氏　　名	奥 平 雅 士（おく だいら まさ し）
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	工 博 第 634 号
学位授与の日付	昭和 54 年 11 月 24 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 1 項該当
研究科・専攻	工学研究科電気工学専攻
学位論文題目	A Numerical Approach to the Solution of Nonlinear Optimal Control Problems （非線形最適制御問題の数値解放）
論文調査委員	（主 査）教 授 西川禕一　教 授 近藤文治　教 授 桑原道義

論 文 内 容 の 要 旨

この論文は，非線形系の最適制御問題に対して，主として間接法，すなわち変分原理に基づく立場から，いくつかの新しいアルゴリズムを提案したものであり，またその前提となる二点及び多点境界値問題の数値解法についても，検討を加えたものである。

第1章は序論で，非線形系の最適制御について基本的事項を整理し，また論文内容の概要を述べている。

第2章では，いわゆるスティフな線形二点境界値問題に対して，時間分割法に基づいた数値解法を提案し，それに種々の観点から検討を加えている。線形常微分方程式の特殊解の中に，時間（独立変数）の経過とともに，その絶対値が急速に増加するものと急速に減少するものが含まれる場合，通常この微分方程式はスティフであるといわれる。スティフな性質をもつ二点境界値問題は，最適制御問題の必要条件の中に往々にして現れるものであるが，通常の重ね合わせの理では数値誤差の累積のために，精度のよい解を得ることが難しい。

この論文の時間分割法は，全積分区間をいくつかの部分区間に分割して解くもので，多点接近法の一種であるが，各部分区間での境界条件を代数的手法により修正する点に新しい工夫がある。それにより，小さな逆行列の計算をすればよい，修正計算は1回でよい，分割点のとり方に特に制約がない等の利点をもたらすことになった。この章ではさらに時間分割法が適用できるための必要十分条件を示し，また2つの典型的な例題に適用して，その有効性を確かめている。特に最初の例題については時間分割法の適用による誤差の減少過程について詳しく分析し，この方法，あるいはより一般の多点接近法の理論的根拠を明らかにしている。

第3章では制御変数に制約のない場合の，非線形制御問題の数値解法を論じている。系の状態方程式が全区間を通じて不変な場合と，いくつかの点で不連続なパラメータを含む，いわゆる多点制御の場合とを取り扱っている。前者については，干渉ベクトル調整法または準線形化法を用いて，最適性の必要条件としての非線形二点境界値問題を一連の線形境界値問題に帰着させている。それらは通常スティフな性質を

もつので，時間分割法を用いるのが有効であることを示した。

多点制御問題については，最適性の必要条件として非線形多点境界値問題を導き，それに干渉ベクトル調整法と時間分割法を併用するアルゴリズムをまとめている。提案した解法を線形及び非線形系の例題に適用して，その数値計算上の有用性を明らかにしている。

第4章では制御変数に制約がある非線形問題を取り扱っている。そして，状態変数が任意の境界条件を満足できるように，状態方程式に一種の人工変数を付加し，この人工変数をゼロに帰するような逐次計算法を提案した。この方法は，通常の間接法では取扱いの困難な制約付きの問題を解くことができ，また境界条件を満たすために罰関数を用いる最急降下法に比べて，効率よく精度の高い解が得られるのが特徴である。例題では，状態変数に制約のある場合も含めて，適用可能なことを示している。

最後に，本論文の主要な結論をまとめ，また将来の発展方向を示唆している。

論文審査の結果の要旨

非線形系の最適制御問題の解法には，今日なお多く検討の余地が残されている。この論文は主として変分原理に基づく間接法の立場から，数値計算上の困難な点に考察を加え，新しいいくつかのアルゴリズムを提案し，それらについて数学的検討を加えるとともに，具体例に適用して有効性を実証したものである。

著者の得た主な成果を要約すれば，次の通りである。

(1) まず，最適制御の必要条件の中にしばしば現れるスティフな性質をもつ線形二点境界値問題に対して，時間分割法に基づいた数値解法を提案した。スティフな問題は通常の重ね合わせの理では数値誤差の累積のために，精度のよい解を得ることが困難である。提案された方法は，積分区間をいくつかの部分区間に分割する多点接近法の一種であるが，従来の方法に比べて部分問題の境界値の求め方に特徴があり，計算の精度，効率の点ではるかに優れている。

(2) 分割により，上記のアルゴリズムが適用できるための必要十分条件を明確にした。また例題について誤差の減少過程の分析を行い，多点接近法に対して，一つの有用な基礎的知見を与えた。

(3) 制御変数の大きさに制約のない非線形制御問題に対しては，まず状態方程式のパラメータが時不変の場合を検討した。最適性の必要条件としての非線形二点境界値問題を，著者らの提案した干渉ベクトル調整法あるいは準線形化法により，一連の線形問題に帰着させ，その上で(1)のアルゴリズムを適用する手法が有効であることを示した。

(4) 次に，状態方程式のパラメータがいくつかの点で不連続となる，いわゆる多点制御の問題については，必要条件として，非線形多点境界値問題を導き，干渉ベクトル調整法と時間分割法を併用するアルゴリズムをまとめ，いくつかの例題により有用性を示した。

(5) 制御変数に制約がある非線形問題については，状態方程式に一種の人工変数を導入する新しい方法を提案し，間接法の適用範囲を格段に改善するとともに，精度及び効率のよいアルゴリズムを作成した。

(6) 各アルゴリズムの収束性についてはいくつかの十分条件を求めるとともに，各種の実際例について定量的な検討を加えている。

以上を要するに，この論文は非線形最適制御問題の数値解法上のいくつかの困難を克服することに成功

したものであり，特にその基礎となる多点境界値問題の解法は，広く他の分野にも応用できるものである。これらの成果は学術上，実際上寄与するところが少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。