol{r}' . \tag{2.5b}$$

角變數は下圖で示され，$\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r}/2$ にとつてある．



更に (2.4) の右邊の最後の項は核力の範圍内で顯著になると考えられる．從つて電子函數としては遠方では Dirac函數をとり，原點近傍では核子函の分布による重陽子の擴がりを導入した補正が要求される．その場合には次の要請を前提にする．

1. 重陽子の擴がりは核力の範圍より僅かに大きくとる．
2. 電子函數は原點より隔たれば Dirac 函數に一致すると見做し，それがS−函數をとる場合には，1の範圍でもS−函數をとると假定する．

2′. 2の要請に從えば，靜電的相互作用に對してはV_{II}の影響は省略し，V_Iだけを考慮すればよい．

2″. V_Iだけを考慮する場合は，核子の波動函數もS-函數だけをとつて充分である．

これらの前提は後程檢討しなければならないが，このようにして重陽子の擴がりを核半徑Rにとれば，(2.5a) は

$$V_I=-\frac{e^2}{r_e}\int_0^{r_e}\tilde{\varphi}(\boldsymbol{r})\varphi(\boldsymbol{r})d\boldsymbol{r}'-e^2\int_{r_e}^{R}r^{-1}\tilde{\varphi}(\boldsymbol{r})\varphi(\boldsymbol{r})d\boldsymbol{r}' \tag{2.5a′}$$

で近似され，波動函數の規格化條件の積分領域も $0\to R$ にとればよい．S-狀態に對し，このような近似のもとで

$$\psi(\boldsymbol{r})\phi(\boldsymbol{r})=\text{定數} \tag{2.6}$$

にとれば，

$$V_I=\begin{cases}-\dfrac{e^2}{2R^3}(3R^2-r_e^2) & (r_e\leqq R)\\ -\dfrac{e^2}{r} & (r_e>R)\end{cases} \tag{2.7}$$

が得られる．核函數に對するこのような近似は決して充分ではないが，電子函數を決定するという範圍では，核子の密度分布をそれ程嚴密に取扱う物理的根據は現在の所餘り期待されず，又この立場から計算した結果に對しても本質的な尺度にはならないからである．

なお4極相互作用の部分に對しては，

$$\left.\begin{aligned}V_{II}&=-\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\right)^2\frac{e^2}{10}(3\cos^2\theta_e-1)(r_e^{-3}I_a+r_e^2I_b)\\ I_a&=\int_0^{r_e}r'^2dr'(\sqrt{2}\chi\varphi-\frac{1}{2}\varphi^2)\\ I_b&=\int_{r_e}^{\infty}r'^{-3}ar'(\sqrt{2}\chi\varphi-\frac{1}{2}\varphi^2)\end{aligned}\right\} \tag{2.8}$$

が導かれる．ここでχ,φはそれぞれ重陽子のS-及びD-函數の動徑部分を表わす．

§3. 電子函數の設定

重陽子の有限な擴がりを考慮した電子函數を決定するためには，前節の前提に基ずき，核半徑より大きい領域($r_e>R$)ではDiracの結合狀態を表わす函數で近似し，この解を添字eで特記する．そうすると基底狀態に對しては周知のごとく，

$$\left.\begin{aligned}\frac{\chi_1^{(e)}}{r}&=f_e=-N\left[\frac{1-\epsilon}{2\Gamma(2\gamma+1)}\right]^{\frac{1}{2}}\left(\frac{2}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}}e^{-\frac{r}{a_0}}\left(\frac{2r}{a_0}\right)^{\gamma-1}\\ \frac{\chi_2^{(e)}}{r}&=g_e=+N\left[\frac{1+\epsilon}{2\Gamma(2\gamma+1)}\right]^{\frac{1}{2}}\left(\frac{2}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}}e^{-\frac{r}{a_0}}\left(\frac{2r}{a_0}\right)^{\gamma-1}\end{aligned}\right\} \tag{3.1}$$

である．ここで $\epsilon=E/mc^2$, $a_0=\hbar^2/me^2$, $\gamma=\sqrt{1-\alpha^2}=\epsilon\,(n=1)$, N は規格化定數を表わし，以後電子座標の添字を省略する．

次に核內 $(r<R)$ における解を

$$\chi_1^{(i)}=rf_i\ ,\quad \chi_2^{(i)}=rg_i \tag{3.2}$$

とすれば，動徑函數のみたす微分方程式は，(2.7)のポテンシヤルを考慮して

$$\left.\begin{aligned}\frac{d\chi_1^{(i)}}{dr}&=\frac{\kappa}{r}\chi_1^{(i)}-\left\{\frac{mc}{\hbar}(\epsilon-1)+\frac{\alpha}{2R^3}(3R^2-r^2)\right\}\chi_2^{(i)}\\ \frac{d\chi_2^{(i)}}{dr}&=\left\{\frac{mc}{\hbar}(\epsilon+1)+\frac{\alpha}{2R^3}(3R^2-r^2)\right\}\chi_1^{(i)}-\frac{\kappa}{r}\chi_2^{(i)}\end{aligned}\right\} \tag{3.3}$$

但し $\alpha=e^2/\hbar c$ は微細構造定數に外ならず，また $j=l\mp\frac{1}{2}$ に對して $\kappa=\pm(j+\frac{1}{2})$ をとる 我々の場合には $\kappa=-1$ であつて，(3.3)の兩邊に R を乘じ，$r/R\equiv\mu$ 及び$Rmc/\hbar\equiv A$ とおけば

$$\frac{d\chi_p^{(i)}}{d\mu}=[\xi_{pq}]\chi_q^{(i)} \tag{3.4}$$

が得られる．ここで

$$[\xi_{pq}]=\begin{bmatrix}-\mu^{-1} & -(B^- -\frac{\alpha}{2}\mu^2)\\ (B^+ -\frac{\alpha}{2}\mu^2) & \mu^{-1}\end{bmatrix} \tag{3.4a}$$

及び

$$B^{\pm}=A(\epsilon\pm1)+\frac{3}{2}\alpha \tag{3.4b}$$

とおく．この(3.4)の近似解を求めると[7]

$$\chi_1^{(i)}=-c_2\left(\frac{1}{3}B^-\mu^2-\frac{\alpha}{10}\mu^4\right) \tag{3.5a}$$

$$\chi_2^{(i)}=c_2\left\{\mu-\frac{1}{6}B^+B^-\mu^3+\frac{\alpha}{8}(\frac{1}{3}B^-+\frac{1}{5}B^+)\mu^5-\frac{1}{120}\alpha^2\mu^7\right\} \tag{3.5b}$$

が得られる．ところが近似的に(3.5a)では初項までをとり，(3.5b)では第２項まで考慮すれば，$\mu=1$ $(r=R)$では兩者の比が

$$\chi_1^{(i)}/\chi_2^{(i)}\cong-\frac{1}{2}\alpha \tag{3.6}$$

となる．一方 $r>R$ では Coulomb 場の Dirac の解 (3.1) を用いれば $r=R$ に於ては

$$\chi_1^{(c)}/\chi_2^{(c)}\cong-\frac{1}{2}\alpha \tag{3.7}$$

が得られ，他の接續の條件とともに兩領域での函數は近似的に核半徑の所で接續することが出來る．その結果 $r=R$ における $\chi_2^{(i)}=\chi_2^{(c)}$ から(3.5) に含まれる定數 c_2 が決定され，

$$c_2=R\left[\frac{1+\epsilon}{2\Gamma(2\gamma+1)}\right]^{\frac{1}{2}}\left(\frac{2}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}}e^{-\frac{R}{a_0}}\left(\frac{2R}{a_0}\right)^{\gamma-1}\Big/(1-\frac{1}{6}B^+B^-) \tag{3.8}$$

なる値が得られる．

§4. 磁氣的相互作用

前節の電子函數を用いて磁氣的相互作用のエネルギー S_m を計算すれば，これによる超微細分離のエネルギーが導かれると考えられるそれで重陽子の荷電分布によつて生ずる場のベクトルポテンシヤルを $\mathfrak{A}$, 電子に關する電流密度を $\boldsymbol{i}$ とすれば

$$S_m = -\frac{1}{c}\int (\mathfrak{A}\cdot\boldsymbol{i})\, d\boldsymbol{r} \fallingdotseq -(\mu_D\cdot\boldsymbol{H}_0) \tag{4.1}$$

で與えられる．ここで μ_Dは重陽子の磁氣能率であり，

$$\mathfrak{A} = [\boldsymbol{\mu}_D \times \boldsymbol{r}]/r^3 \tag{4.2}$$

とおけば，原點に於ける磁場の強さは

$$\boldsymbol{H}_0 = \frac{1}{c}\int \frac{[\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{i}]}{r^3}\, d\boldsymbol{r} \tag{4.3}$$

で與えられ，電流密度の成分は

$$\left.\begin{aligned} i_x &= ec(\tilde{u}_2 u_3 + \tilde{u}_3 u_2) \\ i_y &= ec(\tilde{u}_2 u_3 + \tilde{u}_3 u_2) \\ i_z &= ec(\tilde{u}_1 u_3 + \tilde{u}_3 u_1) \end{aligned}\right\} \tag{4.4}$$

となる．$u_i\,(i=1,2,3,4)$ は核外では Dirac函數の4成分に外ならない．これを用いて (4.3) を計算すれば，

$$H_{0x} = H_{0y} = 0$$

$$H_{0z} = -\frac{3}{4}e\int_0^\infty f(r)g(r)dr \tag{4.5}$$

が得られる．今H_{0z}を核内と核外からの寄與に分けて考えれば，

$$H_{0z} = H_{0z}^{(i)} + H_{0z}^{(e)} = -\frac{4}{3}e\left[\int_0^R f_i(r)g_i(r)dr + \int_R^\infty f_e(r)g_e(r)dr\right] \tag{4.6}$$

を計算すればよい．ここで核を點模型で近似した場合の H_{0z}, $H_{0z}^{(i)}$ に對應する量をそれぞれ $\overline{H}_{0z}$, $\overline{H}_{0z}^{(i)}$ とすれば，(3.1)を用いて

$$\overline{H}_{0z} = -\frac{2}{3}e\sqrt{1-\epsilon^2}\left(\frac{2}{a_0}\right)^2 \Big/ 2\gamma(2\gamma-1) \tag{4.a}$$

$$\overline{H}_{0z}^{(i)} = -\frac{2}{3}e\sqrt{1-\epsilon^2}\left(\frac{2}{a_0}\right)^2\left(\frac{2R}{a_0}\right)^{2\gamma-1} \Big/ (2\gamma-1)\Gamma(2\gamma+1) \tag{4.6b}$$

が導かれる．そこで前節の電子函數を用いて(4.6)の核内に關する計算を行うのであるが，それに先立つて規格化定數 N について注意すれば，(3.1), (3.5), (3.7)を用いて，

$$\int_0^R f_i^2 r^2 dr \sim N^2/\Gamma(2\gamma+1)\cdot 10^{-13}$$

$$\int_0^R g_i^2 r^2 dr \sim N^2/\Gamma(2\gamma+1)\cdot 10^{-13}$$

$$\int_R^\infty \left(f_i^2+g_i^2\right) r^2 dr \sim N^2 - \frac{N^2}{\Gamma(2\gamma+1)}\cdot 10^{-12}$$

となる．從つて 10^{-12} の程度の誤差範圍で $N\cong 1$ とおくことが出來る．そうすれば

$$H_{0z}{}^{(i)} = -\frac{4}{3}e\int_0^R f_i(r) g_i(r) dr$$

$$= -\frac{2}{3}e\frac{1+\epsilon}{\Gamma(2\gamma+1)}\left(\frac{2}{a_0}\right)^2 e^{-2R/a_0}\left(\frac{2R}{a_0}\right)^{2\gamma-1}\frac{\frac{1}{6}B^-(1-\frac{1}{12}B^+B^-)}{(1-\frac{1}{6}B^+B^-)^2} \tag{4.7}$$

なる結果が得られる．從つて重陽子の擴がりを考慮した結果は

$$H_{0z} = \overline{H}_{0z} + \Delta H_0{}^{(i)} \tag{4.8}$$

但し

$$\Delta H_{0z}{}^{(i)} = H_{0z}{}^{(i)} - \overline{H}_{0z}{}^{(i)} \tag{4.8a}$$

であるから，これらの數値計算を行えば（基礎定數は Bearden-Watts[8] による）

$$\overline{H}_{0z} = -\frac{2}{3}e\times 52.12565\times 10^{13}\quad \text{gauss} \tag{4.9a}$$

$$\overline{H}_{0z}{}^{(i)} = -\frac{2}{3}e\times 0.00296\times 10^{13}\quad \text{gauss} \tag{4.9b}$$

$$H_{0z}{}^{(i)} = -\frac{2}{3}e\times 0.00148\times 10^{13}\quad \text{gauss} \tag{4.9c}$$

が得られる．一方重陽子の磁氣能率として[9]

$$\mu_D = 0.857354\pm 0.00009\qquad \text{核磁子} \tag{4.10}$$

をとれば，結局以上の計算によつて得られる超微細分離エネルギーは波數單位で

$$\nu_D = 327.023\pm 0.016\qquad \text{mc/sec} \tag{4.11}$$

となる．測定値は[3]

$$\nu_D = 327.384\pm 0.003\qquad \text{mc/sec} \tag{4.11'}$$

であるから，* なお僅かの隔りが認められる．

しかし同じ基礎定數を用いて Fermi の式から計算した値は

$$\nu_D = 326.824\pm 0.015\qquad \text{mc/sec} \tag{4.11''}$$

となるから，可成理論値を改め得たことは事實である．

* 文献（3.a）では更に２桁高い精度の測定値を得たが，我々の定數選擇の範圍で比較するために（4.11′）を用いた．

§5. 計算結果の検討と全般的考察

この定式化では先ず電子函數を求める場合に靜電ポテンシャルとして(2.7)が用いられ，f_i, g_i は原點に於て0又は有限値をとる減衰型になつている．ところが Dirac 函數は周知のように原點に於て發散する．從つて核半徑 R をパラメーターとして，實驗結果に一致するようにこれを適當に選ぶとしても，(4.9b)及び(4.9c)から解るように R を有限にとることが却つて都合の惡い結果になる．この様相は(2.4)に含まれる核内の磁氣的相互作用を導入することによつても救われない．即ちベクトルポテンシャル$\mathfrak{A}$を核子による寄與に注目して，$\boldsymbol{i}$ を$e\widetilde{\varphi}(\boldsymbol{r}_e)\boldsymbol{\alpha}\,\varphi(\boldsymbol{r}_e)$とおいて

$$S_m^{(i)}=-\frac{1}{c}\iint_0^R \tilde{\varphi}\,\tilde{\psi}\,e\,\boldsymbol{\alpha}\,\boldsymbol{A}\,\psi\,\varphi\,d\boldsymbol{r}\,d\boldsymbol{r}_e$$

を計算しても，(4.11)を殆んど改善するには至らないからである．

しかし原理的に電子函數は原點に於て發散しないことが要請されなければならない．この意味で我々の電子函數の設定はその線に沿う現象論的な一つの試みであるということが出來る．尤もその結果から反省するならば，測定値との隔りを本質的に補う可能性は，上述の範圍では未だ期待出來ず，從つてまたその精度についても，一段の考慮が必要である．しかし尙我々に殘された問題は Sternheimer も指摘しているように，[10] 核の電氣的4極能率による電子函數の歪みを考慮するという §2 の 2 以下の要請に對する檢討である．若しこの點の補正に多くを期待し得ないならば，核の內部構造の精確な知見に基ずく核子と電子との相互作用を本質的に檢討するという問題に立歸らなければならない．このような意味に於て我々の計算結果は，Fermi の理論を或程度改善したことに止らず，少くとも現在の段階に於て超微細構造の理論に一つの限界を與えることが出來るという點にその意義を見出し得るであろう．次報では殘された電氣的4極相互作用の檢討を行いたいと思う．

尙本研究は一部を昭和26年度文部省科學研究費によつたことを附記する．

文　　　　献

1) Fermi, E., Zeits. f. Phys. **60**, 320 (1930).
2) Casimir, H.B.G., Archives du Musée Teyler **8**, 215 (1936).
3) Nafe, J.E. and Nelson, E.B., Phys. Rev. **73**, 718 (1948).
3a) Prodell. A.G. and Kusch, P., *ibid.* **79**, 1009 (1950).
4) Bohr, A., *ibid.* **73**, 1109 (1948).
5) Low, F., *ibid.* **77**, 361 (1950); *ibid.* **83**, 478 (1951).
6) Breit, G. and Meyerott, E.R., *ibid.* **72**, 1023 (1947).
7) Rose, M.E., *ibid.* **82**, 389 (1951).
8) Bearden, J.A. and Watts, H. M., *ibid.* **81**, 73 (1951).
9) Smaller, B., *ibid.* **83**, 812 (1951).
10) Sternheimer, R., *ibid.* **84**, 224 (1951).