

氏 名	永 持 仁 <small>ながもちひろし</small>
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	工 博 第 998 号
学位授与の日付	昭 和 63 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	工 学 研 究 科 数 理 工 学 専 攻
学位論文題目	Studies on Multicommodity Flows in Directed Networks (有向ネットワーク上の多品種流問題に関する研究)

論文調査委員 (主査) 教授 茨木 俊秀 教授 長谷川利治 教授 片山 徹

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、有向ネットワーク上の指定された節点間に K 品種のフローを与えられた量だけ流し得るか否かを判定する、いわゆる多品種フロー問題の理論的性質とアルゴリズムについて論じたものであって、9章から成っている。

第1章は緒論であって、多品種フロー問題の定義を与え、関連した話題に関する従来の研究を概観するとともに、組合せ最適化および計算の複雑さの理論との関連の下で、効率良いアルゴリズムの開発の重要性を指摘し、本研究の意義と本論文の構成について述べている。

第2章では、本論文の前半の話題である平面有向ネットワークの定義を与え、アルゴリズム構成上有用ないくつかの性質をグラフ論的観点から明らかにしている。とくに、多品種フローに対するカットを定義し、解の整数性と最大フロー最小カットの定理の成立が、アルゴリズムの構成上大きな意味をもつことを述べている。

第3章では、平面有向ネットワークに、各節点において入枝と出枝の容量がバランスしているという条件を加えたネットワークのクラス CB を導入し、 CB に対する多品種フロー問題を解くアルゴリズムとして $ASSIGN$ を与えている。これは、平面有向ネットワークが有する位相幾何学的情報を利用したグラフ論的アルゴリズムであって、所要時間は $O(K|V|)$ ときわめて高速である。ただし、 K は品種数、 $|V|$ は節点数である。

第4章では、クラス CB の容量バランスの条件をネットワーク外周上の節点については緩和するかわりに、それらの位置に関するある制約を加えることで、クラス CS を定め、 CS に対するアルゴリズムを与えている。その考え方は、新しく追加した仮想的なフローを用いて CS のネットワークを CB のネットワークに帰着した後、アルゴリズム $ASSIGN$ を適用するものであって、全体の所要時間は $O(K|V| + |V|^2)$ である。

第5章では、クラス CS をさらに変形し、外周上の容量バランス条件は完全に除くが、そのかわりネッ

トワーク内部の節点に関し若干の制約を加えたクラス CU を導入し、このクラスのネットワークについても、仮想的なフローを追加することで、CB のネットワークに帰着できることを示している。全体の所要時間は、 $O(K|V| + |V|^3)$ である。

第 6 章では、クラス CB と CS について、解の整数性と最大フロー最小カットの定理が成立することを証明している。証明の中心は、ネットワークが可能解を持たないとき、フローの需給関係の矛盾を示すカットの存在を明らかにすることにあるが、本論文では、そのために時間 $O(K|V|)$ の構成アルゴリズムを具体的に与えている。なお、クラス CU については、解の整数性は成立するが、最大フロー最小カットの定理は成立しないことも指摘している。

第 7 章では、第 6 章の結果を利用することによって、クラス CB と CS に対し、可能解の存在を判定するもう一つのアルゴリズムを与えている。このアルゴリズムは、ネットワークが可能解をもつ場合であっても、具体的にその値を与えることはできないが、所要時間は $O(|V|^2\sqrt{\log|V|})$ であり、品種数 K が大きい場合には有利となる。

第 8 章では、これまでの議論と異なり、一般の有向ネットワークを対象とし、各枝において、そこを流れるフローの和の狭義凸関数で表わされるコストと、各品種それぞれのフローの値の狭義凸関数のコストの和を想定し、目的関数として、それらのコストの全ての枝における総和を最小にする問題を扱っている。まず、この問題を双対問題を利用することで、無制約最適化問題に帰着し、つぎに、単品種フロー問題について知られている緩和法を一般化して、多品種フロー問題のアルゴリズムを構成している。さらにこのアルゴリズムの収束性を証明するとともに、具体的なネットワークに対する計算結果を示し、節点数 100、枚数 1000、品種数 7 程度の大規模な問題であっても、実用的に十分解き得ることを示している。

第 9 章は、結論であり、本研究を通じて得られた成果を要約している。

論文審査の結果の要旨

ネットワークの多品種フロー問題は、交通網や通信網の流量割当て問題、各種スケジューリング問題、VLSI の配線問題など広範な応用を有しており、オペレーションズリサーチの基本問題の一つである。現在、数理計画法的手法によって解かれているが、実用上、問題の規模がきわめて大となることが多く、アルゴリズムのさらなる高速化が強く求められている。本論文は、多品種フロー問題のいくつかの特別な場合について、その数学的性質を明らかにするとともに、新しいアルゴリズムを提案したものであって、得られた主な成果は以下の通りである。

1. 平面有向ネットワークについて、各節点における容量バランス条件および関連する節点の位置に関する制約に基づいて、3種のクラス CB, CS, CU を定義し、それぞれに対し多品種フローの存在を判定するアルゴリズムを与えた。いずれもグラフ論的な考え方を利用した新しいアルゴリズムであって、導出された最悪時間量から判断して、きわめて高速である。対象となるネットワークは、特殊ではあるが、多段生産計画問題などを含み、実用的にも重要である。

2. 上述のクラス CB と CS について、最大フロー最小カットの定理が成立することを証明した。一般

に、有向ネットワークの多品種フロー問題において、この定理が成立するネットワークのクラスの存在はほとんど知られておらず、本結果は理論的に興味深い。また、この最大フロー最小カットの定理を利用すれば、1.とは異なるアルゴリズムを構成できることを示し、品種数 K が大である場合には有利となることを明らかにしている。なお、クラス CU については、最大フロー最小カットの定理が成立しないことを指摘しているが、このことは、 CU がそれにもかかわらずグラフ論的アルゴリズムをもつ特異なクラスであることを示しており、やはり興味深い。

3. 一般の有向ネットワークが、狭義凸のコスト関数をもつ場合について、その双対問題を利用したアルゴリズムを提案し、収束性を理論的に証明すると同時に、計算実験によって実用的に有用であることも示した。このアルゴリズムは、非線形コスト関数をもつ単品種フロー問題に対して最も実用性の高いアルゴリズムの一つとされている緩和法を、多品種フロー問題に拡張したものである。対象とするネットワークも一般的であるので、広範な応用分野への適用が期待できる。

以上のように本論文は、ネットワークの多品種フロー問題に対して、その数学的構造の解明とアルゴリズムの開発を目的とし、平面有向ネットワークの3種のクラスについて、最大フロー最小カットの定理の成立と非成立を明らかにすると共に、グラフ論的アルゴリズムを与え、また、狭義凸コスト関数をもつ一般の有向ネットワークに対しても、実用性の高いアルゴリズムを提案したものである。学術上、實際上寄与するところが少なくないので、工学博士の学位論文として価値あるものと認める。

また、昭和63年1月21日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。