堆積軟岩の力学的挙動に関する研究

昭 和 54 年 8 月

足 立 紀 尚

堆積軟岩の力学的挙動に関する研究

昭 和 54 年 8 月

足　立　紀　尚

序　　　　論

土木構造物を建設するという立場からのみならず，地亡りなど災害を防止するという分野においても，軟岩を扱う機会が増えている。建設途上にある青函トンネルとか，一部着工した本州－四国連絡橋では，新第三紀堆積の半固結状態にある軟岩や風化花崗岩が対象となる岩盤である。青函トンネルにおいては訓縫層，黒松内層などの第三紀堆積層中にトンネルを開削する際の切端の安定性や時間とともに増大するトンネル土圧の問題を，一方本州－四国連絡橋の建設では第三紀堆積の神戸層，あるいは風化花崗岩が基礎支持岩盤となるから，その短期あるいは長期の支持力や変形問題を解決するためには，これら軟岩の力学特性を解明して把握することが必要である。また，地亡り地帯は第三紀堆積の泥岩から成る地盤が多く，したがって泥岩の力学特性を明らかにしてこそ，はじめて防止対策を立案することが可能となる。

上述のように軟岩を対象とする事例が増加してきたにもかかわらず，岩石質材料と土質材料の中間に位置したことによるのか，これを扱った研究は数少ない。岩盤力学では従来主に堅固な岩石を対象としてきた。したがって，硬岩から成る岩盤では節理など地質分離面が力学挙動を支配するから，それら地質分離面の力学挙動に及ぼす影響をいかに評価し実際の設計，施工に取りくむかが，古くかつ現在においても未解決の課題である。ところがいわゆる軟岩では岩石そのものの力学特性が，岩盤の力学挙動と密接な関係を有していることが次第に明らかにされ，岩石コアーを用いた室内試験結果を岩盤の問題に直接適用できるものと考えられるようになってきた。ではいったい軟岩とは何か厳密な定義はない。著者は無理に定義づける必要があるとは考えない。あえて言えば岩石の一軸圧縮強度が100kg／cm^{2}以下であって，間隙水の影響度合の大きいものとしておく。半固結状態にある堆積岩や風化花崗岩などの土と岩石の中間に位置するものであるといった漠然とした定義でじゅうぶんであろう。

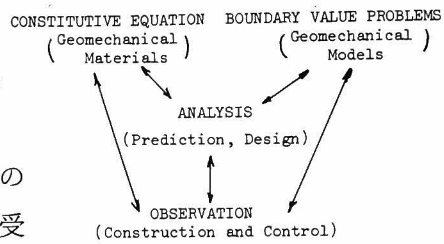
軟岩の力学特性を解明し把握することの必要性を述べたが，それでこと足りる訳ではない。地盤工学の立場からは以下の一連の仕事を並列的に進めることが大切である。岩盤力学に与えられた定義を軟岩を含む地盤材料の力学，地盤力学にあてはめてみると，“地盤力学とは地盤の力学的挙動の理論ならびに応用の科学であって，その物理環境のもとで，力の場に対する地盤の反応に関する力学の一分野である”となる。この定義を認め，地盤力学を地盤工学へ適用するためにはつぎの各項目からなる一連の問題を有機的に結合させて発展させなくてはならない。

（1）対象とする材料が地盤材料である由縁を記述する構成式（狭義には破壊現象も含めて，対象材料の力学挙動の記述，換言すると応力－ひずみ－時間－温度関係）の確立

（2）初期値，境界値問題（例えば構造物基礎の支持力，変形問題）の設定（地盤モデルの作成）と解析

（3）室内試験，現地試験を問わず計測手法の開発ならびに現場計測工法の樹立とその施工規制への適用

（4）以上を総合した設計，施工指針ならびに対処工法の立案と合理的施工の実施



地盤工学の主要項目の関係

これらは互いに独立したものではけっしてなく密接な関係を有し，右図に示す閉じたfeed back 系を形成するものである。

まず，構成式であるが，これは同一形状同一寸法の軟岩と鉄が，まったく等しい外作用（力，温度）を受けた場合に異なる反応を示すが，その差異を説明するためのものであり，材料の作用－反応の力学挙動を規定する特性式であると考えたらよい。したがって，地盤力学が他の材料力学と異なるのは構成式の違いにあるといっても過言ではなく地盤力学の主柱である。

つぎに必要なことは対象とする地盤構造物の境界ならびに初期条件の設定である。とくに境界条件の設定は地盤力学におけるいま一つの重要な課題である。それは等質領域の区分けが主な内容であるから，ボーリングや物理探査などの調査結果にもとづいた総合的判断に大いに依存する。

対象とする問題に関する地盤材料の構成式が決定され，境界値問題としての地盤モデルが設定されると残るのは数学的解析となる。しかしながら，いかなる問題でも厳密解が得られるというわけではなく，複雑な境界条件や用いる構成式によっては有限要素法などによる近似的解析を用いざるを得ない場合が多い。解析するとき留意しなければならないことは，求まる解の価値は用いた構成式ならびに設定した地盤モデルの価値以上のものには決してならないということである。さらに大切なことは構成式ならびに地盤モデルとしての扱いは実際の現象を数式の場で論ずるものであるから，逮捕すべき犯人そのものではなく，モンタージュ写真に例えられるべきものであると認識することである。地盤力学の発展のためにも，またよりよいモンタージュ写真を得るためにも犯人そのもの，すなわち実際の地盤の挙動を実測によって正しく把握することが大切であることを強調したい。ここに現場計測手法を確立することによる構成式と地盤モデルへの feed back 系を形成する意義があるわけである。

以上論じた地盤力学の基本項目にしたがって対象構造物の挙動を推定して，適正な設計を行い，施工指針を与え，これらに基づき施工中に的確な施工規正を行うことが地盤力学が地盤工学において果すべき役割であろう。

このような観点に立って，地盤材料のうち力学特性の解明がじゅうぶんでなかった堆積軟岩を対象に選び，その力学特性を明らかにすることによって構成式を誘導するまでを本論文の第１の目的として第１編を構成した。つづいて堆積軟岩中に建設されている青函トンネルにおける種々の問題のなかで，とくに高圧水とトンネル周辺地山との相互作用である水抜孔の効果ならびに注入工法に関する問題，また時間依存性によるトンネルの変状や土圧問題を論じ，最後にトンネルの計測工法に対する私見を述べて第２編を構成するものである。

目　　　次

第　1　編

軟岩の力学的挙動と構成式に関する研究

第1章　序　論

土木工学，資源工学あるいは地球物理学の分野で岩石質材料に関する研究はこれまで数多く行われ，岩石の硬軟にかかわらず岩石質材料はダイレイタンシーを示し，かつ時間依存性を有する非弾性体であることが明らかにされてきた。[1)〜3)] Brace[3)] や Bieniawsky[4)] は硬岩の破壊機構を実験的に調べることによって高い拘束圧のもとであっても破壊に至るとき体積が膨張することを見い出している。Heard[5)] は Yule marble の塑性降伏応力はひずみ速さの大小による影響を受けることを指摘しており，また高い拘束圧下ではクリープ現象などの顕著な時間依存性を示すことは多くの研究によって明らかにされ周知の事実とされている。[6)〜9)]

このような研究成果にもとづき岩石質材料の応力－ひずみ－時間関係の研究はレオロジカルモデルを用いたモデル化が行われてきた。[8),10),11)] 比較的低い拘束圧下であっても，岩塩が延性挙動を示すことに着目して，岩塩を理想的岩石質材料と考えることにより三主応力を制御できる三軸装置を用いて行った一連の実験的研究がある。[12),13)] この研究の流れに沿い足立[14),15)] は結晶質岩石材料の非可逆変形には分子内の転移による塑性または粘塑性挙動と結晶境界の分離や欠陥の拡大によるぜい性挙動の二つに大別されることを示し，第1の塑性あるいは粘塑性挙動を記述できる構成式を，Perzyna[16)] により，第2のぜい性挙動に対しては Weidler と Paslay[17)] にもとづいてそれぞれを求めた。すなわち，結晶質岩石は拘束圧の高低により，低い場合はぜい性非可逆変形を，高い場合は粘塑性流動を示すとの考えに立脚したものである。

以上述べた研究は結晶質の岩石がおもで，間隙の大きい堆積軟岩の研究は少ない。Handin[18)] らは堆積岩を用いた実験によって Terzaghi[19)] の有効応力が適用できることを示しており，Bruhn[20)] も砂岩を用いた実験によってその妥当性を論じている。

このように岩石の力学挙動を現象論的に概観すると定性的には土質材料の力学挙動と変らず，その差異は類似の挙動を示す拘束圧（応力）の範囲の大小の違いのみにあるといえる。この考え方に立脚して，土質材料，軟岩，硬岩を一線に並べ軟岩の力学挙動を明らかにし軟岩を対象とする構造物の安定，変形問題の解析に適用できる構成式を求めることが本編の目的である。

第2章においては地盤材料の構成式について論ずるが，岩石質材料の構成式に関する研究は上述したもの以外に特筆すべきものは見当らないから，まず第1に土質材料の構成式に関する従来の研究を概観する。第2に本研究の理論構成の基礎となる連続体力学と軟岩

の構成式を誘導するために必要な理想材料であるDrucker[21]の弾－塑性体とPerzynaの弾－粘塑性体理論を略述する。次いで，これらの理論と実験事実にもとづいて得られる地盤材料の構成式であるcritical state energy theory[22]と呼ばれる弾－塑性体とした土質材料の構成式と過圧密粘性土のひずみ硬化－軟化挙動を説明できるようにcritical state energy theoryを修正した足立と西[23]の構成式を紹介する。さらに，正規圧密粘土の時間依存性挙動を実験的に明らかにして，唯一的な応力－ひずみ－時間関係のあることを，すなわち一構成式によってこれらの力学挙動を記述できることを示した。[24]最後にこれらの実験事実と粘塑性体理論にもとづいて，正規圧密粘土の時間依存特性をも表現できるようにcritical state energy theoryを拡張した足立と岡野[25]の構成式を説明する。

第３章は軟岩の力学的挙動を調べる室内試験の一つである三軸試験の問題点を中心に実験上の留意事項をまず述べ，ついで多孔質凝灰質である大谷石を理想堆積軟岩として用いた三軸試験を行い軟岩の力学特性を明らかにする。すなわち，第１に軟岩の変形ならびに強度特性について論じる。これらの実験結果にもとづいて軟岩の最適な破壊規準を提唱し最後にその時間依存性挙動を示す。

第４章においては第３章で明らかにされた軟岩の力学挙動に関する実験事実と第２章で論じた理論にもとづいて，軟岩の示すダイレイタンシーならびに時間依存特性による力学挙動を記述できる構成式を弾－粘塑性体と考えて誘導する。ただし，ここに求めた構成式は先行履歴応力以下の粘塑性挙動，すなわち体積膨張が常に生ずる場合の軟岩の挙動を記述するためのものに限られている。また，その静的平衡状態の応力－ひずみ関係はひずみ硬化のみで，ひずみ硬化－軟化挙動を考慮に入れたものではない。

第２章　地盤材料の構成式

第１節　概　　説

われわれの周辺を見渡してみよう。空気，水，土，岩石，金属，コンクリート，ガラスあるいは木材など数々の物質が目につく。これら物質の力学特性やその挙動を土木工学の分野で論ずる場合には分子，原子のレベルでの統計力学や量子力学による研究も皆無とはいえないが現象論的ではあっても変形物体と考え，一般的には連続体力学を適用して行う。

地盤を構成する土や岩石などの地盤材料もその粒状性や節理，層理など，地質分離面の存在による不連続性はあるものの，それらを包含した全体としての物体はあくまでも連続体であるとの仮定から一歩も外に踏み出したものを見い出すことはできない。

連続体に対する力学体系はつぎの2つから成る。第1のものは連続体の運動，すなわち変形や流動を記述するのに必要となる，連続体であれば満足しなければならない一般法則である。これは質量の釣合や運動量の釣合といわれる物理法則であり，連続体に対してこれらの法則から導かれる関係式を場の方程式と呼んでいる。物理法則は外作用に対する連続体の反応，すなわち運動（変形）を記述するために必要であるが，それで十分であるわけではない。十分条件を満足するには対象とする物体がどのような力学特性を示すかを規定する必要がある。同一形状，同一寸法の粘土と鉄の球に同一の外作用が作用したときの反応（運動，変形）の違いを記述するのが第２のものであって，それを規定する関係式を連続体においては構成式（constitutive equations）と呼んでいる。

構成式は数学的な関係式であるから，実存する物質の力学挙動を完全に記述することは不可能であって，あくまでもこの世に存在しない仮空の材料，換言すると理想材料（理想気体，完全流体，理想弾性体など）の力学挙動を表現するものであるということを留意しておかなければならない。

次節では連続体の運動を規定する場の方程式と構成式の役割に次いで本論文の目的である軟岩の構成式を誘導するときに用いるDruckerの弾塑性理論[21),26)]とPerzynaの弾－粘塑性体理論もその要点をあらかじめ説明しておく。

ここでは地盤材料の構成式に関する従来の研究をふり返ってみよう。岩石質材料の構成式に関する研究は第１章で示したもの以外に特筆すべきものはないから，土質材料に関する研究について概観することにする。

１９５０年後半から１９６０年初頭にかけて土質材料の構成式に関する３つの研究の流れの基になる先駆的研究成果が世に問われた。土質材料を粘性土と砂質土の２つに大別し，さ

らに粘性土についてはその時間依存性挙動（viscid behaviors）と弾－塑性挙動（inviscid behaviors）の2つに分けた計3つの研究である。

その第1は村山と柴田によるレオロジー理論にもとづいた粘性土の時間依存性挙動に関する研究，第2はCambridge 学派による粘性土の弾－塑性挙動に対するcritical state energy theory[22]であり，第3の砂質土に対しては粒状体の力学挙動を規定するRowe[29]のstress－dilatancy関係を求めた研究である。

これら3つの研究の流れに沿って1970年初頭までの研究を返りみてみよう。

第1の粘性土の時間依存性，すなわち応力－ひずみ－時間関係に関するものとして，村山と柴田のrate process theory[30]に立脚した粘性土のレオロジーとそれにもとづいたモデルの提案は，この分野における以後の研究に多大な影響を与えた。Christensen and Wu[31]は村山と柴田と同様の研究を行い，またSingh and Mitchell[32]，柴田と軽部[33]，Barden[34]，Walker[35]，さらに村山ら[36]は粘性土のクリープ特性について調べ，クリープ挙動は軸差応力あるいは応力比の関数で表わすことができるとして種々の実験公式を提案している。

粘性土のクリープ挙動以外にも，定ひずみ速させん断時の挙動や一定ひずみ状態における応力緩和などの時間依存性挙動について研究が行われている。Youg and Japp[37]は応力－ひずみ関係がひずみ速さの大小によってどのような影響を受けるかを調べ，その挙動の違いを表わす実験式を，他方，村山ら[38]は応力緩和過程の応力の時間的な減少の様子を表わす実験式をそれぞれ与えている。

第2の粘性土を弾一塑性体と考えて構成式を求めたCambridge 学派による一連の研究は1960年代の初頭にはじめて世に問われた。Roscoeら[39]，Roscoe and Schofield[40]，Schofield and Wroth[22]は"Wet Clay"と呼ばれる粘性土を理想的な連続体であるとした構成式を誘導した。この理論はcritical stateなる状態を考慮に入れ消散エネルギーに対する関係式を与えるとともにDrucker[21]の塑性理論にもとづいて確立されたもので，critical state energy theoryと通常呼んでいる。その後，Burland[41]やRoscoe and Burland[42]は消散エネルギーの見積り方を変えた修正理論を提案しているが本質的には最初の理論と変わるところはない。

一方，わが国においては，粘性土のダイレイタンシー特性が柴田[43]，さらに柴田と軽部[44]によって実験的に明らかにされ，太田[45]は柴田のダイレイタンシー関係式とDruckerの塑性理論を用いることによってCambridge理論と同一の構成式を求めている。これらの研究は粘性土をダイレイタンシー特性を有するひずみ硬化型の弾一塑性体であると考えて行われたものであるといえる。

第3の砂質土に関する研究には，Newland and Allely[46]に始まり，Rowe[29]，村山[47]，Horn[48] と続く粒子接点における摩擦則によって砂質土の力学挙動を解明しようとする一連の研究の流れがある。その中でもRowe[29]によるstress－dilatancy 関係の提案は砂質土のみならず粘性土の以後の研究に大きな影響を及ぼしたものである。

1970年代になると電子計算機の発達にともなわれて地盤工学の分野でも境界値，初期値問題を近似的に解析する方法が飛躍的に進歩し，より一般性をもった構成式が実用的な活躍の場を与えられるようになってきた。換言すると，構成式の役割が再認識され地盤力学が自前の力学体系を築く時代に突入したものである。この動向は1977年の国際土質工学会議において土の構成式（Constitutive equations of soils)が特別部会のテーマとして採用されたことなどに表われている。[49]

より一般性を有する粘性土の構成式は第1と第2の粘性土に関する成果に立脚して確立されるべきものである。すなわち，粘性土はダイレイタンシー特性を有する弾－塑性材料で，かつ時間依存性をも示す材料であると考えることである。

赤井ら[24]は定ひずみ速させん断時の粘性土のひずみ速さ依存性挙動を表わすYong and Japp[37]の実験式と応力緩和時の応力緩和挙動に関する村山ら[38]の実験式が等価であることをまず示し，Singh and Mitchellのクリープ挙動についての実験式が先の関係式から誘導できることを明らかにした。このことは粘性土の唯一的な応力－ひずみ－時間関係，換言すると唯一的な構成式が存在することを証明したことになる。この研究成果を受けて足立と岡野[25]はPerzynaの弾－粘塑性体理論にもとづいてCambridge 理論を時間依存特性も記述できるように拡張することにより，粘性土をダイレイタンシー特性と時間依存性を示す弾－粘塑性体と考えた構成式を確立した。その後，関口[50]は粘性土の二次圧密特性ならびにダイレイタンシーの時間依存性を考えてPerzynaの理論にはよらないで異なる角度から粘性土の粘塑性体とした構成式を求めたが，基本的には足立と岡野による式と変わるところはない。

一方，砂質土を粒状体と考えての研究は粒子接点の摩擦機構，粒子間力，接点角を実測することに重点がおかれ，Roweによるstress－dilatancy式の物理的意味を究明しようとすることに努力が払われた。粒子接点角の分布の変化や粒子一個当りの接点数はMarsal[51]や小田[52]によって実測され，2粒子間の摩擦則はHorn and Deere[53], Proctor and Barton[54]，Nacimento[55] によって論じられ，粒子間力については光弾性を用いた松岡[56]，小西[57]の実験などがある。

これらのうちで松岡は stress－dilatancy式といま1つの特性式を連立させることによって粒状体の応力－ひずみ関係式を求めた。村山も[58,59]確率論的なアプローチによって理論

を発展させ，stress-dilatancy 式と松岡の特性式と類似の関係式を用いることで構成式を求めている。

砂質土の構成式は上述のような粒状体と考える立場からのみで議論されるものではなくて，Cambridge 理論においては弾一塑性体理論にもとづいて，理想的な砂利，すなわち，Granta-Gravel[22]を考え構成式を与えている。また，Lade and Duncan[60], Prevost and Hoeg[61]は塑性ポテンシャル関数を与え，nonassociated flow rule を用いることによって塑性理論の立場から構成式をそれぞれ求めている。いまひとつには Rowe による stress-dilatancy 式と塑性理論における flow rule (流れ則) を用いるという折衷方式がある。Barden and Khoyotta[62], 諸戸と河上[63]，あるいは竜岡[64]の研究はこの方法によるものである。

このように土質材料の構成式を確立するためには数々のアプローチがあるが，図2－1はその主なものについてまとめたものであり，立脚する理論とそれに属する代表的な構成式を示している。

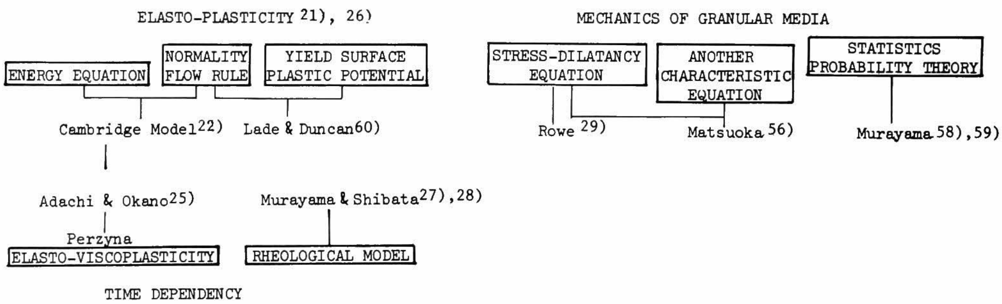


図2－1　主な構成式とその立脚する理論背景

以上の議論で明らかなことは，地盤材料の構成式に関する研究，すなわちその力学体系は出発点の相違はあっても結局連続体力学の立場で行うものに帰結するということである。

本章は軟岩の構成式を求めるための基礎ならびに参考になる点に着目して以下のように議論を進めることにする。次節においてはまず連続体の運動を規定する場の方程式と構成式の役割を示し，軟岩の構成式を求めるときに直接必要となる理想材料である Druckerの弾－塑性体と Perzyna の弾一粘塑性体について略述する。ついで，地盤材料の構成式としては，これも軟岩の力学特性に関する議論と構成式を求める際に関係のある Cambridge 理論と過圧密粘性土に対する足立と西[23]の構成式について論じた後，粘性土の時間依存性挙動に着目して実験的検討を加え[24]，最後にこの実験事実と弾－粘塑性体理論にもとづく足立と岡野[25]の正規圧密粘性土の構成式を説明することにする。

第 2 節　連続体力学と構成式

2−1　連続体力学における構成式の役割[65),66),67)]

連続体であればすべての運動が満足しなければならない物理則がある。それは質量，運動量，角運動量の釣合式である。温度の影響を考慮する場合にはエネルギーの釣合式とエントロピー積の不等式が必要条件式として加えられる。このエネルギーの釣合式とエントロピー積の不等式は構成式を決定するときに制約条件式としての役割を果すが，ここでは構成式の誘導に関係する物理則であると述べるにとどめておく。なお，熱エネルギーを考慮しない場合にはエネルギーの釣合式は運動量の釣合式と等価な式となる。

さて，連続体力学においては質量の釣合式は次の連続の式そのものである。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j) = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-2-1)$$

ここに，ρ：密度，t：時間，x_j：直交座標系，v_j：速度ベクトル成分である。

つぎに，運動量の釣合式からは運動方程式が求まる。

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-2-2)$$

ここに，σ_{ij}：応力テンソル成分，F_i：物体力成分である。式（2−2−2）において，速度$v_i \equiv 0$とおくと，静的問題に対する周知の釣合方程式となる。

第 3 の角運動量の釣合式はCauchy の第 2 の運動方程式であり，偶力を考えない通常の場合には応力の対称性を規定するところの次式となる。

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-2-3)$$

連続体の運動は上に与えた連続の式（2−2−1），運動方程式（2−2−2）ならびに応力対称の式（2−2−3）の計 7 個の方程式で規定されることになるが，求めるべき未知量は，密度ρ，速度v_jの3成分（あるいは変位成分u_i）と応力 σ_{ij} の 9 成分の合計13個である。応力の対称式（2−2−3）を考慮に入れると応力の未知量が 6 成分となるため，未知数10個に対して，場の方程式は式(2−2−1）と式（2−2−2）の 4 式であるから，解を決定するためにはさらに 6 個の方程式が必要となる。この連続体の運動を規制し，解を得るために必要になるさらに 6 個の方程式が構成式である。

例えば，弾性体は応力 σ_{ij} とひずみ ε_{ij} の関係が一義的に決定される材料と定義づけられ，そのなかで理想弾性体の構成式は次式で与えられる 6 個の方程式で表わされる。

$$\sigma_{ij} = (K - \frac{2}{3}G)\,\varepsilon_{kk}\,\delta_{ij} + 2G\,\varepsilon_{ij} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-2-4)$$

ここに，ε_{ij} ：ひずみテンソル成分，δ_{ij} ：クロネッカーデルタ，K：体積弾性係数，G：せん断弾性係数である。式（2-2-4）によって6個の方程式が追加されたから方程式が全部で10個となり，未知量の10個と一致するから問題の解が決定できることになる。ただし，ひずみ ε_{ij} と速度 v_j の間には次の関係が成立する。

$$\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i}+\frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-2-5)$$

このように数学的には構成式はさらなる連続体の運動を規制する制約条件式となり，物理的には物質の相違による挙動の差異を表現する特性方程式の意味をもつ関係式である。

2－2　弾―塑性体の構成式[21),26)]

弾－塑性体理論では降伏関数と呼ぶスカラー関数 $f=0$ が存在すると仮定する。降伏関数は図２－２に示される応力空間内で閉じた曲面を与え，応力がその曲面の内側にあるときは弾性的に挙動するが，応力がその曲面上のａ点に達するとはじめて塑性変形が生ずるものと考える。応力が降伏曲面の外側に向かって増加するときにはさらなる塑性変形を伴ない，ひずみ硬化を示して新たな応力状態ｂに至るが，その間塑性変形に伴われて降伏曲面 $f=0$ は拡大してｂ点を通る降伏曲面となる。降伏曲面上のｂ点から降伏曲面内のｃ点に応力が変化する除荷過程やｃ点から再び任意の径路によってｂ点を通る降伏曲面 $f=0$ 上のｄ点に達する再載荷過程においては，材料が弾性挙動を示すものと考える。

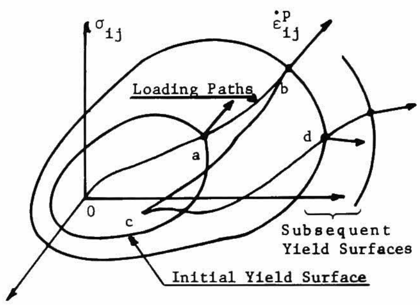


図２－２　応力空間内における
初期降伏面と後続降伏面

一般的に降伏関数は応力状態のみならず，塑性ひずみ ε^{P}_{ij} や硬化パラメーター k の関数として次のように表わされる。

$$f=f\left(\sigma_{ij},\varepsilon^{P}_{ij},k\right)=0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-2-6)$$

ひずみ硬化型の弾－塑性体に対する構成式はDruckerの仮説[21)]に基づくものが基本となっている。

Druckerの仮説とは"ある所定の応力状態にあった物体にさらに応力を徐々に載荷したのち，ゆっくりと元の応力状態まで除荷したとき，この載荷－除荷過程において外力のなす仕事は非負である"というものである。誘導の詳細はNaghdi[26)]にゆずるが，Druckerの仮説から，以下の結論が求められる。

(1) 降伏曲面は常に外側に凸（convex）となる。

(2) 塑性ひずみ増分ベクトル $\dot{\varepsilon}_{ij}^{P}$ は常に降伏曲面に直交する。

第2の結論から，flow rule（流れ則）が次のように求まる。

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{P} = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-2-7)$$

ここに，Λは非負のパラメーターで応力ならびに塑性ひずみの関数である。

さて，降伏関数は式（2−2−6）のように応力 σ_{ij}，塑性ひずみ ε_{ij}^{P} また硬化パラメーター k の関数であって，塑性載荷過程では次式で与えられるPragerの適合条件[26]を満足しなければならない。

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}^{P}} \dot{\varepsilon}_{ij}^{P} + \frac{\partial f}{\partial k} \dot{k} = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-2-8)$$

$\dot{k} = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^{P}$ と仮定すると，式（2−2−7）中のパラメーターΛは次のように求まる。

$$\Lambda = - \frac{\dfrac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij}}{\dfrac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}^{P}} \dfrac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} + \dfrac{\partial f}{\partial k} \dfrac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \sigma_{kl}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-2-9)$$

したがって，ひずみ硬化型の弾−塑性体の構成式は次式のように確定する。

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{E} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{P} = \frac{\dot{\sigma}_{ij}}{2G} + \left(\frac{1}{9K} - \frac{1}{6G} \right) \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} + \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \cdots (2-2-10)$$

ここに，ε_{ij}^{E} は弾性ひずみ成分である。

式(2−2−7)で弾−塑性体に対する構成式が与えられると，結局対象とする材料の降伏関数（2−2−6）を与えれば，その材料に対する構成式が決定されたことになる。式(2−2−7)のように降伏関数 $f = 0$ が塑性ポテンシャル関数ででもある場合を associated flow rule（関連流れ則）と呼び，塑性ポテンシャル関数 $g = 0$ が降伏関数 $f = 0$ と異なるときは，nonassociated flow rule（非関連流れ則）といい，流れ則は次式で与えられる。

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{P} = \Omega \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-2-11)$$

先に述べた砂質土に対する Lade and Duncan[60] の構成式はポテンシャル関数 $g = 0$ を与えることにより構成式を決定している。一方，Cambridge 理論[22] はDrucker の仮説にもとづく第2の結論と塑性変形による消散エネルギー量を仮定することで求まる関係式を連立して得られた応力に関する微分方程式を積分することにより降伏関数 $f = 0$ を逆に求

めて，この降伏関数$f=0$を式(2−2−7)に用いることによって構成式を決定するという方法によったものである。また，太田[45]はDruckerの仮説にもとづく第2の結論と柴田[43]による stress-dilatancy 式を連立して微分方程式を求め，それを積分して降伏関数$f=0$を決定することで構成式を誘導した。

2−3 弾―粘塑性体の構成式

Perzyna[16]は物体の動的挙動と静的挙動の相違はその物質のひずみの速さ依存性によって生ずることを指摘するとともに，ひずみ速さ依存挙動を粘塑性挙動と定義づけた。彼はひずみ速さに依存して変化する降伏曲面が存在すると仮定し，それを動的降伏関数$f_d(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{VP})=k_d$と呼び，さらに，動的降伏関数と平衡時の降伏関数，すなわち，静的降伏関数$f_s(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{P})=k_s$との差を表わすため次式で定義づけられる超過応力関数Fを導入した。

$$F=f_d/f_s-1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-2-12)$$

ここに，ε_{ij}^{VP}：粘塑性ひずみテンソル成分，k_d：ひずみ硬化とひずみ速さに依存するパラメーター，k_s：ひずみ硬化パラメーター，である。

Perzyna はDruckerの仮説を適用することで粘塑性体の構成式を次式のように与えた。

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{VP}=\frac{1}{\eta}\Phi(F)\frac{\partial f_d}{\partial \sigma_{ij}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-2-13)$$

ここに，ηは粘性係数である。また，超過応力関数Fの汎関数$\Phi(F)$は実験的に決定されるものであるが，ひずみ速さが材料の降伏条件にどのように影響するのかを表わすものである。

式(2−2−12)と式(2−2−13)からf_dは簡単な演算によって次のように表わされることがわかる。

$$f_d=k_s\left\{1+\Phi^{-1}\left[\eta(\dot{\varepsilon}_{ij}^{VP}\dot{\varepsilon}_{ij}^{VP})^{1/2}\left(\frac{\partial f_d}{\partial \sigma_{kl}}\frac{\partial f_d}{\partial \sigma_{kl}}\right)^{-1/2}\right]\right\}=k_d \qquad \cdots\cdots (2-2-14)$$

この式は動的降伏関数f_dが静的降伏関数$f_s=k_s$に比較して，ひずみ速さ$\dot{\varepsilon}_{ij}^{VP}$によって$\Phi^{-1}$〔 〕関数分だけ大きな値をとることを示している。式(2−2−13)で与えられる構成式の意味するところをレオロジカルモデルを用いて説明してみよう。この構成式は図2−3(a)に示すレオロジカルモデルの粘塑性要素と基本的には同じである。モデルを数式で表示すると次式となる。

$$\dot{\varepsilon}^{VP}=\frac{(\sigma-K_0)}{\eta} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-2-15)$$

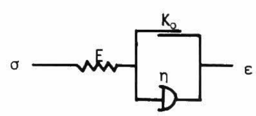


図2−3 粘塑性体理論の説明
(a) 基礎概念と等価なモデル

粘塑性流動は超過応力（$\sigma - K_0$）によって生じ，これは式（2−2−13）の$\Phi(F)$に対応している。一般に，塑性抵抗値K_0は材料のひずみ硬化−軟化により変化し，ひずみ速さ$\dot{\varepsilon}^{VP}$と超過応力（$\sigma - K_0$）との関係は非線形であるのが普通である。さらに，粘塑性流動時にせん断とともに生ずるダイレイタンシー挙動を記述できるものでなくてはいけない。式（2−2−13）はこのような材料の挙動を説明するためのものである。すなわち，静的降伏関数f_Sによってひずみ硬化−軟化現象を表わすとともに，超過応力関数Fの汎関数$\Phi(F)$でひずみ速さと超過応力との非線形性を導入し，さらにダイレイタンシーは粘塑性ひずみ速さベクトルと動的降伏曲面の直交性(normality)で表現しようとするものである。図2−3(b)は，材料の時間に依存しない塑性変形（inviscid plasticity）を支配する静的降伏曲面があり，その曲面上のA_S点と同一の塑性ひずみ状態にあっても，塑性ひずみ速さを有する場合には，ひずみ速さ効果によって応力状態は静的降伏曲面の外側に位置する動的降伏曲面上のA_d点にあるという粘塑性理論の考えを示したものである。

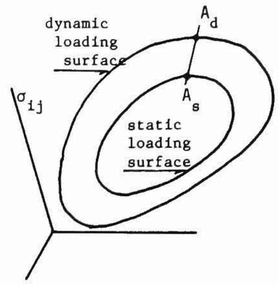


図2−3　粘塑性体理論の説明
(b) 動的ならびに静的降伏曲面の関係

第3節　Critical State Energy Theoryとその解釈[24]

1960年初頭，とくに粘性土の圧密ならびに応力−ひずみ関係に関する実験的事実と弾塑性体理論に基づいてCambridge理論とも呼ばれる土質材料の構成式が発表された。理論の完成までには数年の年月を数え，その後も種々の改良が加えられている。しかし，本理論がその後の地盤材料の構成式に与えた影響は大きく，以後の議論の展開に関係するので節をもうけて論ずることにする。

ここではcritical state energy theoryの基本的な考え方に，著者なりの解釈を加えながら説明を行うとともに三次元応力場へ理論を拡張する。

critical state energy theoryは構成式の誘導において，critical stateなる状態とエネルギー的な考え方が重要な役割を果していることが，名前からも理解できる。まず，critical stateは材料がせん断を受けて到達する最終的な状態を指し，それは有効応力も体積もそれ以上の変化が生じないで単にせん断変形のみが継続する状態と定義づけられている。また，エネルギーと呼ばれる理由は消散エネルギー（$\sigma_{ij}\,\dot{\varepsilon}^P_{ij}$：塑性ひずみエネルギー）がある量に等しいとおくという重要な仮定にもとづいている。

偏差応力$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{kk}\,\delta_{ij}/3$と偏差ひずみ$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{kk}\,\delta_{ij}/3$，偏差応力の第2不

変量$\sqrt{2J_2}=\sqrt{S_{ij}S_{ij}}$ ならびに偏差ひずみ増分の第2不変量$\sqrt{2I_2}=\sqrt{\dot{e}_{ij}\dot{e}_{ij}}$ を導入すると，外力による消散エネルギー増分$\dot{W}_{ex}$は次式で与えられる。

$$\dot{W}_{ex}=\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}^P_{ij}=\sigma'_m\dot{\varepsilon}^P_{kk}+S_{ij}\dot{e}^P_{ij} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-3-1)$$

この外部消散エネルギー増分$\dot{W}_{ex}$が内部消散エネルギー増分$\dot{W}_{in}$に等しく，さらに内部消散エネルギーは内部摩擦による消散であって，次式で与えられると仮定するところにエネルギー理論といわれる由縁がある。

$$\dot{W}_{ex}=\sigma'_m\dot{\varepsilon}^P_{kk}+S_{ij}\dot{e}^P_{ij}=\dot{W}_{in}=\sigma'_m M^*\sqrt{2I^P_2} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-3-2)$$

式中のM^*は critical state における応力比（$\sqrt{2J_2}/\sigma'_m$）at critical state である。すなわち，式（2−3−2）は左辺を変形すると右辺が求まるという等号で結ばれるものではなく，あくまでも左辺の量と右辺の量とが等しいという恒等式を意味する。すなわち，内部消散エネルギー$\dot{W}_{in}$をみて，体積ひずみ$\dot{\varepsilon}^P_{kk}$によるエネルギーの消散を考えに入れていないという指摘もあるが，それは間違いであり，外部消散エネルギーによって塑性体積ひずみによるエネルギー消散$\sigma'_m\dot{\varepsilon}^P_{kk}$は考慮されている。

さて，式（2−3−2）を変形すると次式が求まる。

$$\dot{\varepsilon}^P_{kk}/\sqrt{2I^P_2}=M^*-\sqrt{2J_2}/\sigma'_m \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-3-3)$$

critical state においては式（2−3−3）の右辺が0となるから，$\dot{\varepsilon}^P_{kk}\equiv 0$となり，先に述べた critical state の定義を満足する。これが critical state energy theory と呼ばれる理由である。

式（2−3−3）の役割を考察してみよう。Drucker の弾−塑性理論によると降伏関数（塑性ポテンシャル関数）が与えられると式（2−2−7）(あるいは式（2−2−8））によって構成式は決定される。しかし，critical state energy theory は Drucker の仮説による第(2)の帰結，すなわち，塑性ひずみ増分ベクトル$\dot{\varepsilon}^P_{ij}$は降伏曲面に直交するという条件と消散エネルギーの仮定から求まった式（2−3−3）を用いることによってまず降伏関数を決定し，降伏関数が求まると流れ則（2−2−7）から構成式は確定するという方法によるものである。

降伏関数は応力ならびに塑性ひずみの第3不変量に関係しないと仮定すると，Drucker の仮説の第2の結果は次のように表わされる。

$$\dot{\varepsilon}^P_{kk}/\sqrt{2I^P_2}=-d(\sqrt{2J_2})/(d\sigma'_m) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-3-4)$$

微分方程式（2−3−4）を積分すると降伏関数が求まるが，この方程式を積分するためには

左辺を応力の関数で表わす必要がある。消散エネルギーの仮定により，式(2−3−3)を得て，それを可能にしたものが，critical state energy theoryである。式(2−3−3)を式(2−3−4)に代入して微分方程式を積分すると降伏関数f_sは次式のように決定される。

$$f_s=\sigma'_m\ exp\left[\frac{\sqrt{2J_2}}{M^*\sigma'_m}\right]=k_s=\sigma'_{my} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-3-5)$$

ここに，$k_s=\sigma'_{my}$はひずみ硬化パラメーターで，平均応力σ'_{my}を用いて表わすのは塑性体積ひずみにより，ひずみ硬化を規定できると仮定することを意味している。

以上で，降伏関数が求められたから，構成式は式(2−2−7)と式(2−2−9)により決定される。

まず初めに，式(2−2−7)に含まれるパラメーターΛを式(2−2−9)を用いて決定する。粘土の場合に平均応力増分$\dot{\sigma}'_{my}$による塑性体積変化は次式で与えられる。

$$\frac{\dot{\sigma}'_{my}}{\sigma'_{my}}=\frac{(1+e)\dot{\varepsilon}^P_{kk}}{(\lambda-\kappa)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-3-6)$$

ここに，e：間隙比，λ：圧密指数，κ：膨潤指数である。関係式(2−3−6)を用いると，$\partial f_s/\partial\varepsilon^P_{ij}=\partial k_s/\partial\varepsilon^P_{ij}$は，

$$\frac{\partial f_s}{\partial\varepsilon^P_{ij}}=\frac{\partial k_s}{\partial\varepsilon^P_{ij}}=\frac{\partial\sigma'_{my}}{\partial\varepsilon^P_{ij}}=\frac{(1+e)}{(\lambda-\kappa)}\sigma'_{my}\delta_{ij}=\frac{(1+e)}{(\lambda-\kappa)}\sigma'_m\ exp\left[\frac{\sqrt{2J_2}}{M^*\sigma'_m}\right]\delta_{ij} \quad \cdots\cdots\cdots (2-3-7)$$

さらに，$\partial f_s/\partial\sigma_{ij}$は次式で与えられる。

$$\frac{\partial f_s}{\partial\sigma_{ij}}=\frac{\partial f_s}{\partial S_{ij}}+\left(\frac{\partial f_s}{\partial\sigma'_m}\right)\frac{\delta_{ij}}{3}=\left[\frac{S_{ij}}{M^*\sqrt{2J_2}}+\frac{(1-\sqrt{2J_2}/M^*\sigma'_m)\delta_{ij}}{3}\right]\left(\frac{\sigma'_{my}}{\sigma'_m}\right) \quad \cdots (2-3-8)$$

式(2−3−7)と式(2−3−8)を式(2−2−9)に用いると，パラメーターΛは次のように求まる。

$$\Lambda=\frac{(\lambda-\kappa)}{(1+e)}\left\{\frac{\dot{\overline{\sqrt{2J_2}}}+(M^*-\sqrt{2J_2})\dot{\sigma}'_m}{\sigma'_{my}(M^*-\sqrt{2J_2}/\sigma'_m)}\right\} \quad (2-3-9)$$

したがって，構成式は式(2−2−7)に式(2−3−8)と(2−3−9)を代入することによって次式で与えられる。

$$\dot{\varepsilon}^P_{ij}=\frac{(\lambda-\kappa)}{M^*(1+e)}\left[\frac{\dot{\overline{\sqrt{2J_2}}}}{(M^*\sigma'_m-\sqrt{2J_2})}+\frac{\dot{\sigma}'_m}{\sigma'_m}\right]\left[\frac{S_{ij}}{\sqrt{2J_2}}+\frac{(M^*-\sqrt{2J_2}/\sigma'_m)\delta_{ij}}{3}\right] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-3-10)$$

なお，粘性土に対する弾性ひずみ成分 $\dot{\varepsilon}_{ij}^{E}$ は式 (2−2−4) または式 (2−2−10) で与えられるのではなく，次の関係で表わされることに留意することが大切である。

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{E}=\frac{\kappa\dot{\sigma}'_{m}\ S_{ij}}{3(1+e)\sigma'_{m}}+\frac{\dot{S}_{ij}}{2G(e)} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-3-11)$$

結局，弾−塑性体とした critical state energy theoryによって求まる構成式は，次式ですべて決定さることになる。

$$\dot{\varepsilon}_{ij}=\frac{\kappa\dot{\sigma}'_{m}\ \delta_{ij}}{3(1+e)\sigma'_{m}}+\frac{\dot{S}_{ij}}{2G(e)}$$

$$+\frac{(\lambda-\kappa)}{M^{*}(1+e)}\left[\frac{\dot{\overline{\sqrt{2J_2}}}}{(M^{*}\sigma'_{m}-\sqrt{2J_2})}+\frac{\dot{\sigma}'_{m}}{\sigma'_{m}}\right]\left[\frac{S_{ij}}{\sqrt{2J_2}}+\frac{(M^{*}-\sqrt{2J_2}/\sigma'_{m})\delta_{ij}}{3}\right]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots (2-3-12)$$

critical state energy theoryは，消散エネルギー式 (2−3−2) の考え方がここでの議論と異なるため，構成式 (2−3−12) の右辺の第 2 項，$\dot{S}_{ij}/2G(e)$ を無視しているが論理上無視する必要はないことを明記しておく。

第 4 節　過圧密粘土の構成式[23]

前節で論じたRoscoeらのCambridge理論による構成式を誘導する際に得られた降伏曲面の内部，すなわち過圧密状態にある粘土のとくに "Dry" 側の構成式に関する研究は少なく，[68),69)] ただ軽く過圧密された粘性土についてはRoscoe-Burland[42)]などの議論が挙げられる。　Roscoeらの初期の理論によると過圧密状態の粘土はその降伏曲面に応力状態が達するまでは弾性挙動をすると仮定していたが，過圧密粘土であってもそのせん断初期から無視できない塑性せん断ひずみを生ずることが実験的に明らかにされており，上記のRoscoe-Burland[42)]の旧理論の検討もこの実験事実にもとづいて行われたものである。

そこで本節においては過圧密粘土の力学挙動を示し，軟岩の力学挙動との比較に供するとともに超過圧密粘土の体積変化特性に着目した考察を行い，その塑性降伏特性について議論を進め，降伏曲面内の塑性せん断変形ならびに体積膨張過程におけるひずみ硬化−軟化現象を説明できる過圧密粘土の構成式を弾−塑性体理論に基づいて誘導する。

4−1　過圧密粘土の体積変化特性

通常，土質材料の体積変化を論ずるときに設けられる以下の仮定のもとで議論を進める。

仮定(1)　土質材料の体積変化 v は等方応力に対する体積変化 $(v)_p$ とせん断応力による

体積変化（ダイレイタンシー）$(v)_q$ の和として表わされる。すなわち，

$$v=(v)_p+(v)_q \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-1)$$

ここに，p，q は下記のように定義ずけられる平均有効応力と軸差応力をそれぞれ表わし，この場合には軸対称に限定しての記述である。

$$p=(\sigma_1'+2\sigma_3')/3\,,\quad q=(\sigma_1'-\sigma_3') \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-2)$$

Cambridge 理論[22] によると図2－4に示すように，p_0まで等方圧密された粘土はその状態に対応するf_0 ＝ 0 なる初期降伏面を有する。またその降伏面は次の関数で表わされる。

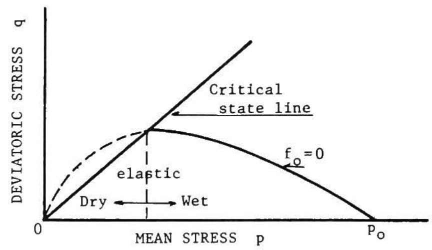


図2－4　“Wet” と“Dry” 状態の定義

$$f_0=q/p-M\,ln(p_0/p)$$
$$v=v_0-\kappa\,ln(p/p_0) \qquad \cdots\cdots\cdots (2-4-3)$$

ここに，Mは有効応力比q/pの critical state における値を，v_0 は$p=p_0$ における体積ひずみを，κ は膨潤指数をそれぞれ表わしている。

正規圧密粘土の降伏曲面が図2－4に示すような，式(2−4−3)で与えられるものとすると，p_0から等方応力を減少させ膨潤した過圧密粘土ではせん断応力qを加えても，応力状態が$f_0=0$に到達するまで塑性ひずみが生じないことになる。これは後述するように，その内側でもかなりのせん断応力による塑性変形が生じている実験結果と一致しない。しかしながら，等方応力pによる体積変化$(v)_p$はRoscoe-Burland の議論や排水せん断試験結果からみても$f_0=0$の内側においてはほぼ弾性的であると仮定できる。

仮定(2)　等方応力による体積変化は降伏曲面$f_0=0$の内側と降伏面上で次式でそれぞれ与えられる。

$$f_0<0\ :\ (dv)_p=(dv)_p^P+(dv)_p^E=(dv)_p^E=\frac{-\kappa\,dp}{(1+e)p}$$
$$\cdots\cdots (2-4-4)$$
$$f_0=0\ :\ (dv)_p=(dv)_p^P+(dv)_p^E=\frac{-\lambda\,dp}{(1+e)p}$$

ここに，スーパスクリプトのPは塑性，Eは弾性成分を示し，またλは圧密指数を，eは間隙比をそれぞれ表わしている。"Wet "と" Dry " 状態は図2－4に示すように降伏曲面f_0とcritical state line（以下ＣＳＬ）の交点からp軸に垂直に下した線によって区

別づけすることとする。

仮定(1)および(2)から，初期降伏面f_0内側での体積変化は次式で与えられる。

$$dv=(dv)_p^E+(dv)_q=\frac{-\kappa\, dp}{(1+e)p}+(dv)_q \qquad (2-4-5)$$

式(2-4-5)によってダイレイタンシー$(dv)_q$は排水条件のもとでp＝一定試験を行うことにより求められることがわかるが，ここでは非排水せん断試験結果を用い，過圧密粘土のダイレイタンシー特性を検討してみる。非排水せん断過程では$dv=0$の条件が成立するから式(2-4-5)より直ちに次の関係が求まる。

$$(dv)_q=+\frac{\kappa}{1+e}\cdot\frac{dp}{p} \cdots (2-4-6)$$

したがって，ダイレイタンシー$(dv)_q$は式(2-4-6)によって算定できる。

東木[68]は飽和粘土を30 kg／cm²の等方圧で圧密した供試体を用いて各種の過圧密比（ＯＣＲ）で非排水せん断試験を行った。以下東木の試験結果を用いて考察を進める。

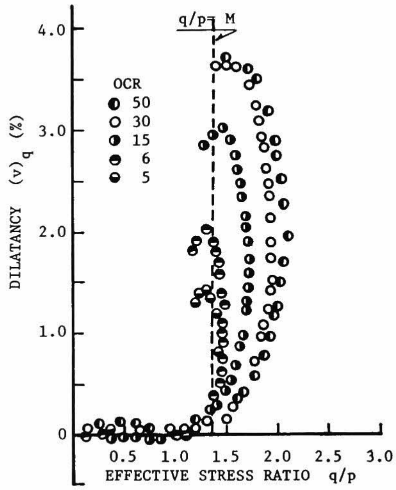


図2−5　過圧密粘土の有効応力比と塑性体積ひずみ関係

図２－５は過圧密比50,30,15,6,5に対する非排水せん断試験結果から求めた$(v)_q$と有効応力比$q／p$との関係である。図からある有効応力比まではＯＣＲの値にかかわらず顕著なダイレイタンシーが発生せず，その限界有効応力比はcritical stateにおける$q／p=M$にほぼ等しいことがわかる。一旦その限界値を越えると$q／p$の増大および減少に伴ない，たえず体積が膨張する方向でダイレイタンシーの発生がみられる。すなわち，体積膨張時においてもひずみ硬化が生じており，太田[45]のダイレイタンシー理論により求まる結果と異なって，超過圧密粘土の理論的な取扱いが困難となる一つの理由でもある。

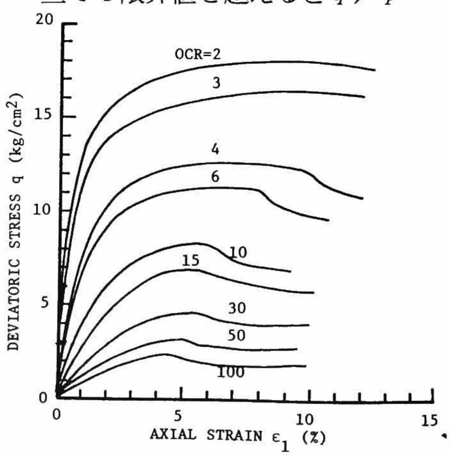


図2−6　過圧密粘土の応力−ひずみ関係におよぼす過圧密比の影響

図２－６は，過圧密粘土のせん断応力－軸ひずみ関係である。過圧密比が大きくなるに従い，ひずみ硬化－軟化型の応力－ひずみ関係となる。

図２－７は，非排水せん断過程の有効応力経路を示しているが，ほぼ$q／p=M$に達するまで応力経路が

q －軸に平行となっていることがわかる。これは式（2-4-5）において $q/p=M$ に至るまでは $(dv)_q=0$ とおくことができるから，p ＝一定の条件が成立するということを意味することに等しい。

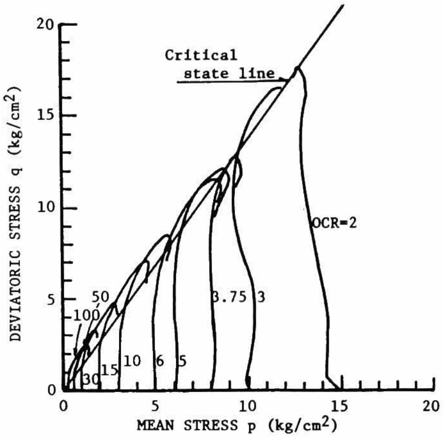


図2－7　非排水せん断過程時の "Dry" 状態の有効応力経路

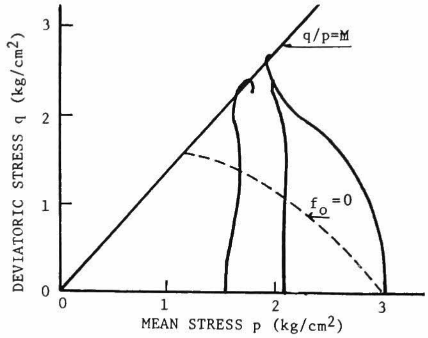


図2－8　非排水せん断過程時の "Wet" 状態の有効応力経路

以上は "Dry" 側の議論であったが，"Wet" 側においても藤本[70]の実験結果を示す図2－8からCambridge理論で与えられる降伏面 $f_0=0$ に達するまではダイレイタンシーの発生がそれほど顕著でないことがわかる。すなわち，式（2-4-5）より p ＝一定となって $f_0=0$ に到達するまでは "Wet" 側の過圧密粘土の非排水せん断応力経路は q －軸に平行になっている。このことはRoscoeらによっても議論され確認されている。

これまでの議論にもとづいて，次の仮定を設ける。

仮定(3)　過圧密粘土にはダイレイタンシー限界が存在し，その内側ではダイレイタンシーは生じない。その限界は "Wet" 側ではRoscoeらによる初期降伏面 "Dry" 側では $q/p=M,\ v=v_0-\kappa\, ln(p/p_0)$ である。さらに，この限界は試験条件によらず，一つの elastic wall内で一義的に決定されるものとする。

図2－9には $e-p-q$ 空間でのダイレイタンシー限界曲面を示している。図中の $\overset{\frown}{ac}$ は膨潤線，$\overset{\frown}{af}$ は等方処女圧密曲線を表わし，$\overset{\frown}{ab}$，$\overset{\frown}{bc}$ は $\overset{\frown}{ac}$ を膨潤線としたときの elastic wall 面内のダイレイタンシー限界線である。図に示すように，$e-p-q$ 空間で単一のダイレイタンシー限界曲面が決定できるが，なお "Wet" 側のダイレイタンシー曲面は状態曲面（state surface）と一致する。さらに次の仮定を設ける。

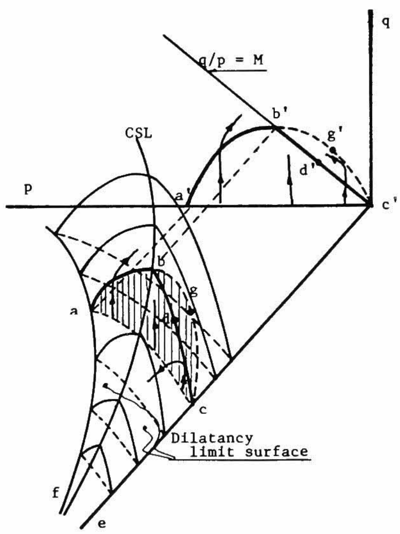


図2－9　ダイレイタンシー限界曲面

仮定(4)　せん断応力による体積変化，すなわちダイレイタンシーは塑性的とみなし，その

可逆成分は無視する。すなわち,

$$(dv)_q=(dv)_q^P+(dv)_q^E=(dv)_q^P \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-7)$$

4−2　降伏関数

降伏関数はそれがまたポテンシャル関数でもあるという, 弾ー塑性理論における associated flow rule にもとづくとするなら, Roscoe らと同様のエネルギー式を用いることによって normality rule とから決定することができる。

すなわち, エネルギー式は

$$q\cdot d\varepsilon^P+p\cdot dv^P=Mp\,d\varepsilon^P \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-8)$$

normality rule は

$$dq\cdot d\varepsilon^P+dp\cdot dv^P=0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-9)$$

でそれぞれ与えられる。ここに ε はせん断ひずみ $(\varepsilon_1-\varepsilon_3)$ を表わしている。これらの関係式と前節で述べた体積変化特性の議論から過圧密粘土の " Wet " 側と " Dry " 側の降伏関数が以下のように決定できる。

" Wet " 側の降伏関数

" Wet " 側の初期降伏面 $f_0=0$ 内ではせん断応力による体積変化, すなわち塑性体積変化は生じない。しかし, 応力状態が $f_0=0$ に達すると塑性体積変化が生じるから, 以下2つの場合に分けて論ずる。

(1)　$f_0<0$: $dv=0$ の場合

式(2−4−9)からただちに

$$dq\cdot d\varepsilon^P=0$$

したがって, $dq=0$　$(d\varepsilon^P\neq 0)$

これより, 降伏条件式は次式のように求まる。

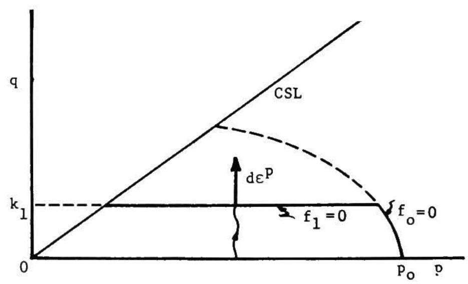


図2−10　ダイレイタンシーを伴なわぬ変形に対する降伏面

$$\left.\begin{aligned} f_1&=q-k_1=0\\ v&=v_0-\kappa\, ln(p/p_0)\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-10)$$

塑性体積ひずみが生じないということにより von Mises 型の降伏関数が得られる。しかし, 図2−10に示すように p −軸に平行に無限に続くものではなく, 先行圧密圧力 p_0 で決

まる降伏関数f_0＝0とによって特異点（singular point)を有する閉合した降伏面を形成する。

⑵　$f_0 \geq 0$ ：$dv \fallingdotseq 0$ の場合

この応力状態まで載荷が進むと図2－11に示すように，f_1＝0とRoscoeらによって与えられた降伏面f_2＝0との交点に応力状態がのってくる。この場合にはKoiter[71]によって一般化された流れ則を適用する必要がある。すなわち，図2－11に示されるf_1＝0は式(2−4−10)によって，またf_2＝0は次の条件式として与えられる。

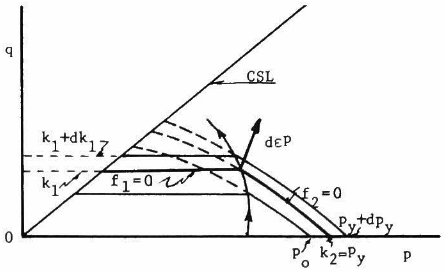


図2－11 “Wet” 状態に対する特異点を有する降伏面

$$\left.\begin{array}{l} f_2 = q/p - M\,ln(p_y/p) \\ v = v_y - \kappa\,ln(p/p_y) \end{array}\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-11)$$

ここに，$k_2 = p_y$ はひずみ硬化パラメーターであり，v_yは処女圧密曲線上のp_yに対応する体積ひずみである。

"Dry" 側の降伏関数

"Dry" 側においても応力qがMpより小さい値をとるか，大きい値となるかによって2つの場合に分けられる。

⑴　$q < Mp$ ：$dv^P = 0$ の場合

応力がこの状態にあると塑性体積変化は生じないから，"Wet" 側の⑴の場合と同様，降伏条件は式(2−4−10)で与えられる。

$$\begin{array}{l} f_1 = q - k_1 \\ v = v_y - \kappa\,ln(p/p_0) \end{array} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-10)'$$

⑵　$q > Mp$ ：$dv^P \fallingdotseq 0$ の場合

この応力状態になると，エネルギー式である式(2−4−8)とnormality ruleを表わす式(2−4−9)から次の微分方程式が求まる。

$$dp/p + q/pM = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-12)$$

この微分方程式を式(2−4−10)′で与えられる降伏関数と接続させるという条件，すなわち，$q/p = M$において$q = k_1$を用いて積分すると次式が求まる。

$$q/p = M\{1 + ln(k_1/Mp)\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-13)$$

したがって，"Dry"側で塑性体積膨張を伴なう場合の降伏条件式は次のようになる。

$$
\begin{aligned}
f_3 &= q / p - M\{1 + ln(k_1 / Mp)\} \\
v &= v_y - \kappa ln(p / p_y)
\end{aligned}
\quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-14)
$$

一般にひずみ硬化または軟化パラメーター k_1 は塑性ひずみ ε_{ij}^{P} の関数と考えられ，この点については以後の節において論ずることにする。

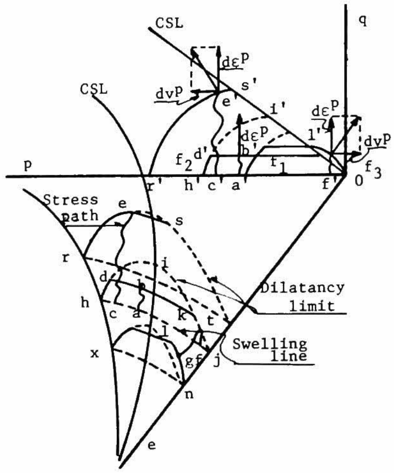


図2−12　$e-p-q$ 空間での降伏面

$e-p-q$ 空間での降伏関数の考察

過圧密粘土の体積変化特性を考察することによって，$e-p-q$ 空間において単一のダイレイタンシー限界曲面が存在することが明らかとなった。それは"Wet"側ではRoscoe らによる状態曲面として与えられ，"Dry"側では $p-q$ 面に投影したときの極限状態線として表わされるような曲面であった。

図2−12に示すように，Roscoe らの降伏曲面は膨潤線 $\overset{\frown}{\mathrm{hj}}$ を基線とする elastic wall と状態曲面との交線として与えられる。しかし，ここでは elastic wall 内でも無視できぬ塑性せん断ひずみが生じているというう実験事実に基づいて降伏曲面を考えた。すなわち，ダイレイタンシー限界線 $h-d-i-k-j$ 内では $\overset{\frown}{\mathrm{dk}}$ で表わされる降伏面，それを超えると"Wet"側では $r-e-s$ で表わされるような singular pointをもつ降伏面であり，"Dry"側では l − g − n で示される降伏面となる。状態経路（state path）は応力履歴や載荷経路に応じて，これらの曲面上を動くことになる。例えば，"Wet"側の点 c から出発すると，elastic wall（ここではもはやこの術語は使用できないであろうが体積変化に関しては elastic wallとしての意味を有するからそのまま用いる）面内を動き singular point dに達した後は塑性体積圧縮を生じ，最終的に critical state に到達する。一方，"Dry"側の f 点から出発すると最初は"Wet"側と同様に elastic wall 内を動いて t 点に達し，そこから塑性体積膨張を伴なって最終的には critical state に到る。"Dry"側で留意すべきことはひずみ硬化あるいは軟化過程にかかわらず，ダイレイタンシー限界を超えた時点からcritical state に達するまで常に体積の膨張を伴なって変形することである。すなわち，図2−13に示すように q −軸上で与えた硬化あるいは軟化パラメーター k_1'（l 点に対応）が $k_1' + dk_1'$（m点に対応）へと変化したとき p −軸上で与えられる硬化あるいは軟化パラメーターは k_2（x 点に対応）から $k_2 - dk_2$（y 点に対応）へ移行する。k_2 は $e \sim p$ 座標上で規定されるパラメ

ータであるが，k_1'はむしろ$e\sim p$座標上で定義すべきパラメータであろう。これらを$p\sim q$座標へ投影したときにある関数関係をもって変化するものと考えると次のようにおける。

$$k_1' = g(k_2)$$

また，k_2はCambridge理論によると次の関係がある。

$$k_2 = h(v^P)$$

したがって，以上の関係からk_1'もやはり塑性体積ひずみv^Pの関数と考えられる。

$$k_1' = g(h(v^P)) = g'(v^P) \quad \cdots\cdots (2-4-15)$$

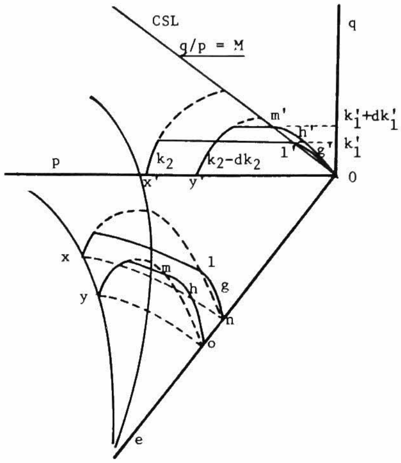


図2－13　$e-p-q$空間での"Dry"状態の降伏面

式(2－4－15)の関数形は実験的に求められるものである。

4－3　過圧密粘土の構成式

前節まではp，qならびにeを用いて降伏関数に対する議論を行ったが，テンソル表示を用いて一般化して構成式を誘導する。

まず，式(2－4－8)とnormality ruleはそれぞれ以下のように与えられる。

$$\sigma_m' \cdot dv^P + S_{ij} \cdot de_{ij}^P = M^* \sigma_m' \sqrt{2 I_2^P} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-16)$$

$$d\sigma_{ij}' \cdot d\varepsilon_{ij}^P = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-17)$$

ここに$M^* = (\sqrt{2J_2}/\sigma_m')$ at critical state である。式(2－4－16)と式(2－4－17)ならびに前節の議論に従うと，$\sqrt{2J_2}\sim\sigma_m'$ 座標上で次の3つの降伏条件で規定される閉じた降伏曲面が得られる。

$$f_1 = \sqrt{2J_2} - k_1 \ , \ v = v_0 - \kappa\, ln(\sigma_m'/\sigma_{m0}') \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-18)$$

$$f_2 = \sqrt{2J_2}/\sigma_m' + M^* ln(\sigma_m'/k_2),\ v = v_y - \kappa\, ln(\sigma_m'/\sigma_{my}') \cdots (2-4-19)$$

$$f_3 = \sqrt{2J_2}/\sigma_m' + M^* \{ ln(M^* \sigma_m'/k_1') - 1 \},\ v = v_y - \kappa\, ln(\sigma_m'/\sigma_{my}') \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-20)$$

ここに，ひずみ硬化あるいは軟化パラメーターは $k_1=(\sqrt{2J_2})_y$，$k_2=\sigma'_{my}$ ならびに $k'_1=(\sqrt{2J_2})_y$ と表示されるが，とくに k'_1 は前節で述べたように k_2 とある関係を有している。

降伏関数が与えられると，塑性体理論の associated flow rule によって次のような塑性ひずみ成分に対する構成式が求まることになる。すなわち，

(1) 滑らかな降伏曲面に対しては

$$d\varepsilon^P_{ij}=\Omega\frac{\partial f}{\partial\sigma'_{ij}}\ ;\ \Omega=-\frac{(\partial f/\partial\sigma_{kl})\cdot d\sigma_{kl}}{[\partial f/\partial\varepsilon^P_{ij}+(\partial f/\partial k\cdot\partial k/\partial\varepsilon^P_{ij})]\ \partial f/\partial\sigma_{ij}}\qquad\cdots\cdots\cdots\ (2-4-21)$$

(2) singular point 上では

$$d\varepsilon^P_{ij}=\sum_{r=0}^{m}C_r\ \Lambda_r\ \frac{\partial f_r}{\partial\sigma_{ij}}\ ;\ \begin{cases} f_r<0\ \text{あるいは}\ (\partial f_r/\partial\sigma_{ij})d\sigma_{ij}<0\ \text{なら}\ C_r=0\\ f_r=0\ \text{で}\ (\partial f_r/\partial\sigma_{ij})\,d\sigma_{ij}\geq 0\ \text{なら}\ C_r=1\end{cases}\qquad\cdots\cdots\cdots\ (2-4-22)$$

"Wet" 側での構成式

前節での議論に対応させ 2 つの場合に対する構成式をそれぞれ求めるが，ここでは塑性ひずみ成分についてのみ論ずる。

(1) $f_0<0$; $dv^P=0$ の場合

式 (2-4-18) と式 (2-4-21) からただちに次式が求まる。

$$d\varepsilon^P_{ij}=\Omega_1\frac{\partial f_1}{\partial\sigma_{ij}}=\Omega_1\frac{S_{ij}}{\sqrt{2J_2}},\ \Omega_1=\frac{d(\sqrt{2J_2})}{\dfrac{\partial k_1}{\partial\varepsilon^P_{ij}}\cdot\dfrac{S_{ij}}{\sqrt{2J_2}}}\qquad\cdots\cdots\ (2-4-23)$$

したがって，構成式は，

$$d\varepsilon^P_{ij}=\frac{d(\sqrt{2J_2})}{\dfrac{\partial k_1}{\partial\varepsilon^P_{kl}}\ \dfrac{S_{kl}}{\sqrt{2J_2}}}\cdot\frac{S_{ij}}{\sqrt{2J_2}}\qquad\cdots\cdots\cdots\ (2-4-24)$$

として得られる。ひずみ硬化パラメーターが塑性ひずみの関数として表わされると式 (2-4-24) は確定する。この点については以後考察する。式 (2-4-24) から

$$d\varepsilon^P_{kk}=dv^P=0$$

となるから，明らかに塑性体積変が生じないという所定の条件を満足している。

(2) $f_0>0$; $dv^P\neq 0$ の場合

式 (2-4-18)，式 (2-4-19) ならびに式 (2-4-22) から

$$d\varepsilon_{ij}^{P}=\Omega_1\frac{\partial f_1}{\partial\sigma'_{ij}}+\Omega_2\frac{\partial f_2}{\partial\sigma'_{ij}}$$

足立ら[25]によると右辺の第2項は

$$\Omega_2\frac{\partial f_1}{\partial\sigma_{ij}}=\frac{(\lambda-\kappa)}{(1+e)M^*}\left[\frac{d\sigma'_m}{\sigma_m}+\frac{d\sqrt{2J_2}}{M^*\sigma'_m-\sqrt{2J_2}}\right]\times\left[(M^*-\sqrt{2J_2}/\sigma'_m)\right.$$

$$\left.\frac{\delta_{ij}}{3}+\frac{S_{ij}}{\sqrt{2J_2}}\right]$$

で与えられるから式(2−4−23)とあわせて考えると次の構成式が求まる。

$$d\varepsilon_{ij}^{P}=\frac{d(\sqrt{2J_2})}{\dfrac{\partial k_1}{\partial\varepsilon_{kl}^{P}}\cdot\dfrac{S_{kl}}{\sqrt{2J_2}}}\cdot\frac{S_{ij}}{\sqrt{2J_2}}+\frac{(\lambda-\kappa)}{(1+e)M^*}\left[\frac{d\sigma'_m}{\sigma'_m}+\frac{d(\sqrt{2J_2})}{M^*\sigma'_m-\sqrt{2J_2}}\right]\times$$

$$\left[(M^*-\sqrt{2J_2}/\sigma'_m)\frac{\delta_{ij}}{3}+\frac{S_{ij}}{\sqrt{2J_2}}\right]\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2-4-25)$$

なお，図2−14に示すように塑性ひずみ増分ベクトルの方向は$O'N'_1$と$O'N_2$の間に決定される。

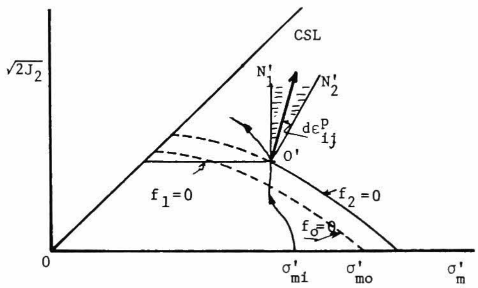


図2−14　特異点における塑性ひずみ増分ベクトルの方向

"Dry"側での構成式

ここでも2つの場合に分けて構成式を誘導する。

(1)　$\sqrt{2J_2}<M^*\sigma'_m$; $dv^P=0$ の場合

式(2−4−18)と式(2−4−21)から式(2−4−24)と同様に次式が構成式として与えられる。

$$d\varepsilon_{ij}^{P}=\Omega_1\frac{\partial f_1}{\partial\sigma_{ij}}=\frac{d(\sqrt{2J_2})}{\dfrac{\partial k_1}{\partial\varepsilon_{kl}^{P}}\cdot\dfrac{S_{kl}}{\sqrt{2J_2}}}\cdot\frac{S_{ij}}{\sqrt{2J_2}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2-4-26)$$

(2)　$\sqrt{2J_2}\geq M^*\sigma'_m$; $dv^P\neq 0$ の場合

降伏関数$f_1=0$と$f_3=0$が式(2−4−12)からも明らかなように$\sqrt{2J_2}/\sigma'_m=M^*$においてd$(\sqrt{2J_2})/d\sigma'_m=0$となり互いに滑らかに接続されるから singular pointとなる"Wet"側の(2)の場合と異なって降伏関数$f_3=0$のみで構成式が求められることになる。すなわち，式(2−4−20)と式(2−4−21)から次式が求まり，

$$d\varepsilon^P_{ij} = \Omega_3 \frac{\partial f_3}{\partial \sigma_{ij}} = \Omega_3 \left[\frac{(M^* - \sqrt{2J_2} / \sigma'_m)}{\sigma'_m} \cdot \frac{\delta_{ij}}{3} + \frac{1}{\sigma'_m} \cdot \frac{S_{ij}}{\sqrt{2J_2}} \right]$$

さらに硬化あるいは軟化パラメーター k'_1 を式（2−4−15）のように塑性体積ひずみ v^P の関数と考えると式（2−4−21）$_2$ より，

$$\Omega_3 = - \frac{\dfrac{\partial f_3}{\partial \sigma_{kl}} \quad d\sigma_{kl}}{\left(\dfrac{\partial f_3}{\partial k'_1} \cdot \dfrac{\partial k'_1}{\partial \varepsilon^P_{ij}}\right) \dfrac{\partial f_3}{\partial \sigma_{ij}}} = \frac{M^* d\sigma'_m + \sigma'_m d(\sqrt{2J_2} / \sigma'_m)}{(M^* - \sqrt{2J_2} / \sigma'_m) \dfrac{M^*}{k'_1} \cdot \dfrac{\partial k'_1}{\partial v^P}}$$

ここでは，さらに

$$\left(\frac{M^*}{k'_1}\right) \frac{\partial k'_1}{\partial v^P} = F(v^P)$$

とおくと

$$\Omega_3 = \frac{M^* d\sigma'_m + \sigma'_m d(\sqrt{2J_2} / \sigma'_m)}{F(v^P)(M^* - \sqrt{2J_2} / \sigma'_m)}$$

とかける。したがって求める構成式は次式となる。

$$d\varepsilon^P_{ij} = \frac{M^* d\sigma'_m + \sigma'_m d(\sqrt{2J_2} / \sigma'_m)}{F(v^P)(M^* - \sqrt{2J_2} / \sigma'_m)\sigma'_m} \left[M^* - \sqrt{2J_2} / \sigma'_m) \frac{\delta_{ij}}{3} + \frac{S_{ij}}{\sqrt{2J_2}} \right]$$

……………（2 − 4 − 27）

式（2−4−27）から直ちに

$$d\varepsilon^P_{kk} = dv^P = M^* - \frac{d\sigma'_m + \sigma'_m d(\sqrt{2J_2} / \sigma'_m)}{F(v^P)\sigma'_m} \quad \text{……………（2 − 4 − 28）}$$

が求まり，これより次の関係式が求まる。

$$F(v^P)\, dv^P = M^* \frac{d\sigma'_m}{\sigma'_m} + d(\sqrt{2J_2} / \sigma'_m) \quad \text{……………（2 − 4 − 29）}$$

関数形 $F(v^P)$ は実験によって決定されるが，$F(v^P)$ が応力 σ'_m と $\sqrt{2J_2}$ の関数として表わされると式（2−4−27）の構成式が確定する。

なお，この場合には図2−15に示すように σ'_m −軸上では $d(\sqrt{2J_2})_y$ の変化に伴なって次の体積変化に相当するだけ，等方応力で表わされるひずみ硬化あるいは軟化パラメータ− σ'_{my} に変化が生ずることになる。

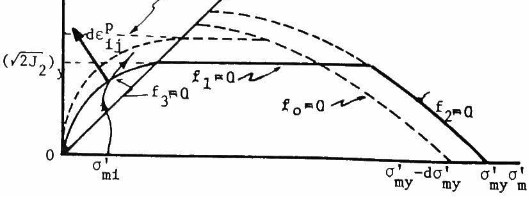


図2−15 “ Dry ” 側の塑性ひずみ増分ベクトルの方向

$$dv^p = -\frac{(\lambda-\kappa)}{(1+e)}\cdot\frac{d\sigma'_{my}}{\sigma'_{my}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-30)$$

通常 " Dry " 側では体積膨張が生ずるから，σ'_{my}はσ'_{m0}より小さな値へと変化することになる。

特定条件下における " Dry " 側での粘土の挙動

以上求まった構成式の記述する " Dry " 側の過圧密粘土の挙動がいかなるものであるかを示す目的で，特定の条件下の挙動を模式的に説明してみる。

(1) 非排水せん断過程（$e=\mathrm{const}$）

図2－16(a)に示すようにσ'_{m0}で圧密した試料をa(σ'_{mi}, e_i) 点まで膨潤させて非排水条件で軸荷重のみ増大させるせん断試験を行うとする。この場合，偏差応力が増大してダイレイタンシー限界に達するまで塑性体積ひずみも弾性体積ひずみも発生せず，したがって等方応力σ'_mは変化しないから$\sigma'_m=\sigma'_{mi}=$ const. を保ち，せん断ひずみのみが増大してダイレイタンシー限界上のb点に達する。その後，偏差応力の増大に対しては塑性体積膨張が生じるが，非排水条件のために，それに見合う弾性体積圧縮が生ずるから等方応力は増大し$e-\sigma'_m$ 面内ではb′，c′とσ'_m －軸に平行に移動するが，塑性体積膨張がある値に達するまでは図2－5からもわかるように$\sqrt{2J_2}/\sigma'_m$は増大してc点でその最大値をとる。その後は塑性体積膨張を伴ないながら$\sqrt{2J_2}/\sigma'_m$は減少し，最終的にはd点で極限状態（CSL）に達して破壊することになる。また極限状態における降伏面は図に示す通りで，そのときのひずみ軟化パラメーターはσ'_{myf}で示されている。

(2) 排水せん断過程Ⅰ（軸荷重載荷）

図2－16(b)に示すとおり，a点(σ'_{mi}, e_i)から軸荷重のみを増大させる排水せん断試験を行う場合を考える。このとき，有効応力経路は図中に示

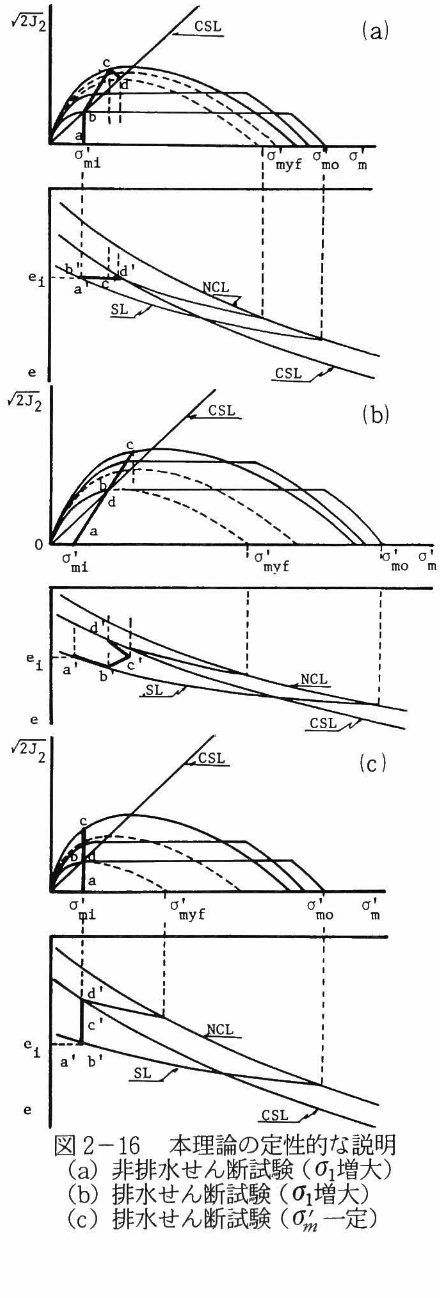


図2－16　本理論の定性的な説明
(a) 非排水せん断試験（σ_1増大）
(b) 排水せん断試験（σ_1増大）
(c) 排水せん断試験（σ'_m一定）

すように固定される。この場合にもダイレイタンシー限界に達するb点までは塑性体積ひずみは生じないが，排水条件による等方応力σ'_mの増大のために弾性体積圧縮が生じ$e\sim\sigma'_m$面内では膨潤線（SL）に沿って移動して，b点でダイレイタンシー限界面に至ることになる。それ以後は塑性体積膨張が生じるから$e\sim\sigma'_m$面内では元のSL線から離れ，$(\sqrt{2J_2}/\sigma'_m)$が最大値となるc′点を経て$\sqrt{2J_2}/\sigma'_m$が減少するとともに等方応力σ'_mも減少に移り，d′点で極限状態に達することになる。

(3) 排水せん断過程（σ'_m一定）

(2)の場合と同様，排水条件のもとでσ'_m＝一定なるせん断過程を考える。この場合は図2－16(c)に示すように有効応力経路は固定され，a点からダイレイタンシー限界に達するb点までは(1)の場合と同じ挙動をすることになる。しかし，b点から以降は塑性体積膨張が生じ有効応力比（$\sqrt{2J_2}/\sigma'_m$）が最大値となるcをへて（$\sqrt{2J_2}/\sigma'_m$）は減少するが，塑性体積膨張は継続して生じ，a点で極限状態に達することになる。

軸対称非排水せん断過程における"Dry"側の応力ひずみ関係

先に求めた構成式を通常の軸対称三軸圧縮でさらに非排水条件のもとで考察するが，ここでは"Dry"側のものについて行う。

(1) $\sqrt{2J_2}\leq M^*\sigma'_m$，$v=v_0-\kappa\, ln(\sigma'_m/\sigma'_{m0})$の場合

この場合の応力－ひずみ関係は式(2−4−26)で与えられる。軸対称三軸条件のもとでは次の関係が成立する。

$$\sqrt{2J_2}=\sqrt{\frac{1}{3}}(\sigma_{11}-\sigma_{33}),\ S_{11}=\frac{2}{3}(\sigma_{11}-\sigma_{33}),\ S_{33}=S_{22}=-\frac{1}{3}(\sigma_{11}-\sigma_{33})$$

また，この応力状態では塑性体積ひずみが生じないという条件，あるいは式(2−4−26)そのものから，次式を満足する。

$$d\varepsilon^P_{33}=d\varepsilon^P_{22}=-\frac{1}{2}d\varepsilon^P_{11}$$

この場合，主応力，主ひずみで議論できるから，以下のようにおきかえをする。

$$\sigma_{11}=\sigma_1,\ \sigma_{22}=\sigma_2,\ \sigma_{33}=\sigma_3,\ \varepsilon^P_{11}=\varepsilon^P_1,\ \varepsilon^P_{22}=\varepsilon^P_2,\ \varepsilon^P_{33}=\varepsilon^P_3$$

したがって，式(2−4−26)は

$$d\varepsilon^P_1=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\ \frac{d(\sigma_1-\sigma_3)}{\dfrac{\partial k_1}{d\varepsilon^P_1}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\ (2-4-31)$$

となり，これから

$$\frac{\partial k_1}{\partial \varepsilon_1^P} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\ \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon_1^P} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-32)$$

なる関係が求まる。硬化パラメーター k_1 は塑性ひずみ ε_{kl}^P，この場合には ε_1^P の関数と考えられるので，次のように仮定する。

$$\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon_1^P} = h(\varepsilon_1^P) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-33)$$

先に用いた過圧密粘土の試験結果を用いて，この条件の範囲内で ε_1^P と $\sqrt{\frac{2}{3}}\ \frac{d(\sigma_1-\sigma_3)}{d\varepsilon_1^P}$ の関係を半対数紙上に求めると図2－17が求まる。この図から，それらの間にはほぼ直線関係のあることが明らかである。すなわち，

$$\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon_1^P} = a\,ln\varepsilon_1^P + b = h(\varepsilon_1^P) \qquad \cdots\cdots\cdots (2-4-34)$$

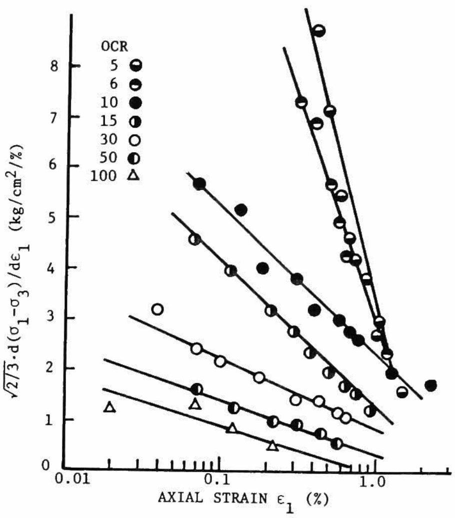


図2－17　ひずみ硬化パラメーター k_1のひずみ依存性

ここに，a ，b は過圧密比によって異なる材料定数である。式（2－4－32）と式（2－4－34）から，

$$\frac{\partial k_1}{\partial \varepsilon_1^P} = \frac{1}{3}(a\ \ ln\varepsilon_1^P + b)$$

であるから，構成式（2－4－31）は次式になる。

$$d\varepsilon_1^P = \sqrt{\frac{2}{3}}\ \ \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{a\ \ ln\ \ \varepsilon_1^P + b} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-35)$$

一方，有効応力比の増分は次式で与えられ，

$$d\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right) = \frac{d(\sqrt{2J_2})}{\sigma'_m} - \frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\cdot\frac{d\sigma'_m}{\sigma'_m}$$

今考えている条件下では $\sigma'_m = \sigma'_{mi}$ ＝一定であるから

$$d\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right) = \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{\sigma'_{mi}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-36)$$

この関係を式（2－4－35）に代入すると

$$d\varepsilon_1^P = \frac{\sigma'_{mi}\ d(\sqrt{2J_2}/\sigma'_m)}{a\,ln\varepsilon_1^P + b} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-37)$$

となる。$\sqrt{2J_2}/\sigma'_m = 0$ で $\varepsilon_1^P = 0$ である条件で積分することによって，有効応力比と塑

性軸ひずみ ε_1^P の関係が次のように求まる。

$$\sqrt{2J_2}/\sigma'_m = \frac{1}{\sigma'_{mi}}\cdot\varepsilon_1^P(a\,ln\,\varepsilon_1^P + b - a) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-38)$$

(2) $\sqrt{2J_2} > M^*\sigma'_m$, $v = v_y - \kappa\,ln(\sigma'_m/\sigma'_{my})$ の場合

このとき，軸対称三軸圧縮条件下では式(2−4−27)と式(2−4−28)などから

$$d\varepsilon_1^P = dv^P\left[\frac{1}{3} + \frac{1}{M - (\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma'_m}\right] \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-4-39)$$

となる。さらに非排水条件下であるから，式(2−4−5)と $dv=0$ なる条件によって，式(2−4−6)の関係が成立するから，式(2−4−39)は次のようにもかける。

$$d\varepsilon_1^P = \frac{\kappa}{1+e}\cdot\frac{d\sigma'_m}{\sigma'_m}\left[\frac{1}{3} + \frac{1}{M-(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma'_m}\right] \qquad \cdots\cdots (2-4-40)$$

例えば，式(2−4−39)において，図2−5のように v^P と $(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma'_m$ の関係の関数形が与えられると，式(2−4−39)の右辺は $(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma'_m$ と $d[(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma'_m]$ で表わされるから積分できて，ε_1^P と $(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma'_m$ の関係が得られることになる。

以上のように $\sqrt{2J_2} < M^*\sigma'_m$ に対しては式(2−4−38)，$\sqrt{2J_2} > M^*\sigma'_m$ に対しては式(2−4−39)を積分して得られる関係で有効応力比 $(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma'_m$ と ε_1^P の関係が求まる。式(2−4−39)において，図2−5から $(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma'_m$ と v^P が3次関数であると近似して求めた過圧密粘土の応力−ひずみ関係の理論値と実験結果を比較したものが図2−18である。これらはかならずしもよい一致を示すものではないが，有効応力比 $(\sigma_1-\sigma_3)$

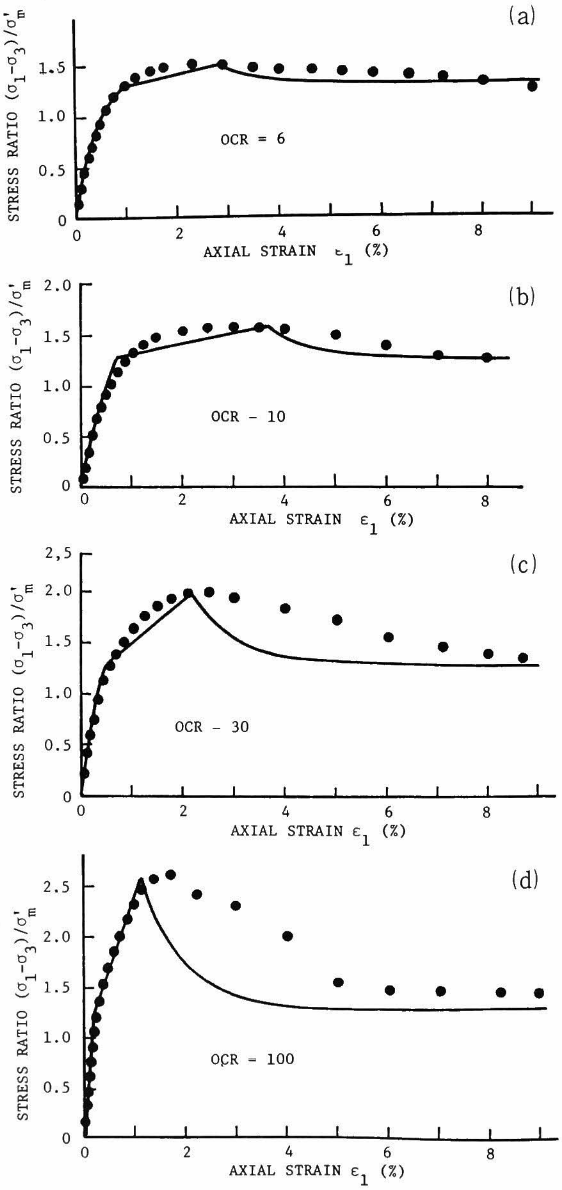


図2−18　応力−ひずみ関係の理論値と実験値との比較検討 (a) OCR = 6，(b) OCR = 10，(c) OCR = 30，(d) OCR = 100

$/\sigma'_m$ の増大，減少を一応評価できるものである。

以上，過圧密粘土でとくに " Dry " 側を中心に Roscoe らによる弾－塑性理論を拡大して構成式を求めた。実験結果も非排水条件下のものを用いるなど問題も多い。しかし，状態曲面内でも有意の塑性変形が生ずること，また体積膨張にともなって，ひずみ硬化ついで軟化に転ずるなどの挙動を統一的に説明できるものであるという条件を一応満すものである。最後における塑性体積ひずみ v^P と有効応力比 $(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma'_m$ との関係を三次関数とした仮定は便宜的なもので過圧密比による影響を十分考察して唯一的な関係にするなどの改良が必要である。

第 5 節　正規圧密飽和粘土の応力－ひずみ－時間関係[24),72)]

時間依存性挙動を示す土質材料の構成式を確立するには，その挙動を実験的に正確に把握する必要がある。本節においては，正規圧密飽和粘性土の時間依存性挙動について論ずることにする。時間依存性挙動とは粘性土に一般的にみられる，ひずみ速度効果，クリープ現象ならびに応力緩和現象などの時間に支配される挙動を指しており，ここでは時間依存性挙動を記述できる構成式を誘導するための基礎資料を準備する目的で，定ひずみ速度せん断，応力緩和，クリープならびに振動クリープ試験を行い．結果を示すとともに現象論的に考察を加える。

その主な結論は，まず間げき水圧がひずみ速度には関係せず，Lo[73)] の主張するようにひずみと一義的な相関のあることが明らかとなった。ついで，応力－ひずみ－時間関係については定ひずみ速度せん断試験に対して Yong and Japp[37)] が与えた実験式と，応力緩和の実験式として村山ら[38)]が求めたものが等価であることを示す。さらに，Singh and Mitchell[32)]のクリープに対する実験式が先の実験式から誘導されることを明らかにすることにより，単一の応力－ひずみ－時間関係が存在すること，すなわち唯一的な構成式を求め得ることを示した。

5－1　飽和粘土の時間依存特性に関する実験とその結果

実験装置と試料

上述したように，実験は定ひずみ速度せん断，応力緩和，クリープならびに振動クリープ試験である。定ひずみ速度せん断ならびに応力緩和試験における変位の制御はパルスモーターによる載荷装置で行った。その変位速度は70 mm／min～0.1 mm／min の範囲で連続的に可変でき，時間遅れなしに作動から停止に移り得，変位速度の安定性もすぐれている。[74)] 振動クリープ試験は油圧サーボ式の振動荷重載荷装置によった。[75)]

間隙水圧は供試体底面中央部で半導体小型圧力変換器により測定したが，変換器は受圧面の直径が 5 ㎜で，容積変化も 1.8×10^{-6} ㎤／（kg／㎠）と微小で水の圧縮性と比較しても計測結果に与える影響はきわめて少ない。

排水は paper drainによる側方排水によりburette には所定の initial back pressure を適用できる構造となっている。

表2−1　物理諸量

	試料Ⅰ	試料Ⅱ
土粒子の比重	2.70	2.68
液性限界	48.9(%)	53.8(%)
塑性限界	28.2(%)	27.1(%)
塑性指数	20.7(%)	26.7(%)
含水比	33.0(%)	34.0(%)
粘土分	24.2(%)	6.0(%)
シルト分	61.8(%)	86.0(%)
砂分	14.0(%)	8.0(%)

用いた試料は 2 種類の乾燥深草粘土であり，高含水比で練り返し大型圧密容器で圧密して準備したが，先行圧密圧力は 0.5 kg／㎠である。その物理諸量は表 2 − 1 にまとめて示してある。

供試体は直径 5 ㎝，高さ 12.5 ㎝の円柱形のものを用いて，端面の摩擦を極力除去するため silicon oilを塗った teflon sheet を敷いた。間隙水圧の正確な測定のため，実験に先立ち間隙水圧測定系の脱気を十分に行った。実験は20℃の恒温室内で 1 kg／㎠の initial back pressure を適用して，2 ないし 3 kg／㎠で等方圧密した後に所定の試験を行った。

等方圧密・膨潤試験

第 3 節で述べた Roscoe らによる critical state energy theory による構成式は静的平衡状態の粘土の力学挙動を記述するものであるとの考えに立ち，その構成式に含まれる定数を決定するという目的を兼ねて，試料Ⅰ，Ⅱ双方に対して等方圧密・膨潤試験を行った。図2−19 はその結果を示すものである。Roscoe らの構成式に含まれる定数，すなわち圧密指数 λ と膨潤指数 κ は間隙比 e と $\log \sigma'_m$ 関係の圧密ならびに膨潤曲線の勾配としてそれぞれ求められる。図2−29 から間隙比に換算して得られるそれらの値を表 2 − 2 に示す。なお，表には構成式に含まれるいま 1 つの定数である critical state における応力比，$(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma'_m = M$の値もともに与えている。これは後述するせん断試験によって求まるものである。

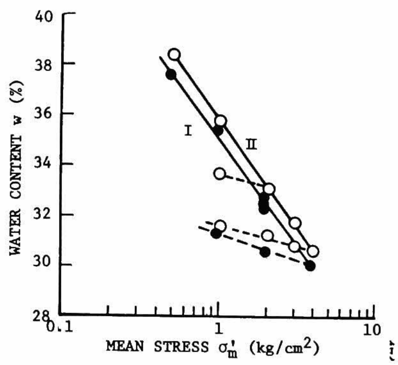


図 2−19　等方圧密・膨潤試験結果

表2−2　材料定数

	試料Ⅰ	試料Ⅱ
圧密指数 λ	0.102	0.100
膨張指数 κ	0.026	0.019
M−値	1.44	1.43

定ひずみ速度せん断試験

2 ないし 3 kg／㎠の有効側圧で約 1 日間等方圧密した後，非排水条件のもとで定ひずみ速度せん断試験を行った。用いたひずみ速度は 50，15，4，1，0.4，0.1，0.01 と 0.002 %／minの

8種である。なお，この実験では試料IIを用いた。

図2－20(a)は各ひずみ速度に対する軸差応力－軸ひずみ曲線を，図2－20(b)には間隙水圧－軸ひずみ関係を示している。ひずみ速度が軸差応力と間隙水圧にいかに影響を及ぼすかを調べるため，ひずみ速度を対数軸に軸差応力と間隙水圧を縦軸にとり，軸ひずみをパラメーターとして求めたものが図2－21(a)，(b)である。図2－21(a)から，同一ひずみに対する軸差応力はひずみ速度の対数に比例して増大することが明らかである。それら直線の勾配αはひずみの関数として図2－22のように求まるが，あるひずみ以上では一定値をとる傾向がある。 Yong and Japp[37]は飽和粘性土を用いて，ひずみ速度が1.2×10^5％／minにも達する衝撃三軸せん断試験を行い，軸差応力がその時のひずみ速度とある基準ひずみ速度との比の対数に比例して増大することを明らかにしている。

一方，間隙水圧は図2－21(b)から明らかにひずみ速度の影響を受けないで，ひずみ量に一義的に関係するものと考えられる。[73] なお，図2－20(b)に示す$\dot{\varepsilon}_1=50$％／minの場合には間隙水圧にひずみ速度の影響が一見現われているが，これは本質的なものではなく測定系の動的応答の限界を越えたことによるものと考える。

図2－23は種々のひずみ速度に対するせん断時の有効応力経路を求めたものである。図中に示される等ひずみ線はほぼ最大主応力軸に平行で，このことは間隙水圧がひずみ速度に依存せずひずみに一義的に関係するという事実と一致する。図には表2－2に与えられた材料定数をRoscoeらの構成式に適用して求めた応力経路を静的応力経路として示してある。この応力経路を静的平衡時

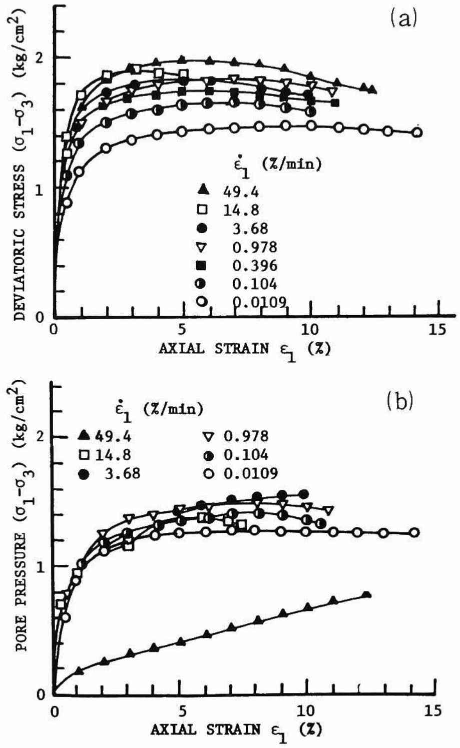


図2－20　定ひずみ速度せん断時の各種ひずみ速度に対する，(a)応力－ひずみ曲線，(b)間隙水圧－ひずみ曲線（圧密圧力2kg/cm²）

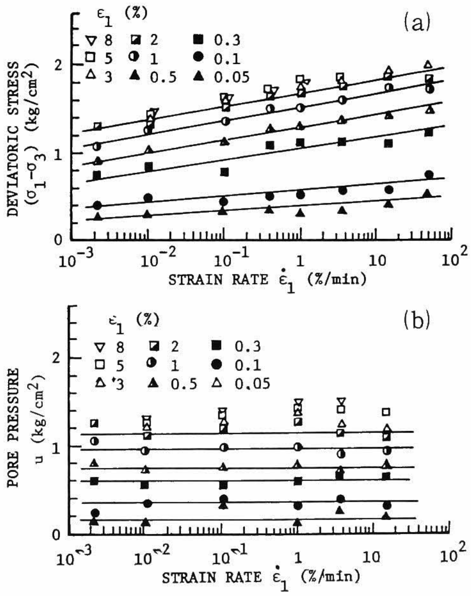


図2－21　定ひずみ速度せん断時のひずみをパラメーターとした，(a)応力－ひずみ速度関係，(b)間隙水圧－ひずみ速度関係（圧密圧力2kg/cm²）

（ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_1 \doteqdot 0$）のものと仮定すると，$10^{-2}$％／min のひずみ速度による経路で平衡時のものからかなり離れていることが理解できる。

Richardson and Whitman,[76] 赤井ら[77] もひずみ速度を変えた実験を行っており，その結果は上述の事実と一致するものである。

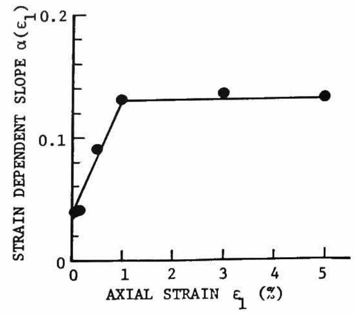


図2－22　係数 $\alpha(\varepsilon_1)$ のひずみ依存性

応力緩和試験

試料Ⅱを用い，有効側圧 2 kg／cm²で等方圧密した後に非排水条件で 0.1 ～ 15.6％／min のひずみ速度を用い，所定のひずみまでせん断して応力緩和試験を行った。

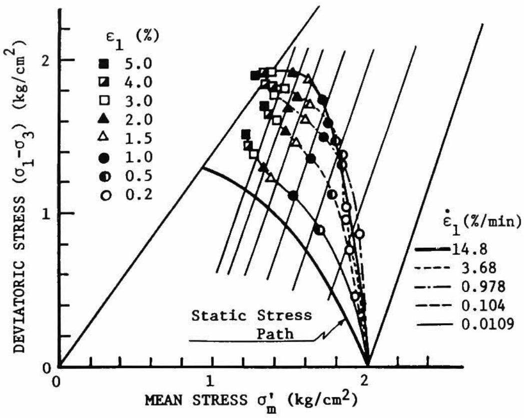


図2－23　定ひずみ速度せん断時の有効応力経路

図2－24(a)は応力緩和過程における軸差応力の時間変化を示すものである。この図から応力緩和が時間の対数に比例して生ずることが明らかであって，村山ら[38]が与えた実験式の成立することを示している。図2－24(b)は応力緩和過程における間隙水圧の時間変化を表わしておりせん断時のひずみ速度が大きい場合の供試体内の間隙水圧の非一様性にもとづく変化を考慮すると，間隙水圧がほぼ一定値を保つことが認められる。この事実は定ひずみ速度試験の結果得られた間隙水圧とひずみの一義的相関をバックアップする1実験事実である。

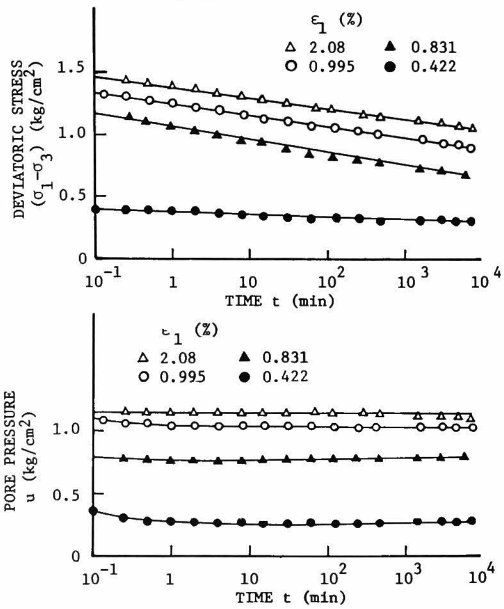


図2－24　応力緩和時の，(a)応力－時間関係，(b)間隙水圧－時間関係

図2－25は図2－24(a)に示される直線の勾配として定義づけられる応力緩和速度 $\beta(\varepsilon_1)$ とひずみ関係を与えているが，村山らが指摘しているとおりあるひずみ量以上では一定となることが認められる。

図2－26は応力緩和時の有効応力経路を示している。なお，図中の σ'_{me} は等価圧力であり，$\sigma'_{me} = \exp\{(e_a - e)/\lambda\}$ と定義づけられ式中の e_a は $\sigma'_{me} = 1$ のときの間隙比 e である。非排水条件で行っている本実験の場合には等価圧力は圧密圧力に相当する。この図の語る

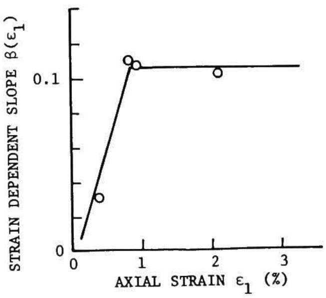


図2－25　係数$\beta(\varepsilon_1)$のひずみ依存性

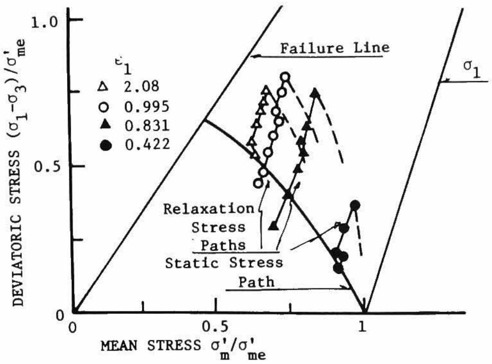


図2－26　応力緩和時の有効応力経路

ところは，応力緩和過程の有効応力経路が最大主応力軸にほぼ平行に変化することである。このことは間隙水圧は応力緩和過程で変化しないことを表わすものである。さらに主応力軸と主ひずみ軸が一致するものであると，応力緩和経路は最大主ひずみ軸に平行な経路となるべきであるから，図2－26の実験事実は通常行う主応力軸と主ひずみ軸が一致するという仮定が成立することの実証でもあると考える。

応力緩和の最終到達応力状態はRoscoeらの理論による静的応力経路付近かその内部にも至るのがわかる。応力緩和試験は定ひずみ速度やクリープ試験とは異なり，少なくとも外部的なひずみ速さは0であるから静的平衡状態を求めるには最適の試験であると考えられる。

クリープ試験

試料Ⅰを用い有効側圧2㎏／㎠で等方圧密した後，非排水クリープ試験を行った。実験は一段載荷と多段載荷の2種である。

図2－27はクリープ時の有効応力経路とともに比較のためRoscoeらの理論による静的応力経路と4.23×10^{-4}%／minの定ひずみ速度せん断時の有効応力経路もあわせ示している。クリープはすべて10^4分行い，最終時のクリープひずみ速度は10^{-5}%／min程度であったが，図から静的平衡状態には到達していないことが理解できる。このことは10^{-5}%／minのせん断速さをもってしても静的平衡状態を求めることが不可能であることを示すものである。

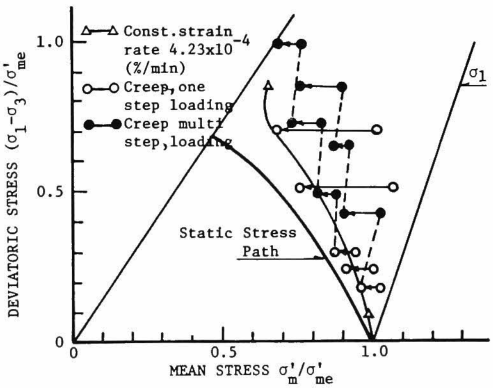


図2－27　クリープ時の有効応力経路

振動クリープ試験

本試験は振動荷重載荷時の粘土の流動特性を調べる目的で行った。試料Ⅱを用い，2な

いし 3 kg／cm²の有効側圧で圧密し，0.011％／min の定ひずみ速度せん断によって所定の支持軸差応力まで載荷した後± 0.4 kg／cm²の応力振幅を与えて振動載荷を行った。なお，振動周波数は 1 cps で波形は sine である。

図2－28 は振動クリープ時の典型的な有効応力経路を示したものである。図には振動載荷回数とそのときのひずみ量をともに与えている。振動クリープ時のひずみ量は定ひずみ速度せん断試験で求まった等ひずみ線とよい一致を示しており，またそれ以上にクリープ変形の生じない平衡状態が存在することがわかる。すなわち，通常のクリープ試験に比較して大きなエネルギーを与えることから，静的平衡状態へ短時間に到達するわけである。

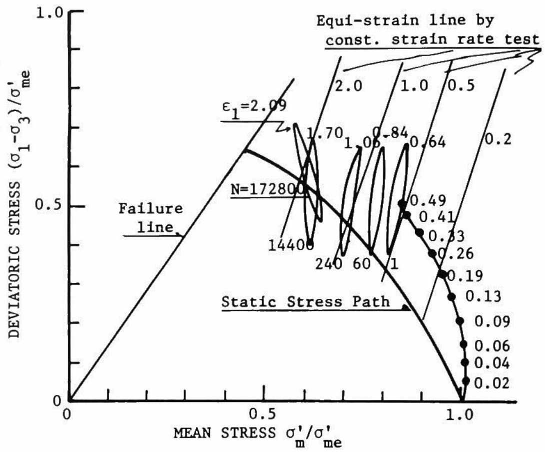


図2－28　非排水振動クリープ時の有効応力経路

図2－29 は振動載荷時の最大強度点の軌跡として求めた有効応力経路を与えている。図中には Roscoe らの理論とともに比較のため 10^{-2} ％／min の定ひずみ速度せん断試験結果も示してある。振動クリープ試験の軸差応力で与えた破壊強度 $(\sigma_1-\sigma_3)_f$ は定ひずみ速度試験によるものと等しいが，応力比で表わす強度 $(\sigma_1'-\sigma_3')_f$ は振動クリープ試験によるものの方が大きい。ところが支持応力軌跡として与えられる有効応力経路を示す図2－30 によると，比で表わす強度 $(\sigma_1'/\sigma_3')_f$ は振動クリープの結果が定ひずみ速度試験の結果と一致することがわかる。このことから，支持応力が破壊線に到達すると破壊が生ずるものと理解できる。

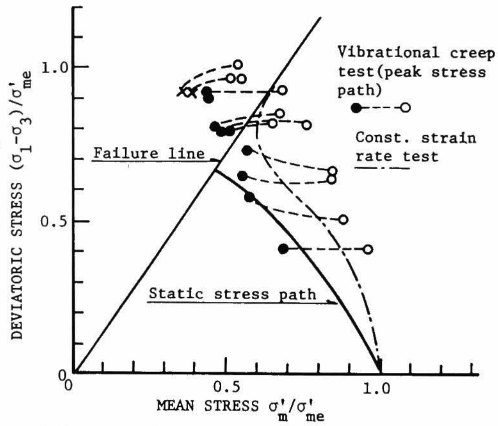


図2－29　振動クリープ時の最大強度点軌跡としての有効応力経路

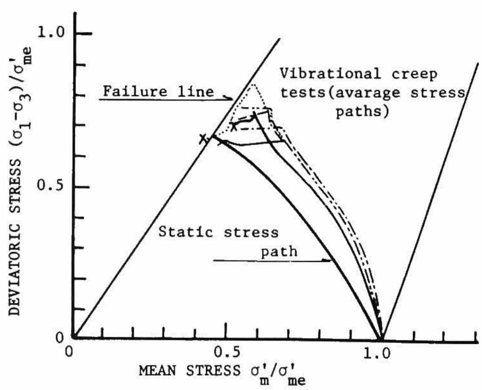


図2－30　振動クリープ時の支持応力の軌跡としての応力経路

さて，振動クリープ時に間隙水圧が正確に計測されているかどうかを調べるとともに間隙水圧の挙動を考察してみよう。振動

載荷時の発生間隙水圧の最大値Δu_{max}と最小値Δu_{min}が次式で与えられるものと仮定する。

$$\Delta u_{\substack{max\\min}} = \Delta u_m \pm \Delta u_d \quad \cdots\cdots \ (2-5-1)$$

ここに，Δu_m は平均間隙水圧，Δu_d は振動載荷の1サイクルの間における平均値からの偏差量である。図2−31(a)，(b)はある1サイクル過程における$\Delta u_m / \Delta\sigma'_{me}$と平均軸ひずみ関係を求めたものである。図には定ひずみ速度せん断試験の結果である図2−20から得られる平均的な$\Delta u / \sigma'_{me}$と軸ひずみ関係を点線で示している。図の語るところは間隙水圧とひずみの間に一義的な関係のあることを示すとともに，振動クリープ過程においても間隙水圧の計測が正確に行われていることを表わすものである。

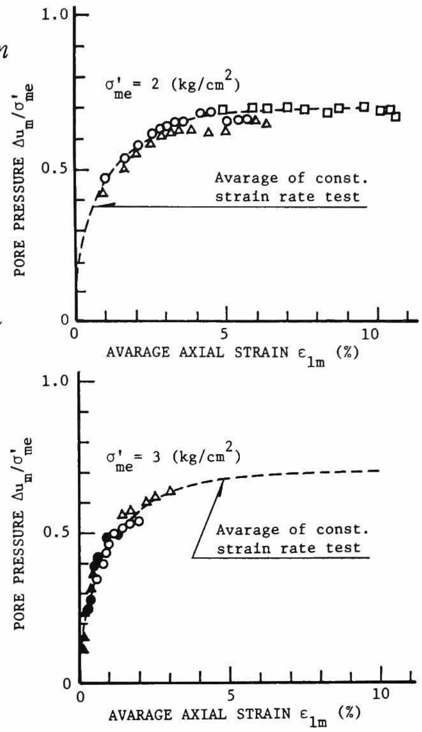


図2−31　振動クリープ時の平均発生間隙水圧と平均軸ひずみの関係 (a)圧密圧力2kg/cm²
(b)圧密圧力3kg/cm²

5−2　各種載荷条件下の挙動と実験式ならびに相互関係

一度，構成式が与えられるとその良否にかかわらず種々の載荷条件下の力学挙動を説明するために適用することは理論上は可能である。ここでは，ある特定の載荷条件下の粘土の時間依存性挙動を説明するため，これまで提案されている実験式相互の関係を見い出すことによって唯一的な構成式が存在するかどうかを議論することにする。すなわち，定ひずみ速度せん断時の挙動に対する Yong and Japp[37] の実験式と村山ら[38] による応力緩和過程に対する実験式が等価であることをまず証明し，次いでこれらの式を用いて Singh and Mitchell[32] の提案するクリープ挙動に関する実験式を誘導してみようとするものである。このことはすでに述べたように構成式が唯一的に存在するという証明を行うことでもある。

定ひずみ速度せん断時の挙動に対する実験式

Yong and Japp[37] は数種の粘性土を用いた衝撃載荷試験による結果から，粘性土の dynamic flow law として，ある特定のひずみとその時点におけるひずみ速度に対応する動的応力は同じひずみ量をもつある基準ひずみ速度に対応する基準応力（reference base stress）と超過応力（instantaneous excess stress）の和で表わされるとした。すなわち，瞬時の動的応力は次式で与えられる。

$$\sigma_c(\varepsilon_1,\dot{\varepsilon}_1)=\sigma_c(\varepsilon_1,\dot{\varepsilon}_{10})+\alpha(\varepsilon_1)\log(\dot{\varepsilon}_1/\dot{\varepsilon}_{10}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-2)$$

ここに，$\sigma_c(\varepsilon_1,\dot{\varepsilon}_1)$ は動的応力，ε_1は最大主ひずみ，$\dot{\varepsilon}_1=d\varepsilon_1/dt$ はひずみ速度，$\sigma_c(\varepsilon_1,\dot{\varepsilon}_{10})$ は基準動的応力，$\dot{\varepsilon}_{10}$ は基準ひずみ速度，$\alpha(\varepsilon_1)$はすでに定義づけた動的応力勾配である。なお，サブスクリプトの "c" は定ひずみ速度を意味する。

Yong and Japp の用いたひずみ速度に比較して非常に小さなひずみ速度である本実験においても図2－21(a)に示すとおり式(2－5－2)が成立することが認められる。

応力緩和時の挙動に対する実験式

村山ら[38]は種々の圧密履歴を有する粘土を用いて応力緩和試験を行い，図2－24(a)に示される直線関係から次のような実験式を与えた。

$$\sigma_R(\varepsilon_1,t)=\sigma_R(\varepsilon_1,t_1)-\beta(\varepsilon_1)\log(t/t_1) \quad t_1\geq t_0 \quad \cdots\cdots\cdots (2-5-3)$$

式中の，$\sigma_R(\varepsilon_1,t)$ はひずみを ε_1 に保つ応力緩和時の時刻 t における応力，$\sigma_R(\varepsilon_1,t_1)$は基準時間 $t=t_1$における応力，$\beta(\varepsilon_1)$は応力緩和速度，t_1は基準時刻($t_1>t_0$)，t_0 は応力緩和開始時刻をそれぞれ表わしている。応力緩和速度$\beta(\varepsilon_1)$は先に述べたとおり，図2－24(a)に示される直線の勾配として与えられ，図2－25のようにあるひずみ（ここでは1%）以上では一定値となる。式(2－5－3)は本実験結果を説明できることは明らかである。

二つの実験式の相関

一見して式(2－5－2)と式(2－5－3)の類似性が認められるが，以下両式が同一の関係式であることを示す。まず一定ひずみ速度$\dot{\varepsilon}_1$であるひずみ状態ε_1に達するために時間Tを要したとすれば，定ひずみ速度$\dot{\varepsilon}_1$は次式で与えられる。

$$\dot{\varepsilon}_1=\varepsilon_1/T \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-4)$$

この関係を式(2－5－2)に代入すると，次のようになる。

$$\sigma_c(\varepsilon_1,\varepsilon_1/T)=\sigma_c(\varepsilon_1,\varepsilon_1/T_0)+\alpha(\varepsilon_1)\log(T_0/T) \quad \cdots\cdots (2-5-5)$$

あるいは次式のようにも書き改められる。

$$\bar{\sigma}_c(\varepsilon_1,T)=\bar{\sigma}_c(\varepsilon_1,T_0)-\alpha(\varepsilon_1)\log(T/T_0) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-6)$$

ここに，$\bar{\sigma}_c(\varepsilon_1,T)$ は動的応力，$\bar{\sigma}_c(\varepsilon_1,T_0)$ は基準動的応力，T_0は一定ひずみ速度 ε_{10} でひずみ ε_1 に達するに要する時間である。

式(2－5－6)と式(2－5－3)を比較すると，定ひずみ速度せん断と応力緩和の差はある

が式の意味するところはある瞬間の応力はその基準値と時間効果の差による超過量の和として与えられる点で一致しており，さらに時間効果による値は基準時間とそのときの時間の比の対数に比例する点で等しいことである。

さて，両式に含まれる係数$\alpha(\varepsilon_1)$と$\beta(\varepsilon_1)$について考察してみよう。応力−ひずみの面上で，時刻$t=0$のとき原点にあり，$t=t$でε_cなるひずみ状態に達する種々の経路を考えてみる。図2−32において，経路ⅠはT_I時間の定ひずみ速度せん断でε_cに到達するもの，経路ⅡはT_{II}時間の定ひずみせん断でε_cに達した後（T_I-T_{II}）時間の応力緩和を行ったもの，また経路ⅢはT_{III}時間の定ひずみ速度せん断でε_cに到達した後（T_I-T_{III}）時間の応力緩和を行ったものであり，$T_I>T_{II}>T_{III}$の関係があるものとする。

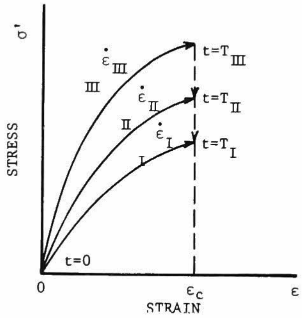


図2−32　応力・ひずみ経路図

式（2−5−6）よりT_I，T_{II}，T_{III}の各時間でε_cまで定ひずみ速度せん断を行ったときの各応力$\bar{\sigma}_c$は$\bar{\sigma}_{cI}(\varepsilon_c,\ T_I)$，$\bar{\sigma}_{cII}(\varepsilon_c,\ T_{II})$，$\bar{\sigma}_{cIII}(\varepsilon_c,\ T_{III})$となる。一方，経路Ⅱにおける$T_{II}\leq t\leq T_I$間の応力緩和式は式（2−5−3）により

$$\sigma_{RII}(\varepsilon_c,t-T_{II})=\sigma_{RII}(\varepsilon_c,T_I-T_{II})-\beta(\varepsilon_c)\log\{(t-T_{II})/(T_I-T_{II})\} \quad \cdots\cdots(2-5-7)$$

経路Ⅲに対して，$T_{III}\leq t\leq T_I$間における応力緩和は同様に次式で表わされる。

$$\sigma_{RIII}(\varepsilon_c,t-T_{III})=\sigma_{RIII}(\varepsilon_c,T_I-T_{III})-\beta(\varepsilon_c)\log\{(t-T_{III})/(T_I-T_{III})\} \quad \cdots(2-5-8)$$

さて，"時刻$t=0$のとき応力−ひずみ面上の原点を出発して，同一時間経過後，同一ひずみに達する2つの経路において，その時刻の応力の値は同一である"，という仮定を設ける。この仮定を用いると時刻$t=T_{II}$で

$$\sigma_{RIII}(\varepsilon_c,T_{II}-T_{III})=\bar{\sigma}_c(\varepsilon_c,T_{II}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2-5-9)$$

また時刻$t=T_I$で

$$\sigma_{RIII}(\varepsilon_c,T_I-T_{III})=\sigma_{RII}(\varepsilon_c,T_I-T_{II})=\bar{\sigma}_c(\varepsilon_c,T_I) \quad \cdots\cdots\cdots(2-5-10)$$

の関係式が成立することになる。式（2−5−6）と（2−5−8）を式（2−5−9）に代入して式(2−5−10)を用いると結局次式が求まる。

$$\beta(\varepsilon_c)\ \log\ \{(T_{II}-T_{III})/(T_I-T_{III})\}=\alpha(\varepsilon_c)\ \log\ (T_{II}/T_I)\cdots(2-5-11)$$

ここで，各経路のとり方は任意であるから$T_{III}\ll T_I$，T_{II}とすると式（2−5−11）から直ちに次の関係が与えられる。

$$\beta(\varepsilon_c) \fallingdotseq \alpha(\varepsilon_c) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-12)$$

さて，実験結果から求まる$\alpha(\varepsilon_1)$と$\beta(\varepsilon_1)$を検討すると図2－22と図2－25に示すとおりひずみの関数であるが，ともに1％以上のひずみに対しては一定値となる傾向がある。圧密圧力2kg／cm²に対してはその一定値はそれぞれ$\alpha(\varepsilon_1)=0.130$kg／cm²，$\beta(\varepsilon_1)\fallingdotseq 0.105$kg／cm²となる。一方，赤井ら[77]の結果は2kg／cm²の圧密試料に対して$\alpha(\varepsilon_1)=0.2$kg／cm²であり，村山ら[38]の2kg／cm²の圧密試料においては$\beta(\varepsilon_1)=0.14\sim 0.17$kg／cm²が求まっている。これらの係数は粘土の種類，圧密圧力によっても異なろうが，本実験の結果から$\alpha(\varepsilon_1)\fallingdotseq\beta(\varepsilon_1)$は近似的に成立すると考えてよさそうである。

以上の事実から結局次の関係が一般的に成立することが認められる。

$$\sigma=\bar{\sigma}(\varepsilon_1,t)=\sigma(\varepsilon_1,\dot{\varepsilon}_1) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-13)$$

さらに式(2−5−2)と(2−5−4)を用いると式(2−5−13)の右辺は次式で表わされる。

$$\bar{\sigma}(\varepsilon_1,t)=\sigma_c(\varepsilon_1,\dot{\varepsilon}_{10})+\alpha(\varepsilon_1)\log(\varepsilon_1/t\dot{\varepsilon}_{10}) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-14)$$

この式の意味するところはある基準ひずみ速度による応力$\sigma_c(\varepsilon_1,\dot{\varepsilon}_{10})$と$\alpha(\varepsilon_1)$が与えられるとき，任意の経路による時刻$t$とその時刻のひずみ$\varepsilon_1$に対応する応力が求まるということである。

クリープ挙動に対する実験式の誘導

さて，上に求まった式(2−5−14)を用いてクリープ挙動を説明してみよう。通常の三軸の場合，クリープ試験は次の条件のもとで行われる。

$$\sigma(\varepsilon_1+\Delta\varepsilon,t_1+\Delta t)=\sigma(\varepsilon_1,t_1)=\sigma_1=\text{一定} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-15)$$

ここに，t_1,ε_1は$\sigma=0$から$\sigma=\sigma_1$(const)までの載荷に要した時間とその間に生じたひずみであり，Δtと$\Delta\varepsilon$はクリープ開始後の経過時間とクリープひずみである。式(2−5−15)を式(2−5−14)に代入すると次式が求まる。

$$\begin{aligned}&\sigma_c(\varepsilon_1+\Delta\varepsilon,\dot{\varepsilon}_{10})+\alpha(\varepsilon_1+\Delta\varepsilon)\log\{(\varepsilon_1+\Delta\varepsilon)/(t_1+\Delta t)\dot{\varepsilon}_{10}\}\\&\quad=\sigma_c(\varepsilon_1,\dot{\varepsilon}_{10})+\alpha(\varepsilon_1)\log(\varepsilon_1/t_1\dot{\varepsilon}_{10}) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-16)\end{aligned}$$

いま，$\alpha(\varepsilon_1+\Delta\varepsilon)=\alpha(\varepsilon_1)$が成立すると仮定すれば，式(2−5−16)は次式となる。

$$\varepsilon_1+\Delta\varepsilon=\varepsilon_1(1+\Delta t/t_1)exp\{-[\sigma_c(\varepsilon_1+\Delta\varepsilon,\dot{\varepsilon}_{10})-\sigma_c(\varepsilon_1,\dot{\varepsilon}_{10})]/\bar{\alpha}(\varepsilon_1)\}\cdots(2-5-17)$$

ここに，$\overline{\alpha}(\varepsilon_1)=0.434\,\alpha(\varepsilon_1)$ である。この式は t_1，ε_1，Δt を与えると$\Delta\varepsilon$ が求まることを示している。

さらに，$\sigma_c(\varepsilon_1,\dot{\varepsilon}_{10})$ と ε_1 の関係が $\sigma_c(\varepsilon_1,\dot{\varepsilon}_{10})\sim\log\varepsilon_1$ 図上で図2－33 に示すように勾配 ϕ なる直線で近似できると仮定する。すなわち，その関係は次式で与えられる。

$$\sigma_c(\varepsilon_1+\Delta\varepsilon,\dot{\varepsilon}_{10})-\sigma_c(\varepsilon_1,\dot{\varepsilon}_{10})=\phi\ \log\{(\varepsilon_1+\Delta\varepsilon)/\varepsilon_1\} \quad \cdots\cdots (2-5-18)$$

式(2－5－18)を式(2－5－17)に用いると，結局次の関係が求まる。

$$\varepsilon_1+\Delta\varepsilon=\varepsilon_1(1+\Delta t/t_1)^{\alpha/(\alpha+\phi)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-19)$$

なお，式(2－5－18)の仮定であるが，図2－33 に示す定ひずみ速度せん断試験の結果からそれほど無理な近似ではなく，$\varepsilon_1=1\%$ あたりで変化する 2 本の直線で表わすとよりよい近似が得られる。村山ら[78]は各種のクリープ試験を行ったが，その実験結果を用いて式(2－5－19)を検討してみた。用いた係数は村山らの用いた粘土の他の力学特性から推定したもので。$\alpha=0.02$ kg/cm²，$\varepsilon_1+\Delta\varepsilon<1\%$で $\phi=1.0$ kg/cm²，$\varepsilon_1+\Delta\varepsilon>1\%$で $\phi=0.55$ kg/cm²とし，$t_1=1$ 分と仮定して式(2－5－19)を用いて，$\varepsilon_1=0.25$，0.65，1.00 と 1.15 %について計算したものが図2－34 である。図には村山らのクリープ曲線を実線で与えているが，計算値がそれをよく表わしていることが明らかである。

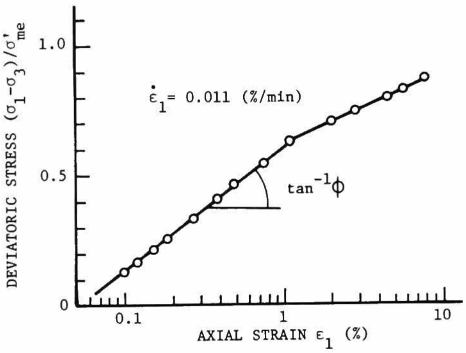


図2－33　定ひずみ速度せん断試験による応力－ひずみ関係

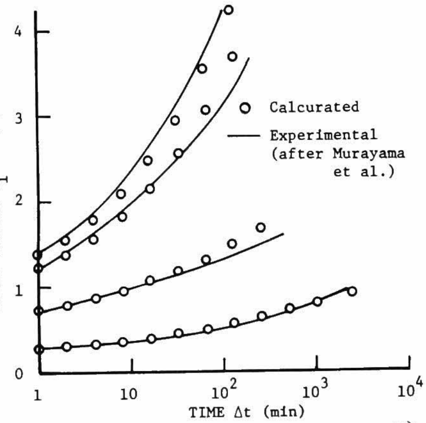


図2－34　クリープひずみ－時間関係[78]

クリープ現象をさらに詳しく考察してみよう。まず，$t=t_1$まで定ひずみ速度せん断試験を行い，ひずみ ε_1が発生した後，$t>t_1$で $\sigma(\varepsilon_1,t_1)$＝一定のクリープ試験を行うものとする。ここで $\Delta\varepsilon=\varepsilon-\varepsilon_1$，$\Delta t=t-t_1$ とおくと式(2－5－19)は，

$$\varepsilon=\varepsilon_1(t/t_1)^{\alpha/(\alpha+\phi)} \quad t>t_1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-20)$$

で与えられ，この時間微分，すなわち，クリープ過程のひずみ速度を求めると次式となる。

$$\dot{\varepsilon}=[\alpha/(\alpha+\phi)](\varepsilon_1/t_1)(t_1/t)^{\phi/(\alpha+\phi)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-21)$$

一方，クリープ応力$\bar{\sigma}$（ε_1, t_1）＝一定は，式（2−5−14）で与えられ，簡単な演算で次の関係式が求まる。

$$\varepsilon_1/t_1=\dot{\varepsilon}_{10}\,exp\{[\bar{\sigma}_c(\varepsilon_1,t_1)-\sigma_c(\varepsilon_1,\dot{\varepsilon}_{10})]/\bar{\alpha}(\varepsilon_1)\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-22)$$

式（2−5−21）と式（2−5−22）から，クリープひずみ速度は次式で与えられることになる。

$$\dot{\varepsilon}=[\alpha/(\alpha+\phi)]\dot{\varepsilon}_{10}\,exp\{[\bar{\sigma}_c(\varepsilon_1,t_1)-\sigma_c(\varepsilon_1,\dot{\varepsilon}_{10})]/\alpha(\varepsilon_1)\}(t_1/t)^{\phi/(\alpha+\phi)}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-23)$$

この式の重要な点はクリープ開始前の履歴の影響を含んでいることである。

Singh and Mitchell[32] は広くクリープ試験の結果を検討し，次のような実験式を提案した。

$$\dot{\varepsilon}(t,D)/\dot{\varepsilon}(t_{\mathrm{unit}},D)=(t_{\mathrm{unit}}/t)^m \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-24)$$

ここに，$\dot{\varepsilon}(t,D)$ はクリープを開始して単位時間経過後のひずみ速度，Dは軸差応力，mは定数である。さて，$t=t_1$まで定ひずみ速度せん断を行い，その後$\bar{\sigma}_c(\varepsilon_1,t_1)$でクリープを行ったとしよう。クリープを開始した後，時間$t=t_{\mathrm{unit}}$におけるひずみ速度を考えると式（2−5−21）と式（2−5−23）から次式が求まる。

$$\dot{\varepsilon}(t)/\dot{\varepsilon}(t_{\mathrm{unit}})=(t_{\mathrm{unit}}/t)^{\phi/(\alpha+\phi)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-25)$$

式（2−5−24）と式（2−5−25）を比較すると係数mはαとϕで次の関係式で与えられる。

$$m=\phi/(\alpha+\phi) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-26)$$

Singh and Mitchellはmが0.75～1.0の範囲にあると報告しているが，先に用いた例では$\varepsilon_1=1$％を境いにしてmの値は0.83から0.73に変化することになる。 Singh and Mitchellの指摘するようにmのもつ意味は明らかでない。

さらに彼らは結果を表現を変えて次式のようにも与えた。

$$ln\{\dot{\varepsilon}(t,D)/\dot{\varepsilon}(t,D_0)\}=\alpha^*D \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-27)$$

ここに，$\dot{\varepsilon}(t,D)$は$D=0$における仮想のひずみ速度でクリープ時間の関数として与えられ，α^*は定数である。最終的に式（2−5−24）と式（2−5−27）を用いて，クリープひずみ速

度に対する実験式を次のように与えた。

$$\dot{\varepsilon}=\dot{\varepsilon}(t_{unit}, D_0)exp\left[\alpha^* D\right](t_{unit}/t)^m \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-5-28)$$

式(2−5−26)を用いて,式(2−5−28)を式(2−5−23)と比較するとその類似性は明らかであって,クリープ開始までの履歴を含んでおり,実験によって求まる値のみを用いている点からも式(2−5−23)の方が具体性を有している。

以上,時間効果に関する飽和粘性土の種々の実験によって与えられた実験式,すなわち,Yong and Japp の定ひずみ速度に対する式,応力緩和に関する村山らの式,またクリープ現象を説明する Singh and Mitchell の式はすべて等価であり,それぞれの挙動を記述するための式であることが明らかになった。このことは一種類の試験,たとえば定ひずみ速度せん断試験から他の現象が推定できることを示すものである。さらに,当初の目的である唯一的な構成式が存在することを証明したことにもなった。本節における議論をまとめると以下のようになる。

すなわち,弾−粘塑性体として土質材料の構成式を次節で誘導する際の基礎とするために,有効応力の立場から粘性土の時間依存性について現象論的に統一的に実験事実を検討した。その結果は次のようである。

(1) 非排水,軸対称条件下の発生間隙水圧は最大主ひずみ ε_1 の関数で表わすことができるとのLoの主張が定ひずみ速度せん断と応力緩和試験の結果からも成立することが明らかであって,さらに間隙水圧はひずみ速度の影響を受けないものである。

(2) 定ひずみ速度せん断試験の有効応力経路上に求めた等ひずみ線は最大主応力軸に平行で,また応力緩和時の有効応力経路も最大主応力軸に平行となる事実は(1)の結論との表裏をなすものである。

(3) 定ひずみ速度せん断時の挙動に対する Yong and Japp の式(2−5−2)と応力緩和挙動に対する村山らの式(2−5−3)は等価である。ついで Singh and Mitchell のクリープに対する実験式(2−5−28)も誘導できることを明らかにした。したがって,一種の試験結果によって他の条件下の挙動を推定することができる。

(4) すなわち,少なくとも上述の各種挙動を統一的に記述できる構成式が存在することが証明された。

5−3　弾−粘塑性体とした粘性土の構成式[25]

前節で詳細に論じた正規圧密状態にある粘性土の時間依存性挙動を記述できる構成式を critical state energy theory をPerzyna の弾−粘塑性体理論を用いて拡張することで

誘導する。

正規圧密粘土を非排水条件のもとで2つの異なるひずみ速度でせん断試験を行うと図2－23に示したように異なる有効応力経路を与える。すなわち，図2－35に模式的に示すように遅いひずみ速度に対する経路Iと，速いひずみ速度に対する経路IIが求まる。応力経路Iを非常に遅いひずみ速度，$\dot{\varepsilon}_I \fallingdotseq 0$ で行ったものと考え，前節で論じたようにRoscoeらの理論で与えられるものと仮定して，それを静的平衡時の応力経路と呼ぶことにする。

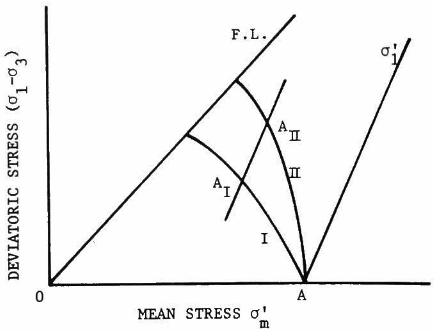


図2－35　動的ならびに静的応力経路の模式図

また，等最大主ひずみ線は最大主応力軸に平行となることが実験事実としてわかっている。そこで，等非弾性最大主ひずみ線（ε_1^p＝一定）が応力経路I，IIとそれぞれA_I，A_{II} 点で交わるものとし，さらにA_I，A_{II} 点の応力状態におけるひずみ硬化の度合は等しく，有効応力面内で生ずる差はひずみ速度の差異によるものと仮定する。

以上の実験事実にもとづき，構成式を求めるため以下の基本仮定を設ける。

(1)　同一の間隙比であれば，等非弾性最大主ひずみ線は有効応力面内の最大主応力軸に平行である。

(2)　ひずみ硬化は非弾性ひずみの大きさに依存する。したがって，同一のひずみ硬化が等非弾性最大ひずみ線上において生ずる。

(3)　非弾性ひずみ増分ベクトルは等非弾性ひずみ状態においては同一の方向をもつものとする。

このような仮定に基づくと，図2－36に示す点A_sとA_d は同じ非弾性ひずみ状態にあり，かつ最大主応力軸に平行な線上にあって，同一のひずみ硬化を示していると考える。したがって，そこに生じている差異Δk はひずみ速さ効果によるものである。このことから，A_d を通る動的降伏曲面は点A_s を通る静的降伏曲面$f_s=k_s$を点（σ'_{m0}，0）に関する相似変換によって決定することができる。また，A_d 点における非弾性ひずみ速さベクトルは A_s 点における塑性ひずみ増分ベクトルと同じ方向をもつことは直交性（normality rule）が成立するから自明である。

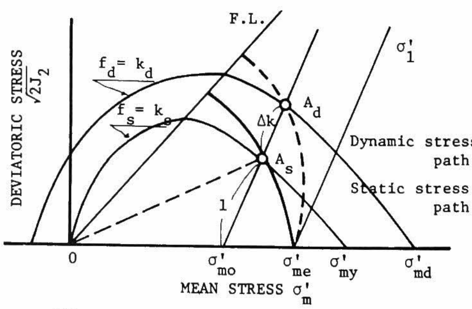


図2－36　動的降伏曲面の決定方法

次に，静的降伏関数$f_s=k_s$，すなわち，粘性土の静的平衡状態の挙動がcritical state energy theory によって与えられるものと仮定する。言い替えると$f_s=k_s$が式（2－3－

5）で与えられるものとすれば，動的降伏関数は点（σ'_{m0}，0）に関する相似変換によって次式のように求まる。

$$f_d=(\sigma'_m+\Delta k\cdot\sigma'_{m0})\exp\left[\frac{\sqrt{2J_2}}{M^*(\sigma'_m+\Delta k\cdot\sigma'_{m0})}\right]-\Delta k\cdot\sigma'_{m0}=k_d=\sigma'_{md}$$

………（2－6－1）

この場合，超過応力関数Fは次式で与えられる。

$$F=\Delta k=\frac{(\sigma'_{md}-\sigma'_{my})}{(\sigma'_{my}-\sigma'_{m0})}=\frac{(\sigma'_m)_d-(\sigma'_m)_s}{[(\sigma'_m)_s-\sigma'_{m0}]}=\frac{(\sqrt{2J_2})_d}{(\sqrt{2J_2})_s-1}\quad\cdots\cdots(2-6-2)$$

ここに，（ ）$_d$：動的時の値，（ ）$_s$：静的時の値をそれぞれ示している。式（2−6−1）で動的降伏関数が与えられたから，式（2−2−13）によって構成式が求まる。

$$\dot{\varepsilon}^{PV}_{ij}=\frac{1}{\eta}\Phi(F)\left\{\left[\frac{S_{ij}}{M^*\sqrt{2J_2}}\right]_d+\left[1-\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{M^*\sigma'_m}\right)_s\right]\frac{\delta_{ij}}{3}\right\}\left[\frac{\sigma'_{my}}{(\sigma'_m)_s}\right]\cdots(2\text{-}6\text{-}3)$$

したがって，弾－粘塑性体としたときの粘性土の構成式は次式となる。

$$\dot{\varepsilon}_{ij}=\frac{\kappa\ \dot{\sigma}'_m\ \delta_{ij}}{3(1+e)\sigma'_m}+\frac{\dot{S}_{ij}}{2G(e)}$$

$$+\frac{1}{\eta}\Phi(F)\left\{\frac{S_{ij}}{M^*\sqrt{2J_2}}+\left[1-\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{M^*\sigma'_m}\right)_s\right]\frac{\delta_{ij}}{3}\right\}\left[\frac{\sigma'_{my}}{(\sigma'_m)_s}\right]\cdots(2\text{-}6\text{-}4)$$

残る問題は汎関数$\Phi(F)$をいかに決定するかである。まず，式（2−6−3）を用いて簡単な演算を行うと次の関係が求まる。

$$F=\Phi^{-1}\left[\eta M^*\sqrt{2I^{VP}_2}\Big/\left(\frac{\sigma'_{my}}{(\sigma'_m)_s}\right)\right]\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(2-6-5)$$

したがって，汎関数$\Phi(F)$はFと$M^*\sqrt{2I^{VP}_2}/(\sigma'_{my}/(\sigma'_m)_s)$の関係を実験によって明らかにできれば決定されることになる。ここでは一例として，三軸非排水クリープ試験結果を用いた決定方法を示しておく。軸対称三軸非排水クリープ条件下において，式（2−6−4）は次のようになる。

$$\dot{\varepsilon}_1=\dot{e}_{11}=\dot{e}^{VP}_{11}=\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\Phi(F)}{\eta M^*}\left[\frac{\sigma'_{my}}{(\sigma'_m)_s}\right]\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(2-6-6)$$

等価圧力σ'_{me}を導入すると

$$\frac{\sigma'_{my}}{(\sigma'_m)_s}=\left[\frac{\sigma'_{me}}{(\sigma'_m)_s}\right]^{\lambda/(\lambda-\kappa)}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(2-6-7)$$

の関係が常に成立する。非排水条件ではσ'_{me}＝一定で値も確定する。式（2−6−7）を式

(2−6−6)に用いると,

$$\Phi(F)=\eta M\frac{\dot{\varepsilon}_1}{\left[\sigma'_{me}/(\sigma'_m)_s\right]^{\lambda/(\lambda-\kappa)}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-6-8)$$

ここに, $M=\sqrt{3/2\,M^*}$である。

非排水クリープ試験時には, F, σ'_{me}, $(\sigma'_m)_s$が既知となり, また, 静的せん断試験によってM, さらに圧密−膨潤試験によってλ, κが求まっているから, クリープ時のひずみ速さ$\dot{\varepsilon}_1$を測定することで, Fと$M\dot{\varepsilon}_1/\left[\sigma'_{me}/(\sigma'_m)_s\right]^{\lambda/(\lambda-\kappa)}$の関係が得られる。図2−37は前節の試料Iに対するクリープ試験で求まった結果であって, 図から,

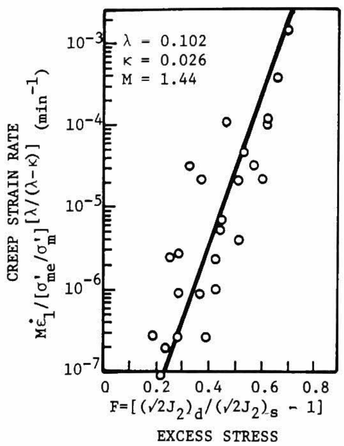


図2−37　非排水クリープ試験による$\Phi(F)$の決定

$$\Phi(F)=exp\,(\delta F)$$

となる。なお, この粘性土に対しては, $\eta=6\times10^5$(min) $\delta=3.95$となる。

最後に, この理論の意味するところを模式的に示して, 理解の助けにしよう。図2−38は飽和粘性土のσ_1のみを変化させる各種三軸試験によって求まる有効応力経路を示したものである。図においてA点までは等方圧密された試料に対する排水せん断時の有効応力経路はσ'_1−軸に平行な$\overrightarrow{AD}$で表わされる。しかし, 非排水せん断では, せん断ひずみ速さが0であると, critical state energy theoryで与えられる$\overset{\frown}{AB}$なる有効応力経路となるが, あるひずみ速さ(通常の場合)を有するときには$\overset{\frown}{AC}$という経路を取り, B, C点でそれぞれ破壊に至る。また, $\overset{\frown}{AC}$の有効応力経路上の一点Eから軸差応力を一定に保つクリープ試験を行うと$\overrightarrow{EF}$なる経路上を移動し, $\overset{\frown}{AB}$と交わるF点で平衡状態に至る。一方, $\overset{\frown}{AC}$上のE'点からクリープを開始すると, $\overset{\frown}{AB}$とは交わらず, 破壊線$F.L$とF'点で直接交わり, クリープ破壊を生ずることになる。したがって, クリープ破壊を生ずるかどうかの限界応力は$\overline{BE''}$線によって与えられ, それ以上の応力で非排水クリープを行うとクリープ破壊を生ずることになる。

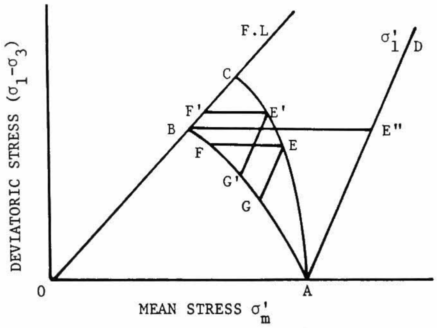


図2−38　各種非排水三軸試験における有効応力経路

さて, 応力緩和時にはどうなるであろうか。$\overset{\frown}{AC}$経路上のEまたはE'点から, ひずみε_1

を一定に保つ応力緩和を行うと最大主応力軸（σ_1－軸）に平行な$\overrightarrow{EG}$あるいは$\overrightarrow{E'G'}$ 経路に沿って応力緩和が生じ，$\overset{\frown}{AB}$経路と交わるG，G'点で平衡状態に達する。

ところが，実際の地盤の場合には圧密も同時に生ずる。図2－39は図2－38に間隙比eの軸を加えて，Cambridge 理論で用いる状態曲面を表わしている。いま，A点まで圧密されていた地盤に，B_3まで載荷したとする。直ちにクリープ変形とダイレイタンシーによる過剰間隙水圧が発生するから，B_3よりC_3に向って圧密も生ずる。したがって，その地盤が破壊するか，どうかは，クリープによる$\overrightarrow{B_3H}$方向の成分と圧密による$\overrightarrow{B_3C_3}$方向の成分の大小によって決まる。すなわち，圧密成分がまさるとP_2のような経路をとってC_3で安定な状態で落着くが，クリープ成分がまさるとP_1の経路をとって，F点で破壊することになる。

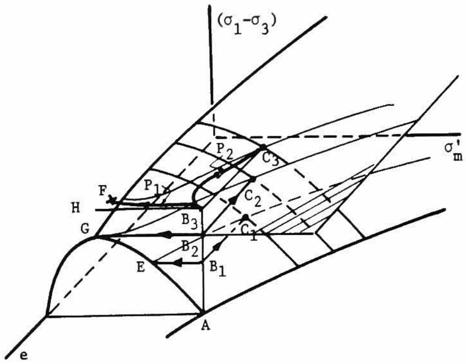


図2－39　状態曲面を加味したクリープと圧密挙動の説明図

本節で誘導した構成式を圧密問題に適用すると上述したような現象を解析できるが，現在のところ完全な解析が行われたという事例は知らない。解析手法を開発する段階にある。

第 3 章　軟岩の力学的挙動と破壊規準

第 1 節　概　　説

先に述べたように，軟岩を対象とする重要な土木構造物を建設することが増加してきたために，軟岩の力学特性を明らかにする研究が次第に行われるようになり，その結果，軟岩は土質材料と類似の挙動を呈することなどが知られてきた。すなわち，軟岩の力学的挙動を現象論的に概観すると，定性的には土質材料の力学挙動と変らず，その差は拘束圧力など作用応力のレベルの大小によるものと考えられる。

ところが，例えば軟岩を基礎岩盤とする構造物の支持力問題に限っても多くの未解決の問題がある。周知のとおり，支持力問題では破壊と変形に関する検討がなされるが，最近では有限要素法などの近似解法の普及によって，双方をまとめて検討しようという機運にある。このような解析手法の発達に対して，最も重要なインプットである軟岩の破壊までを含めて，その力学挙動を記述できる構成式や，対象とする岩盤の地盤モデル化の方法論の確立が立遅れている感は否めない。極論すると，従来の設計，解析に最小限必要な材料の強度定数 c 、ϕ とか，弾性係数 E，ν すらどのような値を用いるべきか明確にされていない現状である。

そこで，本章においては堆積軟岩の力学特性を明らかにするため，多孔質凝灰岩である大谷石を理想的軟岩材料と考え，その力学特性について考察を進めることにする。[79)〜83)]

まず初めに，力学特性を調べるための室内試験としての三軸試験について，実験装置，試験方法，さらに三軸試験を行うにあたっての留意点，問題点を述べる。

次いで，拘束圧を 0 〜 200 kg／cm² の範囲で変えた三軸圧縮試験の結果得られた軟岩の力学特性を示すが，軟岩はもとより地盤材料の構成式を誘導する際の基礎資料を提供するといった意味で詳細に論ずることにする。

実験によって明らかにされた強度特性を検討することにより，最大ならびに残留強度双方に対する破壊規準を提案する。これは，軟岩の強度が拘束圧（直応力）と非線形関係にあるため，Mohr－Coulomb型（粘着力 c，内部摩擦角 ϕ による）の破壊規準によって表わすのが困難な岩石材料に対して Hobbs[84)]，Murrell[85)]が提唱したものを適用するとともに，軟岩の破壊規準を単に応力間の関係式だけで規定するのは不十分であるという実験事実にもとづき，強度と体積ひずみの関係も同時に与えることによって，軟岩の破壊規準として拡張，改善したものである。

最後に，以上の成果を用いて，土質材料と岩石質材料の差異をいかに考えればよいのか,

また地質分離面の有無によって区別される岩盤と岩石の力学特性の相違の起因するところを，さらに岩盤と岩石の力学特性間の定量的な相関づけの可能性について論及し，今後の研究の方向づけを行うことにする。

第2節　軟岩の力学試験—三軸試験—

軟岩の力学試験は種々のものが考えられているが，基本的には土質材料に対する試験と変るところはない。また軟岩の力学物性を調べる最も望ましい試験は三軸試験である。地盤力学において構成式が果す役割の重要性，またそれが有限要素法などの近似解析法の進歩に依存していることは，すでに述べた通りである。このような時代の流れから三軸試験は単に材料の強度のみならず，実際に生ずる広範な荷重条件に対する材料の応答を統一的に把握する目的に使用されるようになってきている。地盤材料の正しい力学挙動を知るためには三軸試験の限度をよく理解して，常に精度の高い制御と計測技術の導入に努めることが大切である。

本節では三軸試験の限界，軟岩用三軸試験のための装置，制御，計測，軟岩を対象とした三軸試験の問題点ならびに実験の種類と方法について，順次述べることにする。

2−1　三軸試験は要素試験か

地盤材料の力学挙動を調べる有効な試験法として，三軸試験が用いられるようになってから相当な年月が経過し，載荷方式，測定法に幾多の改良が加えられ実用に供されている。地盤材料は一般に固，液，気の三相から成る混合体であって，個々の相のみならず，それら相互の作用を含む全体としての挙動の計測が要求される。三軸試験は材料の要素試験であると考えるのが通常であって，とくに構成式の誘導を目的とする場合には現行の計測の方法からも要素試験であることが要求される。しかし，厳密には載荷の境界条件が側方に応力一定，軸方向は端面において変位が一定であって，端面の摩擦が0にはなり得ないから

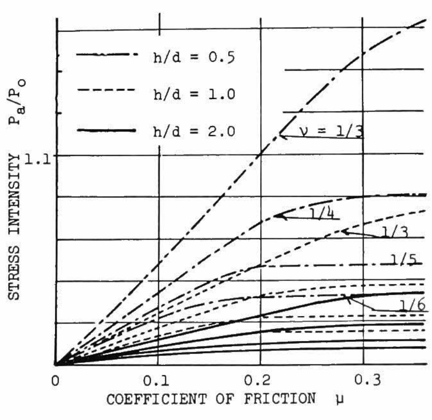


図3−1　供試体端面摩擦の影響[86]

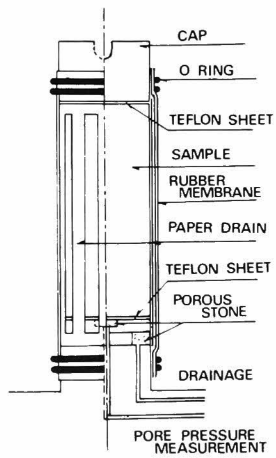


図3−2　三軸供試体のセット方法

全体の挙動は一様でない。この端面摩擦の影響がどの程度であるかを中川[86]の解析結果を用いて検討してみよう。図３－１は弾性体である円柱供試体高さに対応した軸方向変位を与えるのに必要な荷重 P_a が，ポアソン比 ν，供試体端面と剛体盤との摩擦係数 μ，供試体の高さと直径比 h/d によってどのように変化するかを示したものである。なお，図中の P_0 は端面の摩擦が０の供試体，すなわち一様圧縮供試体に単位の軸方向変位を与えるのに必要な荷重を表わしている。この図から供試体の高さ直径比による影響が大きいことがわかる。一般に，地盤材料の三軸試験は $h/d=2.0$ であることが多く，$\nu=1/3$ とると最大約４％程度の誤差を生ずることになる。いずれにしても要素試験と考えるためには，端面の摩擦を減少させることが必要であることが明らかである。

図３－２は著者らが採用している三軸供試体のセット状況を示している。端面の摩擦を減ずる目的で，キャップ，ペデスタルには全面に渡るポーラスストンを用いず，間隙圧の計測は底盤中央で行う構造にして供試体と剛体盤間にはシリコン油を塗布した 0.1 ㎜のテフロンシートをおいている。これによって摩擦係数は0.02程度となり，またテフロンの弾性率は 10^4 ㎏/㎠のオーダーであるから，10^4 ㎏/㎠ 程度の弾性率を有する軟岩の試験においてはその変形量は無視できる。このように摩擦を極力減少させれば，三軸試験であると考えても，それ程の誤差はないと言えよう。

2－2　三軸試験における制御と計測[74]

上の議論からも判るとおり，端面の摩擦を極力除去したうえで，応力分布が一様と考えられる供試体中央部で各種の測定を行うことが望ましいが，土質材料のように軟弱で水を含むものでは，中央部で変位を計測することが現在のところ多額の費用を要し実用的ではない。したがって，供試体を要素と考えての荷重制御ならびに計測を行うことになる。

まず，応力の制御についていえば軸荷重と側圧である。側圧を一定としての試験について考えると，軸荷重の制御は，定ひずみ速さ，定応力速さ，一定応力（クリープ），一定ひずみ（応力緩和）と振動荷重載荷が普通行われる試験である。また試験中側圧も高精度に制御する必要があるから側圧の制御についても忘れてはならない。

つぎに計測量としては軸応力，側圧などの載荷応力と反応圧力としての間隙圧などの荷重，圧力に関するものと，軸ひずみ，側方ひずみ，さらに体積ひずみなど変形に関するものがある。

これらの制御，計測について特筆すべきものを示し，説明を加えよう。軸荷重載荷は容量３～10 tonの電動モーター駆動による５段変速方式の載荷装置により，20×10^{-4}～2×10^{-1} ㎜/min の範囲内で定ひずみ速さ載荷を主として用いるが，クリープ試験には空気圧によ

って載荷するベロフラムシリンダーによる定荷重載荷装置を使用する。

試験中，側圧とクリープ試験においては軸圧を一定に保つ機構が必要となる。低圧（$0\sim10\,\mathrm{kg/cm^2}$）の場合は高精度の空気圧制御弁*を直接使用することができるが，$10\,\mathrm{kg/cm^2}$以上の圧力に対しては別の制御装置が必要となる。図３－３は$10\,\mathrm{kg/cm^2}$以上の側圧制御を中心に示した試験装置の模式図である。側圧の制御はまず空気圧制御弁(1)(air pressure regulater)によってコンプレッサーからの空気圧を制御し，その空気圧をで空気圧駆動油圧ポンプ**(2)（air pressure driven oil pump）を作動させて一次圧を得る。その一次圧はポンプ作動時の衝撃圧の吸収と一定油量を確保するために蓄圧器(3)(accumlator)に蓄わえる。蓄わえられた一次圧は高精度の油圧制御弁*** (4)(oil pressure regulater) で所定の圧力に制御し，油圧－水圧変換器(5)(water tank)内で水圧に変換して三軸室(6)(triaxial cell)の側圧を与えるものである。

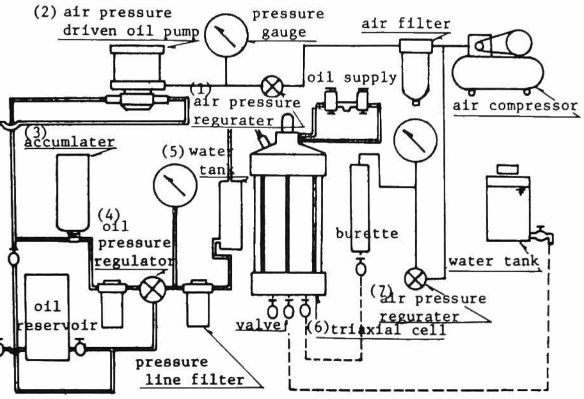


図３－３　側圧制御系を中心とした三軸装置の概略図

力学挙動を有効応力によって整理することから間隙水圧の計測は最も大切なものの一つである。間隙水圧は図３－２に示すように，供試体底面中央部において半導体小型圧力変換器を用い測定している。この変換器の受圧面の圧力変化による体積変化は$0\sim30\,\mathrm{kg/cm^2}$のもので$6\times10^{-7}\,\mathrm{cc/kg/cm^2}$，$0\sim100\,\mathrm{kg/cm^2}$容量のもので$2\times10^{-7}\,\mathrm{cc/kg/cm^2}$と水の圧縮率に比較して小さく，間隙水圧の計測は正確に行える。

体積変化は供試体の吸排水量によって測定する。吸排水は図３－２に示すように供試体周面に施したペーパードレインによるが，間隙水圧を正確に計測するために，図３－３の空気圧制御弁(7)(air pressure regulater) によってビューレットに任意のバックプレッシャーを適用できる構造にしてある。

側圧制御に用いた機器の中で，空気圧制御弁(1)，空気圧駆動油圧ポンプ(2)ならびに油圧制御弁(4)は詳細を以下に説明する。

空気圧制御弁*(air pressure regulater)

空気圧制御弁はわが国でも広く用いられるようになったが，制御機構は所定圧以上の過剰圧力を排気弁(relief valve)により常時排出し，一次圧の振動は制御膜(control diaphram)によって隔絶され制御室内で減幅するから，コンプレッサーなどによる一次圧の

変動には影響されず所定の二次圧が得られる機構になっている。一次圧の許容最大圧力は，17.5kg／cm²，二次圧の制御範囲は0～10.5kg／cm²，その精度は7mm水頭，すなわち7×10^{-4} kg／cm²である。

空気圧駆動油圧ポンプ**(air pressure driven oil pump)

油圧発生源として用いる油圧ポンプは，制御された空気圧により一定の倍率の油圧を発生し，かつその圧力に達するまでは無制限に油を送るポンプの機能を有している。ポンプの倍率は種々あるが，例えば20倍のものであれば5kg／cm²の空気圧で100kg／cm²の油圧が得られる。なお，300倍程度の倍率のものまで市販されている。ポンプの精度は定格圧力の5％程度であるから，そのまま側圧などの精密な圧力制御には使用できない。

油圧制御弁***(oil pressure regulater)

10kg／cm²以上の圧力制御に用いる油圧制御弁は自動閉鎖，圧力封入により，圧を一定に保つことができるので温度などによる二次圧側の圧力の増減に対処して二次圧を常時一定に制御できる。またいくつかの部分に分解することが簡単で作業上の安全性も高くハンドル操作も容易で調整も簡単であり，短時間で減圧できるなどの特徴がある。制御圧力範囲は420kg／cm²までで，精度は0.1％である。

2−3　軟岩試験用三軸室

軟岩の力学特性を明らかにするために，二種類の三軸室を試作し使用した。第一の三軸試験用三軸室は図3－4(a)に示す，側圧35kg／cm²容量のものである。これは構造的に土質用三軸室と変らないが，側圧を35kg／cm²まで載荷可能とするため，肉厚30mmのアクリル円筒を用い，外部から常時供試体を可視できるようにしてある。また三軸室の軽量化のため金属部分はジュラルミンを使用している。一方，図3－4(b)は側圧200kg／cm²容量のもので，容器はステンレスである。

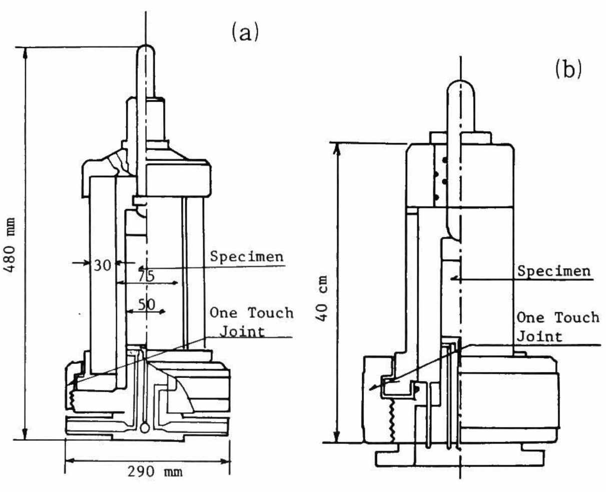


図3－4　軟岩試験用三軸室
(a) 35kg/cm²　(b) 200kg/cm²

これらの三軸室は図に示すように，高圧用の三軸室を密閉するのに通常使用するボルトによる固定方式を改め，ワンタッチ方式を採用して準備の手間を軽減することができた。

2−4　実験上の問題点

軟岩の三軸試験にはいろいろの問題があるが，ここでは以下の三点について論ずる。問題点の第1は間隙水圧の計測に関するものである，すなわち計測位置と用いる計器についてである。先に述べたように，間隙水圧はペデスタル中央部で供試体端面における値として計測するが，泥岩など透水係数の低い材料では破壊時にせん断領域が計測点から離れることにより時間遅れを生ずるから，正確を期すためには計測位置と供試体周囲のペーパードレインとを連続させておくなどの工夫が必要である。間隙水圧の計測に圧力変換器を用いることが多いが，このとき留意すべきことは変換器の受圧面の圧力変化による体積変化が小さいものを使用することである。計測によって間隙水の移動を伴なうものは測定精度が悪い変換器といえる。例えば半導体型小型圧力変換器の場合，計測容量0～30kg／cm²のものは6×10^{-7} cc／kg／cm²，0～100kg／cm²のもので2×10^{-7}cc／kg／cm²であるから，水の圧縮率と比較して1／100以下と小さいから，正確な計測が期待できる。

第2は軟岩の非排水せん断試験を低い拘束圧のもとで行うときに生ずる問題であり，そのうちの第1はせん断初期の体積圧縮段階におけるものである。せん断初期には体積は圧縮しようとするから，非排水条件下では間隙水圧が発生することになる。ところが，供試体中に側圧以上の間隙水圧が生じたとすると，供試体とゴム膜との間の間隙水圧は側圧以上にはなれないから，供試体内の間隙水はその圧力が側圧と釣合うまで，供試体とゴム膜の間に向って移動することになる。このことは供試体内からビュレットへの排水系にあるバルブは閉じてはいるものの閉塞系内で排水試験をしていることを意味している。すなわちバルブは閉じているが，非排水条件という試験条件を満足する状態ではない。その第2はせん断が進むと体積は膨張しようとするから，非排水条件では間隙水圧が減少することになる。ところが，拘束圧の大きさと適用したバックプレッシャーの値によっては間隙水圧は減少して大気圧以下となる。このような場合には間隙水中に溶解していた空気が気泡となって膨張するから体積膨張が生じていても何らおかしいことはない。このときも，バルブは閉じているものの，系内で体積膨張が生じている可能性が大きく，非排水条件を満足している状態とはいえない。この2点をいかに調べ，どのように防止したらよいのであろうか。後者に対しては，体積変化の有無は三軸室内の側液の量の変化を計測することで解明でき，この問題の発生を解消するにはダイレイタンシーによる間隙水圧の減少量に見合うバックプレッシャーを適用することで解決する。ところが前者の問題に関しては直接調べる手段も，解決する方法も見当らない。したがって排水試験などによって間接的に推論する以外に方法はない。

第3の問題点は排水試験における体積変化の計測である。すなわち，供試体からの吸排

水量によって体積変化を測定する場合のペーパードレィンの影響である。圧縮試験で側圧を変化させるとき，側圧が大きくなるとペーパードレィン自体の圧密による排水やその透水性の低下による時間遅れが生じるため補正が必要となる。したがって，体積弾性係数Kの決定は後述するように等方圧密試験結果より，側圧を一定に保つ排水せん断試験結果を用いる方が良い。またペーパードレィンには紙製の濾紙ではなく，ナイロン製の布（ナイロンメッシュ）を使用することで上記の問題を軽減することができる。

2−5　試験の種類と方法

軟岩の力学特性を調べるための三軸試験は多岐にわたるものが考えられる。まず，Terzaghi の有効応力を適用できるかどうか，また供試体が飽和しているかどうかを調べるためのB−値試験，等方圧力による体積変化をみる等方圧縮試験，せん断応力による変形挙動ならびに強度特性を調べるせん断試験の 3 種に大別できる。せん断試験はさらにせん断時の排水条件によって非排水試験と排水試験の 2 つに分けられる。ところで，現在広く行われるのは圧密過程でも排水を許さない，いわゆる非圧密非排水せん断試験であって無意味なデーターを量産している現状でもある。

せん断応力の載荷は通常，所定の等方圧σ_3で圧密した後，側圧σ_3を一定に保って軸応力σ_1を増加させる三軸圧縮によっている。また，軸応力σ_1の載荷方法は一定のひずみ速さによるひずみ制御，あるいは軸応力σ_1を段階的に増加させる応力制御が用いられる。さらに，材料の時間依存性を調べるためには一定の応力σ_1に保つクリープ試験や所定の軸ひずみε_1までせん断した後，そのひずみに保って軸応力の時間的な減少をみる応力緩和試験もある。

本研究においては軟岩の力学特性を明らかにし構成式を求めるために最低限必要な試験を選択して行った。

第 3 節　軟岩の変形ならびに強度特性

軟岩の力学特性を実験によって明らかにする目的で多孔質凝灰岩である通称大谷石を理想的堆積軟岩として選び各種三軸試験を行った。本節は試験結果を示すとともに，軟岩の基本的な力学挙動を浮き彫りにして，以後の議論に資料を提供するものである。

3−1　試料−大谷石−

堆積軟岩の力学特性を明らかにするためには均質な供試体を多数準備できることが必要である。そこで，第三紀堆積の多孔質凝灰岩である大谷石を使用した。これは前述したよ

うに均質な供試体を多数準備でき，かつ堆積軟岩の力学挙動がいかなるものであるのかの下敷づくりに最適であると判断したからである。その物理諸量は表3－1にまとめて示してある。

表3－1　物理諸量

間隙比	e	0.72
間隙率	n	42％
乾燥密度	γ_d	1.44 g／cm³
湿潤密度	γ_t	1.86 g／cm³
含水比	w	29.2 ％
粒子比重	G_s	2.48

供試体は直径5cm，高さ10cmの円柱形である。また，水面下にあって水で飽和した軟岩の力学挙動を考えるということで，水で飽和させたものを用いた。飽和は容器内に供試体を水浸させ，容器にサクションを作用させることによって強制的に行った。

3－2　Skemptonの間隙圧係数B[87]と有効応力

間隙圧係数Bは非排水条件のもとで，供試体に作用する等方圧力σ_3を$\Delta\sigma_3$だけ変化させたときの間隙圧uの変化Δuとの比でもって次式で定義づけられる。

$$B=\frac{\Delta u}{\Delta\sigma_3} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\ (3-3-1)$$

Bishopら[88]は間隙を有する材料のB－値は間隙をもつ材料全体の圧縮率C，間隙流体の圧縮率C_w，間隙体を構成する固体実質部の圧縮率C_sと間隙率nの関数として次のように与えられるとした。

$$B=\frac{1}{1+n(C_w-C_s)/(C-C_s)} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\ (3-3-2)$$

この場合，体積変化を支配する有効応力σ'_{ij}は近似的に次式で与えられる。

$$\sigma'_{ij}=\sigma_{ij}-u\left[1-\frac{C_s}{C}\right]\delta_{ij} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\ (3-3-3)$$

C_sがCとC_wに比較して十分小さい場合に式（3－3－2）は

$$B=\frac{1}{1+n(C_w/C)} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\ (3-3-4)$$

となり，式（3－3－3）はTerzaghiの有効応力式となる。

$$\sigma'_{ij}=\sigma_{ij}-u\,\delta_{ij} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\ (3-3-5)$$

このように，B－値を調べることは飽和度のチェックと水で完全に飽和しておれば間隙を有する材料全体の圧縮率Cの評価，さらにTerzaghi の有効応力関係式の適用の是否を議論することもできる。

大谷石の試験結果を図３－５に与えたが，これは圧力範囲が σ_3＝60kg／cm²までである。図より，B－値は低拘束圧レベルで0.95，高拘束圧レベルで0.88と拘束圧 σ_3 の増加とともに減少していることがわかる。B－値が１より小さいのは飽和してしている場合でも，C が土質材料に比較して小さい岩石質材料で一般的に認められる傾向である。次節で述べるように，等方圧密試験によって求められたこの材料の圧縮率 C は低拘束圧から高拘束圧へと拘束圧の大きさによって C＝3.4～1.3×10^{-4}（1／kg／cm²）と変化する。C_w＝49×10^{-6}（1／kg／cm²），C_s＝2.7×10^{-6}（1／kg／cm²）と仮定すると，式（3－3－2）と式（3－3－4）の差は微少となり，B＝0.88～0.95となる。このことから，試料は水で完全に飽和しており，かつTerzaghi の有効応力式（3－3－5）を適用してよいと判断できる。

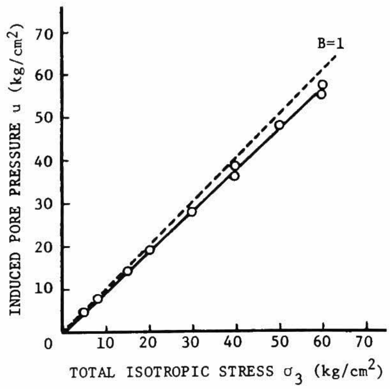


図３－５　B－値試験結果

３－３　等方圧密－膨潤試験

等方圧を載荷し除荷することで，体積変化がどの程度生ずるかを調べるのが，等方圧密－膨潤試験である。等方圧力と体積ひずみの関係を求め，その関係が弾性的でありかつ材料の等方性が仮定できるとすると，その関係の勾配として体積弾性係数 K が決定できる。

以後の議論に関係するから，ここで弾性係数の決定方法について述べておく。通常の軸対称三軸応力下で，等方性材料であり，かつ厳密に微小変位，微小ひずみで，応力－ひずみ関係が線形であるとすると，体積弾性係数 K とせん断弾性係数 G はそれぞれ次のように与えられる。

$$\varepsilon_{kk} = v = \frac{\sigma'_{kk}}{3K} = \frac{\sigma'_m}{K} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-3-6)$$

$$e_1 = \varepsilon_1 - \frac{v}{3} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{3G} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-3-7)$$

ここに，$\varepsilon_{kk} = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3 = v$：体積ひずみ，$\sigma'_m = \sigma'_{kk}/3$：平均有効応力である。

したがって，体積ひずみ v と平均有効応力 σ'_m の関係から K が，せん断時の偏差ひずみ e_1 と軸差応力（$\sigma_1 - \sigma_3$）の関係から G がそれぞれ決定できる。

図３－６は等方応力 $\sigma'_3 = \sigma'_m$ を60kg／cm²まで繰り返し載荷除荷したときの体積変化挙動を実線で示したものである。図から，載荷－除荷によって永久変形が生ずることがわかる

ので，弾性的挙動であるとはいえないが，再載荷が除荷曲線とほぼ一致することから，その段階の挙動は弾性的であるといってよい。いずれにしても，体積弾性係数Kは曲線の勾配として決定されるから，Kは応力レベルによって変化することは当然である。第1回目の載荷過程も弾性挙動であると仮定してKを求めてみると$2.8\sim5.3\times10^3$ kg/cm²と応力の増加とともに値は大きくなる。

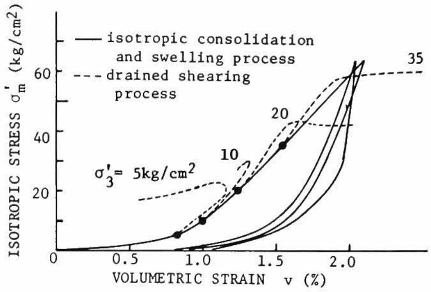


図3－6　等方圧密－膨潤試験結果
（等方応力－体積ひずみ関係）

図中の点線で示す曲線は，後述する排水せん断過程の平均有効応力σ_m'と体積変化の関係を示しており，数値はその時に用いた側圧σ_3'の値である。これら曲線の弾性挙動と考えられる部分の勾配は等方圧密時の曲線の勾配にほぼ等しく，その勾配からKを求めると$4.6\sim7.7\times10^3$ kg/cm²とやはり応力レベルが高くなるに従って大きくなる。前節で，B－値を決定するのに用いた圧縮率$C=3.4\sim1.3\times10^{-4}$（1/kg/cm²）は$K$が上記の$2.8\sim7.7\times10^3$ kg/cm²の値をとると考え，その逆数で求まる値がCであるとして求めたものである。図3－6で求まる結論の一つは側圧σ_3を一定に保つ排水三軸せん断試験により，体積弾性係数Kを決定するのは2－4で述べた理由から望ましい方法であるということである。

3－4　圧密排水試験における応力―ひずみ関係

圧密排水試験は0～200 kg/cm² 範囲内の所定の側圧で行った。試験は所定の側圧のもとで等方圧密した後，側圧を一定に保って軸応力σ_1をひずみ制御で載荷することによった。用いたひずみ速さは0.025％/minである。体積変化は供試体からの吸排水量をビュレットで計測し，圧密過程から3 kg/cm²の back pressure を適用した。

図3－7と図3－8は試験の結果求まった応力－ひずみ関係を与えている。すなわち，図3－7は軸差応力（$\sigma_1-\sigma_3$）と偏差ひずみe_1（$e_1=\varepsilon_1-v/3$）の関係を，図3－8はせ

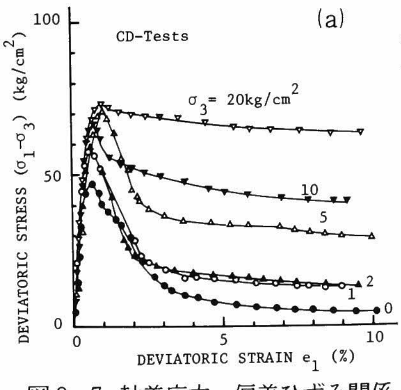
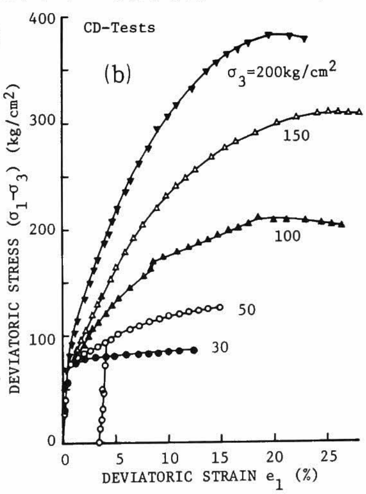


図3－7　軸差応力－偏差ひずみ関係
（排水試験）(a) $\sigma_3=0\sim20$ kg/cm²



(b) $\sigma_3=30\sim300$ kg/cm²

ん断過程の体積ひずみ v の変化の様子を偏差ひずみ e_1 との関係でそれぞれ示している。なお，図3－8(a)，(b)はせん断初期のひずみの変化を明確に示すために拡大した図である。

これらの図から以下の結論が求まる。

(1) ある拘束圧（$\sigma_3'=20$kg／cm²）より低い圧力下では，軟岩は第2章第4節で論じたように過圧密状態にある土質材料と同様の挙動を示す。すなわち，せん断が進むに従って応力は増加し最大強度（peak strength）に達するが，それ以降は減少に移り最終的には残留応力状態（残留強度，residual strength）に至るという，典型的なひずみ硬化－軟化型（strain hardening－softening）の応力－ひずみ関係を示す。この過程の初期段階では図3－8(a)，(c)のように体積圧縮が生じ，最大強度に至る前に膨張に転ずる。体積膨張の度合は拘束圧の大小によって影響を受け，拘束圧が低い程著しい。しかし，せん断が進むとともに膨張の度合は次第に減少して，残留応力状態では体積変化は生じなくなる（ただし，$\sigma_3'=0$kg／cm²など低拘束圧のものでは残留応力状態とした点でも体積膨張が生じており，より大きなせん断ひずみまでの試験の継続が必要である）。

(2) その拘束圧以上において軟岩は軽く過圧密されたか，あるいは正規圧密状態にある土質材料と同様の力学挙動を示す。図3－7(b)のように，せん断とともに応力は単調に増加して最大強度点に達するが，その状態は残留応力状態でもある。この場合，図3－8(b)

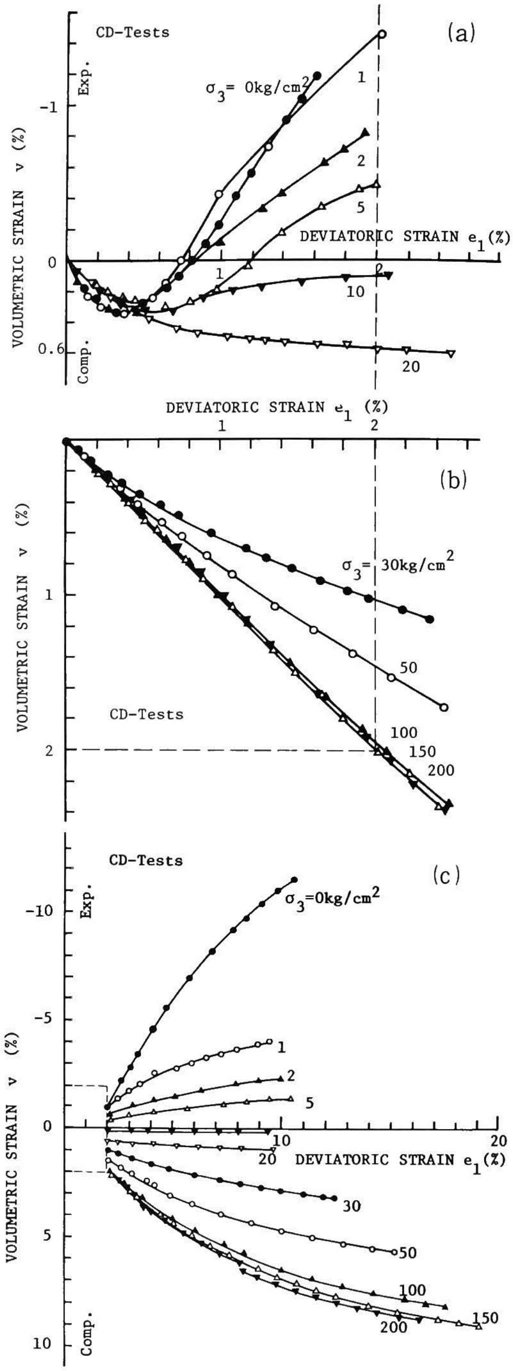


図3－8 体積ひずみ－偏差ひずみ関係
(a)低拘束圧に対する初期段階の拡大図
(b)高拘束圧に対する初期段階の拡大図
(c)ひずみが大なるときの関係

(c)のように体積は圧縮する一方であって，最終的に到達する最大＝残留強度状態は，せん

断変形は継続するが体積変化は生じないという状態である。ここで留意することは，$\sigma_3'=100$ kg／cm² 以上の体積ひずみ v と偏差ひずみ e_1 の関係が拘束圧の大小によって影響されないで唯一的な関係を示していることである。これは正規圧密土に見られる特性であって，高拘束下では軟岩が正規圧密土と類似の挙動を示す証しでもある。

(3) 最大強度ならびに残留強度とともに拘束圧の増加によって大きな値をとる。表3－2は各拘束圧に対する最大ならびに残留強度とそのときのひずみの状態をまとめたものである。

(4) 残留応力状態（残留強度）は有効応力も体積もそれ以上変化しないで，単にせん断変形のみが継続する状態であると定義づける。すなわち，土質材料に対するCambridge学派の弾－塑性体理論でいうところのcritical state(限界状態）に相当する状態である。

(5) 用いた軟岩試料（大谷石）は等方性材料と考え得るから，せん断弾性係数 G は応力－ひずみ関係図3－7の初期の直線部の勾配 $G=(\sigma_1-\sigma_3)/3e_1$ として決定できることは式（3－3－7）で論じたとおりである。また，通常の軸対称三軸試験では軸応力 σ_1' の1／3だけ平均有効応力 σ_m' が増加することになる。したがって，軸差応力（$\sigma_1-\sigma_3$）と体積ひずみ v との関係を求め，その初期の直線部の勾配 $K=(\sigma_1-\sigma_3)/3v$ として体積弾性係数 K も決定される。通常用いるヤング率 E とポアソン比 ν は G，K から次の関係を用いて決定できる。

$$E=\frac{9KG}{(3K+G)}\ ,\quad \nu=\frac{(3K-2G)}{2(3K+G)} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-3-8)$$

表3－2にはこのようにして求められた弾性係数 G,K,E,ν もまとめて示してある。ところで，ポアソン比 ν は偏差ひずみ e_1 と体積ひずみ v によって次式のように表わすことができる。

$$\frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)}=\frac{e_1}{v} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-3-9)$$

図3－8(a)，(b)に与える $v-e_1$ 関係の初期の比例部分は $e_1/v=1$ がほぼ成立するから，式（3－3－9）に代入することにより，$\nu=1/8=0.125$ となる。これは表3－2に与えたポアソン比 ν の平均値にほぼ等しいことがわかる。また，式（3－3－9）によるポアソン比の決定は望ましい方法である。

表3－2　強度ならびに弾性定数（排水試験結果）

	最大強度			残留強度			弾性係数			
試験	$(\sigma_1-\sigma_3)$	e_1	v	$(\sigma_1-\sigma_3)$	e_1	v	G	K	E	ν
条件	(kg／cm²)	(%)	(%)	(kg／cm²)	(%)	(%)	10^3 (kg／cm²)			
CD−0	47.0	0.64	0.17	4.2	10.10	−11.49	4.06	3.12	8.50	0.05
0.2	53.4	0.32	0.30	6.8	10.85	− 8.73	7.25	3.23	12.44	(0.00)
0.5	60.0	0.85	0.13	6.3	12.27	− 7.52	5.06	3.57	10.31	0.02
1	57.9	0.63	0.15	12.6	9.00	− 4.08	4.50	3.70	9.61	0.07
2	58.7	0.57	0.22	12.5	9.46	− 2.33	4.78	4.00	10.26	0.07
3	56.5	0.67	0.08	21.8	10.53	− 3.10	6.70	4.35	13.28	(0.00)
5	70.3	0.94	0.19	28.7	9.97	− 1.40	3.47	4.55	8.30	0.20
10	67.0	0.73	0.31	41.3	9.23	0.11	4.50	5.26	10.50	0.17
20	73.3	0.98	0.48	63.7	9.63	0.85	5.05	5.88	11.78	0.17
30	87.4	12.39	3.15	87.4	12.39	3.15	5.92	7.58	14.15	0.19
50	127.4	15.21	5.60	127.4	15.21	5.60	7.25	7.58	16.49	0.14
100	211.5	18.37	9.03	211.5	18.37	9.03	6.67	6.17	14.71	0.10
150	310.6	24.97	9.48	310.6	24.97	9.48	5.85	6.41	13.46	0.15
200	383.6	19.25	9.05	383.6	19.25	9.05	6.54	9.26	15.88	0.21

（ ）内はG,Kから求めると負の値となるので 0.00 としてある。

3－5　圧密非排水試験における応力－ひずみ関係と間隙水圧の挙動

圧密非排水試験を 0 ～ 200 kg／cm²の側圧で行った。所定の側圧で供試体を圧密した後，非排水条件で側圧 σ_3 を一定に保って，軸応力 σ_1 をひずみ制御で載荷する方法によった。用いたひずみ速さは排水試験と同じ 0.025％／minである。せん断中の間隙水圧は供試体底面中央部で半導体型小型圧力変換器を用いて計測した。なお，適用した back pressure は 3 kg／cm² である。

図3－9，図3－10にその結果を与えている。すなわち，図3－9は低拘束圧(σ_3＝0～10 kg／cm²)の軸差応力 ($\sigma_1-\sigma_3$) と軸ひずみ ε_1 の関係を(a)に，(b)は間隙水圧 u と軸ひずみ ε_1 の関係を示し，図3－10(a)，(b)は高拘束圧 (σ_3＝20～200 kg／cm²) に対するそれぞれの関係である。

これらから以下の知見が得られる。

(1)　図3－7(a)の排水試験結果と比較すると，図3－9(a)に示す応力－ひずみ関係は軟化過程がゆるやかに生ずることがわかる。また，σ_3＝100 kg／cm² という高い拘束圧下においてもひずみ硬化－軟化型の応力－ひずみ関係となっており，排水試験結果と異なるが，このような挙動はその間の間隙水圧の変化にもとづくものである。低拘束圧 (σ_3＝0～10

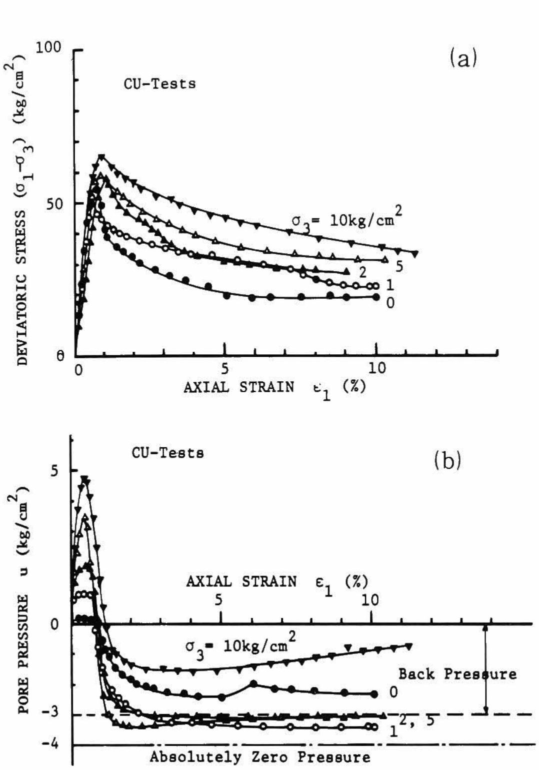


図3－9　低拘束圧(σ_3＝0～10kg/㎠)における関係(非排水試験)
(a) 軸差応力－軸ひずみ関係
(b) 間隙水圧－軸ひずみ関係

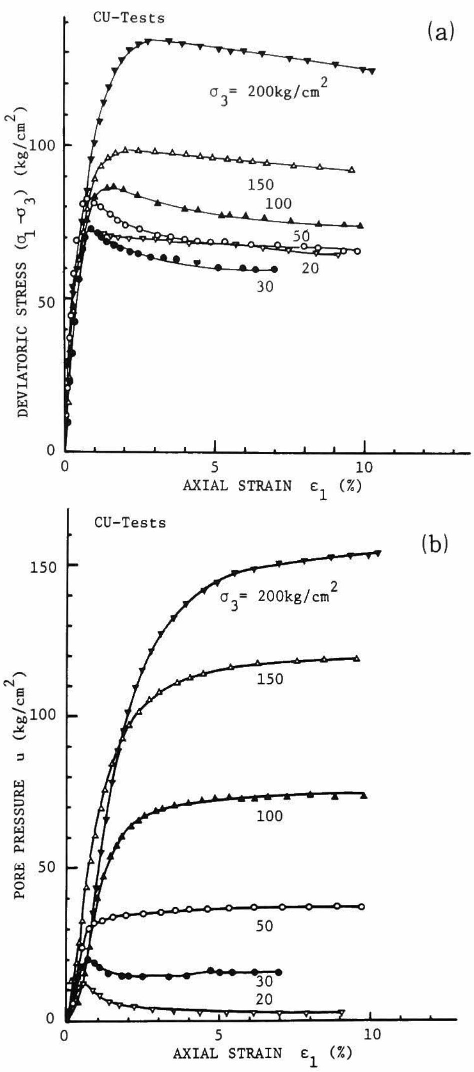


図3－10　高拘束圧(σ_3＝20～200kg/㎠)における関係(非排水試験)
(a) 軸差応力－軸ひずみ関係
(b) 間隙水圧－軸ひずみ関係

kg／㎠）の場合には軟化過程で図3－9(b)のように間隙水圧が初期値より低くなる結果，有効拘束圧σ_3'が増加するために軟化の度合が排水試験（σ_3'＝一定）に較べてゆるやかとなるのであり，高拘束圧下でひずみ軟化がみられるのは図3－10(b)のように間隙水圧が増加することで有効拘束圧が減少して，その値が先行履歴応力以下となると結局は過圧密状態にあるのと同等の挙動を示すことによる。これらを明示するために，残留応力状態の有効応力表示による拘束圧σ_3'を表3－3に与えた。表から，σ_3＝10kg／㎠ 以下では有効拘束圧は増加しているが，σ_3＝20kg／㎠ 以上では極端に減少していることがわかる。

(2)　σ_3＝150kg／㎠以上においては，図3－10(a)と表3－3ならびに図3－8(b)を勘案することで正規圧密状態にある土質材料と同様の挙動を示すと考えてよい。

(3)　最大および残留強度双方とも，1，2の例外を除くと拘束圧の増加とともに大きな

値をとる。各拘束圧に対する強度とそのときのひずみの値などを表3－4に示した。

(4) 残留応力状態に達すると間隙水圧の変化はみられなくなる。すなわち，有効応力が一定のもとで単にせん断変形が増大する状態であって，先に述べた critical state に一致する。

(5) 非排水条件とは体積変化が生じない $v=0$ という状態である。この場合，軸ひずみ ε_1 は偏差ひずみ e_1 と等しいからせん断弾性係数 G は応力－ひずみ関係図3－9(a)と図3－10(a)の初期の直線部の勾配 $G=(\sigma_1-\sigma_3)/3\varepsilon_1$ として決定できるが，体積弾性係数は $v=0$ のため不定値となる。表3－4には弾性係数 G と E もともに与えてある。

表3－3　非排水試験による残留応力状態における有効拘束圧 σ_3'

σ_3 (kg/cm²)	0	1	2	5	10	20	30	50	100	150	200
σ_3' (kg/cm²)	2	4.5	5	8	11	16	12	13	25	30	45

表3－4　強度ならびに弾性定数（非排水試験結果）

	最大強度			残留強度			弾性係数			
試験	$(\sigma_1-\sigma_3)$	e_1	u	$(\sigma_1-\sigma_3)$	e_1	u	G	K	E	ν
条件	(kg/cm²)	(%)	(kg/cm²)	(kg/cm²)	(%)	(kg/cm²)	10^3 (kg/cm²)			
CU－0	54.6	0.76	0.1	19.1	9.63	-2.3	3.27	－	9.81	－
0.2	48.9	0.80	-0.1	21.4	10.03	-2.0	2.35	－	7.05	－
0.5	44.7	0.60	1.5	22.8	8.45	-3.5	2.65	－	7.95	－
1	53.0	0.63	0.9	23.1	10.03	-3.4	2.83	－	8.49	－
2	57.7	1.05	-1.7	27.0	8.99	-3.1	2.38	－	7.14	－
3	57.3	0.68	1.5	34.0	9.57	-3.4	3.09	－	9.27	－
5	58.7	0.90	-1.0	31.0	10.39	-3.1	3.27	－	9.81	－
10	65.2	0.98	1.5	33.7	11.27	-0.7	3.33	－	9.99	－
20	73.9	0.88	9.8	52.4	11.37	2.6	5.21	－	15.63	－
30	72.8	0.88	19.0	60.0	6.99	16.0	4.27	－	12.81	－
50	82.8	0.75	31.0	66.3	9.75	37.5	5.95	－	17.85	－
100	86.4	1.46	55.0	74.5	9.84	74.0	4.90	－	14.70	－
150	98.3	2.44	103.0	92.5	9.55	119.0	5.85	－	17.55	－
200	134.7	3.08	127.5	125.8	10.26	154.5	5.29	－	15.87	－

第3章2－4で述べたように，非排水せん断試験を低拘束圧のもとで行う場合，非排水という条件を再検討する必要のあることが明らかとなった。

その第1はせん断初期の体積圧縮過程における問題である。この段階では図3－8(a)のように体積は圧縮しようとするから，非排水条件にあっては図3－9(b)のように間隙水圧

が生ずる。ところが，供試体内に側圧以上の間隙水圧が発生したとすると，供試体とゴム膜との間の間隙水圧は側圧の値以上に上昇し得ないため，供試体内の間隙水は水圧が側圧と釣合うまで，ゴム膜と供試体の間に向って移動することになる。すなわち，供試体からビュレットへの排水経路上あるバルブは閉じているものの，系内において排水試験を実施していることを意味するものである。このことは，側圧 $\sigma_3 = 0, 1, 2$ kg／cm²の場合には，図3－9(b)に示されるように間隙水圧が側圧の値で頭打ちになっていることに現われている。

第2はせん断が進むと図3－8(a)のように体積膨張を生ずるから，非排水条件の場合，図3－9(b)のように間隙水圧が減少する。図にみられるように，拘束圧の大きさと，適用したバックプレッシャーの値によっては間隙水圧が大気圧以下となるが，このようなときには間隙水中に溶解していた空気が気泡となって全体の体積が膨張してもけっして不思議ではない。バルブを閉じていても系内で体積膨張が生じ非排水条件を満足していない可能性が大きい。

この2点については以後の研究課題としておく。

3－6　有効応力経路ならびに体積変化経路

排水ならびに非排水せん断過程において，有効応力と体積ひずみがどのように変化するかを表わすために，有効応力経路，平均有効応力 σ'_m と体積ひずみ v の関係を拘束圧の高低に分けて図3－11と図3－12に示した。これらの図から求まる結果をまとめると次のようになる。

(1)　図3－11(a)に示す低拘束圧の場合には，所定の側圧による等方圧密状態から，せん断によって応力は増大し，角印（□CD，■CU）で表わされる最大強度に至るが，それ以降はひずみ軟化によって減少に移り，最終的には丸印（○CD，●CU）で表わす残留応力状態に到達する。一方，図3－11(b)は排水試験時の体積変化の様子を示している。図中の一点鎖線は等方圧密による圧密曲線を与えている。せん断は等方圧密曲線上の所定の側圧点から開始されて，初めの間はほぼ等方圧密曲線に沿って体積圧縮が生じ，最大強度点に至る。なお，最大強度時の体積ひずみ状態は等方圧密曲線近傍にあるとみなすことができる。最大強度に達した後，応力の減少とともに体積膨張（$\sigma'_3 = 20$ kg／cm²の場合には圧縮）が急激に生じ，最終的には太い実線で与えられる残留強度状態線に漸近する。なお，図3－11に与えられた実線の残留強度線や点線の最大強度線は後節の破壊規準として決定される関係をここに用いたものであることを断っておく。

(2)　ところで，拘束圧が大きくなると，図3－12(a)にみられるように応力は単調に増加

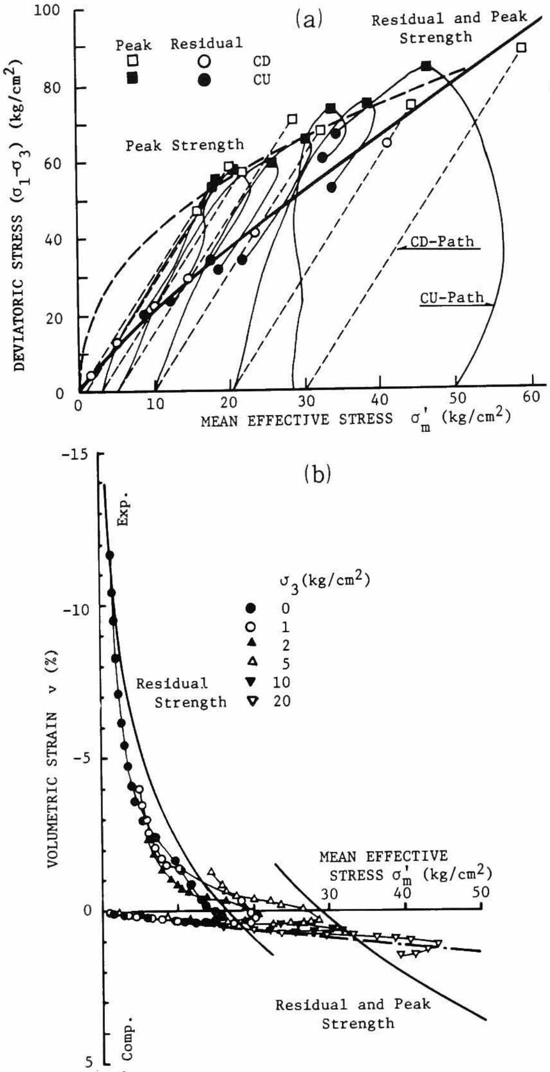


図 3－11　低拘束圧における
(a) 有効応力経路
(b) 平均応力－体積ひずみ関係

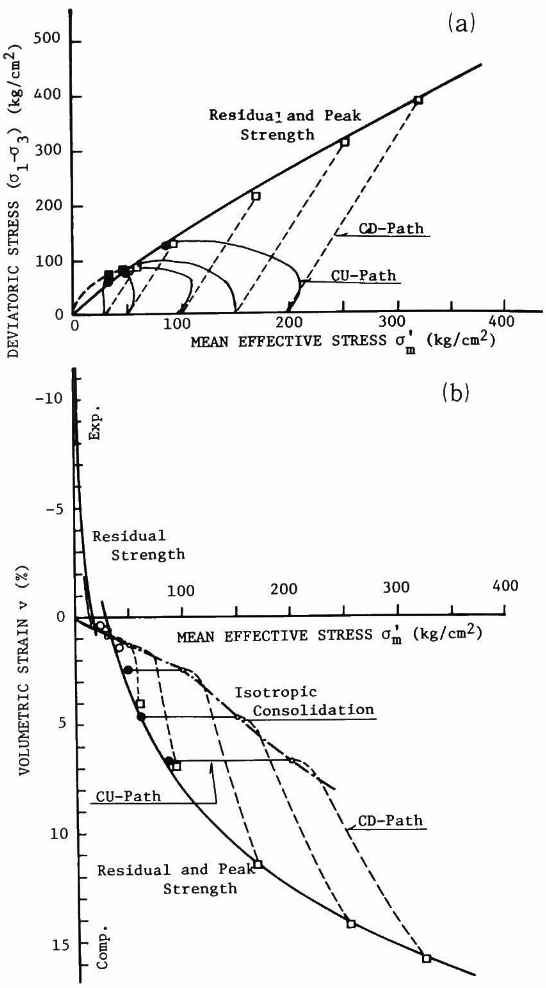


図 3－12　高拘束圧における
(a) 有効応力経路
(b) 平均応力－体積ひずみ関係

して，角印で表わす最大強度と残留強度が等しい状態線上に達する。また，側圧が 150 kg／cm²以上の非排水せん断時の有効応力経路は正規圧密土の応力経路と類似の経路となる。図 3－12 (b)はこの過程の体積変化と平均有効応力 σ'_m の関係を示してあるが，図中の一点鎖線は等方圧密曲線を与えるもので，σ'_m＝100 kg／cm² 近傍に先行圧密圧力（土質材料）に相当する応力状態の存在が明らかである。軟岩の場合もこの応力を先行圧密圧力と称することにする。せん断は等方圧密曲線上の所定の圧力に対応する点から出発するが，排水試験では応力の増加とともに体積圧縮が生じるから，点線で示す経路に沿って変化し，最終的には最大＝残留強度状態線上に達する。一方，非排水試験においては体積の圧縮傾向によって，間隙水圧が増加するため平均有効応力 σ'_m が減少するから，σ'_m－軸に平行な経路

となって，最終的には先の最大＝残留強度状態線上に到達することがわかる。

(3) 拘束圧が低い場合には最大強度と残留強度は異なる値をとるが，ある拘束圧以上になるとそれらは等しい値となる。図3－11(a)に示される最大強度線と残留強度線の交わる応力状態（σ'_m＝50kg／cm²）をここでは先行履歴応力と呼ぶことにする。この応力状態以下の拘束圧のもとでは，応力－ひずみ関係がひずみ硬化－軟化型となり，拘束圧がこの応力以上になるとひずみ硬化型を示して，最大強度と残留強度が等しい値をとることになる。

(4) 図3－11と図3－12にみられるように，最大強度ならびに残留強度状態は単に応力のみの関係ではなく，応力と体積ひずみ間にも唯一的な関係の存在することが明らかである。言い替えると，軟岩の破壊規準は応力間の関係のみでは不十分で，応力とひずみの関係も同時に与える必要があるということである。また，残留強度線に関しては以下の点に留意しなければならない。すなわち，応力間の関係は全拘束圧の範囲内で唯一つの曲線関係で表わされるが，応力と体積ひずみの関係は体積の圧縮のみで破壊に至る場合と，膨張を伴なって破壊する場合とで異なる2つの関係で表わされることである。この理由は拘束圧が低い場合には，破壊はある1つの限定された破断面に沿ってのすべりとして生じるが，拘束圧が高いと供試体全体が一様にせん断されて破壊に至るわけで，この2つの破壊機構の差にもとづくと考えられる。

(5) 図3－11，図3－12にみられるとおり，最大強度ならびに残留強度と平均有効応力σ'_mとの関係は非線形であるから，Mohr－Coulombの破壊規準を適用することができない。また，部分的に線形関係が成り立つと仮定して，Mohr－Coulomb規準を用い強度定数c'（粘着力）とϕ'（内部摩擦角）を求め，解析に用いると結果は危険側の値を与えることになる。さらに，応力と体積ひずみの関係も非線形であるから，これら2つの非線形関係式である破壊規準をうまく表わす方法を求めることが望まれる。この点に関しては後節で改めて論じ，軟岩の破壊規準を提案することにする。

3－7　弾性係数の拘束圧依存性ならびに強度との相関

弾性係数の決定方法についてはすでに論じ，その結果を表3－2と表3－4に与えてある。本節ではまず弾性係数G,K, Eが拘束圧によってどのように影響されるのかを調べてみた。図3－13は弾性係数と側圧の関係を示しているが，ここに用いた側圧はせん断初期の弾性変形領域を対象とするから間隙水圧の変化も小さいとの理由によりσ'_3は側圧σ_3をそのまま用いている。図3－13から次のことがわかる。

(1) 側圧が低いとき，せん断弾性係数Gは排水条件の差異による影響を受け，また値のばらつきも大きい。しかし，側圧が5kg／cm²以上になると値のばらつきも減少し，側圧に

比例して大きな値を示す。ところが側圧が100 kg／cm²以上になるとGは側圧に関係なく一定値をとる。このように100 kg／cm²を境にしてGが変化するのは拘束圧が先行圧密圧力以上か以下かに対応して変形特性に変化が生ずるためと考えられる。

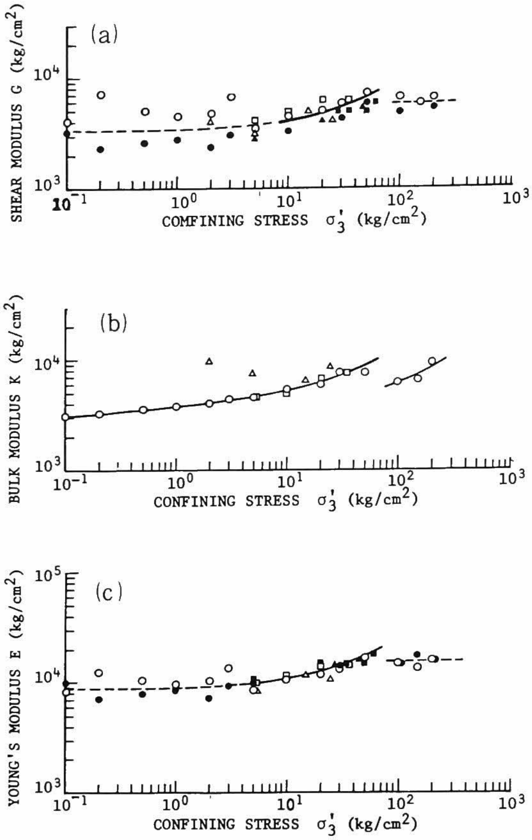


図3−13　弾性係数の側圧依存性
(a)せん断弾性係数G　(b)体積弾性係数K
(c)ヤング率E

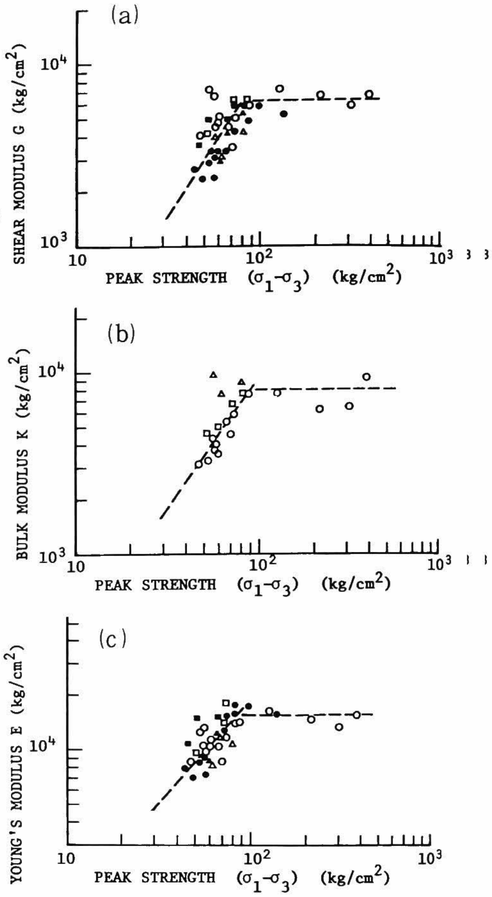


図3−14　弾性係数と最大強度の関係
(a)せん断弾性係数G　(b)体積弾性係数K
(c)ヤング率E

(2)　体積弾性係数Kは側圧の増加とともに大きな値をとる。また，Gと同様に側圧が100 kg／cm²以上であるか，あるいは以下であるかによって値には明らかな不連続性が生じる。これも先のGに関する議論のように，せん断の初期状態が過圧密域にあったか，正規圧密域にあったかによる差である。すなわち，軟岩が圧密によって正規圧密状態になることはセメンテーションなど内部構造の破壊を意味し，圧縮性がこれによって再び増加（Kの減少）することを示しているものと考えられる。

(3)　ヤング率Eの側圧依存性はせん断弾性係数Gとまったく同様の傾向を示している。

簡単で容易に行える試験の結果を用いて，他の力学特性を推定しようとする試みは多い。例えば一軸圧縮強度を知ればヤング率Eが推定できないかといった考え方であるが，この点に関しては多くの試験結果が蓄積されており，一軸圧縮強度とヤング率Eの間には高い

相関のあることが知られている。[89),90)]

ここでは一軸圧縮強度のみではなく，三軸圧縮強度が弾性係数とどのような関係にあるのかを調べてみた。図3－14は各弾性係数G, K, Eと最大強度の関係を示すもので，その結果は以下のようにまとめられる。

(1) せん断の初期状態が先行圧密圧力以下にある場合は，各弾性係数とも強度に比例して大きな値をとる。しかし，先行圧密圧力以上の拘束圧下になると強度は増大するにもかかわらず弾性係数は一定値を示す。これは図3－13について説明したと同様の理由によるものである。

(2) 図3－14(a)，(b)に与えられる最大強度とGならびにKとの関係は両対数上でほぼ直線関係が成立するが，直線の勾配は1でないため，それらの関係は非線形である。しかし，ヤング率Eは強度と両対数上で直線関係があって，直線の勾配が1であるから，次の比例関係が成立することになる。

$$E = (150 \sim 250) \times (\sigma_1 - \sigma_3)_f \doteqdot 200 \times (\sigma_1 - \sigma_3)_f \ (\mathrm{kg/cm^2})$$

ここに，$(\sigma_1 - \sigma_3)_f$：最大強度である。

3－8　強度の有効応力表示

第3章3－2において飽和軟岩の力学挙動，とくに体積変化特性はTerzaghiの有効応力によって記述できることを示したから，すでに有効応力の立場で考察を進めてきた。ここでは全応力表示によるか，有効応力表示によるかで強度と拘束圧との関係がどのように相違するかを示すことによって，有効応力表示の優位性を明らかにするとともに飽和軟岩の望ましい試験方法についても論ずる。

図3－15(a)，(b)は最大ならびに残留強度と側圧の関係を全応力表示によるものと有効応力表示によるものをそれぞれ示してある。図から以下のことがわかる。

(1) 図中の白印で表わす排水試験結果は全応力と有効応力が常に等しいから表示による差は生じ

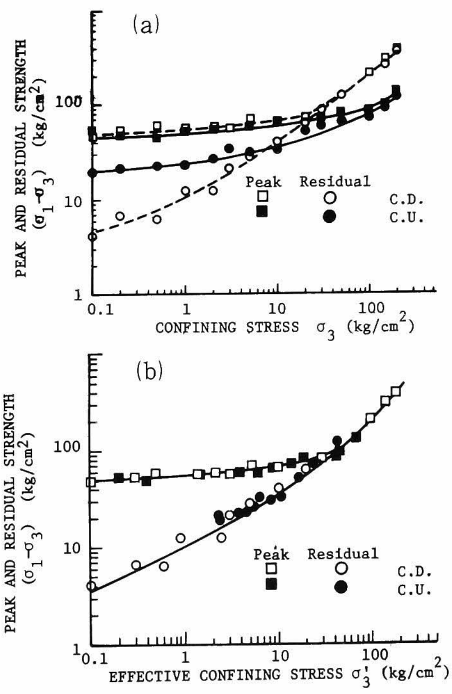


図3－15　最大ならびに残留強度の拘束圧依存性
(a)全応力表示σ_3　(b)有効応力表示σ_3'

ないが，黒印の非排水試験結果には明らかに差が生じる。有効応力表示によると，図3－15(b)のように試験の排水条件の違いにもかかわらず強度と拘束圧の間には唯一的な関係が成立する。ところが，全応力表示によると図3－15(a)に示すとおり排水条件による差が生じて，強度と側圧の関係を唯一的に表わすことができなくなる。

(2) 等しい値をもつ低い拘束圧のもとで非排水せん断試験を行うと，間隙水圧の減少によって有効側圧σ_3'は全応力表示の側圧σ_3より大きな値となるから，とくに残留強度は排水試験結果による値より大きな値となる事実を図3－15(a)は示している。ところが，側圧が高くなると間隙水圧はせん断中に上昇して，有効側圧σ_3'はσ_3より低くなるため，結果は逆になる。すなわち，低拘束圧下において残留強度はとくに非排水条件と考えられる短期強度の方が，排水条件の満される長期強度より大きな値となることを意味している。

(3) 以上から，水で飽和した軟岩の三軸試験は排水試験（CD）によるのが望ましいが非排水試験（CU）によらざるを得ないときには必ず間隙水圧の計測を行う必要があるといえる。

第4節　軟岩の破壊規準と考察

4－1　軟岩の破壊規準

前節において，軟岩に適した破壊規準はないものかという疑問を出した。さらに，軟岩の破壊規準は単に応力のみの関数では不十分であって，破壊時の応力と体積ひずみとの関係を同時に与える必要があることを明らかにした。

本節では，前者，すなわち応力間の破壊規準はHobbs[84]，その他が岩石質材料に対して提唱している規準を，後者の強度と体積ひずみの関係は土質材料で周知の，平均有効応力と体積ひずみの間に成立する関係を適用することで，それぞれを表現できることを示し，軟岩の破壊規準を提案することにする。

図3－16は最大強度に対する破壊規準を決定するためのものであり，他方，残留強度に関しては図3－17を準備した。

図3－16(a)は図3－11(a)と図3－12(a)に示す最大強度と拘束圧の関係を両対数紙上に求めなおしたもので

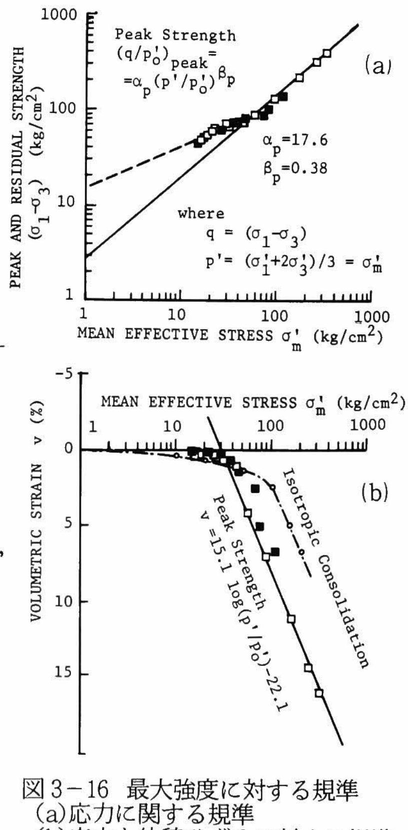


図3－16　最大強度に対する規準
(a)応力に関する規準
(b)応力と体積ひずみに対する規準

ある。最大強度状態は拘束圧が先行履歴応力以上であると，図3－17(a)に示す残留強度線に等しくなり，その応力以下においては点線で示すような直線で規定される。

さて，最大強度状態の平均有効応力 σ'_m と体積ひずみ v の関係は図3－16(a)のように，拘束圧が低いと圧密曲線で近似され，拘束圧が高いと実線で表わす直線関係が成立する。

図3－17(a)は残留強度と拘束圧の関係であるが，広範囲に渡って線形関係が成立することがわかる。図3－17(b)は残留強度時の平均有効応力 σ'_m と体積ひずみ v の関係であって，低拘束圧（破壊時に体積膨張を呈する）に対するものと，高い拘束圧（破壊時に体積圧縮を呈する）におけるものとでは，2本の異なる直線関係で表わされる。

なお，先行圧密圧力以上の高い拘束圧において，強度状態線が圧密曲線と平行になることは，粘土の critical state line（ここでの最大＝残留強度線）が圧密曲線と $e-\log p$ 面上で平行になるという事実と一致しており興味深い。

以上の結果にもとづいて次のような軟岩の破壊規準を提案する。

(1) 最大強度に対する規準

$$\left.\begin{aligned}(q/p'_0)_{peak} &= \alpha_p (p'/p'_0)^{\beta_p}\\ v_{peak} &= C_s \log_{10}(p'/p'_0)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots p'\leqq\text{先行履歴応力} \qquad \cdots\cdots(3\text{-}4\text{-}1)$$

$$\left.\begin{aligned}(q/p'_0)_{peak} &= (q/p'_0)_{residual}\\ v_{peak} &= C_c \log_{10}(p'/p'_0)-v_{0p}\end{aligned}\right\} p'>\text{先行履歴応力} \qquad \cdots\cdots(3\text{-}4\text{-}2)$$

ここに，$p'=(\sigma'_1+2\sigma'_3)/3=\sigma'_m$，$q=(\sigma_1-\sigma_3)$，$p'_0$＝単位圧力＝1kg/cm²，$C_s$：先行圧密圧力までの等方

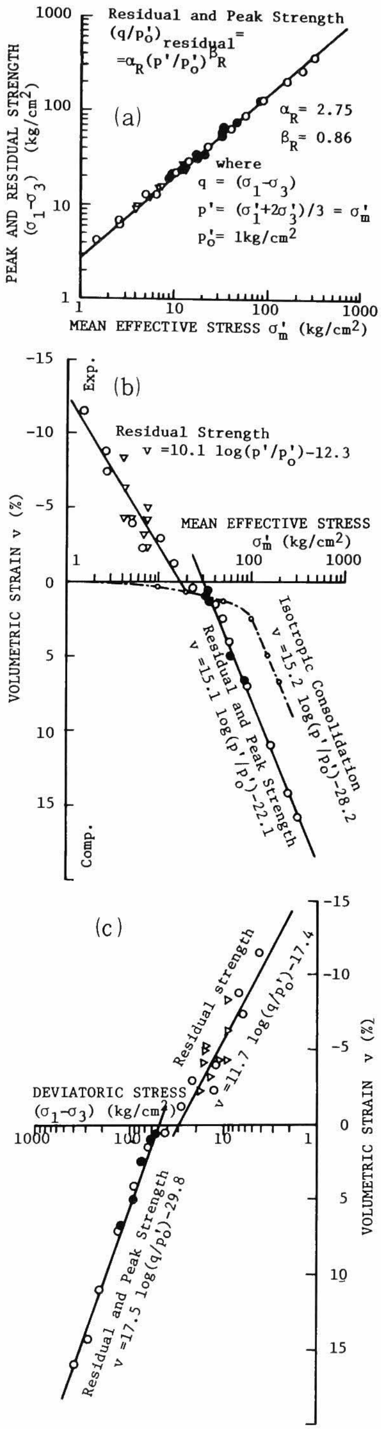


図3－17 残留強度に対する規準
(a) 応力に関する規準
(b) 応力と体積ひずみに対する規準
(c) 残留強度と体積ひずみに関する関係

圧密曲線の勾配，C_C ： 図3－16(b)あるいは図3－17(b)における最大＝残留強度状態線（p'＞先行履歴応力）の勾配，である。

(2) 残留強度に対する規準

$$\left.\begin{aligned}(q/p_0')_{residual} &= \alpha_R(p'/p_0')^{\beta_R}\\ v_{residual} &= C_R\ \log_{10}(p'/p_0') - v_{0R}\end{aligned}\right\}\quad p' < \text{先行履歴応力} \quad \cdots(3-4-3)$$

$$\left.\begin{aligned}(q/p_0')_{residual} &= \alpha_R(p'/p_0')^{\beta_R}\\ v_{residual} &= C_C\ \log_{10}(p'/p_0') - v_{0P}\end{aligned}\right\}\quad p' > \text{先行履歴応力} \quad \cdots(3-4-4)$$

ここに，C_R ： 図3－17(b)における残留強度状態線（p'＜先行履歴応力）の勾配である。

(3) 本軟岩試料（大谷石）に対する上式中の各材料定数は以下の値となる。

最大強度に対して

$\alpha_P = 17.6$, $\beta_P = 0.38$, $C_S = 0.5$ (%)，$C_C = 15.1$ (%)，$v_{0P} = 22.1$ (%)

残留強度に対して

$\alpha_R = 2.75$, $\beta_R = 0.86$, $C_R = 10.1$ (%)，$v_{0R} = 12.3$ (%)

強度定数α，βの意味を考察してみる。αは$p' = p_0' = 1$kg/cm²のときのqの値に対応しており，粘着力c'に準ずる性格をもっている。一方，βは拘束圧によって変化する内部摩擦角と関係づけられる量で，もしも$\beta = 1$であれば，qとp'の関係が線形であることと等価であり，この場合にはMohr－Coulombの破壊規準に一致する。換言すれば，Mohr－Coulomb を破壊規準に用いた場合，βの値が1に近いほど近似度が良くなることを意味している。

第3章3－6で述べたように，図3－16(a)と図3－17(a)で決定された破壊規準を用いて図3－11(a)ならびに図3－12(a)の最大および残留強度線を求めた。一般に岩石質材料の最大強度線は図3－11(a)中の点線のように曲線となることが多く，Mohr－Coulombの規準を用いる場合には強度定数c', ϕ'を決定することが難かしくなる。しかし，式(3－4－1)の破壊規準を用いるとこの問題は解消される。

なお，式(3－4－1)を用いると$p' = 0$，すなわち平均拘束圧が0の場合には強度が$q = 0$となる。これは材料の引張り強度を0と仮定することに相当しており，地質分離面などの弱面の存在することが多い岩盤に対しては妥当な考え方であると思われる。

図3－17(c)は平均有効応力σ_m'の代りに残留強度を用いて，残留強度と体積ひずみvの

関係を与えている。当然のことながら，図に示されるようにそれらの間にも線形関係が成立して，$\sigma'_m - v$ 関係と同様2本の直線で表わされることが明らかである。

地盤材料の破壊規準は応力の第1不変量である平均有効応力 σ'_m よりも，最大ならびに最小主応力の平均値 $\sigma'_n = (\sigma'_1 + \sigma'_3)/2$ を用いて，$q/2 = (\sigma'_1 - \sigma'_3)/2$ との関係で与える方が三次元応力場へ拡張して議論を行う場合には，適応性のよいことが知られている。図3－18は図3－16(a)と図3－17(a)を σ'_n と $q/2$ の関係として求めなおした図である。図より明らかなように $q/2$ と σ'_n の間にも式(3−4−1)など と同様，次の関係が成立する。

最大強度に対する規準

$$(q/2\sigma'_{n0})_{peak} = \alpha_P^*(\sigma'_n/\sigma'_{n0})^{\beta_P^*}$$

σ'_n <先行履歴応力 ……… (3−4−5)

残留強度に対する規準

$$(q/2\sigma'_{n0})_{residual} = \alpha_R^*(\sigma'_n/\sigma'_{n0})^{\beta_R^*}$$

σ'_n >先行履歴応力 ……… (3−4−6)

ここに，σ'_{n0} =単位圧力= 1 kg／cm²，また，強度定数は大谷石に対して次のように求まる。

$$\alpha_P^* = 3.95 \quad , \quad \beta_P^* = 0.56$$

$$\alpha_R^* = 1.07 \quad , \quad \beta_R^* = 0.87$$

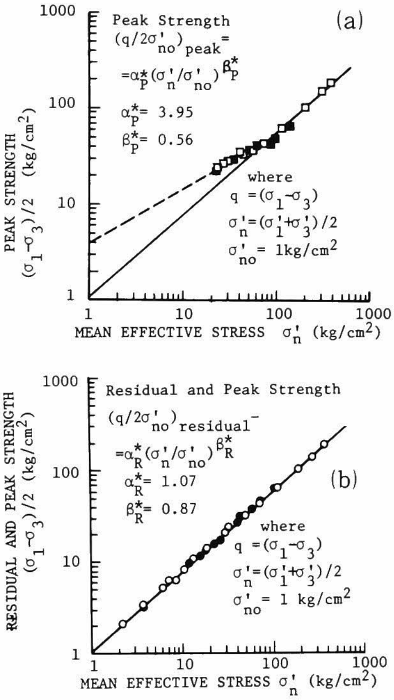


図3－18 平均応力 σ'_n を用いた破壊規準
(a) 最大強度 (b) 残留強度

4－2 地盤材料の破壊規準に関する一考察

軟岩の力学挙動を概観すると，先に述べたように土質材料はもとより硬岩の力学挙動と定性的に変るところはない。地盤材料はすべて，ひずみ硬化－軟化（場合によってはひずみ硬化のみ）を示す弾－塑性体で，ダイレイタンシー特性を示す材料であるといえる。では地盤材料間の差異はいったい何であるのか，ここでは破壊規準のみをとりあげて論じ，一つの考え方を示してみよう。

図3－19は破壊規準の模式図である。本研究に用いた大谷石に対しては，ひずみ硬化－軟化の力学挙動からひずみ硬化のみへと変わる拘束圧を与える先行履歴応力（図中のA点）が $\sigma'_m = 50$ kg／cm² であって10の1乗のオーダーであった。粘土では通常10の0～－1 乗

のオーダーであろうし，新鮮な花崗岩などの硬岩では10の3乗のオーダーとなる。

したがって，対象とする地盤材料の先行履歴応力がわかると，考慮すべき拘束圧内で，その材料がいかにふるまうかを定性的に推定することは容易になる。

この観点に立脚すると，次の仕事は種々の地盤材料に対して，先行履歴応力と強度定数α，βを求めることにある。

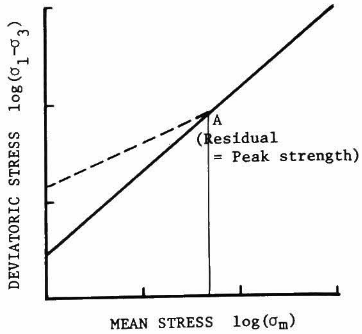


図3－19　地盤材料の破壊規準

4－3　岩石の強度と岩盤の強度

実際に土木工事の対象となるのは地質分離面など，不連続面を含まない岩石であることは皆無に近い。ところで，ある岩石を対象とするとき，その岩石の先行履歴応力以下の拘束圧下においては，せん断によって破壊し最終的に到達する残留強度状態は一つの破断面が生じて，それに沿ってすべっている状態である。換言すれば，不連続面によって岩石の力学挙動が完全に支配されている状態を再現しているときであると考えられる。さらにこの場合，供試体中に生ずる破断面の方向は最大主応力（圧縮応力）の作用方向に対して最もすべり易い方向にあるから，この状態における強度は不連続面を有する岩盤の強度であるとしても，その最小値に相当するものであろう。すなわち，岩盤強度の下限値は岩石供試体の三軸試験で求めた残留強度と一致するはずである。

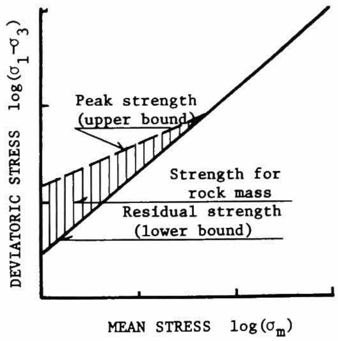


図3－20　岩石の強度と岩盤の強度

図3－20にこのことを模式的に示した。図は岩盤強度の上限値は岩石（不連続面を含まない）の強度，その下限値が岩石の残留強度に相当して，岩盤の強度はその範囲内にあることを表わしている。

この点に関しては資料の集積，とくに既存の不連続面を有する供試体を用いた実験を行うなどして定量的な問題の把握が必要である。しかし，岩石の三軸試験を行うならば，残留強度までを求めておくのが望ましい。とかく硬岩から成る岩盤を扱う際，岩石の室内試験結果を軽視するきらいがあったが，上記の点を勘案することで，室内試験結果のもつ意義を再認識すべきであることを強調しておきたい。

4−4　ひずみ硬化−軟化に対する制約条件

先行履歴応力より低い拘束圧のもとにおける力学挙動を記述する構成式はひずみ硬化−軟化型の応力−ひずみ関係と体積膨張を表現できるものでなければならない。この問題について過圧密粘土に対する構成式を含め研究[23,80]を行ったが，ここではある一面からの問題のとらえ方について検討してみた。

図3−21(a)はひずみ硬化−軟化型の応力−ひずみ関係の模式図である。図に示すように，軟化過程の直線部分の勾配を軟化時のせん断弾性係数G^-(この過程は弾性変形ではないが，せん断弾性係数Gに対比させる意味でこのように定義づけた）を導入して，せん断弾性係数Gとの関係を調べてみた。その結果が図3−21(b)である。図から特定の関係，傾向は見出せないが，平均値としてGの 1/5 程度の値をとるようである。

PrevostとHoeg[91] はひずみ硬化−軟化型の応力−ひずみ関係を次のように塑性ひずみの関数として与えた。

$$\sqrt{2J_2}=A\frac{B(\sqrt{2I_2^P})^2+\sqrt{2I_2^P}}{1+(\sqrt{2I_2^P})^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3-4-7)$$

ここに，$\sqrt{2J_2}$：応力の第2不変量，$\sqrt{2I_2^P}$，塑性ひずみ第2不変量をそれぞれ示している。

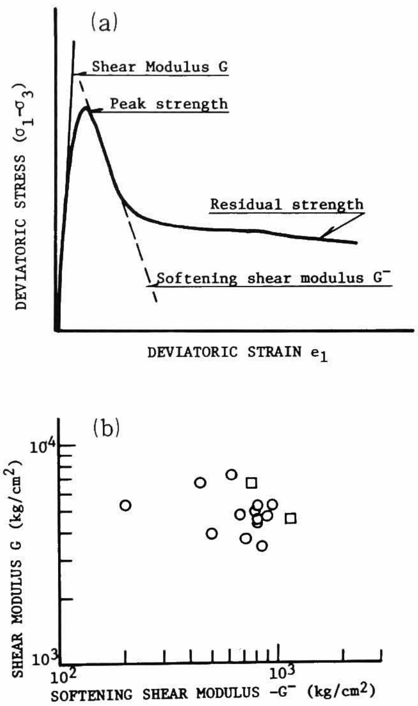


図3−21　ひずみ硬化−軟化
(a) 応力−ひずみ関係模式図
(b) 軟化せん断弾性係数G^-とせん断弾性係数Gの関係

本論文ではこの構成式の是否についての議論は省くが，この種の関係式を用いる場合には，最大ならびに残留強度状態を規定することになる式中の定数A，Bを式(3−4−1)と式(3−4−3)により，平均有効応力σ'_mの関数として与える必要があることを述べておく。

第5節　軟岩の時間依存特性

材料の強度はせん断試験に用いるせん断速さ（ひずみ速さ）によって変化する。これは材料が時間依存性を有することの1つの事象である。また材料に一定の応力を作用させると変形は時間とともに増大する。これはクリープ変形として知られている。このような材料の時間依存性をまとめてみると以下のようになる。[92]

(1) 材料は一定応力条件下ではクリープ変形を，一定ひずみ条件下では応力緩和挙動をを示す。クリープは材料の内部構造の粘性抵抗によって定まるある速さで生ずる時間に依存するせん断ならびに体積変形である。

(2) 材料は標準的なせん断試験（土質材料では１％/minのせん断速さで行われる試験）で得られる強度に比較して，それより小さな応力であっても載荷を持続すると破壊に至ることがある。これをクリープ破壊と呼ぶが，逆にある応力以下ではクリープ破壊を生じない応力の限界もある。クリープ破壊が生ずる場合には，クリープ破壊に至るに要する時間の対数はクリープ載荷応力が小さくなると逆比例して増加する。

(3) 材料は先にも述べたようにせん断時に用いるひずみ速さが速いほど大きな強度を与える。

軟岩は硬岩に比較して，このような時間依存性挙動が顕著である。したがって，軟岩を対象とする構造物を建設する場合には，長期的変形についてはむろんのこと長期強度を把握することが必要である。本節では大谷石を用いたクリープ試験結果にもとづいて，軟岩の時間依存性について考察してみる。

5−1　排水クリープ試験

表３−５に示すように，排水クリープ試験は初期側圧５，15 kg/cm²の２つの場合に対して，所定の軸差応力（$\sigma_1-\sigma_3$）を一度に載荷する方式で行った。

表３−５　クリープ試験条件

排水ならびに（載荷方法）	側圧 σ_3(kg/cm²)（圧密圧力σ'_{mi}）	クリープ載荷応力 ($\sigma_1-\sigma_3$)(kg/cm²)
排水（一段載荷）	5	20 30 42 45 47 50 54
排水（一段載荷）	15	20 55 60
非排水(二段載荷)	5	55，60
非排水（一段載荷）	15	20 35 60 77

図３−22は側圧５kg/cm²に対する結果を(a)に偏差ひずみe_1−時間関係，(b)に体積ひずみv−時間関係，(c)に平均有効応力σ'_m−時間関係をクリープ応力（軸差応力（$\sigma_1-\sigma_3$））をパラメーターとして，それぞれ示したものである。図から，クリープ応力の大小がクリープ変形挙動に影響を与え，10^4分の時間内に限ると，45kg/cm²以上の軸差応力下では最終的にクリープ破壊に至り，また，クリープ破壊が生ずるまでの時間は応力の増大とともに減少することがわかる。また，初期に体積圧縮傾向を示すが，次第に膨張

に転じ，クリープ破壊に至る場合は破壊直前に急激な体積膨張が生じる。図3－22(c)はクリープ変形過程の平均有効応力がいかに変化するかを表わしている。破壊直前の急激な上昇（間隙水圧の減少）部分を除くと試験期間中ほぼ一定に保たれている。したがって，低拘束圧下（先行履歴応力以下）の排水クリープ試験は有効応力一定という条件のもとでのクリープ挙動を与えるものと考えてよい。

図3－23は15kg／㎠の側圧に対する結果を偏差ひずみ－時間関係として示している。このクリープ時間内で破壊に至るのは$(\sigma_1-\sigma_3)$＝60kg／㎠の場合である。図に示さないが側圧5kg／㎠のときと同様，破壊直前に急激な体積膨張が生ずる。

図3－24は図3－22および図3－23のひずみ－時間曲線から等時曲線として求めた応力－ひずみ関係を各側圧に対してそれぞれ示したものである。ある応力（図中の応力－ひずみ関係の急激な変曲点）以上では塑性流動が顕著になり，それに対応して体積が圧縮から膨張に転ずる。その限界応力は側圧5kg／㎠

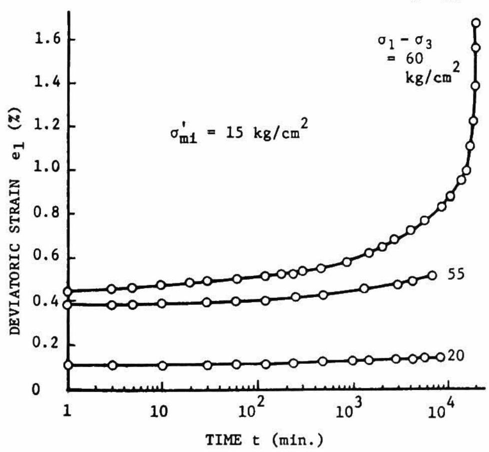


図3－23　側圧15kg/㎠の排水クリープ試験結果，偏差ひずみ－時間関係

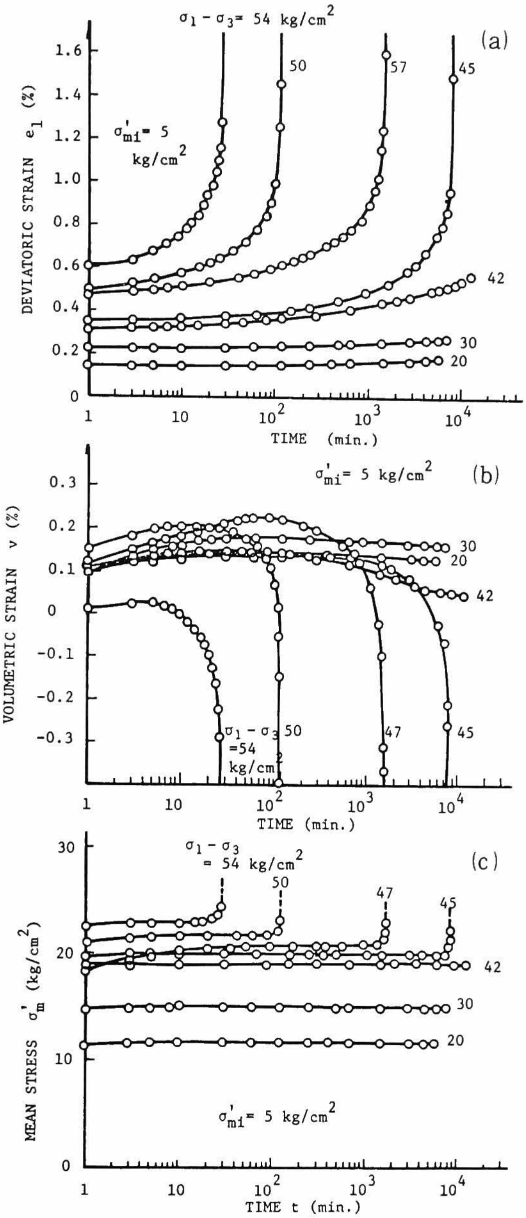


図3－22　側圧5kg/㎠の排水クリープ試験結果
(a) 偏差ひずみ－時間関係
(b) 体積ひずみ－時間関係
(c) 平均有効応力－時間関係

で約40kg／㎠，15kg／㎠に対して55kg／㎠程度である。この限界応力を静的降伏応力とよび次章において，構成式を誘導する際に重要な役割を果すものである。すなわち，静的降伏応力以下では最終的にクリー

プ変形が平衡状態に至って落着くが，これ以上の軸差応力では終局的にクリープ破壊が生ずるものと考える。

静的降伏応力以下でも変形は時間とともに増加する。これを粘弾性的な変形と考え，その一つの表現方法として図3－24に示す応力－ひずみ関係の時間的変化を調べてみた。すでに述べたように，せん断弾性係数Gは式(3－3－7)から，

$$G=\frac{(\sigma_1-\sigma_3)}{3e_1} \quad \cdots\cdots (3-5-1)$$

で与えられる。すなわち，応力－偏差ひずみ関係の初期直線部分の勾配の1／3の値として決定できる。一方，体積弾性係数Kは側圧を一定に保つ試験（σ_3＝一定）の場合には平均有効応力σ_m'は軸差応力($\sigma_1-\sigma_3$)の増分の1／3に相当する値だけ増加するから式(3－3－6)を用いると次式により決定できる。

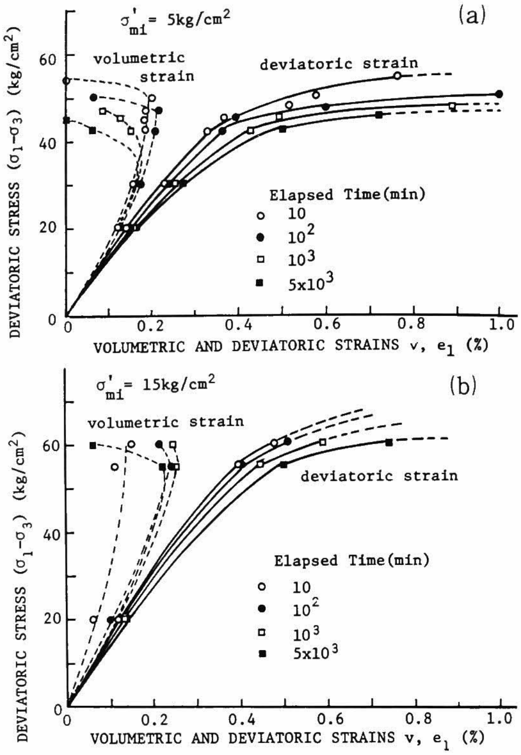


図3－24　等時曲線としての応力－ひずみ関係
(a)側圧5kg/cm²　(b)側圧15kg/cm²

$$K=\frac{\sigma_m'}{v}=\frac{(\sigma_1-\sigma_3)}{3v} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-5-2)$$

KもGと同様に，図3－24の応力－体積ひずみ関係の初期の勾配の1／3の値として求められる。ヤング係数E，ポアソン比νは式(3－3－8)でK，Gの値を用いて計算できる。

これらの式により時間とともに変化する弾性係数を求め，その結果を表3－6にまとめたが，表には後述する非排水試験の結果および比較のため通常のひずみ制御によるせん断試験によって得られた試験結果とともに与えてある。

表からつぎの結論が求まる。

(1)　せん断弾性係数Gは時間とともに減少する（せん断変形は時間とともに増加する)。

(2)　体積弾性係数Kは圧密による時間の効果を考慮すると，粘弾性状態においては時間的変化は生じないと考えられる。

(3)　ポアソン比は0.1～0.2の値となる。

表3－6　クリープ試験から求まる弾性係数の時間変化*

排水条件	側圧 (kg/cm²)	時間 (分)	G	K	E	ν
			10^3 (kg/cm²)			
排水	5	10	4.60	4.22	10.12	0.10
		10^2	4.33	3.92	9.49	0.10
		10^3	3.88	4.07	8.82	0.14
		5×10^3	3.60	4.51	8.54	0.18
		排水せん断	3.47	4.55	8.30	0.20
	15	10	5.70	12.35	14.81	0.30
		10^2	5.56	5.65	12.55	0.13
		10^3	4.90	5.80	11.47	0.17
		5×10^3	4.61	6.06	11.04	0.20
	20	排水せん断	5.05	5.88	11.78	0.17
非排水	15	10	4.19	−	12.58	−
		10^2	3.92	−	11.77	−
		10^3	3.51	−	10.53	−
		5×10^3	3.37	−	10.10	−
	20	非排水せん断	5.21		15.63	

＊弾性係数はクリープ載荷応力 $(\sigma_1-\sigma_3)=$ 20 kg/cm²に対するひずみを用いて算定した。

5−2　非排水クリープ試験

表3－5に示す条件で非排水クリープ試験を行った。図3－25は側圧15kg/cm²の試験結果を，(a)に軸ひずみ－時間関係，(b)に平均有効応力－時間関係として与えたものである。この結果，$(\sigma_1-\sigma_3)=77$ kg/cm²の場合はクリープ破壊に至り，またすべての試験において平均有効応力が時間とともに増加（間隙水圧は減少）していることがわかる。

試験結果をより詳細に検討するため図3－26に準備したが，(a)に等時曲線としての応力－軸ひずみ関係，(b)に等時曲線として求まる間隙水圧－軸ひずみ関係をそれぞれ示している。顕著な塑性流動が生ずるのは少なくとも

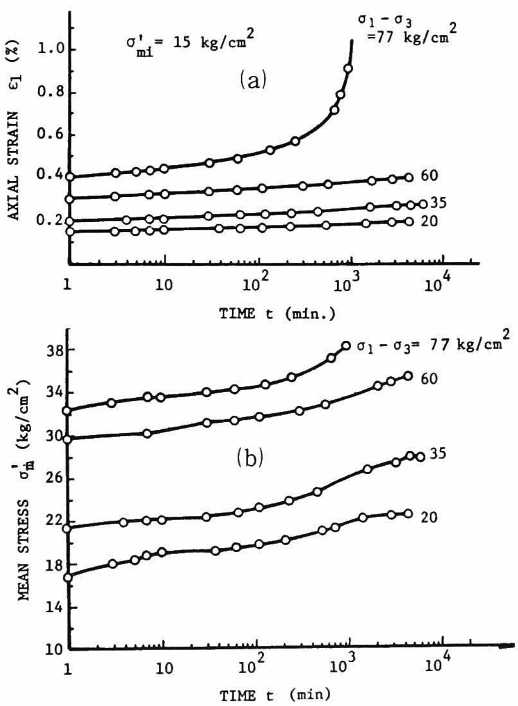


図3－25　非排水クリープ試験結果
(a) 軸ひずみ－時間関係
(b) 平均有効応力－時間関係

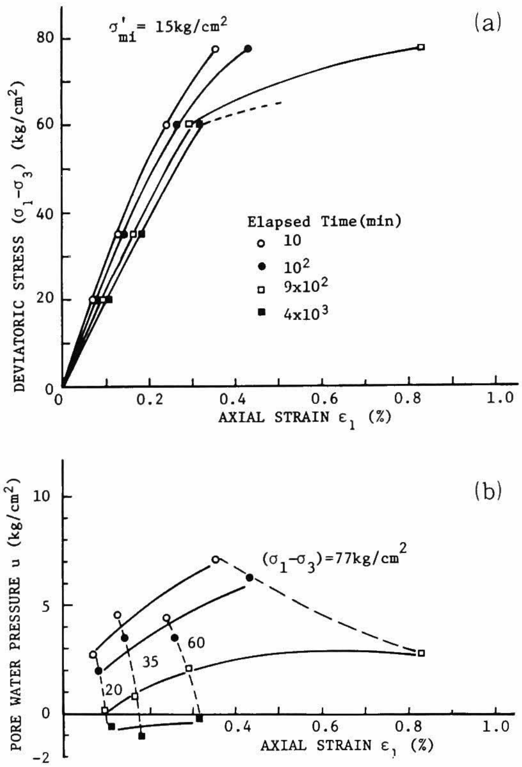


図3－26　非排水クリープ試験結果
(a)　等時曲線としての応力－ひずみ関係
(b)　等時曲線としての間隙圧－ひずみ関係

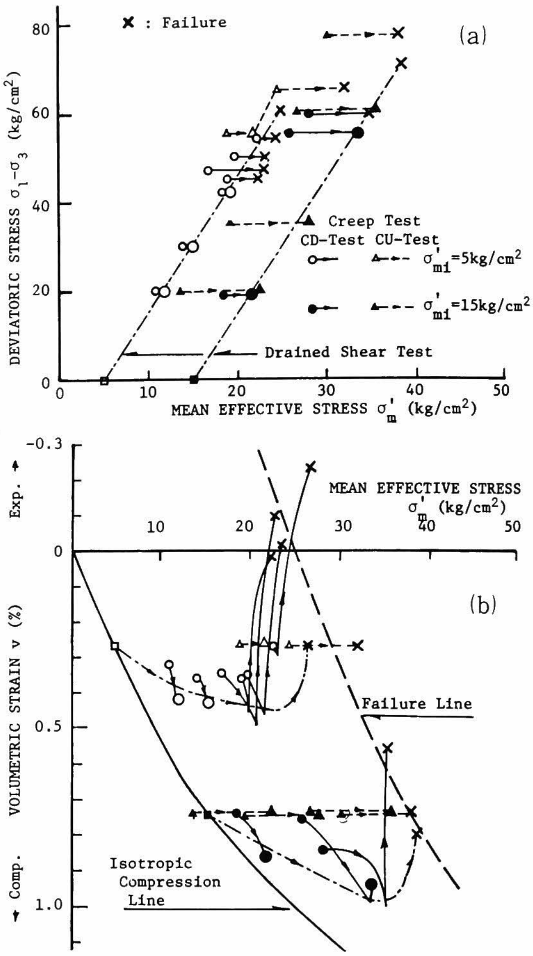


図3－27　クリープ過程の
(a)　有効応力経路　(b)　体積変化経路

軸差応力が60kg／cm²以上の場合で，同一側圧の排水クリープ試験における55kg／cm²と比較すると軸差応力は大きな値が必要である。単に応力の大小のみでこのことを論ずるのは無理であって，破壊規準であるから応力のみならず，応力と体積変化の関係についても同時に検討することが必要である。

図3－27は排水ならびに非排水クリープ過程の有効応力と体積変化を示したものである。すなわち，(a)に有効応力の推移を与えているが，実線で示す排水クリープ経路の右方向への変化は圧密過程に対応する部分と図3－22(c)に示す破壊直前の制御不可能な平均有効応力の増加の2つの理由による。また，点線で表わす非排水クリープ経路は先に述べた試験中に平均有効応力が時間的に増加することに対応して右方に移動する。図中には参考のため排水せん断試験の結果も与えている。この図は非排水クリープ試験の方が大きなクリープ強度を与えることを明らかに示している。

さて，図3－27(b)をみてみよう。横軸に平均有効応力，縦軸に体積ひずみを下向きに圧縮側となるようにとり，体積変化の様子を表わしている。非排水の場合は体積変化が生じ

ないからσ_m'軸に平行な経路となる。 他方，排水条件ではクリープ初期に圧密による体積圧縮が，クリープ破壊に至る場合は破壊直前に急激な体積膨張が生ずる。図3－27(b)に示すように，破壊状態が点線で与えられるものとする。すなわち，体積膨張が生じて破壊する場合には破壊時の平均応力σ_m'が小さくなるから，破壊強度が小さくなる。同一の拘束圧（例えばσ_3＝5kg／cm²）による排水と非排水試験を考えてみよう。非排水条件下では体積変化が生じないが，排水条件であると破壊時に体積が膨張するため，破壊時の平均応力σ_m'は小さくなるから強度も非排水の場合に比較して小さな値となる。これらは図3－11において論じた事実と一致しており，破壊規準は応力とひずみの関係としても与えるべきことを示している。

図3－26(b)は，クリープ過程において間隙水圧がいかに変化するかを示しており，一旦上昇した間隙水圧が，時間とともに減少している様子がわかる。これはせん断による体積膨張の生じていない低い応力レベルにおいても認められる挙動である。供試体は第3章3－1で述べたようにして準備され，圧密過程で5kg／cm²のバックプレッシャーを適用している。したがって，この挙動の生ずる理由として，排水試験の場合は試験過程中間隙水圧はほぼ5kg／cm²に保たれるが，非排水条件では過剰間隙水圧の発生により5kg／cm²以上に増加するためではないかということである。すなわち，供試体内に間隙水の浸透していない間隙（dead pore）があり，間隙水圧がこれまでの最大値であった5kg／cm²以上になるとdead poreへの浸透が始まり，一旦増大した間隙水圧は逆に減少しだすのではないかという考えである。これが正しい理由であるとすれば，気乾試料を飽和させて行う試験の一つの問題点となる。

なお，図3－26(a)から求めたせん断弾性係数Gは表3－6にすでに与えてある。

5－3　クリープひずみ速さの時間的変化

クリープ試験結果によって，応力－ひずみ－時間関係を求める場合には，クリープひずみ速さの時間的変化に基づいて行うことが多い。構成式を誘導するための資料を準備することを目的としてひずみ速さが時間とともにいかに変化するかを調べてみる。

排水クリープ試験のうち，破壊に至らない場合のクリープひずみ速さを軸差応力で正規化して縦

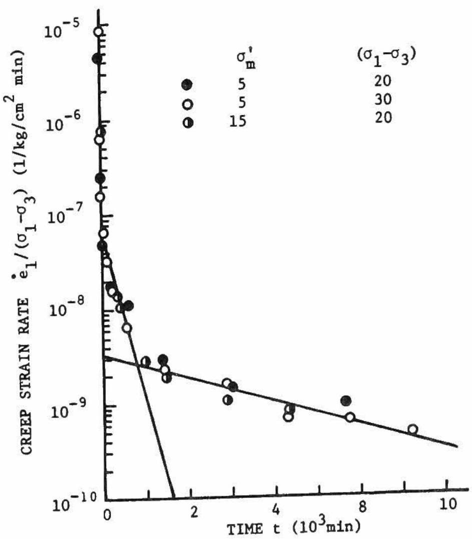


図3－28　クリープひずみ速さの時間変化（粘弾性領域）と挙動の近似方法

軸に対数で与え，横軸には普通目盛で時間をとって求めた図が図3－28である。図から，側圧の大小によらずクリープひずみ速さが時間とともに減少する様子がわかる。この時間的変化は図中に示す2本の直線の縦距の和として近似的に表わすことができるが，次章の構成式を誘導するときに改めて論ずることにする。図3－29(a)，(b)はクリープ破壊に至る場合のクリープひずみ速さの時間的変化を示している。

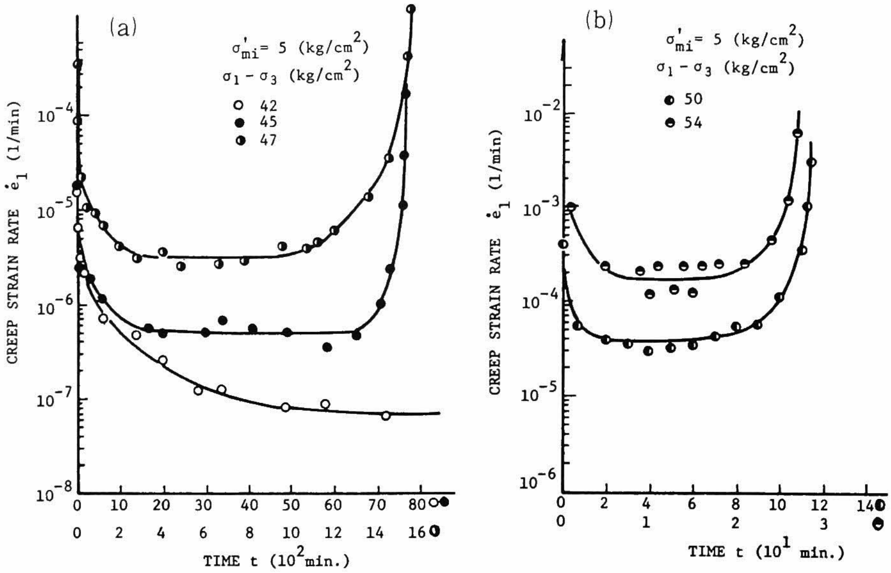


図3－29　クリープひずみ速さの時間変化（粘塑性領域）
(a) 低応力レベル　　(b) 高応力レベル

クリープ荷重を載荷した後，ひずみ速さは急激に減少するが，やがて定常状態に至り，最終的にはひずみ速さが加速し破壊する。この定常クリープひずみ速さと軸差応力の関係を求めた図3－30において，ひずみ速さの対数と軸差応力が比例するという関係のあることがわかる。10^{-8}/minのひずみ速さが十分小さい値と考えてよいかどうかの問題は残るが，図中2本の直線と10^{-8}/min一軸との交点の値，39kg/cm^{2}と52.5kg/cm^{2}は図3－24の変曲点として与えた静的降伏に等しい値であると考え，この値を次章の構成式誘導の際に用いることにする。

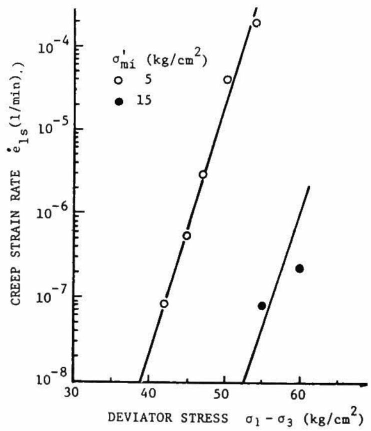


図3－30　定常クリープひずみ速さとクリープ応力との関係

5－4　クリープ破壊

材料は標準的せん断試験（土質材料では1％/minのひずみ速さ）で求まる強度よりも小さな応力ではあっても持続して載荷すると破壊に至る。すなわち，静的降伏応力以上の応力を持続して載荷するとクリープ破壊を生ずるが，クリープ破壊に至るまでに要する時間

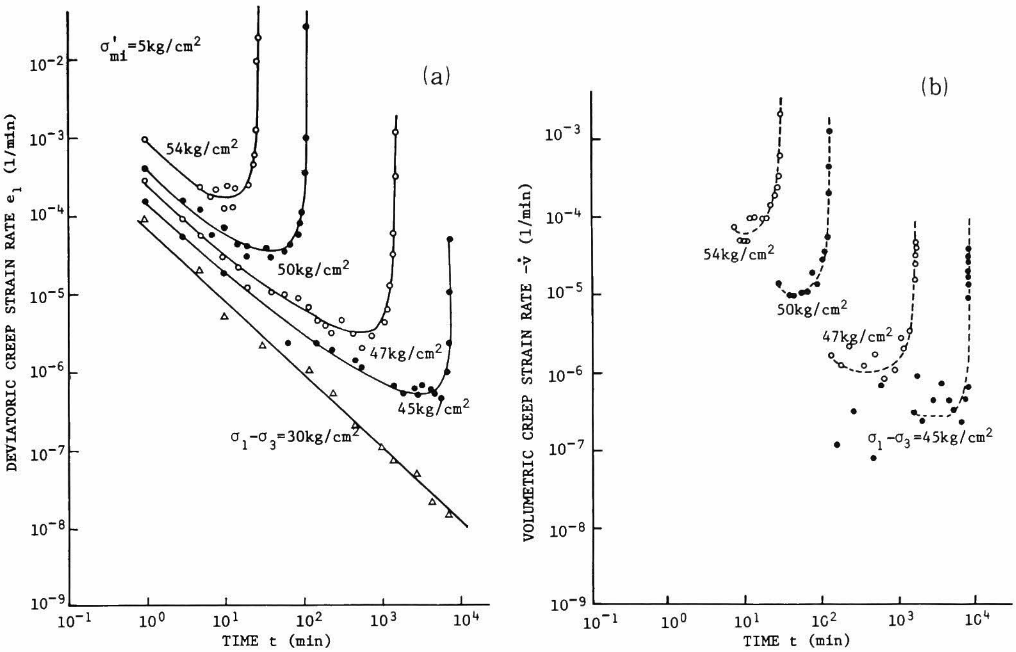


図3－31　ひずみ速さの時間変化
(a)偏差ひずみ速さ　(b)体積ひずみ速さ

を知る手段はないかという問は，地すべりが発生する時刻を予知して列車事故を未然に防いだという斉藤[93]による先駆的な仕事にみられるように，施工管理において重要な問題である。この点に関しては定常クリープひずみ速さと破壊に至るまでの時間の間に関係があることが知られている。[50),93),94)] 図3－31は側圧5kg/cm²の排水クリープ試験結果を，ひずみ速さと時間の関係として両対数紙上に求めたものである。(a)に偏差ひずみ$\dot{e}_1$の時間変化を，(b)に体積ひずみ速さ$\dot{v}$の時間変化をそれぞれ与えている。なお，体積ひずみ速さは初期の圧密過程を除いて，クリープ破壊に至る体積膨張過程のみを示している。

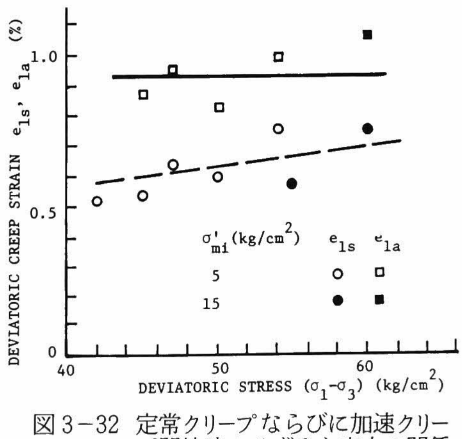


図3－32　定常クリープならびに加速クリープ開始時のひずみと応力の関係

偏差ひずみ速さは時間とともに直線的に減少するが，破壊に至るものはやがて定常クリープ状態を経て加速され破壊に達する。後述する塑性流動過程のダイレイタンシー比（$\dot{v}/\dot{e}_1$）は定常クリープ状態の値を用いている。

表3－7は排水クリープ試験の結果得られる定常状態ならびに破壊時の状態をまとめたものである。表中の添字sは定常状態，t_sは定常状態開始時間を，aは加速クリープ開始時を，またrは破壊時の値をそれぞれ示している。

表3－7　クリープ試験結果（定常クリープ状態とクリープ破壊）

σ'_{mi} (kg/cm²)	$(\sigma_1-\sigma_3)$ (kg/cm²)	$\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma'_m}$	e_{1s} (%)	$\dot{e}_{1s}$ (1/min)	$\dot{v}_s$ (1/min)	$\dot{v}_s/\dot{e}_{1s}$	t_s (min)	e_{1a} (%)	t_a (min)	t_r (min)	$\dot{e}_{1s}\cdot t_r$ (10^{-3})
5	54	2.35	0.75	1.97×10^{-4}	-0.98×10^{-4}	0.50	7	0.99	21	28	5.52
	50	2.30	0.60	3.80×10^{-5}	-1.27×10^{-5}	0.33	20	0.82	70	115	4.37
	47	2.27	0.64	3.67×10^{-6}	-1.84×10^{-6}	0.59	200	0.95	1000	1565	5.74
	45	2.25	0.53	5.44×10^{-7}	-3.78×10^{-7}	0.70	1600	0.87	7116	7716	4.20
	42	2.20	0.51	8.70×10^{-8}	-1.60×10^{-8}	0.18	4290	－	－	－	－
15	60	1.71	0.75	2.30×10^{-7}	-1.97×10^{-7}	0.86	4960	1.06	17300	21000	4.83
	55	1.65	0.57	8.90×10^{-8}	-8.00×10^{-8}	0.90	4245	－	－	－	－

まず，定常クリープ開始までのひずみ量e_{1s}と加速クリープ開始時のひずみ量e_{1a}が応力とどのような関係にあるかを調べてみると図3－32が求まる。ばらつきはあるが，少なくともひずみが$e_{1a}=0.9$%の値になると応力状態にかかわらず，加速クリープは生ずるといえる。定常クリープ速さ$\dot{e}_{1s}$とクリープ破壊時間t_rおよび加速クリープ開始時間t_aの関係を側圧5kg/cm²の場合について求めてみると図3－33が得られる。明らかに$\dot{e}_{1s}$とt_aあるいはt_rは逆比例関係にあって次式のように表わされる。

$$\left.\begin{array}{l}\dot{e}_{1s}\cdot t_a=\text{一定}=3.60\times10^{-3}\\ \dot{e}_{1s}\cdot t_r=\text{一定}=4.96\times10^{-3}\end{array}\right\}\cdots(3-5-3)$$

この関係式を用いて側圧15kg/cm²，$(\sigma_1-\sigma_3)=$60kg/cm²の破壊時間を推定してみると$t_r=2.16\times10^4$分となる。実験結果は$t_r=2.1\times10^4$分であるから，側圧の大小にかかわらずこの関係が成立することがわかる。

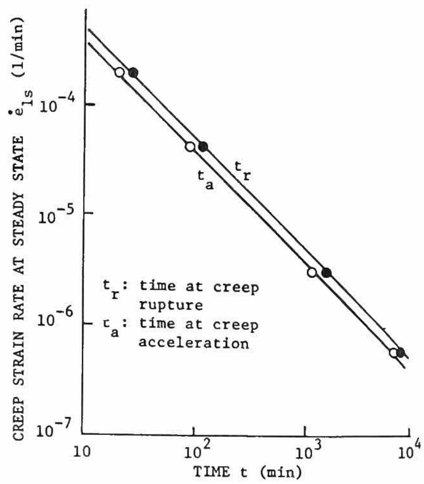


図3－33　定常クリープひずみ速さと加速クリープ開始時と破壊時との関係

なお，クリープ破壊に至らない場合，図3－31(a)の直線関係は次式で与えられる。[82]

$$ln\left[\frac{\dot{e}_1(t,\sigma_1-\sigma_3)}{\dot{e}_1(t_1,\sigma_1-\sigma_3)}\right]=-m\ ln\left(\frac{t}{t_1}\right)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3-5-4)$$

ここに，$\dot{e}_1(t_1,\sigma_1-\sigma_3)$はある基準時間$t_1$(たとえば1分)における偏差ひずみ速さで軸差応力$(\sigma_1-\sigma_3)$の関数として表わされる。この材料に対して，図3－31(a)から，$m=0.95$が求まり，大阪粘土の$m=1.00$，London clayの$m=0.93$などと近い値となる。

第４章　軟岩の構成式

第１節　概　　説

第３章は大谷石を用いた実験を行い明らかにした軟岩の力学挙動について論じた。その結果，定性的には何ら土質材料の力学挙動と変らず，それらの差異は類似の挙動を示す拘束圧の範囲の大小ということのみであると考えられ，土質材料，軟岩，硬岩，を一線上に並べることにより，地盤材料の力学挙動を統一的に記述できる構成式を求めるための基盤が構成されたものと考えられる。

本章においてはまず，軟岩の弾－塑性挙動に着目した実験によって塑性降伏応力の決定方法を示し，それによって塑性降伏関数の決定を行う。ついで，低い拘束圧のもとでは前章で明らかにした軟岩が，体積膨張を伴う時間依存性挙動を示すという事実に基づき，軟岩を粘弾－粘完全塑性体と考えPerzynaの理論を適用することにより構成式を誘導した。この際，静的平衡状態に対する応力－ひずみ関係は弾－完全塑性体であると仮定しているため，ひずみ硬化－軟化挙動を考慮に入れておらず，弾－塑性体で時間依存性とダイレイタンシー特性を有する材料であると考えて軟岩を扱ったものである。さらに硬軟を問わず岩石は拘束圧が先行履歴応力以上になると，せん断過程において体積圧縮を伴うひずみ硬化を示すようになる。したがって，本章で求めた構成式は体積膨張を伴う挙動を対象としているから，その適用は先行履歴応力以下の拘束圧の範囲内に限られている。

第２節　塑性降伏関数の決定

2－1　繰返し載荷試験と降伏応力の決定

弾－塑性体理論の定義に従って塑性降伏応力を決定するために，繰返し載荷－除荷試験を行った。この試験は10kg/cm²の等方応力で圧密した後，側圧σ_3を一定保って，排水条件のもとで軸応力σ_1を繰返し載荷，除荷するものである。図４－１(a),(b)は，その結果求まる軸差応力と偏差ひずみならびに体積ひずみとの関係を与えたものである。繰返し載荷－除荷の方法は図４－１(a)に示すように10kg/cm²で等方圧密した試料を，まず２の応力レベルまで載荷した後，再び元の等方応力状態３まで除荷する。その後，先の２の応力レベル以上の４まで載荷を行い，また５の等方応力の状態まで除荷するという方式を続けることにより，載荷－除荷の過程で永久変形（塑性変形）が顕著に生ずる応力をとらえようとするものである。

実験結果をみると，軸差応力が40kg/cm²と60kg/cm²の間，　すなわち，６と８の応力レ

ベルの間にせん断および体積変形双方に永久変形が明確に生ずる応力値のあることがわかる。むろん，その応力状態以下ではあっても若干の永久変形は生じているが，それ以上に達することによって生ずる永久変形に比較すると無視できる量である。

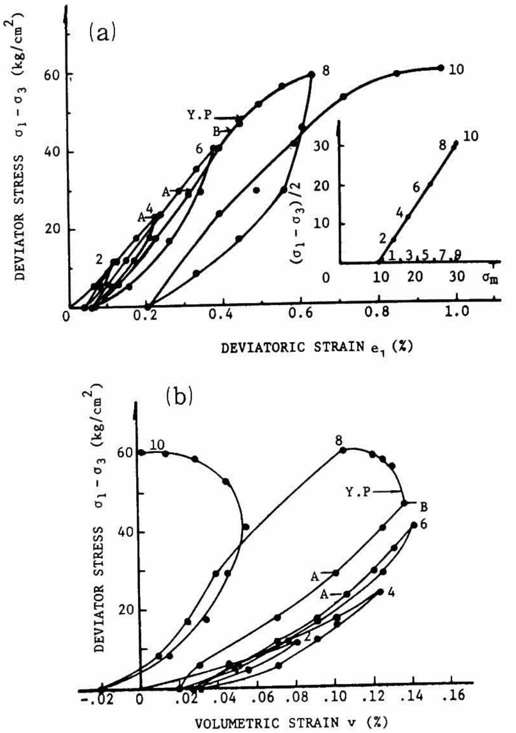


図４－１　繰返し載荷試験過程
(a)　応力－偏差ひずみ関係
(b)　応力－体積ひずみ関係

図４－１(a)の軸差応力－偏差ひずみ関係を両対数紙上にプロットしなおした図４－２をみると，明確な折点が６～８の応力レベル間に求められる。本論文においては，この折点の応力値をもって塑性降伏値と定義づけることにする。この決定方法は村山と柴田[28]が粘土の上限降伏値を決定するのに用い，Singh and Beamford[95]も岩石の長期強度を決定するのに用いている。いずれにしても，６と８の応力レベルの間に永久変形が顕著となる塑性降伏応力の存在することが以上の議論より明らかである。

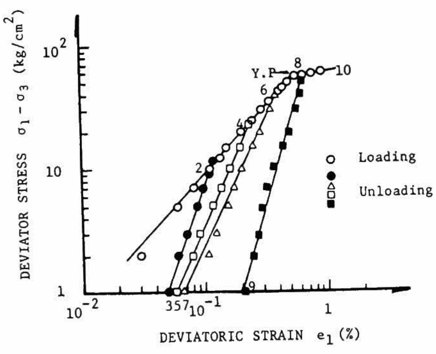


図４－２　塑性降伏応力の決定方法

2－2　ひずみ硬化と後続降伏面

ここでは，第２章２－２で論じたように，弾－塑性理論における後続降伏曲面の特性，すなわちひずみ硬化による降伏曲面の拡大について検討を加えるため以下の実験を行った。

図４－３(a)に示すように，５kg/cm² で等方圧密した１の状態から応力制御による排水せん断を行って，初期降伏応力（図４－３(d)で決定）以上の２の応力レベルまで載荷する。その後，３の応力まで一旦除荷し，軸差応力を一定に保って平均応力σ'_mを４まで増加させ，その応力状態から５までせん断を行う。図４－３(b)，(c)はこの過程の軸差応力－偏差ひずみと軸差応力－体積ひずみ関係を与えている。

さて塑性降伏応力をこの載荷－除荷－再載荷過程で求めてみる。すなわち，１→２と４→５のせん断過程における降伏値は図４－１(b)を両対数紙上に求めた図４－３(d)の折点の応力値として決定される。このように求められた降伏点を図４－３(a)にＩ.Ｙ.Ｐ.（初期降

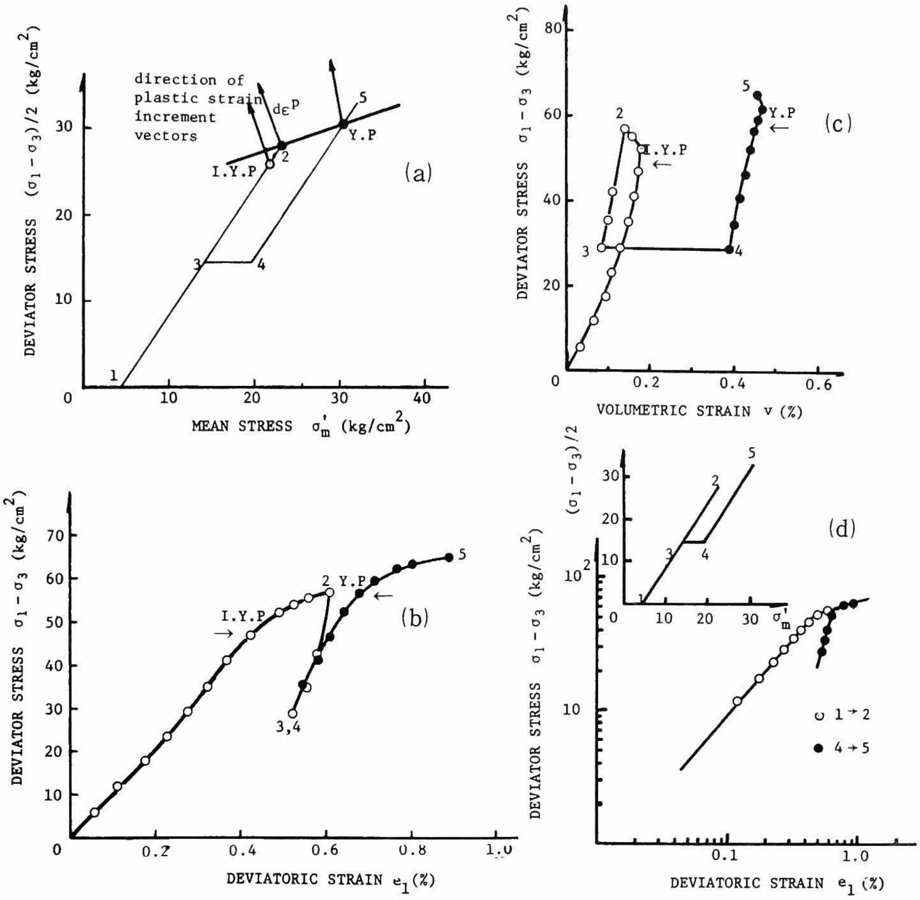


図４－３　応力経路を変化させる載荷試験による降伏面の拡大
(a)　載荷経路と降伏面
(b)　試験過程の偏差ひずみの変化
(c)　試験過程の体積変化
(d)　降伏応力値の決定

伏点）とY.P.としてそれぞれ，載荷経路上に示している。図２－２で説明したように２の応力点はb点に，Y.P.はd点に対応すると考えてよいから，これら２つの応力状態は同一の降伏面上にあることになる。そこで，この２つの点を結ぶ直線により便宜的に対応する降伏面を表わしている。このI.Y.P.とY.P.を図４－３(b),(c)の応力－ひずみ関係中に矢印で示すが，とくに図４－３(c)の体積ひずみの変化に注目すると，これらの降伏点が全体積変化の膨張に転ずる応力レベルにほぼ対応していることは前節で示したとおりである。

なお，降伏関数を決定する際に用いる normality rule を検証する意味で図４－３(a)に塑性ひずみ増分ベクトルの方向を与えている。ただし，矢印は単に方向を示すものであって，ひずみ増分の大きさを与えるものではない。これから，normality rule（降伏曲面と塑性ひずみ増分ベクトルとの直交性）がほぼ成立することが理解できる。

図４－４(a),(b)は同様の目的で実験によって求められた降伏面の拡大の様子を示している。図４－４(a)は載荷－除荷－載荷をσ'_mを減少させる方向で２サイクル行なった結果を，また(b)はσ'_mを増加させる方向に３サイクル行った結果をそれぞれ与えている。

以上をまとめるとつぎのようになる。

(1) 実験に用いた軟岩はひずみ硬化によってその降伏曲面が拡大する。

(2) 後続降伏面は σ'_m と非線形の関係になる。

ここでは最大強度に至るまでのひずみ硬化過程のみについて議論した。しかし，前章で論じたように低拘束圧下ではひずみ軟化が最大強度に到達後生ずることが知られているが，本論文の構成式はひずみ軟化を対象としないことを断っておく。

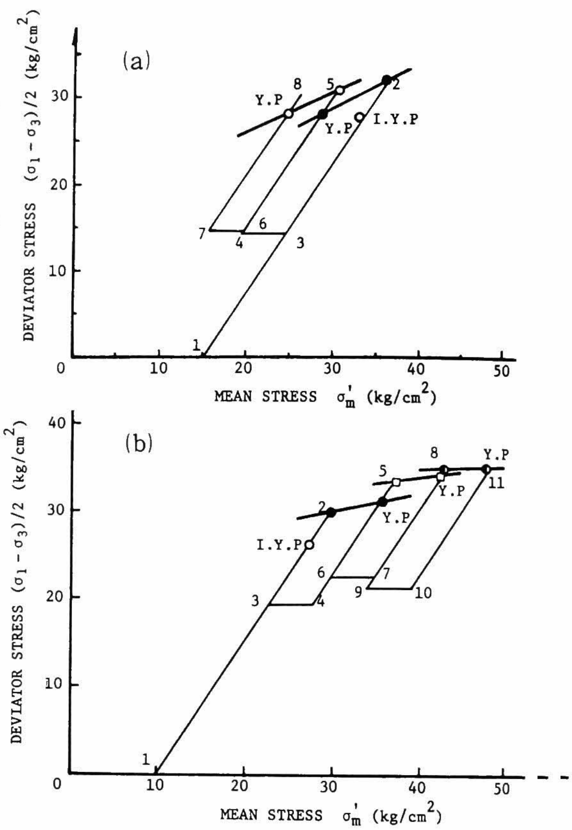


図4－4 応力経路を変化させる載荷試験による降伏面の拡大

(a) σ'_m を減少方向に変化させた例

(b) σ'_m を増加方向に変化させた例

2－3 塑性降伏関数の決定

前節の実験結果により，塑性降伏応力に達するとせん断変形ならびに体積変形も顕著な永久変形を示すことが，また拘束圧が大きくなると前章において示したように，塑性体積圧縮を生ずることが明らかとなった。しかし，本論文では先の塑性降伏の決定方法を用い，塑性体積膨張の生ずる応力範囲内に限定して考察を進める。

さて，降伏関数の決定は以後の構成式の誘導に直接関連づけるために，塑性理論における associated flow rule が成立するものとして行う。

第2章3－1で論じたように，軟岩を等方材料と考えその降伏関数は応力ならびに塑性ひずみの第3不変量に関係しないものと仮定すると， normality rule は式(2−3−4)で与えられる。

$$\dot{v}^P / \sqrt{2I_2^P} = - d(\sqrt{2J_2}) / d\sigma'_m \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-3-4)$$

式(2−3−4)の左辺が応力の関数として与えられると，式(2−3−4)は応力のみの微分方程式となるから，積分可能となって降伏関数が決定されることは先に述べたとおりである。

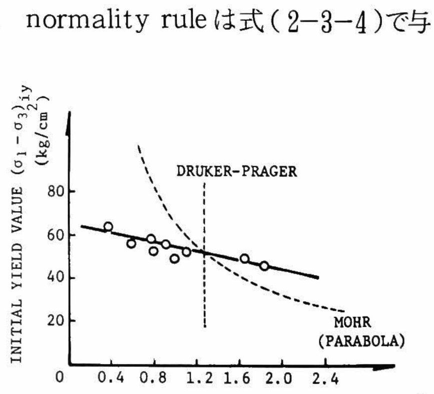


図4−5 初期降伏時の降伏応力と塑性ひずみ増分比の関係

そこで，降伏した後は，全ひずみから前章で求め

たせん断ならびに体積弾性係数を用いて計算した弾性ひずみ成分を差引いたものが塑性ひずみであるとして，初期降伏直後の微小塑性ひずみ増分 dv^P，de_1^P の比 dv^P/de_1^P と初期降伏応力 $(\sigma_1-\sigma_3)_{iy}$ の関係を求めてみると図４－５となる。図から，それらの間には次の関係式が成立することがわかる。

$$\sigma_1-\sigma_3=-b\left(-\frac{dv^P}{de_1^P}\right)+(\sigma_1-\sigma_3)_c \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (4-2-1)$$

ここに，b と $(\sigma_1-\sigma_3)_c$ は材料定数である。

なお，図には式（4−2−2）で表わされる Drucker と Prager[96] が与えた一般化した von Mises の降伏規準と式（4−2−3）で示される Mohr の放物線型の降伏規準を点線で与えているが，いずれも実験結果を表わすことができないことがわかる。

$$f=\zeta\sigma'_m+\sqrt{2J_2}-k=0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (4-2-2)$$

$$f=(\sqrt{2J_2})^2+\zeta\sigma'_m-k=0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (4-2-3)$$

ここに，式中の ζ は材料定数，k はひずみ硬化パラメーターである。

ところで，土質材料では dv^P/de_1^P と応力比〔$(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma'_m$〕の関係づけを用いることが多い。図４－６はその関係を示したものである。やゝばらつきはあるが，次の直線関係が成立することが明らかである。

$$\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma'_m}=a\left(-\frac{dv^P}{de_1^P}\right)+\left(\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma'_m}\right)_c \qquad \cdots\cdots\cdots (4-2-4)$$

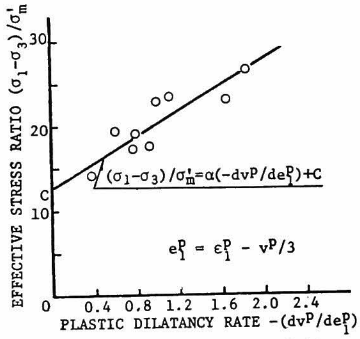


図４－６　初期降伏時の有効応力比と塑性ひずみ増分比の関係

ここに，a と〔$(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma'_m$〕$_c$ は材料定数で，大谷石に対しては以下の値が求まる。

$$a=0.75\ ,\quad [(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma'_m]_c=1.25$$

ここで興味のある点は，式（4−2−4）の関係が $a=1$ の場合には critical state energy theory に一致することであり，また〔$(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma'_m$〕$=1.25$ のときは塑性体積膨張が生じないか，あるいは de_1^P が非常に大きい場合かの特異な状態に相当しているということである。

このように実験結果から求めた式（4−2−1）と式（4−2−4）を不変量表示すると以下の式がそれぞれ求まる。

$$\sqrt{2J_2} = -\,b^*(-dv^p/\sqrt{2I_2^p}) + (\sqrt{2J_2})_c \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4-2-5)$$

$$\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m} = a^*\left(-\frac{dv^p}{\sqrt{2I_2^p}}\right) + \left(\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right)_c \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4-2-6)$$

これらは先に望んだ式(2−3−4)の左辺を応力の関数として与えることのできる関係式である。式(4−2−5)あるいは式(4−2−6)を式(2−3−4)の左辺に代入して得られる微分方程式を積分すると，次の関係式が求まる。

すなわち，式(4−2−5)と式(4−2−1)の場合には

$$\sigma'_m + b^* ln\{\sqrt{2J_2} - (\sqrt{2J_2})_c\} = C_1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4-2-7)$$

また，式(4−2−6)と式(4−2−4)に対しては次式となる。

$$\sigma'_m \left\{ \frac{1}{a^*}\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right)_c + \frac{a^*-1}{a^*}\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right) \right\}^{\frac{a^*}{a^*-1}} = C_2 \qquad \cdots\cdots (4-2-7)$$

ここに，C_1 と C_2 は積分定数であり，これら2式は降伏関数そのものを与えている。

図4−7(a)，(b)はこれらの降伏関数を用いて応力面内に求めた降伏曲面を示しており，図中には dv^p と de_1^p で決定される塑性ひずみ増分ベクトルも同時に与えている。双方の降伏関数とも，降伏面と塑性ひずみ増分ベクトルの直交性と初期降伏応力点をこの程度の近似度で表わしうることがわかる。ところが，図4−7(a)では降伏面が圧縮応力側で σ'_m −軸と交わり，低い等方応力状態ですでに塑性域にあることを意味するから，実験事実に反している。したがって，式(4−2−7)で求まる降伏関数は適用できず，大谷石に対する降伏関数は式(4−2−8)で与えられるものとする。

式(4−2−8)の積分定数 C_2 は $\sqrt{2J_2}/\sigma'_m = (\sqrt{2J_2}/\sigma'_m)_c$ のときに塑性体積ひずみが生じないという条件によって，次の条件で決定する。

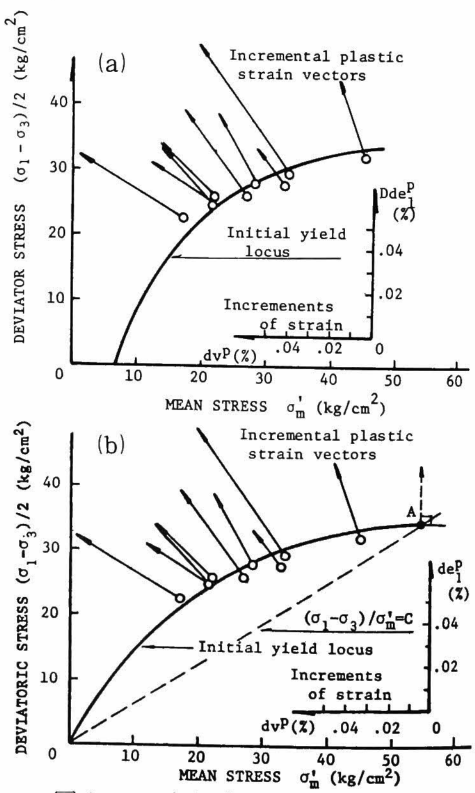


図4−7　初期降伏曲面と対応する塑性ひずみ増分ベクトル
(a)　降伏関数式(4−2−7)による
(b)　降伏関数式(4−2−8)による

$$\sqrt{2J_2}=k$$

$$at\ \sqrt{2J_2}/\sigma'_m=(\sqrt{2J_2}/\sigma'_m)_c \quad \cdots\cdots\cdots (4-2-9)$$

したがって，結局降伏関数は次式で与えられることになる。

$$f=C^*\cdot\sigma'_m\times\left\{\frac{1+\frac{a^*-1}{C^*}\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right)}{a^*}\right\}^{\frac{a^*}{a^*-1}}-k=0 \quad \cdots\cdots (4-2-10)$$

ここに，$C^*=(\sqrt{2J_2}/\sigma'_m)_c$，$k$はひずみ硬化パラメーターである。

初期降伏後の後続降伏曲面もこの関数形でよいかを調べてみよう。このために準備したものが図4－8(a)，(b)であり，図4－4(a)，(b)にそれぞれが対応しているが，ひずみ硬化による降伏曲面の拡大の様子もこの程度に表わすことができる。ただし，式中のひずみ硬化パラメーターをいかに決定するかは残された課題である。

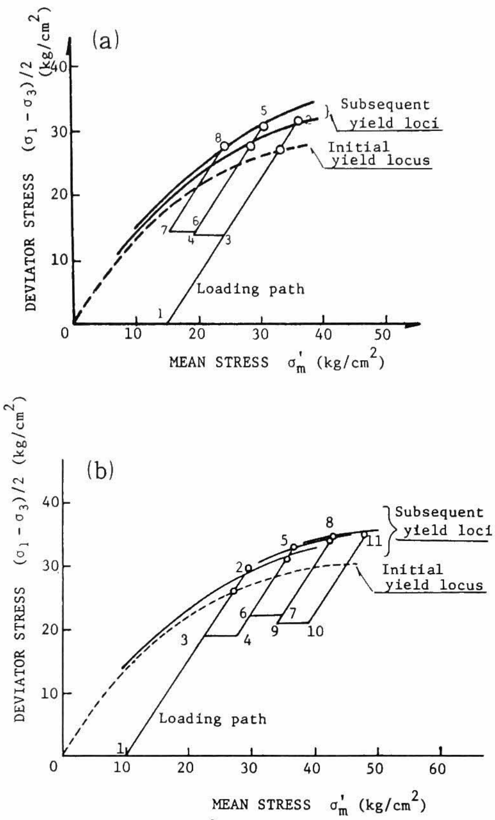


図4－8　降伏関数式（4－2－10）で与えられる初期ならびに後続降伏面と実験結果との比較
(a) 図4－4(a)，(b) 図4－4(b)に対応

第3節　粘弾性－粘完全塑性体とした構成式

3－1　クリープ試験結果のまとめ

前章で論じた軟岩のクリープ試験の結果をまとめると以下のようになる。

(1) 静的降伏応力以下ではクリープ破壊は生じない。図3－30の応力と定常クリープ速さの関係から求まる10^{-8}/min に対する応力をもって静的降伏応力と本論文では定義づける。留意すべきは，その応力状態でひずみ速さが0でないことである。この応力レベルにおいては偏差ひずみ速さは時間とともに減少して，図3－28に示すように2本の直線の縦距の和として近似的に表わすことができる。一方，この変形過程は体積変化が時間依存性挙動を示さないと仮定できる。

(2) 静的降伏応力以上では最終的にクリープ破壊に至る。偏差ひずみ速さは図3－29のように初期に減少を示すが，定常状態を経た後加速されて破壊に至る。図3－31にみられるように定常状態では体積ひずみ速さも一定値をとり，体積膨張を伴う塑性流動過程であることが明らかである。

以上の挙動を記述できる構成式を線形粘弾性理論とPerzynaの粘塑性理論を用いて誘導する。

3－2 粘弾性挙動と構成式

静的降伏応力以下においては偏差ひずみが図3－28のような挙動を示し，体積変化は時間依存性挙動はないと仮定できる。このような挙動を記述できる構成式としては図4－9のレオロジカルモデルがあり，それを式で表わすとつぎのようになる。

$$e_{ij}(t)=S_{ij}(t)/2G_1+(1/2\eta_2)\int_0^t e^{-(G_2/\eta_2)(t-\tau)}S_{ij}(\tau)d\tau$$
$$+(1/2\eta_3)\int_0^t e^{-(G_3/\eta_3)(t-\tau)}S_{ij}(\tau)d\tau \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (4-3-1)$$

$$v(t)=\sigma'_m(t)/K_1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (4-3-2)$$

ここに，$G_1, G_2, G_3, K_1, \eta_2, \eta_3$は材料定数である。

一旦このモデルを受け入れてしまうと，残る問題は式中の材料定数をいかに決定するかである。ここでは排水クリープ試験結果を用いて定数を定める。なお，体積変化は時間に依存しないから，等方圧密あるいは排水せん断試験によって求められた表3－6のKの値を用いればよい。ただし，Kは拘束圧によって変化する点に留意する必要がある。

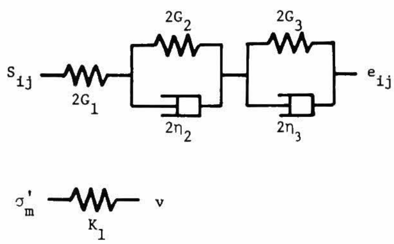


図4－9 粘弾性挙動に対するレオロジカルモデル

クリープ挙動は応力が一定に保たれるときの変形挙動であるとすると，式(4－3－1)ならびに式(4－3－2)は$S_{ij}(t)$＝一定，$\sigma'_m(t)$＝一定とおくことにより積分され，次式のようになる。

$$e_{ij}(t)=\left[\frac{1}{2G_1}+\frac{1}{2G_2}(1-e^{-(G_2/\eta_2)t})+\frac{1}{2G_3}(1-e^{-(G_3/\eta_3)t})\right]S_{ij} \qquad \cdots\cdots\cdots (4-3-3)$$

$$v(t)=\frac{\sigma'_m}{K} \qquad \cdots\cdots\cdots (4-3-4)$$

したがって，クリープひずみ速さは式（4−3−3）と式（4−3−4）を微分することで次式で与えられる。

$$\frac{de_{ij}(t)}{dt}=\left[\frac{e^{-(G_2/\eta_2)t}}{2\eta_2}+\frac{e^{-(G_3/\eta_3)t}}{2\eta_3}\right]S_{ij} \qquad \cdots\cdots\cdots (4-3-5)$$

$$\frac{dv(t)}{dt}=0 \qquad \cdots\cdots\cdots (4-3-6)$$

通常行う軸対称三軸圧縮条件では応力ならびに，ひずみには次の関係が成立する。

$$S_{11}=2(\sigma_1-\sigma_3)/3,\quad e_{11}=e_1=2(\varepsilon_1-\varepsilon_3)/3=\varepsilon_1-v/3 \cdots (4-3-7)$$

これらの関係を用いると式（4−3−5）は次のように表わされる。

$$\dot{e}_1/(\sigma_1-\sigma_3)=\frac{1}{3}\left[e^{-(G_2/\eta_2)t}/\eta_2+e^{-(G_3/\eta_3)t}/\eta_3\right] \qquad \cdots\cdots (4-3-8)$$

縦軸に対数で$\dot{e}_1/(\sigma_1-\sigma_3)$を，横軸に時間$t$をとってクリープ試験結果をプロットすると図3−28が求まった。時間tが小さいクリープ初期においては式（4−3−8）の右辺の第1項（図4−9のモデルの第二変形要素）が，時間tが大きくなると右辺第2項（モデル第三変形要素）が図3−28の2本の直線にそれぞれ対応するものと考えることにより，クリープ変形を2本の直線の縦距の和として近似的に表わすことができる。この仮定に基づいて，材料定数G_2, G_3, η_2, η_3を以下のように決定する。

(1) まず，η_2，η_3は二直線の縦軸の切辺の値から決定できる。すなわち，

$$\eta_2=1/3\left[\dot{e}_1/(\sigma_1-\sigma_3)\right]^{-1}\Big|_{\text{第1直線}\, t=0}$$

$$\eta_3=1/3\left[\dot{e}_1/(\sigma_1-\sigma_3)\right]^{-1}\Big|_{\text{第2直線}\, t=0}$$

(2) 式（4−3−8）の右辺の第1項のみを考え，両辺の対数をとると，第1の直線の勾配は$(G_2/\eta_2)/\log_e 10$で与えられる。 η_2はすでに求められているから，直線の勾配の値よりG_2が決定できる。G_3も第2の直線の勾配から同様に定められる。このように決定した材料定数を表4−1にまとめて示している。

G_1について考察してみよう。G_1は瞬時弾性係数であるから，論理上は載荷直後の変形量から決定すべきである。しかし，ここではt＝10分のときのGの値を式（4−3−3）を用いることにより逆に求めてみる。まず，式（4−3−3）を次のように書き改める。

$$e_{ij}(t)=\frac{S_{ij}}{2G^*(t)} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4-3-9)$$

ここに，

$$\frac{1}{G^*(t)} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2}\left[1-e^{-(G_2/\eta_2)t}\right] + \frac{1}{G_3}\left[1-e^{-(G_2/\eta_3)t}\right]$$

表4－1　粘弾性定数

G_2	2.2×10^4	(kg／cm²)
G_3	3.3×10^4	(kg／cm²)
η_2	6.1×10^6	(kg／cm²•min)
η_3	1.1×10^8	(kg／cm²•min)

すなわち，時間依存弾性係数$G^*(t)$を考えるわけであるが，これは表3－6に与えた時間とともに変化するGに対応している。そこで$t=10$分における表3－6のGと式(4－3－9)で決まる$G^*(10$分$)$が等しいと仮定すると他の材料定数は既知であるからG_1を決定できる。このようにしてすべての材料定数が決定されたから，任意の時間の$G^*(t)$を式(4－3－9)によって求めることができる。表4－2は$G^*(t)$の$t=10^2$，10^3，5×10^3分と∞の各時間における値を表3－6のGと比較して与えており，先に決定したG_1の値も示してある。

表4－2　粘弾性状態の時間依存弾性係数$G^*(t)$と瞬時弾性係数G_1

排水条件	側圧 (kg／cm²)	時間 (分)	G (kg／cm²)	$G^*(t)$ (kg／cm²)	G_1 (kg／cm²)
排水	5	10	4.60×10^3	4.60×10^3	4.65×10^3
		10^2	4.33×10^3	4.35×10^3	
		10^3	3.88×10^3	3.74×10^3	
		5×10^3	3.60×10^3	3.52×10^3	
		∞	?	3.44×10^3	
	15	10	5.70×10^3	5.70×10^3	5.76×10^3
		10^2	5.56×10^3	5.31×10^3	
		10^3	4.90×10^3	4.44×10^3	
		5×10^3	4.61×10^3	4.12×10^3	
		∞	?	4.01×10^3	
非排水	15	10	4.19×10^3	4.19×10^3	4.23×10^3
		10^2	3.92×10^3	3.98×10^3	
		10^3	3.51×10^3	3.47×10^3	
		5×10^3	3.37×10^3	3.28×10^3	
		∞	?	3.20×10^3	

以上によって，静的降伏応力以下の粘弾性挙動を記述するための粘弾性体とした構成式が確定したことになる。

3－3　粘塑性挙動と構成式

静的降伏応力以上では図3－29あるいは図3－31のように偏差ひずみ速さは定常状態を経た後加速され最終的に破壊に至る。この過程においては体積が膨張して定常状態では体積ひずみ速さも一定の値を保つ。このような挙動を記述できるものとして，第2章2－3で論じたPerzynaによる粘塑性体に対する構成式がある。

まず，この理論をいかに適用するかを具体的に説明しよう。粘塑性流動過程の偏差ひずみ速さを示す図3－29から，その加速部分を除くと粘弾性挙動と同様，その挙動を2本の直線の縦距の和として，図4－10に模式的に示すように近似的に表わすことができる。また，体積変化に対しては図4－10(b)のように1本の直線で近似する。すなわち，粘塑性流動は定常状態の挙動を表わすものと仮定することである。このような挙動を表わすことができるレオロジカルモデルは図4－11のようなものであり，本研究では体積膨張が生ずる場合のみを考えるから，図に示すような押したら伸びるモデルとして体積変化成分を表現している。

構成式を決定するためには静的ならびに動的降伏曲面を規定することが必要である。前節において associated flow rule の立脚するNormality ruleを用いて以下のように求められた。

$$f=C^*\sigma'_m\left[\frac{1+\dfrac{a^*-1}{C^*}\left(\dfrac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right)}{a^*}\right]^{\frac{a^*}{a^*-1}}=k \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(4-2-10)$$

ここでは静的平衡状態，すなわち，$\dot{e}_{1s}=10^{-8}$/min のひずみ速さに対応する塑性降伏条件を表わすものを静的降伏条件として次式で表わすことにする。

$$f_s=C^*\sigma'_m\left[\frac{1+\dfrac{a^*-1}{C^*}\left(\dfrac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right)}{a^*}\right]^{\frac{a^*}{a^*-1}}=k_s \qquad \cdots\cdots\cdots(4-3-10)$$

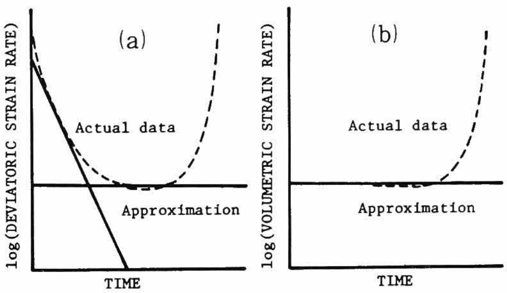


図4－10　粘塑性挙動の近似方法
(a)　偏差ひずみ速さ
(d)　体積ひずみ速さ

図4－12はせん断試験によって求められた初期降伏応力値に対応する降伏面と $\dot{e}_{1s}=10^{-8}$/min に対応する静的降伏面を式(4－3－10)で求めた結果を示してある。せん断試験は10^{-8}/min 以上のひずみ速さで行ったから差異が生じているが，これは材料のひずみ速さ依存性によるものである。

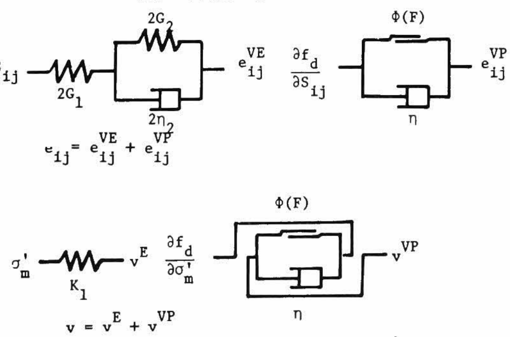


図4－11　粘塑性挙動に対する
レオロジカルモデル

式(4－3－10)の静的降伏関数を確定するためにはひずみ硬化－軟化パラメーター k_s を決定する必要がある。すなわち，静的平衡状態にある弾－塑性体とした応力－ひずみ関係

を求めることである。しかし，本論文では軟岩の時間依存性挙動を記述できる構成式を誘導する第一歩として図4－13の実線で模式的に示す静的応力－ひずみ関係を点線のような弾－完全塑性体とした応力－ひずみ関係で近似的に表わすことにする。これは図4－10で行った近似にも対応している。すなわち，クリープ初期におけるひずみ速さの急激な減少は図4－11に示すモデルの粘弾性要素で表わし，定常状態を粘塑性要素で表わすものとして，結局加速クリープ挙動を考慮しないと仮定することである。

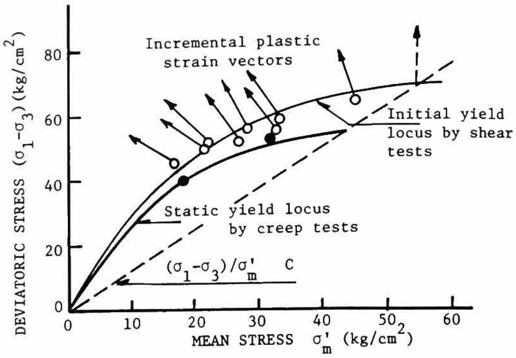


図4－12　塑性降伏曲面と対応する塑性ひずみ増分ベクトル，ならびに静的降伏曲面

図4－13の実線で表わすひずみ硬化－軟化型の静的応力－ひずみ関係を用いるとクリープ挙動をより厳密に以下のように説明することができる。すなわち，ひずみ速さは超過応力関数Fの大きさに比例するから，クリープ初期においては図に示すようにFが減少するため，クリープひずみ速さも減少する。静的応力－ひずみ関係の最大強度点でFが最小となり，これは定常状態に対応するが，それ以降の軟化過程ではFが再び増大するためひずみ速さも大きくなり，いわゆる加速クリープ状態となる。

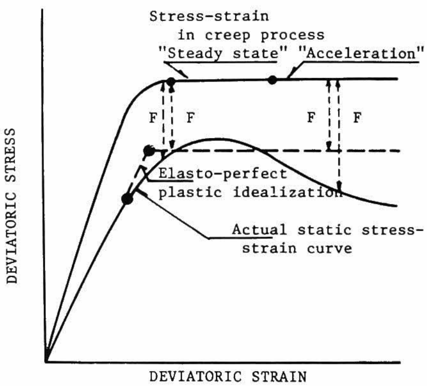


図4－13　粘完全塑性体による近似方法

図4－14は側圧5 kg／cm²の排水クリープ試験から求めた図4－13に対応する関係図であり，少なくとも定常クリープ状態をこの程度の近似で表わし得ることを示している。

このように，静的応力－ひずみ関係を弾－完全塑性体と考えると静的降伏関数は応力のみの関数となって，応力空間内に固定され，一方，動的降伏関数は応力とひずみ速さの関数となる。そこで，動的降伏関数が図4－12で示したように静的降伏関数と同一の関数形で与えられるものと仮定し，次式で表わされるものとする。

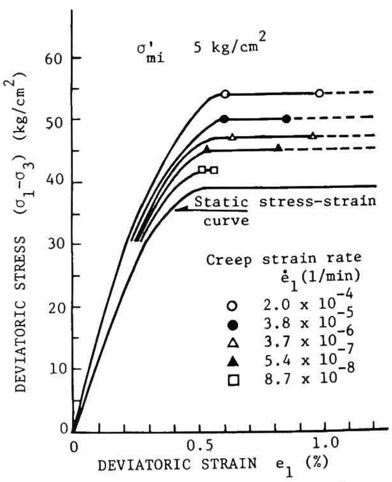


図4－14　ひずみ速さの応力－ひずみ関係への影響

$$f_d = C^*\sigma'_m\left[\frac{1+\frac{a^*-1}{C^*}\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right)}{a^*}\right]^{\frac{a^*}{a^*-1}} = k_d\left(\sqrt{2I_2^{VP}}\right) \quad \cdots\cdots\cdots(4-3-11)$$

以上で動的降伏関数が決定されたから式(2−2−13)と式(4−3−11)から粘塑性挙動を記述する構成式が次のように求められる。

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{VP}=\frac{1}{\eta}\Phi(F)\cdot h\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right)\left[\left(\frac{C^*-\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}}{a^*}\right)\frac{\delta_{ij}}{3}+\frac{S_{ij}}{\sqrt{2J_2}}\right] \qquad \cdots\cdots\cdots (4-3-12)$$

ここに，

$$h\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right)=\left[\frac{1+\frac{a^*-1}{C^*}\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right)}{a^*}\right]^{\frac{1}{a^*-1}}$$

式(4−3−12)を偏差ひずみと体積ひずみ成分に分けると次の2式が求まる。

$$\dot{e}_{ij}^{VP}=\frac{1}{\eta}\Phi(F)\,h\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right)\frac{S_{ij}}{\sqrt{2J_2}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4-3-13)$$

$$\dot{v}^{VP}=\frac{1}{\eta}\Phi(F)\,h\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right)\cdot\left(\frac{C^*-\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}}{a^*}\right) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4-3-14)$$

式(4−3−14)はせん断応力$\sqrt{2J_2}$による体積変化，すなわちダイレイタンシーを表わしている。

さて，構成式を確定するために残された課題は汎関数$\Phi(F)$を決定することである。ここでは排水クリープ試験結果を用いて議論を進める。式(4−3−13)と式(4−3−14)から直ちに次の関係が得られる。

$$\Phi(F)=\eta\,\dot{e}_{ij}^{VP}\Big/\left[h\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right)\frac{S_{ij}}{\sqrt{2J_2}}\right]$$

$$=\eta\dot{v}^{VP}\Big/\left[h\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right)\cdot\left(\frac{C^*-\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}}{a^*}\right)\right] \qquad \cdots\cdots\cdots (4-3-15)$$

軸対称三軸試験の場合に式(4−3−15)は次のように表わされる。

$$\Phi(F)=\sqrt{\frac{3}{2}}\,\eta\dot{e}_1^{VP}\Big/h\left(\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma'_m}\right)$$

$$=\sqrt{\frac{3}{2}}\,\eta\dot{v}^{VP}\Big/\left[h\left(\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma'_m}\right)\cdot\left(\frac{C-\frac{(\sigma_1-\sigma_3)}{\sigma'_m}}{a^*}\right)\right] \qquad \cdots\cdots (4-3-16)$$

式(4−3−16)の右辺，すなわち$\dot{e}_1^{VP}$と$h\left(\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma'_m}\right)$はクリープ試験では既知量であり，超過応力関数$F$は$f_d$と$f_s$がクリープ時の応力状態が与えられると確定するからすべて既知となる。そこで縦軸に対数で$\dot{e}_1^{VP}/h[(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma'_m]$と$\dot{v}^{VP}/[h(\sigma_1-\sigma_3/\sigma'_m)(C-(\sigma_1-\sigma_3)$

$/\sigma'_m)/a^*$〕をとり，横軸に超過応力の関数Fをプロットすると図4－15が求まる。図中の直線でその関係を近似的に表わすことによって$\Phi(F)$は次のように決定できる。

$$\Phi(F) = exp〔\xi F〕 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4-3-17)$$

ここに，ξは材料定数で大谷石に対して$\xi = 12.8$また，粘性係数ηは$\eta = 1.01\times10^8$(kg/cm²•min)とそれぞれが求められる。

図4－10のような近似を行ったが，初期の変形を表わす粘弾性定数G_2, η_2は表4－3に与える。表から粘性係数η_2はクリープ応力が大きくなると小さな値をとることがわかるが，論理上は変化すべき値ではないから，前述したように静的応力－ひずみ関係はひずみ硬化－軟化型のものを用い超過応力関数Fの変化を考慮して粘塑性成分で補う必要があると思われる。

図4－16は定常クリープ状態のひずみ速さベクトルの方向とそれに対する動的降伏面を表わすが，その直交性は十分とはいえない。

以上で粘塑性挙動に対する構成式は確定されたから，軟岩の構成式は次のようにまとめられる。

表4－3　粘塑性状態における粘弾性定数（図4－11参照）

側　圧 (kg/cm²)	$(\sigma_1-\sigma_3)$ (kg/cm²)	G_2 (kg/cm²)	η_2 (kg/cm²•min)
5	54	5.1×10^3	1.38×10^4
	50	10.7×10^3	4.20×10^4
	47	6.3×10^3	6.30×10^5
	45	7.7×10^3	6.00×10^6
	42	7.7×10^3	6.00×10^6
15	60	7.7×10^3	1.00×10^7
	55	9.9×10^3	9.00×10^6

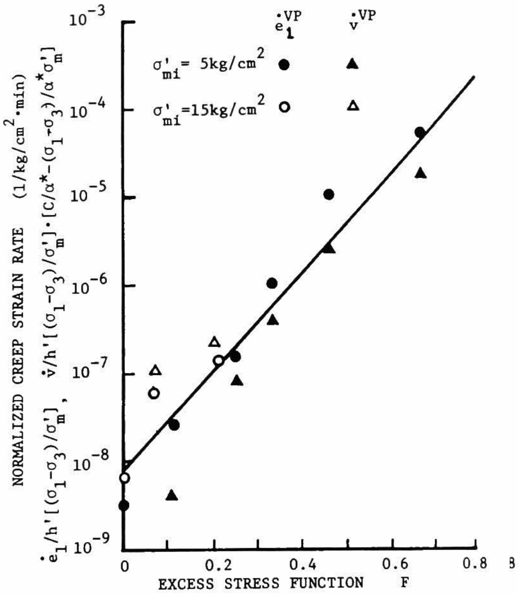


図4－15　超過応力の汎関数$\Phi(F)$と粘性係数の決定

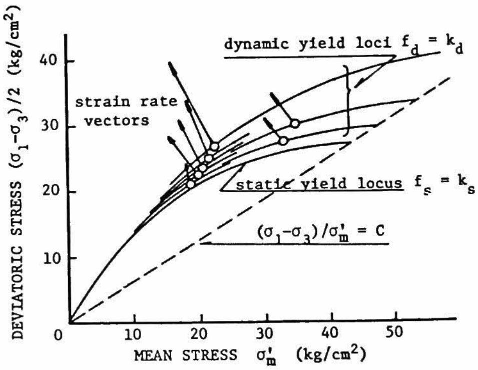


図4－16　静的ならびに動的降伏曲面とのひずみ速さベクトル

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{VE} + \varepsilon_{ij}^{VP} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4-3-18)$$

$$\varepsilon_{ij}^{VE} = S_{ij}/2G + \sigma'_m/3K_1 + \frac{1}{2\eta_2}\int_0^t e^{-(G_2/\eta_2)(t-\tau)} S_{ij}\, d\tau$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{VP} = \frac{1}{\eta} exp\left[\xi F\right] \cdot h\left(\frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}\right)\left[\left(\frac{C^* - \sqrt{2J_2}/\sigma'_m}{a^*}\right)\frac{\delta_{ij}}{3} + \frac{S_{ij}}{\sqrt{2J_2}}\right]$$

本論文においては，軸対称三軸圧縮試験結果のみを用いて理論を展開し諸定数の決定を行った。したがって，一般的な三次元応力下の問題への適用性は境界値問題の解析に用いて実際の挙動と比較することによって検証すべきである。

第5章　結　　論

本編は軟岩の力学特性を明らかにして，その挙動を記述できる構成式の確立を目的とした。

第2章では，まず地盤材料の構成式に関する従来の研究を概観し，主たる研究の流れと，成果を示した。ついで，地盤材料の扱いもその粒状性や不連続面を含有するものの，結果としての扱いは連続体力学の範疇にあることから，連続体力学における構成式の役割を明らかにした。また，本研究における構成式誘導に際して直接関連のある弾－塑性体とPerzynaの弾－粘塑性体理論について論じた。具体的な地盤材料の構成式として，弾－塑性体理論にもとづくCambridge学派による critical state energy theory と過圧密粘性土のひずみ硬化－軟化挙動を説明できるように，Cambridge理論を修正した足立と西の構成式について説明を加えた。さらに，正規圧密粘土の時間依存性挙動を実験的に明らかにして，応力－ひずみ－時間関係を現象論的に考察を行い，唯一的な構成式の存在することを証明した。この実験事実と粘塑性体理論にもとづいて正規圧密粘土の時間依存性挙動を記述できるように critical state energy theoryを拡張した足立と岡野の構成式を第4章における軟岩の構成式を誘導するときの参考のために示した。

第3章は多孔質凝灰岩である大谷石を理想的堆積軟岩と考え，各種三軸試験を行うことで，力学特性を明らかにした。結論は以下のようになる。

(1) 飽和した軟岩の力学挙動は有効応力によって唯一的に表現できる。さらに，軟岩の強度特性からみて望ましい三軸試験方法は排水試験である。圧密非排水試験を行う場合は間隙水圧の計測を必要とする。

(2) 先行履歴応力が存在し，拘束圧がその応力より低いか高いかで異なる力学挙動を示す。すなわち，低い場合には応力－ひずみ関係はひずみ硬化－軟化型となり，そのせん断過程において体積膨張を生ずるが，拘束圧が高いと応力－ひずみ関係はひずみ硬化型となり体積は圧縮のみを示す。

(3) 変形が増加し最終的に到達する応力状態を残留応力状態（残留強度）と称する。この状態は応力も体積も変化しないで，単にせん断変形のみが継続するという，いわゆる土質材料に対する critical state に相当する状態であると定義づける。

(4) 拘束圧が先行履歴応力以上であれば，最大強度と残留強度が等しくなる。また，最大強度線と残留強度線が最初に交わった応力状態を先行履歴応力と本論文では称するが，実験に用いた大谷石に対しては約50㎏/㎠である。

⑸ 最大強度，残留強度ともに拘束圧と非線形の関係にある。また，強度と体積ひずみの間にも唯一的な非線形関係が成立する。これらのことから，軟岩の破壊規準は単に応力間の関係のみで与えるのは不十分であって応力と体積ひずみとの関係式も同時に与える必要がある。破壊規準は式（3−4−1）〜（3−4−4）に与えてある。

⑹ 先行履歴応力以下の拘束圧のもとでは，岩石材料の最大強度は地質分離面(節理等)を含む岩盤の強度の上限値を，残留強度はその下限値を与えるものと考えられる。したがって，室内の岩石試験ではあっても，残留強度を正しく求めることによって，岩盤の取り得る強度の範囲だけは少なくとも明らかにできるから，三軸試験を行う際はひずみ制御により，残留強度まで求め得ることが望ましい。

⑺ 先行履歴応力以下では非排水クリープ強度が排水クリープ強度より大きい。この説明は先に述べたように単に応力間の関係のみでは不十分であって，破壊時の応力と体積ひずみの関係をあわせて考えることによってのみ可能である。

⑻ あるせん断応力以上の応力を載荷するとクリープ破壊が生ずるという限界応力が存在する。その限界応力を静的降伏応力とよび，本研究においては便宜上 10^{-8}/min の定常ひずみ速さに対応する応力値として決定した。この静的降伏応力以下においてのせん断変形は粘弾性挙動である。一方，体積変化は時間依存性を示さないと考えてよい。さて，載荷応力が静的降伏応力以上になると，体積膨張を伴う粘塑性流動を示す。また，定常クリープ状態では偏差ひずみ速さも体積ひずみ速さもほぼ一定値をとる。

⑼ 定常クリープひずみ速さとクリープ破壊時間との間には他の材料と同様に逆比例関係が成立する。

第4章は第3章で得られた実験事実と第2章の理論を基にして軟岩の力学挙動を記述できる構成式を求めた。この章の議論は以下のようにまとめられる。

⑴ 軟岩の塑性降伏応力は偏差応力−偏差ひずみ関係を両対数紙上に求めて得られる折点の応力値として決定される。この値は先行履歴応力以下の拘束圧のもとでは全体積ひずみが膨張に転ずる応力値とほぼ等しい。

⑵ このようにして決定された降伏値から求められる降伏曲面は拘束圧 σ'_m と非線形の関係となる。

⑶ 塑性体積膨張が生ずる拘束圧の範囲内で，ひずみ硬化による後続降伏面について考察を行ったが，その結果，初期降伏面と同様の形状を取ることが明らかとなった。

⑷ 弾−塑性理論と実験結果から実験事実を説明できる塑性降伏関数を決定した。この降伏関数は後続降伏面をもよく表わし得るものである。

(5) 第3章で論じたように静的降伏応力以下の拘束圧のもとでの挙動は線形粘弾性モデルを構成式として用いることで説明できる。モデルを提示し，構成式に含まれる材料定数の決定方法を詳細に論じた。

(6) 静的降伏応力以上の体積膨張を伴う粘－塑性挙動を説明する構成式を粘弾－粘完全塑性体と考え， Perzyna の理論と実験事実により誘導した。すなわち，軟岩を時間依存性とダイレイタンシー特性を示す弾－塑性体であると仮定することになる。

(7) ここに求めた構成式は先行履歴応力以下の粘－塑性挙動，すなわち，体積膨張が常に生ずる場合の挙動を記述する場合に限られている。また静的平衡状態の応力－ひずみ関係はひずみ硬化－軟化挙動を考慮していない。

第　2　編

軟岩地山中のトンネル掘削に関する研究

第6章　序　　論[97),98)]

浜辺や砂場でトンネル掘りをした幼い日の思い出は誰にでもある。白く乾燥した砂や，水浸しの砂にトンネルを造ることが至難の技であったこと，逆に適度に湿った砂ではトンネルが簡単に掘れたことなどを体験した。この幼き日のトンネル遊びで経験した事柄は実際のトンネルを建設するとき直面する問題と本質的に異なるところはない。

トンネルや地下空洞の開削工事で最大の課題といえば，水絡みで生ずる諸問題をいかに処理するかであり，ついで膨張性と総称される軟弱地山中にトンネルを掘るときの問題であろう。

この他に問題を考えると限りがないが，トンネルや地下空洞の開削に対する基本理念,哲学は"トンネルは地山で持たせる"につきる。要するに，地山のせん断強度によって,トンネル，地下空洞は保持されるのであって，支保工や覆工はあくまでも地山の補強を目的とした補助構造物にすぎないとする考え方である。水で飽和した砂地盤にトンネルを掘ることは今日でも懸案事項の一つであるが，その対処工法である地下水位低下工法や次章で述べる高圧湧水地山で用いる水抜孔の役割は地山が強度を発揮できるように水圧を減じ有効拘束圧を増加させることでトンネルの開削を容易にするものであり，"トンネルは地山で持たせる"という掘削の基本理念にのっとった工法である。

本論を進めるに当って，少々回り道であるが，トンネル掘削の理念について，今しばらく議論を進めてみよう。1963年に Rabcewicz[99)] によってNATM（New Austrian Tunneling Method）と命名されたトンネル工法は最近盛んに議論されているが,[99)〜102)]トンネル掘削の理念を十分考慮したものである。この工法を著者なりに解釈すると，その特徴は次の3点にまとめられる。

(1) "トンネルは地山で持たせる"というトンネル掘削の基本理念に基づき,

(2) 地山の強度維持と本覆工への土圧を均等に分布させ，かつ軽減するべく，"地山は緩めず弾性変形させる"という考えに立ち，それを達成するため簿肉柔覆工構造として吹付コンクリートやロックボルトを適用し,

(3) 現場計測によって上記機能の確認と，本覆工施工時期などの指示を行う。

〃トンネルは地山で持たせる"や"地山は緩めず弾性変形させる"[103)]というトンネル掘削の基本理念はNATMのみの専売特許ではなく，トンネル工学における長年の経験によって培われてきたトンネル掘削の基本的思想である。したがって，NATMの独創性は簿肉柔覆工構造として，吹付コンクリートならびにロックボルトを用いて，上に述べた掘削の基本

理念を具現化したという工学的意義にあると考える。というのも，世良田ら[104),105)]によって提唱されているSCT(Stress Control Technique)は支保工や覆工を用いず，坑道の断面形状とか複数の坑道の配置を変えることによって地下空洞の安定化を図ろうとする工法であって，このようなNATM以上に"トンネルは地山で持たせる"という基本理念に則った工法もあるからである。

ここで，"地山は緩めず弾性変形させる"という施工上の基本的な考え方を説明しよう。[106)] すでに第3章で述べたように，地盤材料の応力－ひずみ関係はその材料の先行履歴応力より低い拘束圧のもとでは図6－1(a)のようなひずみ硬化－軟化型を示し，そのひずみ軟化過程で体積の膨張，すなわち緩みを生ずる。さらに，応力－ひずみ関係は図6－1(b)のようにひずみ速さの影響を受ける。たとえば，トンネル掘削直後は変形も急であるから，ひずみ速さ大(high)の曲線に従うが，その後覆工の打設などによって変形を止められるとP点からQ点へと応力が減少する応力緩和が地山に生ずることになる。

さて，このような応力－ひずみ関係を持つ地山と覆工が図6－1(c)に示す複合体として，トンネル開削に伴われるせん断応力($\sigma_\theta - \sigma_r$)に対抗するわけであるが，この複合体が破壊せず安定を保つためには図6－1(d)のA－A′線で表わされるせん断応力に耐えなければならないと仮定する。地山はOBCの応力－変位関係を示すから，覆工が受け持つ応力は斜線部で表わされるように，その大きさは変位と共に変化することになる。この斜線部，すなわち覆工反力を縦軸にして図を書き改めたのが図6－1(e)である。この図こそNATMの教科書には必ず出ているもので，最小覆工反力（地山の強度が最大に発揮される）B点を目指して覆工を施工

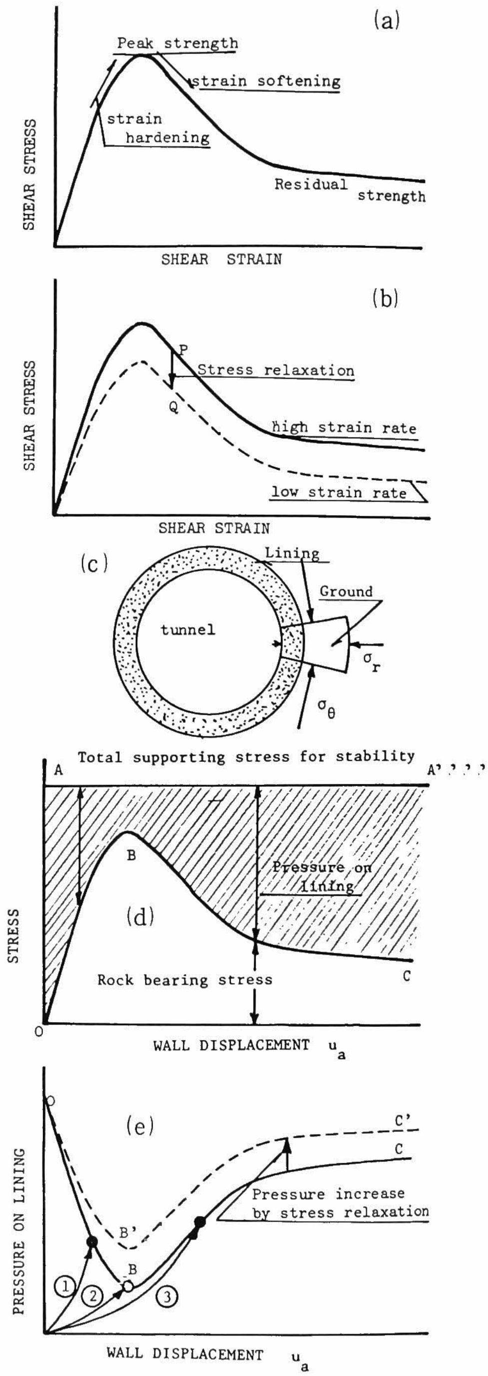


図6－1 "地山は緩めず弾性変形させる"の解説図
(a) 地盤材料の応力－ひずみ関係
(b) 応力－ひずみ関係へのひずみ速さの影響
(c) 応力場に対する覆工と地山の複合体
(d) 覆工と地山の受持つ応力の割合
(e) 覆工反力と壁面変位の関係

するのが最適であることを示している。これを地山の立場から言えば，B点までの弾性変形は許すけれども，それ以上にまで過度には緩めない，いわゆる"地山は緩めず弾性変形させる"という掘削技術の基本を説明したものである。図には覆工を打設することによってある所定の壁面変位に落着くと，地山が応力緩和をして，地山自体が抵抗できる応力はOBCからOB′C′に変化するため，その差だけ覆工への作用土圧が増加することも示している。これが，時間とともに増大する土圧の1つの理由である。

トンネル掘削の基本理念の説明が長くなった。さて，本編においてはトンネル掘削における最大の問題である水と地山の相互作用について第一に議論する。まず，第7章では高圧湧水下のトンネル工における水抜孔の効果と注入域の適正規模と題して，青函トンネルを例題に選び地山と水との相互作用を一般的に論ずる。第8章はトンネルにおける第二の問題である軟弱地山に対する時間依存性にもとづく問題を扱い解析をとおして，時間依存特性がどのようなものかを明らかにする。

トンネルや地下空洞の問題であっても，すでに序論における図で述べたように，各項目が有機的に結合して機能することから成っている。トンネルの問題について言えば地山材料の構成式が与えられ，境界値問題が設定されると，残るは数学的解析となる。ところが構成式や境界値問題としての扱いは実際の問題を理想化して数学の場で論ずるものであるから，逮捕すべき犯人その者ではなく，モンタージュ写真にたとえられるべきものであると認識することである。したがって，犯人その者，すなわち実構造物の挙動を観測することで不測の事態に的確に対処できる体勢，計測工法の樹立が望まれるわけである。換言すると，解析が価値をもつのは序論の図で示した系が閉じた場合であっても単に解析したというだけではそれほどの意義はない。たとえば，かなり高度の解析をした積りであっても図6－1の事柄すら説明できないのが解析の現状でもある。そこで，第9章においては今後大いに発展が期待されるトンネルの計測工法についての私見を述べることにする。

第7章　高圧湧水下のトンネル工における水抜孔の効果と注入域の適正規模[107),108)]

第1節　概　　説

海底トンネルに限らず，定常的な高圧湧水を伴う地山内にトンネルを掘削しようとするとき，水をいかに処理するかがもっとも重要な問題である。高圧湧水がある場合，地山内に掘削面から離れて水抜孔を設け水を抜くことで周辺地山内の水圧を減少させると，切端や地山が安定することは周知の事実である。水抜孔を開閉することで地山内の水圧を変化させると，いかなる影響が地山に生ずるかを調べる試験が青函トンネル竜飛方試験坑で，軟弱な破砕帯を対象に行われた。その結果，水を抜きながら掘削した後，水抜きを中止すると支保工に作用する土圧は増加し，トンネル径が縮小することが明らかにされた。

ところが，地下水面下深くトンネルを開削するとき，トンネル内に湧水をまったく許さないと静水圧に相当する高い水圧が覆工に作用するから巨大な支保工，覆工を必要とする。したがって，地山の透水係数が大きい場合には，注入により透水係数を減少させ浸透水量を減じてトンネル内に導き，覆工背面の水圧上昇を防止する方法がとられる。しかしながら，注入を行うことはトンネルの掘削に多大の時間的，経済的影響を与えるから，地山の力学特性に適した注入領域の規模を知って施工することが大切である。

本章では地山と水との相互作用の例題として，まず水抜きの効果を明らかにし，ついで注入領域の適正な規模を推定する問題を扱う。すなわち，水抜孔あるいは注入の効果を関連させて海底トンネルの挙動を一般的に述べながら，青函トンネルの建設に際して得られている，いくつかのデータを定性的に解釈しようとするものである。

その手順として，まず地山が有効応力によって表わされるMohr−Coulomb 型の塑性降伏条件とnonassociated flow rule を満足する弾−塑性体と考え，トンネル周辺に水抜孔，注入域を配した場合を厚肉円筒平面ひずみ問題として解析する。ついで，青函トンネル試験坑で行われた水抜孔の開閉試験結果を解析解を用いて検討し，水抜きの効果一般について述べる。最後に青函トンネルの場合を想定して注入域の適正規模の推定を行い，注入を行うことの功罪を明らかにするとともに望ましい注入域の形状を提言する。

水と地山の相互作用を扱ったこの種の研究には下河内,[109),110)]桜井,[111)]工藤[112)]の先駆的研究がある。下河内は間隙水圧を考慮するとともにMohr−Coulomb 型の塑性降伏条件を用いて，associated flow rule に従い解析を進め，トンネル覆工の設計手法を論じている。桜井も有効応力の立場に立って，地山を粘弾性体と考えトンネル覆工問題を解析している。

一方，工藤は注入域内に塑性域を生じさせないという条件から，注入域の規模決定の方法を提案している。

本研究も，これら一連の研究の流れに沿ったものであるが，その特色は解析において nonassociated flow rule に基づく構成関係を用いて解を一般化させるとともに，水抜の効果，注入域の規模決定など水絡みの問題をより直接的に対象とした点にある。

第 2 節　トンネル周辺地山の弾一塑性解析

2−1　問題の設定

図 7 − 1 に示す海面下 H_1 の海底から H_2 の被りを残してトンネルを掘削するときの問題を考える。第 1 は図 7 − 1 (a)のようにトンネル壁面から離して複数の水抜孔を設けて水を抜きながら掘削を行い，支保工を建込んだ後水抜きを中止すると地山がいかなる挙動をするかを調べ，さらに周知の水抜きの効果について検討を加える。第 2 は図 7 − 1 (b)に示すように注入域を設ける場合，地山の安定に必要な注入域規模を推定するものである。

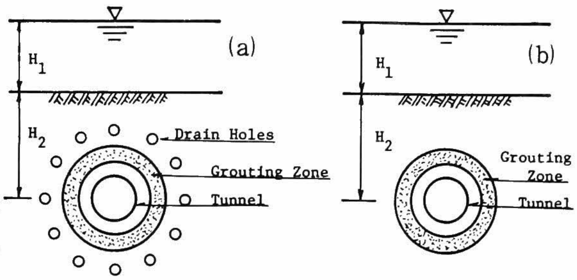


図 7 − 1　海底トンネルにおける問題設定
(a)　水抜孔に関する問題
(b)　適正な注入域規模に関する問題

トンネル周辺地山は決して一様でなく，また重力場にあるから問題を厳密に解析することは容易でない。ここでは以下の仮定を設定して問題を理想化した。

(1)　軸対称厚肉円筒平面ひずみ問題と考える。すなわち，図 7 − 2 に示す半径 a のトンネルを内周面，仮想外周面の半径を b とする厚肉円筒問題として解析する。図は $\rho_{g1} \sim \rho_{g2}$ に注入域，半径 ρ_d に水抜孔が配列され，トンネル壁面 $r = a$ には支保工反力を想定した内圧 $p'(a)$ と水圧 $u(a)$ が，外周面 $r = b$ に外圧 $p'(b)$ と水圧 $u(b)$ が作用するという境界条件を示している。ただし，$r = \rho_d$ において水抜孔が一様な円周線と換算できるものとする。

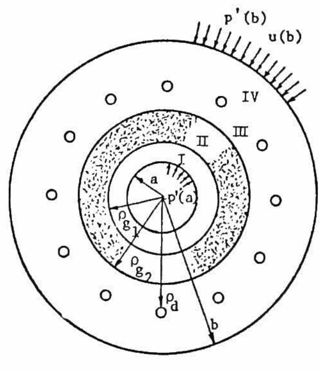


図7−2　解析する境界値問題

(2)　間隙水の運動は岩盤の運動と相互作用がないと考え，それはDarcyの法則によるものとする。

(3)　透水係数は地山，注入域またそれらが塑性域となった場合に異なる値をとりうるものとする。

(4)　地山，注入域いずれもその力学挙動は有効応力によって支配される弾塑性挙動であ

り，同じ力学定数を有するものとする。これは地山の強度・変形特性が注入によって変化しないことを意味する。

(5) 塑性降伏曲面は図4－7に示すようなσ'_mと非線形関係にあるが，問題を理想化するため，図7－3(a)のMohr－Coulomb型の降伏条件によるものとする。また，構成式はnonassociated flow ruleによるが，そのためにΨ(角度)なる塑性ポテンシャルパラメーターを導入する。これは図7－3(b)のP点で示す塑性応力状態における塑性ひずみ増分$d\varepsilon^P$の方向が塑性ポテンシャル面に直交し，その傾き具合によって塑性体積膨張が規定されるという構成仮説に基づくものであって，掘削により地山がゆるむ現象を記述できる構成式を誘導するためである。

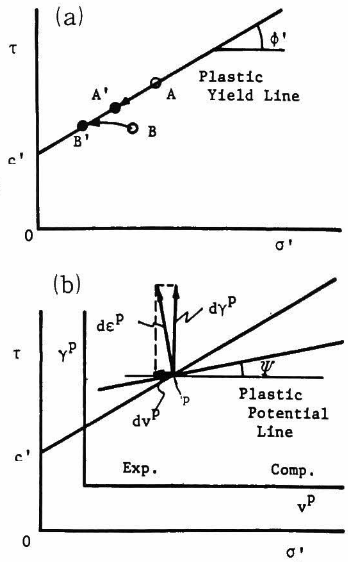


図7－3 塑性変形に関する条件
(a) 塑性降伏条件
(b) 塑性ポテンシャル面

有効応力はTerzaghiの定義によるもので，全応力σ'_{ij}と間隙水圧uの差として与えられる。

$$\sigma'_{ij}=\sigma_{ij}-u\,\delta_{ij} \qquad \cdots\cdots\cdots (3-3-5)$$

さて，水抜きの効果を有効応力の考えに立ち定性的に説明しておく。図7－3(a)の降伏条件を考えると，水を抜きながら掘削した場合，図中のA，B点で表わされる地山内の異なる2点の応力状態が水抜を中止することで周辺地山内の間隙水圧が増大し，それに伴なわれる有効応力の減少により岩盤のせん断抵抗が低下するためA', B'点に移行して塑性域の拡大と変形の増大が生ずることになるからである。

解析の便宜上図7－2，あるいは図7－4に示すように注入域の内側($\rho_{g1}>r$)をZone Ⅰ，注入域($\rho_{g2}>r>\rho_{g1}$)をZone Ⅱ，水抜孔と注入域外周の間($\rho_d>r>\rho_{g2}$)をZone Ⅲ，水抜孔外側($b>r>\rho_d$)をZone Ⅳとする。さらに，塑性域ρ_pが上記のどのZoneにあるかによって場合分けを行う。すなわち，ρ_pがZone Ⅰにある場合をCase 1，Zone ⅡにあるときをCase 2，Zone ⅢをCase 3，Zone ⅣをCase 4とする。たとえば，Case 1で塑性域はZone I_pと表示してZone Ⅰと表わす弾性域と区別する。ところで，この種の解析においては掘削によって生ずる変形はすでに掘削前に生じている変形量を求め，それを差引く必要があるから，この掘削前の解を求める場合をCase 5とする。

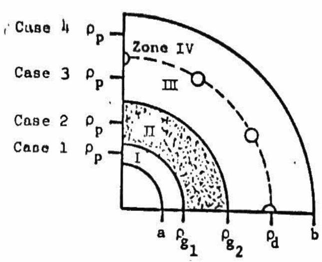


図7－4 塑性域半径位置による場合わけ

2−2　水抜効率パラメーターと間隙水圧分布

仮想外周面$r=b$に間隙水圧$u(b)$，トンネル壁面$r=a$に$u(a)$が作用する場合を定常浸透流問題として解析する。まず，水抜孔による水抜きの効率を表わすため，水抜孔配列位置$r=\rho_d$に浸透してくる全流入水量Qと$r=\rho_d$で排水する水抜量Q_dの比の逆数，$m_d=Q_d/Q$を水抜効率パラメーターとして導入する。$m_d=0$は，まったく水を抜かない場合に，$m_d=1$は完全に水を抜く場合に対応する。

また，ある所定の位置に水圧を与えて解析する場合のために，$r=\rho_d$における水圧$u(\rho_d)$と$r=b$の水圧$u(b)$との比を用いた$m'_d=1-u(\rho_d)/u(b)$なるパラメーターも用いる。$m'_d=1$は$r=\rho_d$で完全に水を抜く場合に相当するが，$m'_d=0$はまったく水を抜かない場合には対応しない。

自然地山の透水係数をk_0，注入域のそれをk_gと表わし，塑性域ではそれらが，k_{0p}，k_{gp}へ変化するものとする。また，それらとk_0との比，$n_g=k_0/k_g$，$n_{0p}=k_0/k_{0p}$，$n_{gp}=k_0/k_{gp}$を透水係数パラメーターとして用いる。

浸透流，間隙水圧の支配方程式はZone αに対して次の2式である。

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Darcy's law} & v_{r\alpha}(r)=-\dfrac{k_\alpha}{w}\dfrac{du_\alpha(r)}{d_r} \\ \\ \text{連続の式} & -Q_\alpha=2\pi r\ v_{r\alpha}(r) \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7-2-1)$$

ここに，$v_{r\alpha}(r)$は流速，k_αは透水係数，$u_\alpha(r)$は間隙水圧，wは水の密度，Q_αは流量である。式(7−2−1)から$v_{r\alpha}(r)$を消去すると次式が求まる。

$$r\ \frac{du_\alpha(r)}{dr}=\frac{wQ_\alpha}{2\pi k_\alpha}=q_\alpha(\text{一定値}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7-2-2)$$

式(7−2−2)を次の境界条件のもとで積分して，各Zoneのq_αを与えると間隙水圧$u_\alpha(r)$が決定される。

$$u_I(a)=u(a),\quad u_{IV}(b)=u(b) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7-2-3)$$

ここでは，Case 1とCase 5の解を与えるが，他のCase に対してもまったく同様に求めることができる。

a) Case 1 ($a\leq\rho_p\leq\rho_g$)

Zone I_p ($a\leq r\leq\rho_p$) (注入域内側，塑性域)

$$
\left.
\begin{aligned}
&r\frac{du_{Ip}(r)}{dr}=\frac{wQ_{Ip}}{2\pi k_{0p}}=\frac{w(Q-Q_d)}{2\pi k_{0p}}=n_{0p}(1-m_d)q=q_{Ip}\\
&u_{Ip}(r)=(1-m_d)q\ \ n_{0p}\ \ ln\frac{r}{a}+u(a)
\end{aligned}
\right\}\cdots\cdots(7\text{-}2\text{-}4)
$$

Zone I ($\rho_p \leq r \leq \rho_{g1}$) (注入域内側，弾性域)

$$
\left.
\begin{aligned}
&r\frac{du_I(r)}{dr}=\frac{wQ_I}{2\pi k_0}=\frac{w(Q-Q_d)}{2\pi k_0}=(1-m_d)q=q_I\\
&u_I(r)=(1-m_d)q\left[ln\frac{r}{\rho_p}+n_{0p}\ ln\frac{\rho_p}{a}\right]+u(a)
\end{aligned}
\right\}\cdots\cdots(7\text{-}2\text{-}5)
$$

Zone II ($\rho_{g1} \leq r \leq \rho_{g2}$) (注入域内)

$$
\left.
\begin{aligned}
&r\frac{du_{II}(r)}{dr}=\frac{wQ_{II}}{2\pi k_g}=\frac{w(Q-Q_d)}{2\pi k_g}=n_g(1-m_d)q=q_{II}\\
&u_{II}(r)=(1-m_d)q\left[n_g\ ln\frac{r}{\rho_{g1}}+ln\frac{\rho_{g1}}{\rho_p}+n_{0p}\ ln\frac{\rho_p}{a}\right]+u(a)
\end{aligned}
\right\}\cdots\cdots(7\text{-}2\text{-}6)
$$

Zone III ($\rho_{g2} \leq r \leq \rho_d$) (注入域外側，水抜孔内側)

$$
\left.
\begin{aligned}
&r\frac{du_{III}(r)}{dr}=\frac{wQ_{III}}{2\pi k_0}=\frac{w(Q-Q_d)}{2\pi k_0}=(1-m_d)q=q_{III}\\
&u_{III}(r)=(1-m_d)q\left[ln\frac{r}{\rho_{g2}}+n_g\ ln\frac{\rho_{g2}}{\rho_{g1}}+ln\frac{\rho_{g1}}{\rho_p}+n_{0p}\ ln\frac{\rho_p}{a}\right]+u(a)
\end{aligned}
\right\}\cdots(7\text{-}2\text{-}7)
$$

Zone IV ($\rho_d \leq r \leq b$) (水抜孔外側)

$$
\left.
\begin{aligned}
&r\frac{du_{IV}(r)}{dr}=\frac{wQ_{IV}}{2\pi k_0}=\frac{wQ}{2\pi k_0}=q=q_{IV}\\
&u_{IV}(r)=q\left\{ln\frac{r}{\rho_d}+(1-m_d)\left[ln\frac{\rho_d}{\rho_{g2}}+n_g\ ln\frac{\rho_{g2}}{\rho_{g1}}+ln\frac{\rho_{g1}}{\rho_p}+n_{0p}\ ln\frac{\rho_p}{a}\right]\right\}+u(a)
\end{aligned}
\right\}(7\text{-}2\text{-}8)
$$

ここに，

$$
\left.
\begin{aligned}
&q=\left[u(b)-u(a)\right]/\left\{ln\frac{b}{\rho_d}+(1-m_d)\times\right.\\
&\left.\quad\times\left[ln\frac{\rho_d}{\rho_{g2}}+n_g\ ln\frac{\rho_{g2}}{\rho_{g1}}+ln\frac{\rho_{g1}}{\rho_p}+n_{0p}\ ln\frac{\rho_p}{a}\right]\right\}
\end{aligned}
\right\}\cdots\cdots(7\text{-}2\text{-}9)
$$

また，

$$m_d' = [1-u(\rho_d)/u(b)] = ln\frac{b}{\rho_d} / \{ ln\frac{b}{\rho_d} + (1-m_d)[ln\frac{\rho_d}{\rho_{g2}} + n_g\, ln\frac{\rho_{g2}}{\rho_{g1}} + ln\frac{\rho_{g1}}{\rho_p} + n_{0P}\, ln\frac{\rho_p}{a}] + u(a)\} \quad \cdots\cdots\cdots (7-2-10)$$

b) Case 5（トンネル掘削前）

Case 5 はトンネルが開削されていないから，水抜孔の内側で水の流れは生じない。

Zone Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ（$r \leq \rho_d$）（水抜孔内側）

$$\left.\begin{array}{l} r\dfrac{du_\alpha(r)}{dr} = \dfrac{wQ_\alpha}{2\pi k_\alpha} = 0 = q_\alpha \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (\alpha = \mathrm{I}, \mathrm{II}, \mathrm{III}) \\ u_\alpha(r) = (\text{一定}) = u_{IV}(\rho_d) = u(\rho_a) \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (7-2-11)$$

ここに，

$$q = [u(b) - u(\rho_d)] / m_d \cdot ln\frac{b}{\rho_d} \quad \cdots\cdots\cdots (7-2-12)$$

また，

$$m_d' = m_d \cdot q \cdot ln(b/\rho_\alpha)/u(b) \quad \cdots\cdots\cdots (7-2-13)$$

以上で各領域における間隙水圧 $u_\alpha(r)$ は求められたが，塑性域半径 ρ_p は未知量であり，次節で行う応力分布の解析をとおして決定される。

2−3　弾－塑性解析による応力，変位分布

zー軸をトンネル軸線方向にとり，軸対称平面ひずみ問題として扱う場合に，変位とひずみは次のようになる。

$$\left.\begin{array}{l} u_r = u_r(r), \quad u_\theta = 0, \quad u_z = 0 \\ \varepsilon_r = \partial u_r/\partial r, \quad \varepsilon_\theta = u_r/r \\ \varepsilon_z = 0, \quad \varepsilon_{\theta z} = \varepsilon_{zr} = \varepsilon_{r\theta} = 0 \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (7-2-14)$$

ここに，u_r は半径方向，u_θ は接線方向，u_z は軸方向の変位を表わし，ε_r, ε_θ, ε_z はそれぞれの方向のひずみである。また，適合条件式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial r}(r\varepsilon_\theta) = \varepsilon_r \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7-2-15)$$

微小変位，微小ひずみを仮定すると，全ひずみ ε_{ij} は弾性ひずみ成分 ε_{ij}^E と塑性ひずみ成

分 ε_{ij}^{P} の和で表わされる。

$$\varepsilon_{ij}=\varepsilon_{ij}^{E}+\varepsilon_{ij}^{P} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7-2-16)$$

構成式は偏差応力 S_{ij}, 偏差ひずみ e_{ij} を導入して，次式で与えられるものとする。

$$\left.\begin{aligned} e_{ij}^{E} &= \frac{1}{2G}S_{ij} \\ e^{E} &= \frac{1}{3K}S' = \frac{1}{3K}(S-u_{\alpha}(r)) \\ \dot{\varepsilon}_{ij}^{P} &= \Omega\,\frac{2g}{\partial\sigma'_{ij}} \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7-2-17)$$

ここに，G はせん断弾性係数，K は体積弾性係数，g は塑性ポテンシャル関数，Ω は比例定数である。また，偏差応力 S_{ij}, 平均応力 S，偏差ひずみ e_{ij}，平均ひずみ e は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned} S_{ij} &= \sigma_{ij}-S\delta_{ij}\,,\quad S=\frac{1}{3}\sigma_{kk} \\ e_{ij} &= \varepsilon_{ij}-e\,\delta_{ij}\,,\quad e=\frac{1}{3}\varepsilon_{kk} \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7-2-18)$$

軸対称平面ひずみ問題における釣合方程式は次式で表わされる。

$$\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\frac{\sigma_r-\sigma_\theta}{r}=\frac{\partial\sigma'_r}{\partial r}+\frac{\partial u_{\alpha}(r)}{\partial r}+\frac{\sigma'_r-\sigma'_\theta}{r}=0 \qquad \cdots\cdots\cdots (7-2-19)$$

ここに，σ_r , σ_θ はそれぞれ半径ならびに接線方向の直応力である。なお，応力，ひずみはともに圧縮を正とする。

a）弾性領域の解

特に弾性解析のために，e，ξ なるひずみパラメーターを用いる。すなわち，

$$\left.\begin{aligned} e &= \frac{1}{3}(\varepsilon_r+\varepsilon_\theta+\varepsilon_z)=\frac{1}{3}(\partial u_r/\partial r+u_r/r) \\ \xi &= \frac{1}{3}(\varepsilon_r-\varepsilon_\theta)=\frac{1}{3}(\partial u_r/\partial r-w_r/r) \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots (7-2-20)$$

構成式を e，ξ で表わすと次のようになる。

$$S_r=2Ge_r=G(e+3\xi)\,,\quad \sigma'_r=(G+3K)e+3G\xi$$

$$\left.\begin{aligned} S_\theta &= 2Ge_\theta = G(e-3\xi), & \sigma'_\theta &= (G+3K)e-3G\xi \\ S_z &= 2G\,e_z = -2Ge, & \sigma'_z &= (3K-2G)e \\ S' &= 3Ke, & \sigma_{rz} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (7-2-21)$$

ここに，S_r, S_θ, S_z はそれぞれ σ_r, σ_θ, σ_z の偏差成分である。

式(7−2−20)を適合条件式(7−2−15)に，式(7−2−21)を釣合方程式(7−2−19)に代入すると，Zone α に対して次のようになる。

$$\frac{\partial e}{\partial r} - \frac{\partial \xi}{\partial r} = 2\frac{\xi}{r} \quad \text{(適合条件式)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7-2-22)$$

$$(G+3K)\frac{\partial e}{\partial r} + 3G\left(\frac{\partial \xi}{\partial r} + 2\frac{\xi}{r}\right) + \frac{\partial u_\alpha(r)}{\partial r} = 0 \quad \text{(釣合方程式)} \cdots (7-2-23)$$

式(7−2−22)と式(7−2−23)から e と ξ それぞれに対する微分方程式が求まる。

$$\left.\begin{aligned} &(4G+3K)\frac{\partial e}{\partial r} + \frac{\partial u_\alpha(r)}{\partial r} = 0 \\ &\frac{\partial \xi}{\partial r} + 2\frac{\xi}{r} + \frac{1}{(4G+3K)}\frac{\partial u_\alpha(r)}{\partial r} = 0 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7-2-24)$$

積分すると弾性域 Zone α に対する e，ξ は次のように与えられる。

$$\left.\begin{aligned} e &= \frac{1}{(4G+3K)}\left[C_{1\alpha} - u_\alpha(r)\right] \\ \xi &= \frac{C_{2\alpha}}{r^2} - \frac{q_\alpha}{2(4G+3K)} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7-2-25)$$

式(7−2−25)と式(7−2−20)と式(7−2−21)に用いると Zone α の応力と変位は次のように決定される。

$$\left.\begin{aligned} \sigma'_r &= \frac{G+3K}{4G+3K}\left[C_{1\alpha}-u_\alpha(r)\right] + 3G\left[\frac{C_{2\alpha}}{r^2} - \frac{q_\alpha}{2(4G+3K)}\right] \\ \sigma'_\theta &= \frac{G+3K}{4G+3K}\left[C_{1\alpha}-u_\alpha(r)\right] - 3G\left[\frac{C_{2\alpha}}{r^2} - \frac{q_\alpha}{2(4G+3K)}\right] \\ \sigma'_z &= \frac{3K-2G}{4G+3K}\left[C_{1\alpha}-u_\alpha(r)\right] \\ u_r &= \frac{3}{2}\left[\frac{C_{1\alpha}-u_\alpha(r)}{4G+3K} - \frac{C_{2\alpha}}{r^2} + \frac{q_\alpha}{2(4G+3K)}\right] \end{aligned}\right\} \cdots (7-2-26)$$

積分定数 $C_{1\alpha}$, $C_{2\alpha}$ は境界条件によって次節で論ずるとおり決定される。また，$u_\alpha(r)$ と q_α は前節で与えた Zone α における間隙水圧と流量パラメーターである。

b）塑性領域の解

塑性状態を規定する塑性降伏関数 f と塑性ポテンシャル関数 g は図７－３(b)に示したようなMohr−Coulomb 型と仮定する。すなわち，

$$f=(\sigma'_\theta-\sigma'_r)-(\sigma'_\theta+\sigma'_r)\sin\phi'=2c'\cos\phi'=0 \qquad \cdots\cdots\cdots (7-2-27)$$

$$g=(\sigma'_\theta-\sigma'_r)-(\sigma'_\theta+\sigma'_r)\sin\Psi=0 \qquad \cdots\cdots\cdots (7-2-28)$$

塑性領域では式(7−2−27)の降伏条件を常に満足しなければならないから，式(7−2−27)を用いて，釣合方程式(7−2−19)の σ'_θ を消去すると σ'_r と流量パラメーター q_α のみの方程式となる。

$$\frac{\partial\sigma'_r}{\partial r}-\frac{2\sin\phi'}{1-\sin\phi'}\frac{\sigma'_r}{r}+\frac{1}{r}\left[q_\alpha-\frac{2c'\cos\phi'}{1-\sin\phi'}\right]=0 \qquad \cdots\cdots\cdots (7-2-29)$$

式(7−2−29)を積分することで σ'_r が，また，σ'_θ は式(7−2−27)を用いて容易に決定される。

$$\sigma'_r=D_{1\alpha}r^{\frac{2\sin\phi'}{1-\sin\phi'}}+\frac{1-\sin\phi'}{2\sin\phi'}\left(q_\alpha-\frac{2c'\cos\phi'}{1-\sin\phi'}\right) \qquad \cdots\cdots\cdots (7-2-30)$$

$$\sigma'_\theta=\frac{1+\sin\phi'}{1-\sin\phi'}\sigma'_r+\frac{2c'\cos\phi'}{1-\sin\phi'} \qquad \cdots\cdots\cdots (7-2-31)$$

平面ひずみ条件および構成式(7−2−17)$_3$ と式(7−2−28)によって，z －方向の塑性ひずみ成分 ε^P_z は常に生じないから，$\varepsilon_z=\varepsilon^E_z=0$ が成立するため σ'_z は次式で与えられる。

$$\sigma'_z=\frac{3K-2G}{6K+2G}(\sigma'_r+\sigma'_\theta)=\nu(\sigma'_r+\sigma'_\theta) \qquad \cdots\cdots\cdots (7-2-32)$$

ここに，ν はポアソン比である。

さて，塑性領域における変位 $u_r(r)$ を求めてみる。塑性ひずみ増分は構成式(7−2−17)と式(7−2−28)を用いて，

$$\dot{\varepsilon}^P_r=-\Omega(1+\sin\Psi),\quad \dot{\varepsilon}^P_\theta=\Omega(1-\sin\Psi),\quad \dot{\varepsilon}_z=0 \qquad \cdots\cdots\cdots (7-2-33)$$

初期条件 ($\varepsilon^P_r=\varepsilon^P_\theta=\varepsilon^P_z=0$) に注意して式(7−2−33)を積分すると，ただちに次の関係が求まる。

$$\varepsilon^P_r=-\frac{1+\sin\Psi}{1-\sin\Psi}\varepsilon^P_\theta,\quad \varepsilon^P_z=0 \qquad \cdots\cdots\cdots (7-2-34)$$

これは図７－３(b)の塑性ひずみ増分ベクトル $d\varepsilon^P$ が塑性ポテンシャル面に直交する条件で

ある。この場合，塑性体積ひずみ $3e^P = v^P = \varepsilon_r^P + \varepsilon_\theta^P + \varepsilon_z^P$ は次式で表わされる。

$$v^P = -\frac{2\sin\Psi}{1-\sin\Psi}\varepsilon_\theta^P \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (7-2-35)$$

この関係式は $0 < \Psi < 90°$ に対して負，すなわち常に体積膨張を示すことを意味している。式(7−2−16)による ε_r と ε_θ，また式(7−2−23)の関係を用いると適合条件式(7−2−15)は次式のように表わすことができる。

$$r\frac{\partial\varepsilon_\theta^P}{\partial r} + r\frac{\partial\varepsilon_\theta^E}{\partial r} = (\varepsilon_r^E - \varepsilon_\theta^E) - \frac{2}{1-\sin\Psi}\varepsilon_\theta^P \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (7-2-36)$$

本式を積分すると，

$$\varepsilon_\theta^P + \varepsilon_\theta^E = r^{-\frac{2}{1-\sin\Psi}}\Big[H_\alpha + \int r^{\left(\frac{1+\sin\Psi}{1-\sin\Psi}\right)}(\varepsilon_r^E - \varepsilon_\theta^E)\,dr + \frac{2}{1-\sin\Psi}\int r^{\left(\frac{1+\sin\Psi}{1-\sin\Psi}\right)}\varepsilon_\theta^E\,dr\Big] \qquad \cdots\cdots\cdots (7-2-37)$$

となるが，式中の弾性ひずみ ε_r^E, ε_θ^E は σ_r', σ_θ' との間に次の関係が常に成立する。

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_r^E - \varepsilon_\theta^E &= \frac{1}{2G}(\sigma_r' - \sigma_\theta')\\ \varepsilon_\theta^E &= \frac{1}{4G(3K+G)}\left[(3K-4G)\sigma_\theta' - (3K-2G)\sigma_r'\right]\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (7-2-38)$$

しかるに，応力は降伏条件を満足するから σ_θ' を上の式から消去でき，結局弾性ひずみは σ_r' のみの関数で表わすことができる。

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_r^E - \varepsilon_{\theta'}^E &= -\frac{1}{2G}\left[\frac{2\sin\phi'}{1-\sin\phi'}\sigma_r' + \frac{2c'\cos\phi'}{1-\sin\phi'}\sigma_r' + \frac{2c'\cos\phi'}{1-\sin\phi'}\right]\\ \varepsilon_{\theta'}^E &= \frac{1}{2G(3K+G)}\left[\frac{3G+(3K+G)\sin\phi'}{1-\sin\phi'}\sigma_r' + \frac{(3K+4G)c'\cos\phi'}{1-\sin\phi'}\right]\end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots (7-2-39)$$

この関係を式(7−2−36)に代入して積分すると，ひずみと変位は次のように決定される。

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_{\theta'} &= r^{-\frac{2}{1-\sin\Psi}}\left[H_\alpha + AF_\alpha(r) + BF(r)\right]\\ u_r(r) = r\varepsilon_\theta &= r^{-\left(\frac{1+\sin\Psi}{1-\sin\Psi}\right)}\left[H_\alpha + AF_\alpha(r) + BF(r)\right]\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (7-2-40)$$

ここに，H_α は積分定数 $F_\alpha(r)$, $F(r)$, A, B は次のような関数ならびに定数である。

$$\left.\begin{aligned}
F_\alpha(r) &= \left[\frac{D_{1\alpha}}{\left(\frac{1+\sin\Psi}{1-\sin\Psi}\right)+\left(\frac{1+\sin\phi'}{1-\sin\phi'}\right)}\, r^{\left(\frac{1+\sin\Psi}{1-\sin\Psi}+\frac{1+\sin\phi'}{1-\sin\phi'}\right)} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1-\sin\phi'}{2\sin\phi'}\left(q_\alpha - \frac{2c'\cos\phi'}{1-\sin\phi'}\right)\frac{1-\sin\Psi}{2}\, r^{\left(\frac{2}{1-\sin\Psi}\right)}\right] \\
F(r) &= \frac{1-\sin\Psi}{2}\, r^{\frac{2}{1-\sin\Psi}} \\
A &= \left[\frac{3G+(3K+G)\sin\phi'}{G(3K+G)(1-\sin\Psi)(1-\sin\phi')} - \frac{\sin\phi'}{G(1-\sin\phi')}\right] \\
B &= \left[\frac{(3K+4G)c'\cos\phi'}{G(3K+G)(1-\sin\Psi)(1-\sin\phi')} - \frac{c'\cos\phi'}{G(1-\sin\phi')}\right]
\end{aligned}\right\} \cdots (7\text{-}2\text{-}41)$$

以上で塑性域における応力，ひずみ，変位がすべて決定された。式中の積分定数は$D_{1\alpha}$とH_αの２つである。なお，$F_\alpha(r)$は$D_{1\alpha}$とq_αが与えられると自動的に確定するrのみの関数である。

2－4　各領域における応力，変位分布

第７章２－２に対応するCase 1とCase 5の応力と変位を例題的に与えておく。なお，他のCaseもまったく同様に求めることができる。

a）Case 1（$a \leq \rho_p \leq \rho_{g1}$）

Zone I_p（$a \leq r \leq \rho_p$）(注入域内側，塑性域)

$$\left.\begin{aligned}
\sigma'_r &= D_{1I_p}\, r^{\left(\frac{2\sin\phi'}{1-\sin\phi'}\right)} + \frac{1-\sin\phi'}{2\sin\phi'}\left[q_{I_p} - \frac{2c'\cos\phi'}{1-\sin\phi'}\right] \\
\sigma'_\theta &= \frac{1+\sin\phi'}{1-\sin\phi'}\,\sigma'_r + \frac{2c'\cos\phi'}{1-\sin\phi'} \\
\sigma'_z &= \frac{3K-2G}{6K+2G}(\sigma'_r+\sigma'_\theta) \\
u_r &= r^{-\left(\frac{1+\sin\Psi}{1-\sin\Psi}\right)}\left[H_{I_p} + AF_{I_p} + BF\right]
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (7\text{-}2\text{-}42)$$

Zone Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ ($\rho_p \leq r \leq b$)

$$\left.\begin{aligned}
\sigma'_r &= \frac{G+3K}{4G+3K}\left[C_{1\alpha} - u_\alpha(r)\right] + 3G\left[\frac{C_{2\alpha}}{r^2} - \frac{q_\alpha}{2(4G+3K)}\right] \\
\sigma'_\theta &= \frac{G+3K}{4G+3K}\left[C_{1\alpha} - u_\alpha(r)\right] - 3G\left[\frac{C_{2\alpha}}{r^2} - \frac{q_\alpha}{2(4G+3K)}\right] \\
\sigma'_z &= \frac{3K-2G}{4G+3K}\left[C_{1\alpha} - u_\alpha(r)\right] \\
u_r &= \frac{3}{2}\left[\frac{C_{1\alpha}}{4G+3K} - \frac{C_{2\alpha}}{r^2} + \frac{q_\alpha}{2(4G+3K)}\right] r
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (7-2-43)$$

ここに, α＝Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ,Ⅳをとる。したがって, 境界条件で決定すべき未知数は塑性域で D_{1I_p}, H_{I_p}, 弾性域で C_{1I}, C_{1II}, C_{1III}, C_{1IV}, C_{2I}, C_{2II}, C_{2III}, C_{2IV} と塑性域半径 ρ_p の計11個である。これに対する境界条件は,

$r = a$ で $\sigma'_r(a) = p'(a)$

$r = b$ で $\sigma'_r(b) = p'(b)$

$r = \rho_d$, ρ_{g2}, ρ_{g1}, ρ_p における $\sigma'_r(r)$ と $u_r(r)$ の連続

$r = \rho_p$ で弾性領域の応力が降伏条件を満足する

の計11個であり, これらを用いると各未知量は次のように決定される。

$$\left.\begin{aligned}
& C_{1I} = C_{1II} = C_{1III} = C_{1IV} \\
& C_{1IV} = u_I(\rho_p) + \frac{4G+3K}{(G+3K)(1-\sin\phi')}\left[D_{1I_p}\rho_p^{\left(\frac{2\sin\phi'}{1-\sin\phi'}\right)} + \frac{1-\sin\phi'}{2\sin\phi'}\left(q_{I_p} - \frac{2c'\cos\phi'}{1-\sin\phi'}\right) + c'\cos\phi'\right] \\
& D_{1I_p} = \left[\ p'(a) - \frac{1-\sin\phi'}{2\sin\phi'}\left(q_{I_p} - \frac{2c'\cos\phi'}{1-\sin\phi'}\right)\right] a^{\left(\frac{2\sin\phi'}{1-\sin\phi'}\right)} \\
& C_{2III} = C_{2IV} - \frac{1}{2(4G+3K)}\rho_d^2\,(q_{IV} - q_{III}) \\
& C_{2II} = C_{2III} - \frac{1}{2(4G+3K)}\rho_{g2}^2\,(q_{III} - q_{II})
\end{aligned}\right\}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
C_{2I} &= C_{2II} - \frac{1}{3(4G+3K)}\rho_{g1}^2 (q_{II} - q_I) \\
C_{2IV} &= b^2 \{ \frac{q_{IV}}{2(4G+3K)} + \frac{1}{3G} [p'(b) - \frac{G+3K}{4G+3K} (C_{1IV} - u(b))] \} \\
H_{Ip} &= \frac{3}{2} [\frac{C_{1I} - u_I(\rho_p)}{4G+3K} - \frac{C_{2I}}{\rho_p{}^2} + \frac{q_I}{2(4G+3K)}] \rho_p^{\frac{2}{1-\sin\psi}} \\
&\quad - [AF_{Ip}(\rho_p) + BF(\rho_p)]
\end{aligned}
\right|
$$

$$\cdots\cdots\cdots (7-2-44)$$

なお，塑性域半径ρ_pは次式を解くことで求められる。

$$\frac{C_{2I}}{\rho_{p}^2} - \frac{q_I}{2(4G+3K)} + \frac{(G+3K)}{3G(4G+3K)} [C_{1IV} - u_I(\rho_p)] \sin\phi' + \frac{c'\cos\phi'}{3G} = 0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots (7-2-45)$$

すなわち，式中のC_{2I}, C_{1IV}, $u_I(\rho_p)$はすべてρ_pの関数であるから，式(7−2−45)はρ_pのみの方程式である。したがって，問題の解析は式(7−2−45)によって塑性域半径 ρ_p を決定することから始まる。

b) Case 5

トンネル掘削前の地山の応力，変位分布も式(7−2−26)で与えられるから，各定数を境界条件により決定すればよい。ただし，この場合には第7章2−2で述べたように，Zone I, II, IIIと Zone IVの2つに分けて考えればよい。

Zone I, II, III, ($0 \leq r \leq \rho_d$)

$$
\left.
\begin{aligned}
\sigma'_r &= \frac{G+3K}{4G+3K} [C_{1III} - u_{IV}(\rho_d)] + 3G \frac{C_{2III}}{r^2} \\
\sigma'_\theta &= \frac{G+3K}{4G+3K} [C_{1III} - u_{IV}(\rho_d)] - 3G \frac{C_{2III}}{r^2} \\
\sigma'_z &= \frac{3K-2G}{4G+3K} [C_{1III} - u_{IV}(\rho_d)] \\
u_r(r) &= \frac{3}{2} [\frac{C_{1III} - u_{IV}(\rho_d)}{4G+3K} - \frac{C_{2III}}{r^2}] r
\end{aligned}
\right\}
$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7-2-46)$$

Zone Ⅳ　($\rho_d \leq r \leq b$)

$$\left.\begin{aligned}
\sigma'_r &= \frac{G+3K}{4G+3K}\left[C_{1IV}-u_{1IV}(r)\right]+3G\left[\frac{C_{2IV}}{r^2}-\frac{q_{IV}}{2(4G+3K)}\right] \\
\sigma'_\theta &= \frac{G+3K}{4G+3K}\left[C_{1IV}-u_{1IV}(r)\right]-3G\left[\frac{C_{2IV}}{r^2}-\frac{q_{IV}}{2(4G+3K)}\right] \\
\sigma'_z &= \frac{3K-2G}{4G+3K}\left[C_{1IV}-u_{IV}(r)\right] \\
u_r(r) &= \frac{3}{2}\left[\frac{C_{1IV}-u_{IV}(r)}{4G+3K}-\frac{C_{2IV}}{r^2}+\frac{q_{IV}}{2(4G+3K)}\right] r
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots(7-2-47)$$

未知量は C_{1III}, C_{1IV}, C_{2III}, C_{2IV} の 4 個であり，また境界条件は次のとおりである。

$r=b$ で $\sigma'_r(b)=p'(b)$

$r=\rho_d$ で $\sigma'_r(r)$ と $u_r(r)$ の連続

$r=0$ で $\sigma'_r(0)$ が確定値をもつ

したがって，未知量は次のように決定できる。

$$\left.\begin{aligned}
C_{1III} &= C_{1IV} \\
C_{1IV} &= u(b)+\frac{4G+3K}{G+3K}\left[p'(b)-\frac{3G}{2(4G+3K)}\left(\frac{\rho_d^2-b^2}{b^2}\right)q_{IV}\right] \\
C_{2III}^2 &= 0 \\
C_{2IV} &= \frac{\rho_d^2}{2(4G+3K)}q_{IV}
\end{aligned}\right\} \cdots(7-2-48)$$

Case 5の式 $(7-2-46)_4$ で与えられる変位 $u_r(r)$ を $u_{r0}(r)$ と記して，掘削前の地山の変位を表わすことにする。すなわち，トンネル掘削による変位は $[u_r(r)-u_{r0}(r)]$ で与えられることになる。

第 3 節　水抜の効果

前節で求めた解析解を用いて，まず青函トンネル試験坑で行われた水抜孔開閉試験結果を考察する。ついで，地山の条件，具体的には強度定数 c', ϕ' と水抜効果との関係を検討し，最後に注入域を設けない場合を例にとって地山の力学特性と関連づけることにより，効果的な水抜孔の配置位置について論ずる。

3−1 水抜孔開閉試験結果の考察

水抜孔を開閉することによる水圧の変化がトンネル周辺地山の力学挙動にいかなる影響を及ぼすかを明らかにするための試験が青函トンネル竜飛方試験坑道で行われた。[113] 試験坑道は海面下 240 m，被り 200 mに位置する図7−5に示すような径3.2 m，長さ25mのものである。掘削は注入域ρ_g＝5.3 mとρ_d＝6.9 mに計16本の水抜孔を設けて水を抜きながら行われ，支保工を建込んである程度荷が落着いてから水抜を中止した。試験坑付近の地質の状況は図7−6に示すように玄武岩と流紋岩から成っている。玄武岩は破砕，変質帯が膨張しながら不規則にレンズ状に数本連なり，一部では目立った粘土化が認められる。その他の大部分は流紋岩で，しかもその中での熱水変質は局部的にかなり激しい様相を示している。また，流紋岩，玄武岩とも密に節理を持ちその多くは開口性である。したがって，亀裂の多少，開口度によって注入域の形状は著しく膨縮しているものと思われる。流紋岩，玄武岩ともその接触部を中心に変質による粘土化が目立つが，とくに測定距離程21〜22 mの玄武岩中を通る断層破砕帯はそれに沿う自変質または熱水変質による粘土化が著しいので，その位置で各種計測を行った。計測の詳細は図7−7に拡大して示すように軟弱層を対象として計測ピンと計側支保工によって径変化と土圧の変化を測定した。径変化は図に示す5断面で，A,B,C の3方向について計測された。第2計測断面における計測結果を図7−8に与えるが，それは切端が計測点2を約半径分ほど先に進んだ時点から記録されたものである。

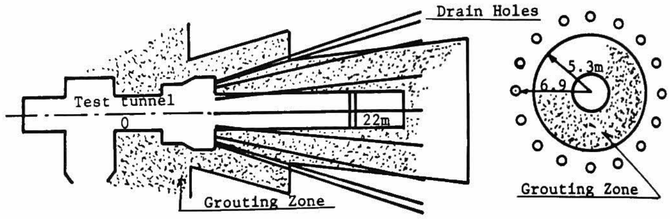


図7−5 試験坑の概略図

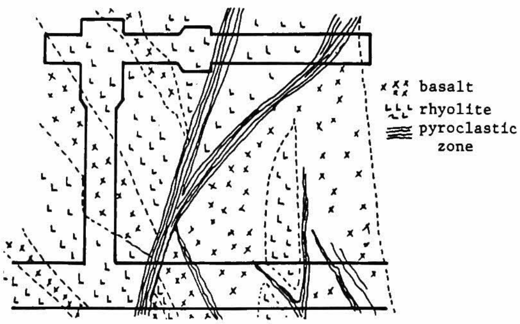


図7−6 試験坑付近の地質構造

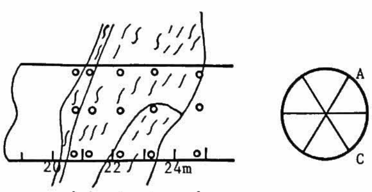


図7−7 計測の対象とする軟弱層と計測ピンの位置

図7−9は地山が弾性体である場合の切端の掘進によるトンネルの径変化を示している。図から，トンネル掘削による変位は切端からの地点に達したときにはその40%，さらに半径分だけ先に進むと90%が生じることになる。このことを考慮すると，図7−8[113]の結果は掘削による全変位置の90%がすでに生じ，残りの変

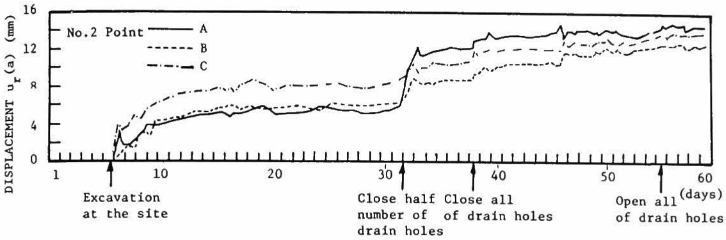


図7－8　第２計測断面における径変化の計測結果

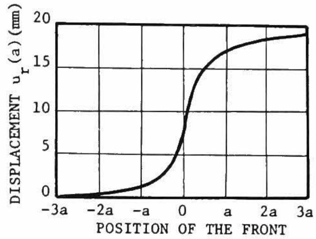


図7－9　切端進行によるトンネル径変化

化を与えていると理解すべきである。したがって，この試験坑の場合，掘削による変位量は計測量の約10倍，60～70㎜と見込まれる。

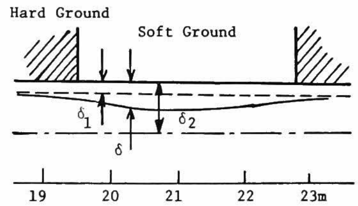


図7－10　堅岩部の拘束効果の解析図

さて，変形がほぼ落着いた状態でまず水抜孔の半数を閉塞し，その後全孔を閉塞したところ，直径変化として平均５～７㎜が生じている。しかもこの水抜を中止することによる変位量は再び水抜を開始しても残留する性質をもつ塑性的変形である。この過程で支保工に作用する土圧は水抜孔閉塞直前に0.4㎏／㎠であったものが，閉塞後には1.0㎏／㎠まで増加した。

上述の水抜孔開閉によるトンネル周辺地山の挙動を前節の解析解を用いて検討してみる。ただし，注入域は図７－２のようなドーナツ状のものではなく，$\rho_{g1}=a$ の場合に対応している。

仮想外周半径 b を40m，土被りが200 m，水中岩石重量１ｔ／㎥として $p'(b)=20$ ㎏／㎠，また間隙水圧は $u(b)=24$ ㎏／㎠と定めた。ところが，いま１つの問題は図７－７に示すように対象とする軟弱層が堅岩帯にはさまれていることである。図7－10[113)]は堅岩部が軟弱部に与える拘束効果を模式的に示したものである。すなわち，地山がすべて堅岩であると考える場合には掘削によって δ_1 の変位が生じ，逆にすべてが軟弱地山であると δ_2 の変位が生ずるべきであるのに，実際には相互作用により δ の変位を計測したことになるということを示している。

ここでは，堅岩部の拘束効果を作用有効圧力 $p'(b)$ を低減させることで表現して，その低減率を1/3～1/1.5，すなわち，$p'(b)=7, 10, 13.6$ ㎏／㎠を用いて解析した。低減率は双方の岩盤の変形係数によって定まるもので，この地山では1/3～1/4と推定されている。対象地山の材料定数は各種力学試験結果にもとづいて，$E=3\times10^3$ ㎏／㎠，$\nu=0.4$，$\phi'=30°$ と仮定する。ただし，粘着力 c' については岩盤せん断試験によって求められた値は坑道掘削によって緩められた岩盤に対するものと考えられるので，実験結果で求

まる値よりやや大きな範囲で幅をもたせ，4，4.5，5，kg／cm²の3通りを用いた。

透水係数は注入域が自然地山の1／100，塑性域になるとそれぞれ5倍に増加するものと仮定した。解析に用いた諸条件は表7－1にまとめたが，ここでは水抜効率パラメーター m'_d を用いた。

表7－1　解析条件

トンネル半径	a	1.6 m
仮想外周半径	b	40.0 m
注入域径	ρ_g	5.3 m
水抜孔配列半径	ρ_d	6.9 m
仮想外周への有効応力	$p'(b)$	7，10，13.6 kg/cm²
支保工反力	$p'(a)$	0，0.2，0.4，0.6，0.8，1.0 kg/cm²
仮想外周への間隙水圧	$u(b)$	24 kg/cm²
ヤング率	E	3000 kg/cm²
ポアソン比	ν	0.4
粘着力	c'	4，4.5，5.0 kg/cm²
内部摩擦角	ϕ'	30°
塑性ポテンシャルパラメーター	Ψ	0°
透水係数		
自然地山	k_0	k_0
注入域	k_g	k_0 ／100
自然地山塑性域	k_{0p}	5 k_0
注入域塑性域	k_{gp}	5 kg

図7－11に解析結果として掘削による半径変位〔$u_r(a)-u_{r0}(a)$〕と水抜効率パラメーター m'_d の関係を $p'(b)$ ＝13.6kg／cm²の場合について与えており，$p'(a)$ は0，0.4，0.8，1.0 kg／cm²と変化させている。図を用いることにより実際の挙動と比較してみよう。水抜を中止するまでは m'_d ＝1であって，支保工反力 $p'(a)$ は0.4kg／cm²であったから，その状態は図中のA点に対応する。しかるに，水抜を中止すると m'_d ≒0となり，支保工反力が1.0 kg／cm²へと増大したから，その状態A′点に対応している。したがって水抜孔を閉塞するこの過程において，図中の矢印のように変位が増加することになる。

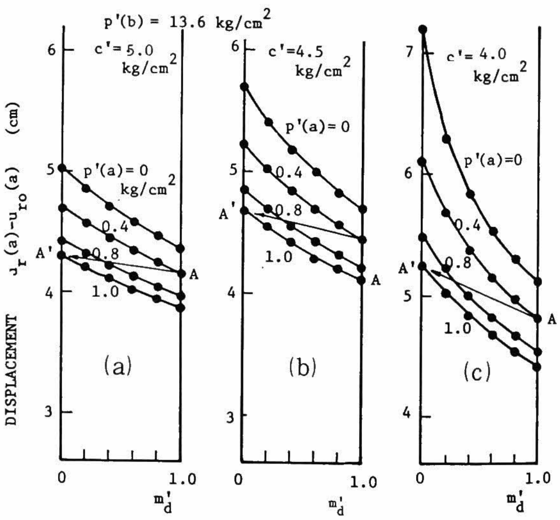


図7－11　トンネル径変位と水抜効率の関係
(a) c' ＝5.0 kg／cm²，(b) c' ＝4.5 kg／cm²
(c) c' ＝4.0 kg／cm²

変化の様子をより明確にするため，図7－12を準備した。図は支保工反力 $p'(a)$ が0.4 kg／cm²と1.0 kg／cm²の2通りに対して半径変化と粘着力 c' の関係を m'_d ＝

1.0 と $m'_d \doteqdot 0$ の場合をそれぞれ与えている。

この図から，水抜孔を開閉することによって実線 ($p'(a)=0.4$ kg／cm²) の $m'_d=1.0$ から点線 ($p'(a)=1.0$ kg／cm²) の $m'_d \doteqdot 0$ へと矢印のように変位が増加することが理解できる。この結果 2.5 〜 3.5 mmの変位の増加が生ずるのは $p'(b)=10$kg／cm² においては $c'=4$ kg／cm², $p'(b)=13.6$kg／cm²では $c'=4.5$ kg／cm² の場合が対応している。ただし，この場合にも掘削による全変位量は 40 〜 45 mmであって，先の推定値 30 〜 35 mmより大きい。この値は解析に用いた幾多の仮定，さらに計側値からの推定法などに影響されるから定量的に論ずるには問題がある。しかしここで強調したいのは地山が有効応力に基づいた図 7 − 3 に示す降伏条件で規定される弾－塑性材料であると考えることによって水抜孔開閉に伴われる変形挙動を定性的に説明することができるということである。

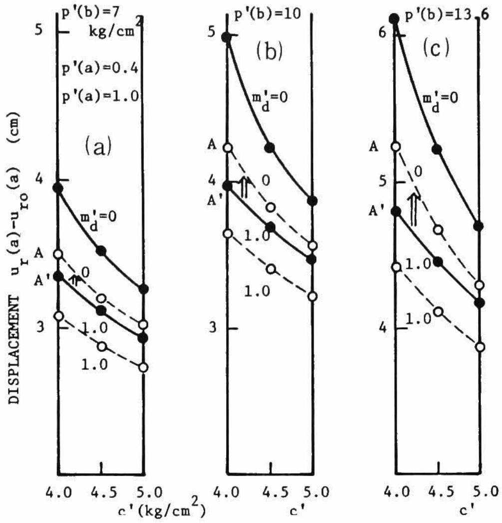


図7−12　トンネル径変位と粘着力 c' の関係
(a) $p'(b)=7$ kg／cm²，(b) $p'(b)=10$ kg／cm²
(c) $p'(b)=13.6$ kg／cm²

地山が弾性体であると考えると，この挙動を説明できないのかどうか，あるいは地山の力学特性によって水抜の効果がいかに変わるかなどを次節で論ずることにする。

3−2　水抜効果と地山の力学特性

水抜効果が地山の力学特性によっていかに変化するかを例題的に解析することによって調べてみる。解析に用いた条件は表 7 − 2 に示す。図 7 −13 は,

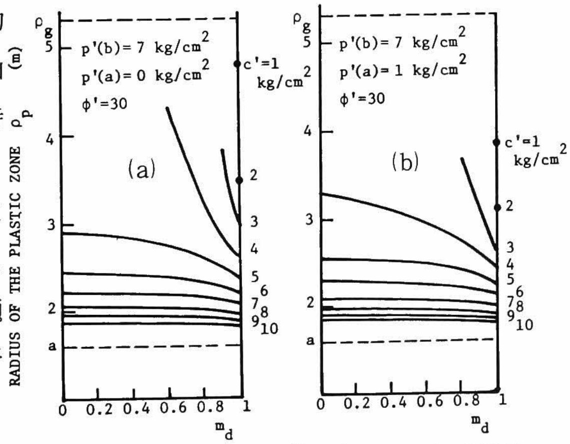


図7−13　塑性域半径と水抜効率パラメーターの関係
(a) $p'(a)=0$ kg／cm²，(b) $p'(a)=1$ kg／cm²

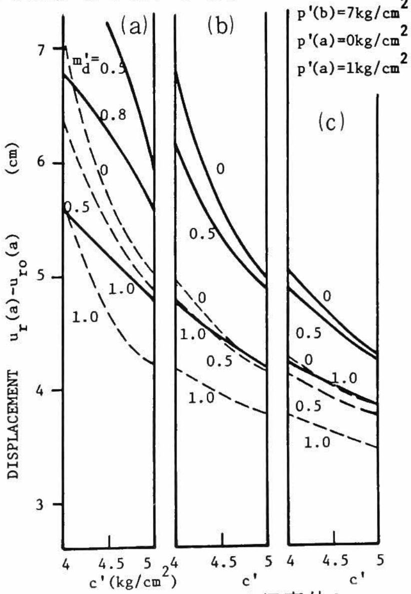


図7−14　トンネル半径変位と粘着力 c' の関係に与える内部摩擦角の影響 (a) $\phi'=30°$
(a) $\phi'=35°$　(c) $\phi'=40°$

内部摩擦角ϕ'=30°とし，粘着力c'を変化させたときの塑性域半径ρ_pと水抜効率パラメーターm_dの関係を示している。一方，図7－14は，内部摩擦角ϕ'によってトンネル径変位と粘着力c'の関係がいかに影響を受けるかを表わしている。これらの図から次の結論が求まる。

表7－2　解析条件

トンネル半径	a	1.6 m
仮想外周半径	b	20.0 m
注入域半径	ρ_g	5.3 m
水抜孔配列半径	ρ_d	6.9 m
仮想外周への有効応力	$p'(b)$	17.7 kg／cm²
支保工反力	$p'(a)$	0，1 kg／cm²
仮想外周への間隙水圧	$u(b)$	24 kg／cm²
ヤング係数	E	2000 kg／cm²
ポアソン比	ν	0.4
粘着力	c'	パラメーター（1～10 kg／cm²）
内部摩擦角	ϕ'	パラメーター（30°, 35°, 40°）
塑性ポテンシャルパラメーター	Ψ	0°
透水係数		
自然地山	k_0	k_0
注入域	k_g	k_0／10
自然地山塑性域	k_{0p}	$2k_0$
注入域塑性域	k_{gp}	$2k_g$

(1)　粘着力c'が大きくなると塑性域（トンネル径変位）が減少し，内部摩擦角ϕ'が大きくなるとやはり径変位は小さくなる。

(2)　水抜を完全に行う場合（$m_d=1$）から，水抜量を減ずる（$m_d\rightarrow 0$）にしたがって塑性域（径変位）は増大する。すなわち，水抜によって地山の安定性が増加する。

(3)　粘着力が大きくなると塑性域の変化はわずかとなり，水抜の効果は急激に減少する。このことは地山を弾性体とすると解析上水抜きの効果は微々たるものであることを意味している。

3－3　注入域を設けない場合の水抜きの効果

図7－1(a)に示す場合で，$r=\rho_d$に水抜孔は設けるが注入域がないとき，トンネル開削面からどの程度離れた位置で水を抜いたら効果があるかを，青函トンネルの試験坑を対象に解析してみた。用いた諸条件は表7－3にまとめておく。最も条件の厳しい$p'(b)=13.6$ kg／cm²でかつ$p'(a)=0$kg／cm²の場合における結果を図7－15に与えた。

m'_dは$r=\rho_d$における水圧$u(\rho_d)$の値を与える指標であるから，たとえば$\rho_d=3.2$ m$=2a$のとき$m'_d=1$は$r=\rho_d$で間隙水圧が0であることを意味し，$m'_d=0.4$は$u(\rho_d)=0.6u(b)$を与えることである。また，$m'_d=0$とすると解析できないので，$m'_d=0.02$を用い

たが，この条件は$u(\rho_d)=0.98u(b)$に対応しており，$r=\rho_d$にほぼ$u(b)$ に等しい水圧が作用していることを意味している。

この結果は，トンネル周辺地山内のどの程度離れた位置まで高い水圧があると，地山が不安定（塑性領域の大きさが仮想半径bを越え，全体の変形が大きくなること）になるかを示すものである。例えば，$c'=4.0$kg／cm²の地山では$r=4.8$ m$=3\,a$に高い水圧があると（$m'_d<0.2$ に対応）不安定になるから$u(\rho_d)$を$0.8\,u(b)$程度落してやる必要がある。また，$\rho_d=3.2$m$=2\,a$ であっても$u(\rho_d)=0.4\,u(b)$程度まで，その位置の水圧を低下するなら安定した状態で掘削ができるということである。次節で述べる注入域規模との関係で記憶しておきたいことは$c'=5$kg／cm²の場合，トンネル半径の3倍の位置に$u(b)$の高圧水があっても，$p'(b)=13.6$ kg／cm²のときには安定した地山であるということである。

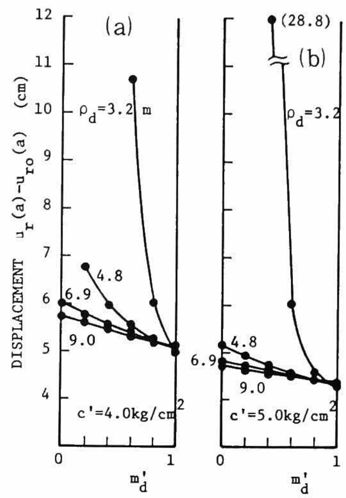


図7－15　トンネル半径変位と水抜効果の関係
(a)　$c'=4.0$kg／cm²
(b)　$c'=5.0$kg／cm²

表7－3　解析条件

トンネル半径	a	1.6m
仮想外周半径	b	40.0m
注入域半径	ρ_g	3.0m
水抜孔配列半径	ρ_d	3.2,4.8,6.9,9.6m
仮想外周への有効応力	$p'(b)$	7，10，13.6kg／cm²
支保工反力	$p'(a)$	0，0.4,1.0,2.0,3.0kg／cm²
仮想外周への間隙水圧	$u(b)$	24kg／cm²
ヤング係数	E	3000kg／cm²
ポアソン比	ν	0.4
粘着力	c'	3.0,4.0,5.0 kg／cm²
内部摩擦角	ϕ'	30°
塑性ポテンシャルパラメーター	Ψ	0°
透水係数		
自然地山	k_0	k_0
注入域（なし）	k_g	k_0
自然地山塑性域	k_{0p}	$5k_0$

第4節　注入域適正規模の推定

前節では主として水抜の効果について論じたが，本節においては注入域に着目して考察を進める。本章の初めに述べたように，定常的な高い水圧下にあるトンネルでは覆工背面

の水圧を減ずるため，トンネル内へ水の流入を許す必要がある。しかし，流入量が無制限であってもよいというわけにもいかず，注入によって流入量を制限する必要がある場合に直面することもある。ところが，注入域を設けると必然的に注入域外周に高い水圧が作用するから，その位置がトンネル開削面に近いと地山の安定性に対しては不利な条件となる。すなわち，注入域の大きさが不十分であるとトンネル近くに高い水圧が作用して地山が力学的に不安定な状態になるわけである。したがって，地山の安定性と湧水量の制御という相反する要求を満たす経済的な注入はいかなるものであるかを決定することが重要な課題となる。

4−1　地山の粘着力 c' と注入域規模の関係

地山の粘着力 c' と注入域規模の関係を調べるため，土被り 100 m，海面下 240 m に位置する $\phi'=30°$ の地山内のトンネル掘削を対象に解析を行った。条件は表7−4に与えるとおりであって，注入域半径 ρ_g と粘着力 c' をパラメーターとして変化させた。

図7−16は半径変位と注入域半径 ρ_g の関係を与えており，図中の点線は $r=6.9$ m で完全に水を抜いた場合を示すが，以後の議論に供するためにあわせて与えておいた。

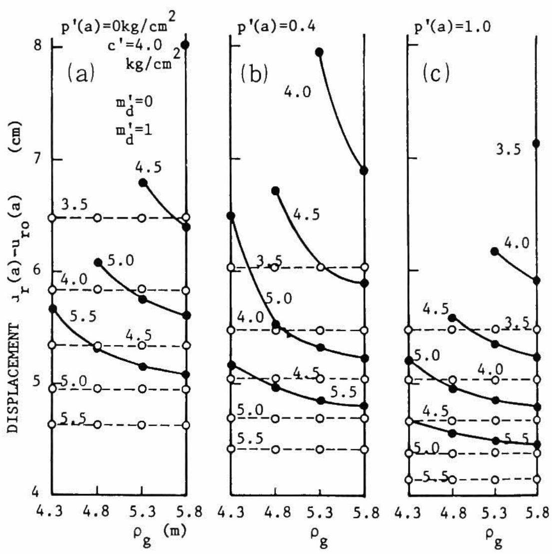


図7−16　トンネル半径変位と注入域径の関係
(a) $p'(a)=0$ kg/cm²　(b) $p'(a)=0.4$ kg/cm²
(c) $p'(a)=1.0$ kg/cm²

さて，掘削直後には，支保工反力 $p'(a)$ が期待できないものとして考察を進める（しかし，実際には三次元的拘束効果があるので，ここで扱うような平面問題の場合にはある程度の $p'(a)$ を与えて解析してもよい。）図7−15によると，安定な状態で掘削するには，$c'=4.0$ kg/cm² の地山に対して $\rho_g=5.8$ m $=3.6\,a$ の注入域を，$c'=5.0$ kg/cm² の地山では $\rho_g=4.8$ m $=3\,a$ の注入域を必要とする。

さて，注入域はトンネル半径の3〜4倍程度としたいが地山の強度がそれほど期待できない（たとえば，$c'=3.5$ kg/cm²）場合にどうしたらよいかという問題が生ずることもある。このとき水抜き効果もあると仮定できる場合には $p'(a)=0$ kg/cm² で点線（$m_d=1$）の $c'=3.5$ kg/cm² をみると安定した状態で掘削できることがわかる。すなわち，$\rho_d=3.6\,a$ の注入域を設け，$\rho_d=6.9$ m で水を抜きながら掘削した後，支保工を建て込み $p'(a)=1$ kg/cm²

の反力を発揮すれば，水抜きを中止しても，図7－16(c)にみられるように安定な地山状態を得ることができるというわけである。青函トンネルの試験坑の開削はもとより，他の2，3の箇所でここで論じたような併用工法によって掘削が成功した。

表7－4　解析条件

トンネル半径	a	1.6 m
仮想外周半径	b	20.0 m
注入域半径	ρ_g	4.3, 4.8, 5.3, 5.8 m
水抜孔配列半径	ρ_d	6.9 m
仮想外周への有効応力	$p'(b)$	13.6 kg／cm²
支保工反力	$p'(a)$	0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 kg／cm²
仮想外周への間隙水圧	$u\ (b)$	24 kg／cm²
ヤング係数	E	3000 kg／cm²
ポアソン比	ν	0.4
粘着力	c'	3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 5.5 kg／cm²
内部摩擦角	ϕ'	30°
塑性ポテンシャルパラメーター	Ψ	0°
透水係数		
自然地山	k_0	k_0
注入域	k_g	k_0／100
自然地山塑性域	k_{0p}	5 k_0
注入域塑性域	k_{gp}	5 k_g

4－2　注入域の透水係数の影響

注入域の透水係数の違いが地山の挙動ならびにトンネルへの流入水量にいかに影響するかを青函トンネルの本坑を想定して解析してみた。解析条件は表7－5にまとめてある。対象としたトンネルは半径5 mであり，土被り130 m，海面下190 mに位置することから，$p'(b)$＝13kg／cm²，$u(b)$＝19kg／cm²を仮定した。解析は注入域の透水係数が自然地山のそれの1／100に改良される場合と1／10の場合の2通りについて行った。なお，双方とも塑性域では透水係数が5倍になるとした。結果は図7－17に半径変位，塑性域径ならびに湧水量を注入域半径ρ_gとの関係として与えている。ただし，湧水量は自然地山の透水係数k_0を与えるこ

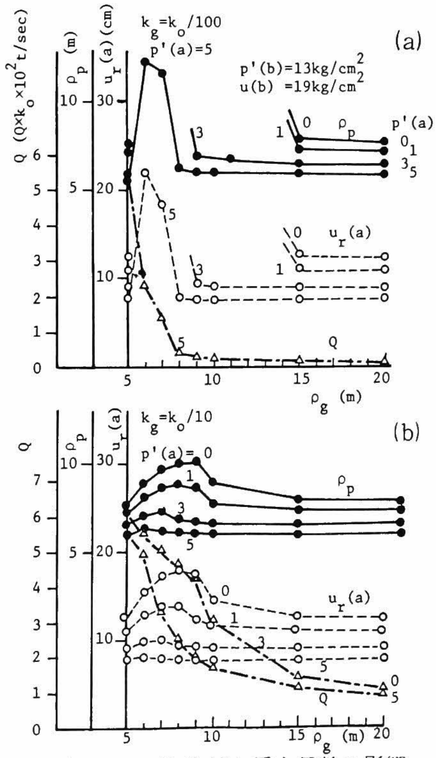


図7－17　注入域の透水係数の影響
(a)　$k_g=k_0$／100
(b)　$k_g=k_0$／10

とにより確定する量として表わしている。この図から求まる結論は,

(1) 注入域が3 a以上あれば，塑性域半径と半径変位には透水係数の違いによる影響はそれほど顕著に表われていない。

(2) 注入域が不十分なときは，注入域の透水係数が小さい程，地山の不安定性を増す。このことは注入域の透水係数を低下させて湧水量を減じようとする場合ほど十分な注入半径を必要とすることを物語っている。すなわち，中途半端な注入域（薄い注入域）は設けない場合より危険であることを示している。

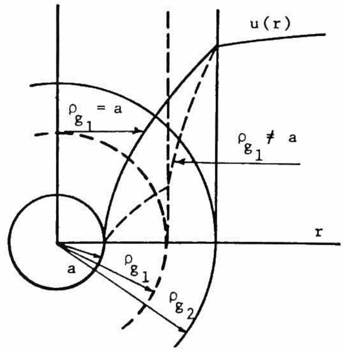


図7−18 ドーナツ状注入域の利点

ここに解析解としては与えないが，本研究からの提言の1つは図7−2に示すようなドーナツ状（切端においては実際上，その前面を囲むように殻状に注入することになるが，二次元モデルを念頭においているのでドーナツ状という表現を用いた）の完全な注入域を設けることが力学的には望ましいものであるということである。これは図7−18に示すように同一の注入域半径ρ_{g2}をもつ場合でもその内部の間隙水圧分布は異なり，$\rho_{g1} \fallingdotseq a$なるドーナツ状の注入域の場合の方が注入域内部で水圧は小さく，したがって有効応力が大きくなって，地山の強度を十分発揮さすことができるという理由によるものである。

表7−5 解析条件

トンネル半径	a	5.0 m
仮想外周半径	b	40.0 m
注入域半径	ρ_g	パラメーター
水抜孔配列半径		
仮想外周への有効応力	$p'(b)$	13.0 kg/cm²
支保工反力	$p'(a)$	パラメーター
仮想外周への間隙水圧	$u(b)$	19 kg/cm²
ヤング係数	E	3000 kg/cm²
ポアソン比	ν	0.4
粘着力	c'	5 kg/cm²
内部摩擦角	ϕ'	30°
塑性ポテンシャルパラメーター	Ψ	0°
透水係数		
自然地山	k_0	k_0
注入域	k_g	k_0/100, k_0/10
自然地山塑性域	k_{0p}	5 k_0
注入域塑性域	k_{gp}	5 k_g

第８章　軟岩地山中のトンネル掘削にともなわれる時間依存性挙動

第１節　概　　説

飽和した軟岩地山内にトンネルを掘削するときの最大の問題は前章で扱った水の処理に関するものである。次いでと言えば，膨張性地山を含めて，掘削に伴なわれて時間ととも生ずるトンネル断面の変状とか，支保工，覆工に作用する土圧に関する問題であろう。

本章ではこの第２の時間依存性挙動に対する問題について論ずることにする。

飽和軟岩地山内にトンネルを開削するときに生ずる時間依存性挙動は大別すると，次の３つの理由に基づくと考えられる。

(1)　地山材料の本質的な時間依存特性にもとづいて生ずるもの。

(2)　掘削による間隙水圧の変化による間隙水の流動にもとづくもの，すなわち，圧密－膨潤によるもの。

(3)　切端の進行すなわち境界の変化にもとづくもの。

さて，第２の理由による挙動は最近，足立ら[114]によって解析的に検討されている。それは軟岩が近似的にRoscoeらの構成式で表わされるとし，Roscoeらの構成式を圧密の解析に適用した手法をトンネルの問題に応用して，トンネル掘削による周辺地山内の圧密－膨潤挙動を解明したものである。青函トンネルにおける地山の力学定数を用いた解析によるとこの周辺地山の掘削による圧密－膨潤はほぼ一日で終了することが明らかになった。また第３の切端の進行による見掛上の時間依存性挙動については図７－９に示すような変形が二次元問題で生じるように外力を変化させて近似的に解析する手法を桜井[113]が提案している。

本章はこれら第２、第３の理由を除いた，第１の地盤材料の本質的な時間依存特性によるトンネル周辺地山の挙動について考察を行ったものである。すなわち，まず，トンネル掘削時の周辺地山の時間依存性変形挙動を把握し，施工規正に適用できる計測工法を樹立することを目的として，青函トンネル吉岡方先進導坑と作業坑で行った計測結果について述べる。

次いで，地山材料が第Ｉ編で述べたような粘弾－粘塑性体であると考え，第Ｉ編で求めた構成式を簡単化したものを用いた有限要素法によって，トンネル掘削に関する境界値問題の解析を行い，その結果と計測結果を比較検討するとともに，クリープ速さの計測によるトンネル周辺地山の破壊予知についても論じるものである。

第 2 節　トンネル周辺地山の時間依存性挙動[115]

軟岩中のトンネル掘削に伴なわれる坑道ならびに周辺地山の変形は地山の粘塑性的な特性と進行性破壊のため，時間とともに進行することが多い。この地山の時間依存性挙動を把握する試みが青函トンネルで行われた。計測はトンネル掘削作業の支障とならないような短時間で微小な変形量が計測できるマイクロクリープメーターを使用した。マイクロクリープメーターは機械的な摩擦が極めて小さいから，短時間に変形の測定ができる。クリープ変形の測定は坑道の側壁間などの 2 点にアンカーボルトを打設し，この 2 点間をピアノ線を介して，クリープメーターを連結して行う。クリープメーターの計測精度は 0.5 μであるが，現場での計測システムの精度としてはアンカーボルトの固定状態やピアノ線の状態によって左右されるので 2 ～ 3 μ程度になる。

トンネル掘削時の周辺地山の時間依存性変形挙動を把握し，施工規正に適用できる計測工法を樹立することを目的として青函トンネル吉岡方先進導坑と作業坑でクリープメーターによる計測を行った。計測を実施した場所は図 8 − 1 に地質状況とともに示してある。第 1 の先進導坑迂回坑は掘削前に予想された大断層を最短距離で突破するべく断層に直交する方向に導坑を迂回させた箇所である。断層は安山岩質凝灰岩や粘土化した凝灰岩から成り周辺地山は断層により相当もまれている。なお，この部分では第三紀の訓縫層と黒松内層をはさんで存在している。第 2 の先進導坑水抜坑は先進導坑の起点から 1280 ～ 1880 m間の 600 mに先進導坑と平行に坑内水の排水を容易にするために設けられた坑道で水抜坑と呼ばれている。計測を行った区間で水抜坑起点より 480 mまでは地質が比較的よいが 485 ～ 496 m 区間は粘土化した凝灰岩の破砕帯で，496 m以降は再び良好な凝灰岩となっている。

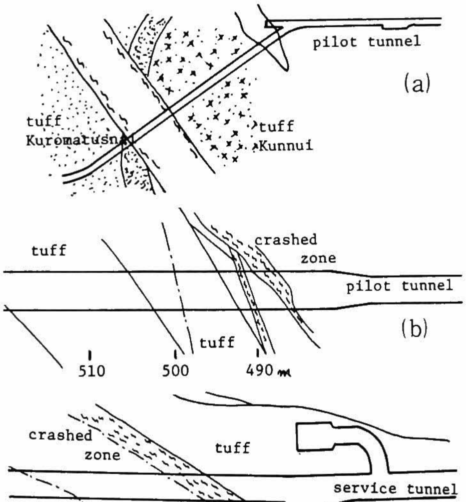


図 8 − 1　クリープ計測箇所と地質
(a) 先進導坑迂回坑
(b) 先進導坑水抜坑
(c) 作　業　坑

第 3 の作業坑は斜坑からの距離程 3500 m付近の破砕帯をはさんだ訓縫層に属する粘土化した凝灰岩を対象に計測を行った箇所である。

クリープメーターによる計測は図 8 − 2 に示すように切端と側壁間の変位量の計測と 2 側壁間の変位，あるいは天端と側壁間の変位を計測することで切端の押し出し量あるいはトンネル断面の変状を調べることによって行われた。図には典型的な計測結果を示すが，トンネル掘削後安定に向う坑道のクリープ変形速度は急激に減少する様子を表わしている。

掘削による坑道周辺の挙動，とくに安定に向う坑道の事例を坑径変化速度と上部半断面掘削後よりの経過時間の関係として図8－3に示す。

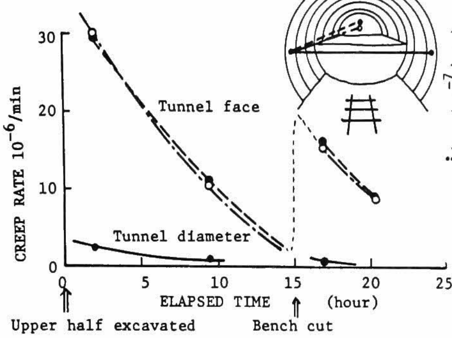


図8－2　クリープ計測方法と結果

これらは青函トンネル吉岡方先進導坑の迂回坑（斜坑底より3080～3105m間）および水抜坑（斜坑底より481～502m間）において測定されたものである。

この結果得られる知見は，クリープ速度が時間の経過とともに急激に減少していることである。切端掘削後10時間程度において5～15μm／min程度であった押し出し変位速度が，100～150時間後には0.5μm／min以下に減少している。

もし，地山が軟弱で破壊が生ずるような場合には，時間の経過とともにひずみ速度が一定の定常クリープ状態となり，終局的にはクリープ速度は加速され破壊に至る。

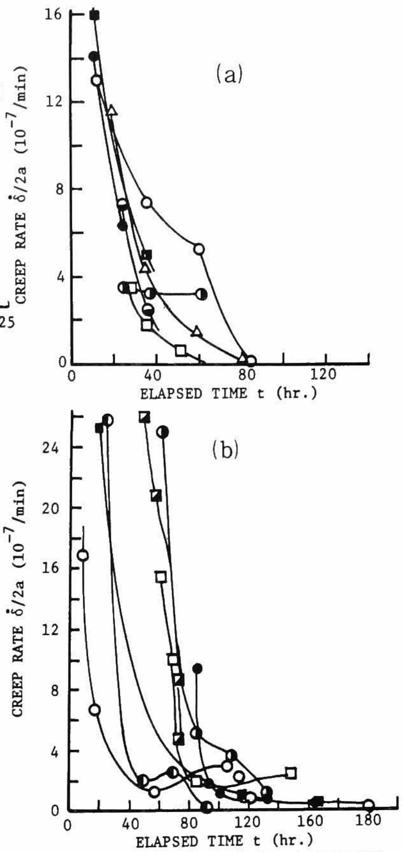


図8－3　クリープ変形速度と経過時間の関係
(a) 先進坑迂回坑 (b) 先進坑水抜坑

図8－3のクリープ速度と時間との関係を両対数紙上にプロットしたものが，図8－4である。安定に向うこれらの結果は，ほぼ直線関係が成立して時間の経過とともにクリープ速度が減少することがわかる。クリープによる変形量δは$\delta=\int_0^{t_1}\dot{\delta}\,dt$として求められる。すなわち，図8－3の模式図である図8－5において，クリープ速度$\dot{\delta}$と時間tの曲線で囲まれる面積が変形量δを与える。この方法で変形量δを求める場合の問題点はトンネル開削直後の変形速度$\dot{\delta}$が非常に大きいから，早い時間に測定を開始する必要があることであ

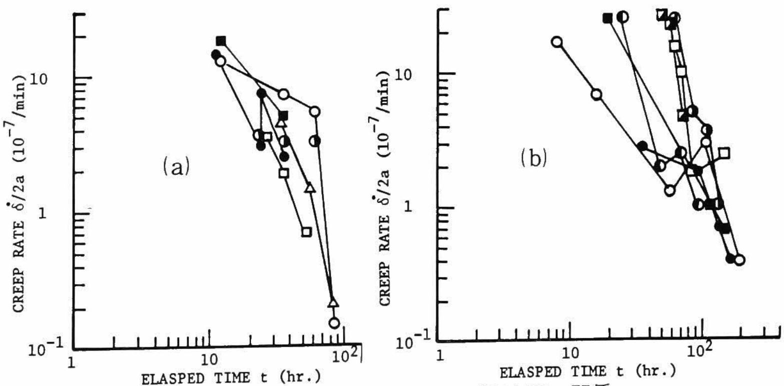


図8－4　クリープ変形速度と経過時間の関係
(a) 迂回坑道　(b) 水抜坑道

る。むろん図7－9で説明したように，トンネル掘削による変位は弾性体地山の場合には切端がその地点に達したときにはすでに40%の変形が生じているから，ここで行った種類の計測では，その変形量は計測できないことを認識しておく必要がある。

この方法でクリープによる変形量を求めると先進導坑の迂回坑においては

$$\delta = 2.0 \sim 3.2\ \mathrm{cm}$$

となった。

計測を行った区間内で上半先進ショートベンチ工法で掘削した箇所があったが，ベンチカットによるクリープ変形速度への影響を示したものが図8－6である。図は横軸に経過時間を，縦軸にクリープ変形速度を与えている。図の語るところは上半掘削からの経過時間に従って，クリープ速度は減少するが，下半掘削によって再びクリープ速度が増大した後，減少することである。

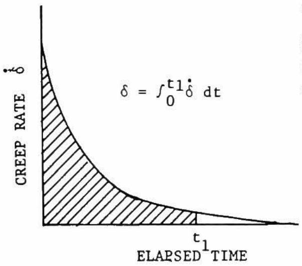


図8－5　クリープ変形量の決定方法

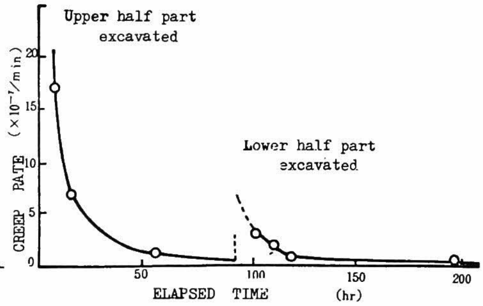


図8－6　クリープ変形速さへのベンチカットの影響

わが国におけるトンネル工事現場で一様な地質が連続することはほとんどあり得ず，青函トンネルもその例外ではない。計測を行った先進導坑迂回坑は掘削前に予見されていた断層を突破するに当って，断層帯の掘削距離を最小限にするために断層に直交する方向に導坑を迂回させた箇所である。断層は安山岩質凝灰岩や粘土化した凝灰岩から成り，周辺地山も断層によって相当もまれている。

今一つの計測を行った先進導坑，水抜坑は先進導坑の起点から1280～1880 mの間の600 mに先進導坑と平行に坑内の排水を容易にするために設けられた坑道で，水抜坑と呼ばれるものである。クリープの測定を行った区間で，水抜坑起点より480 mまでは地質が比較的よいが，485 m～496 m区間は粘土化した凝灰岩の破砕帯で，496 m以降502 mまでは再び良好の凝灰岩となっている。

このような地山の岩質の評価を定量的に行うためにクリープ速度の計測とともにS波検層を実施し地質構造をより明確に把握することを試みた。

図8－7はクリープ測定地点を横軸に，縦軸には掘削後の経過時間をパラメーターに用いたクリープ速度を与えている。さらに，先に述べたS波検層による推定地質構造とS波速度も併せて示している。

まず，先進坑道迂回坑において，切端掘削後一定時間経過した後のクリープ速度は波状的に変化しながら30m地点から50m地点へと増大していることが見られる。この区間におけるS波検層の結果によると，V_S＝600～1000m／secの速度を示しているが，30～50m区間ではV_Sは1000m／secから670m／secと減少しており，クリープ速度の変化傾向とよい対応を示していることがわかる。

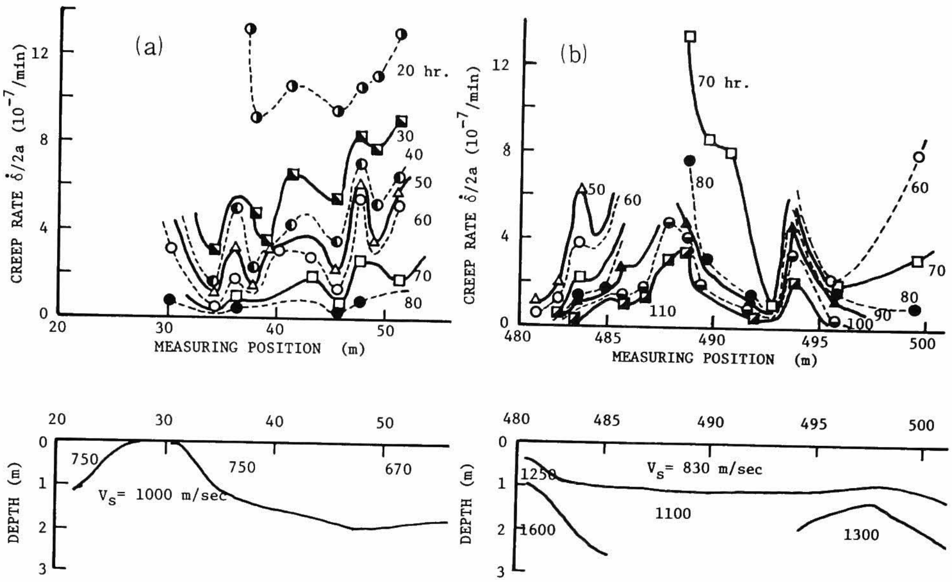


図8－7　クリープ速度の時間変化とせん断波速度にもとづく地質構造との関係　(a) 迂回坑道　(b) 水抜坑道

先進導坑水抜坑の485～490m付近は図に示すようにクリープ速度が増大していることが特徴的であり，弾性波探査からも484～497m付近でS波速度の低い区間があって，よい一致を示している。これらの結果はトンネル周辺地山のクリープ変形速度の大小が地質の良悪をよく反映していることが理解できる。

昭和50年3月20日，クリープ計測を実施していた青函トンネル吉岡方作業坑において，斜坑からの距離程3529.7m地点で切端の崩壊が発生した。この切端崩壊箇所に近づく区間のクリープ速度の時間的な変化の様子を図8－8に示してある。

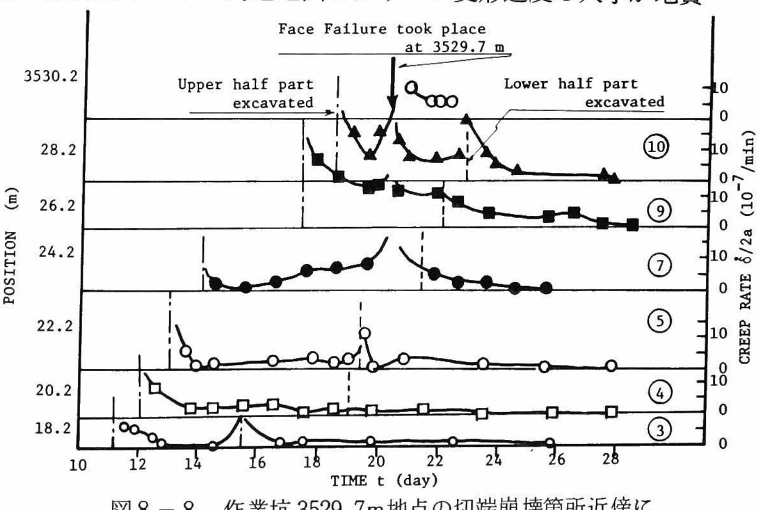


図8－8　作業坑3529.7m地点の切端崩壊箇所近傍におけるクリープ変形速度の変化

崩壊の生じた切端より5m手前の地点におけるクリープ速度が7日後の崩壊発生まで時間とともに単調に増大していることは注目に値する。すなわち，安定に向う切端ではクリープ速度が単調に減少するのに反し，不安定に向う坑道においては，クリープ速度の増大がみられるということである。この地点のクリープ速度と上半掘削後の経過時間を両対数紙上にプロットしたものが図8－9である。図にはほぼ同一の凝灰岩から成る先進導坑迂回坑の図8－4(a)に与えた結果も併せて示してある。図中で作業坑の⑦，⑨，⑩地点のクリープ速度の変化と先進導坑迂回坑の結果と比較すると，⑨，⑩地点ではかなり大きなクリープ速度を示していることが明らかである。また，⑦地点の結果も切端の進捗とともにクリープ速度が増大していることがわかる。

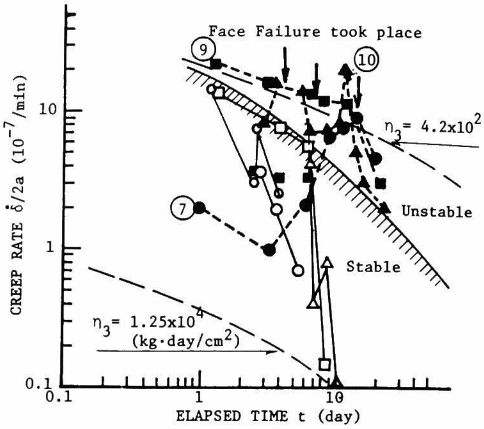


図8－9　崩壊切端近傍のクリープ変形速度と経過時間の関係

以上から，図中にハッチを施した曲線を与えたが，それ以上のクリープ変形速度を示す場合にはこの凝灰岩質の地山において，そのおかれている物理的環境下では坑道は不安定なものであると判定できそうである。

第3節　トンネル掘削による時間依存性挙動の解析

青函トンネルのような軟岩地山中のトンネル掘削においては時間依存性挙動を示すことが，前節の計測結果からも明らかとなった。その時間依存性挙動を正確に把握して，設計施工に適用するには序論の図に示したfeed back系を閉じる必要がある。本節においては有限要素法を用いて，トンネル開削による周辺地山の変形挙動を解析的に検討してみることにする。

3－1　有限要素法による解析手法

第4章において，軟岩の時間依存性挙動を記述できる構成式を図4－9ならびに図4－11に示すようなレオロジカルモデルとして誘導した。しかし，この構成式を用いた有限要素法が開発されていないので，図8－10に示すレオロジカルモデルを適用した有限要素法を用いて解析を行うことにする。

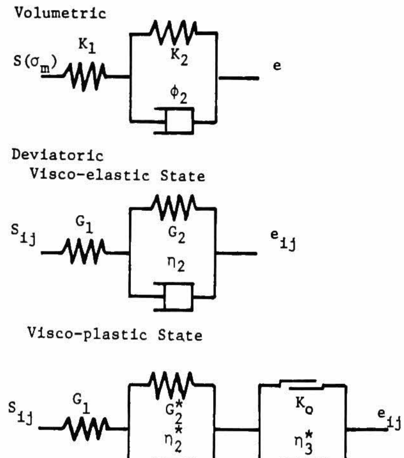


図8－10　解析に用いるレオロジカルモデル

このレオロジカルモデルに対する有限要素法はSerata[116]によって開発されたものである。したがって，その詳細は参考文献にゆずることにする。

3−2　トンネル掘削の解析

トンネル掘削に伴なわれる周辺地山の変形および応力分布の経時変化は初期応力状態，地山の力学特性，トンネルの形状，施工手順ならびに施工方法などに影響を受ける。したがって，これらをすべて解析に取り込む必要があるが，それは至難の技である。ここでの解析は以下に与える条件のもとで行った。

a）初期応力状態

一般に，岩盤から成る地山の初期応力は，地質構造や地殻変動の影響を受けるため，被り圧は土被り高さで求まるが，水平方向応力は計測する以外に決定することはできない。しかし，今回はクリープ変形の計測を行った先進導坑の切端付近の土被りから，鉛直荷重はトンネル中心で$\sigma_V = 42$ kg／cm²とし，一方，水平応力σ_Hは地山のポアソン比$\nu = 0.4$として定まる静止土圧係数$K_0 = 2/3$を用いて決定した。

トンネル掘削問題の解析は重力場にある地山を考え，掘削の過程を解析に取り込む方法と，トンネル開削後の形状を与えた初期応力場を作用させて解析する方法の2つがある。

したがって，前者では深さによって応力が変化する。ここでは地山の単位体積重量を$\gamma_t = 2.0$ t／m³としたから，応力場は図8−11(a)のようになる。また，後者の初期応力場は図8−11(b)に示すものを用いた。以下，前者を"自重場の解析"，後者を"外力場の解析"と呼ぶことにする。

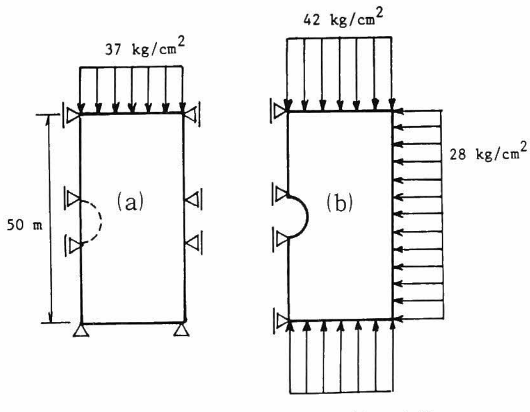


図8−11　初期応力状態と境界条件
(a)　自重場の解析
(b)　外力場の解析

b）地山と覆工の力学特性

粘弾塑性解析に先立って弾性解析を行った。解析に用いた地山とライニングの諸力学定数は表8−1にまとめてある。また，地山は塑性降伏規準を変えることで2種のものを考えた。すなわち，岩盤Ⅰは$c = 4.0$ kg／cm²，$\phi = 20°$であり，岩盤Ⅱは$c = 4.0$ kg／cm²，$\phi = 15°$である。

c）トンネルの形状

解析の対象としたトンネル形状は直径4.6 mならびに5.0 mの円形トンネルである。た

だし，弾性体地山の場合についてのみ馬てい形トンネルの解析を行い，結果を円形トンネルの結果と比較した。

d）有限要素分割

トンネルの解析は図8－12に示す要素分割により，二次元平面ひずみ問題として行った。実際には切端の拘束効果があるから，三次元的に解析する必要があることを認識することが大切である。

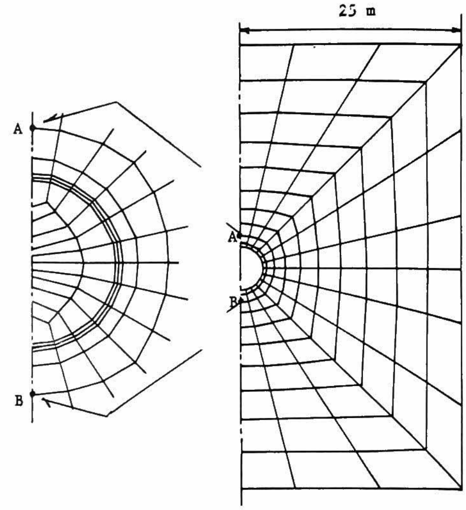


図8－12　解析に用いた要素分割

e）施工方法のシミュレーション

施工方法をシミュレートした解析の流れ図を図8－13に示した。Step Iは図8－13(a)の自重場にあってトンネル掘削前の状態に対応している。Step IIは掘削を$t=0$で行ったときの瞬時変形を求める。Step IIIは 覆工施工を行った後の経時変化を求めるもので，現場においては，吹付コンクリートによる一次覆工，また，岩質によってH型鋼と吹付コンクリートによる覆工が行われることもある。このStep IIIは覆工の効果とそれ以後の時間的挙動を解析するために，掘削3時間後に覆工を施工するものと仮定した。覆工は2種類の剛性を考慮したが，1つは吹付コンクリートに相当する場合（$E=4.9\times10^4$ t/m^2）と他の1つは150Hの鋼製支保工を1mピッチで建て込んだ場合（$E=4.9\times10^5$ t/m^2）である。

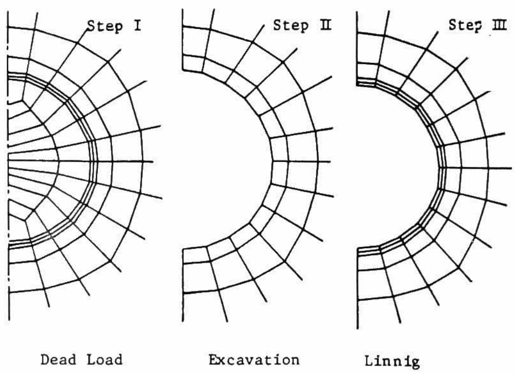


図8－13　施工方法のシミュレーション

表8－1　解析に用いたレオロジカルモデルの諸定数

材料No	1	2	3	4	5	6	7	8	9
解析条件	弾　性	粘弾塑性	〃	〃	〃				
解析方法	自重場	外力場	〃	自重場	〃				
対　　象	岩　盤	岩盤Ⅰ	〃	〃	岩盤Ⅱ	ライニングⅠ	ライニングⅡ	ライニングⅢ	ライニングⅣ
G_1 (t/m²)	1.07×10^4	1.29×10^4	〃	〃	〃	1.88×10^5	〃	〃	1.88×10^4
G_2 (t/m²)	—	6.23×10^4	〃	〃	〃	—	〃	〃	〃
G_2^* (t/m²)	—	6.23×10^4	〃	〃	〃	—	〃	〃	〃
η_2 (t·day/m²)	—	1.25×10^5	〃	〃	〃	—	〃	〃	〃
η_2^* (t·day/m²)	—	1.25×10^5	〃	〃	〃	—	〃	〃	〃
η_3^* (t·day/m²)	—	1.25×10^5	1.25×10^4	1.25×10^5	〃	1.0×10^4	〃	〃	〃
K_1 (t/m²)	5.00×10^4	6.04×10^4	〃	〃	〃	4.08×10^5	〃	〃	4.08×10^4
K_2 (t/m²)	—	2.91×10^4	〃	〃	〃	—	〃	〃	〃
ϕ_2 (t·day/m²)	—	1.0	〃	〃	〃	—	〃	〃	〃
ϕ (°)	—	20°	〃	〃	15°	—	〃	〃	〃
c (t/m²)	—	4.0×10	〃	〃	〃	1.2×10^4	1.2×10^3	8.0×10^2	〃
ρ_x (t/m³)	2.0	0	〃	2.0	〃	0	〃	〃	〃
ρ_y (t/m³)	0	0	〃	0	〃	0	〃	〃	〃
E_i (t/m²)	3.00×10^4	3.61×10^4	〃	〃	〃	0	〃	〃	〃
E_∞ (t/m²)	—	3.00×10^4	〃	〃	〃	0	〃	〃	〃

第4節　解析結果と考察

前節で述べた種々の条件のもとで解析を行った。その解析に用いた条件別に解析番号を表8－2のように付し，順次解析結果を示し検討を加えることにする。

4－1　弾性解による素掘りトンネル形状の比較

円形断面と馬てい形断面の比較検討を弾性解析によって行った。結果の一部を図8－14ならびに図8－15に与えた。

トンネル周辺の主応力は円周方向応力 σ_θ と半径方向応力 σ_r であるが，素掘トンネルで σ_r はトンネル壁面で $\sigma_r=0$ となるから σ_θ が基本的な役割を果している。σ_θ は初期応力場

表8－2　行った解析の一覧

解析No.	解析方法		材料No		備考
	外力場	自重場	岩盤	ライニング	
$E-1$		○	1	－	弾性解
$E(H)-1$		○	1	－	馬てい形トンネル弾性解
$VEP-1$	○		2	－	粘弾塑性解
$VEP-2$	○		3	－	〃　（$\eta_3^*=1/10$）
$VEP-3$		○	4	－	$VEP-1$の自重場での解
$VEP-4$		○	4	6	掘削径5.0mで3時間後のライニング
$VEP-5$		○	4	8	ライニングの強度を下げる
$VEP-6$		○	4	9	ライニングの$E\to1/10$
$VEP-7$		○	5	6	岩盤Ⅱ

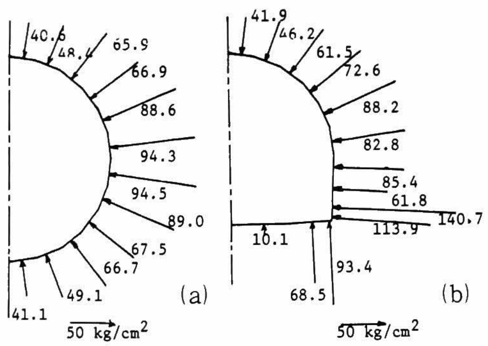


図8－14　トンネル壁面の円周方向応力σ_θ
(a) 円形トンネル　(b) 馬てい形トンネル

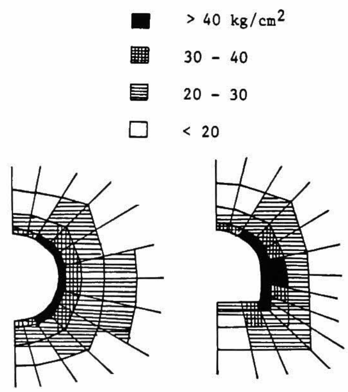


図8－15　トンネル周辺地山内
のせん断応力分布

が等方的であると一定であるが，初期応力場が異方的である場合には引張り力になることもある。一軸圧縮状態（上下方向にP_Vの軸圧とする）においては天端付近に$\sigma_\theta-P_V$の引張り応力が，側壁部には$\sigma_\theta=3P_V$の圧縮応力が作用し，初期応力場が$\sigma_H/\sigma_V=1/3$の場合には天端において$\sigma_\theta=0$となる。

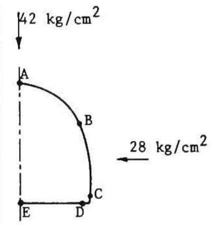
ここで考えている問題においては，トンネル中心で$\sigma_H/\sigma_V=2/3$となるから，$\sigma_\theta>0$であり引張り応力が生ずることはない。最大軸差応力は側壁部に発生し，$\sigma_\theta-\sigma_r=98$ kg/cm²となる。もしも地山の一軸圧縮強度が100 kg/cm²以上であると，ここに求めた弾性解が利用できる。

一方，馬てい形断面の場合には，トンネル周辺におけるσ_θの分布は複雑で，その最小値は底盤部における$\sigma_\theta=10$ kg/cm²，最大値はスプリングラインにおける$\sigma_\theta=141$ kg/cm²であるが天端付近では$\sigma_\theta=42$ kg/cm²となる。この断面形での応力分布は光弾性実験により求められた結果もある。[117] これをFEMによる解析解と比較したものが表8－3である。光弾性実験に用いた空洞形状とここで行ったＦＥＭ解析で用いた形状がやや異なるため，

値そのものは完全に一致することはないが，定性的には良い一致を示している。すなわち，σ_θの最大値は側壁脚部で生じ，それは円形断面の値と比較して約1.4倍の大きさとなる。したがって，最大軸差応力の発生に対して，円形断面が馬てい形断面より有利であることは明らかである。

表8－3　光弾性解とＦＥＭ解によるσ_θの比較

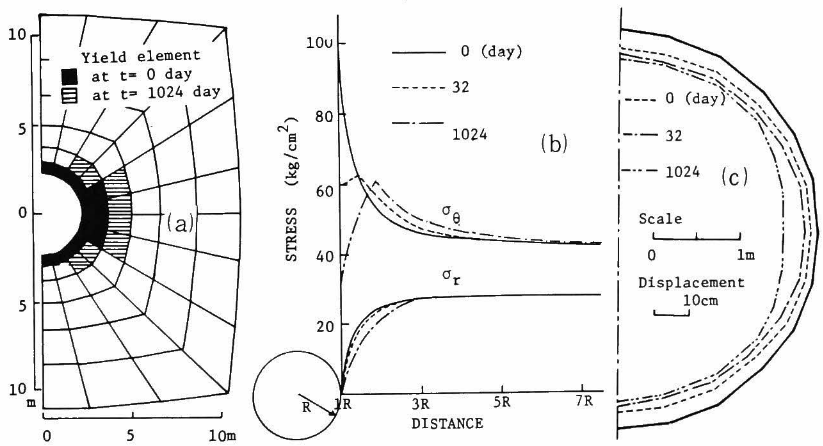
位置	光弾性解	ＦＥＭ解
A	48kg／cm²	42 kg／cm²
B	64	73
C	99	140
D	76	93
E	14	10



4−2　粘弾塑性解による素掘りトンネルの挙動

表8－2に与える$VEP-1$，$VEP-2$，$VEP-3$は円形断面の素掘りトンネルに対する粘弾塑性解析である。塑性に至らない場合に，ヤング率は$t=\infty$で$E_\infty=3.0\times10^4$ t/m^2，ポアソン比は$\nu=0.4$である。しかし，塑性状態になると，見掛けのヤング率は低下し，ポアソン比は0.5に近づくことになる。また，強度定数は$c=40$ t/m^2，$\phi=20°$である。粘塑性抵抗は，塑性状態に入ったときのせん断抵抗をせん断ひずみ速さで除した値となっている。$VEP-2$の$VEP-1$との違いはη_3^*を$VEP-1$の1/10と仮定したところにある。

$VEP-1$の結果を図8－16に，$VEP-2$のそれを図8－17にそれぞれ与えてある。各図の(a)から，塑性域がスプリングラインから天端あるいは底盤にわたって拡がり，破壊が進行することが判かる。変形は粘塑性抵抗η_3^*を低く与えた$VEP-2$において顕著に現われている。すなわち，スプリン



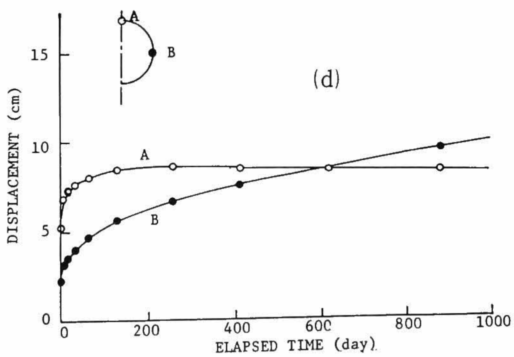


図8－16

$VEP-1$の解析結果

(a) 塑性域の拡大
(b) 周辺地山内の応力分布
(c) トンネル壁面の変位の時間的変化
(d) 天端ならびにスプリングラインの変位の時間的変化

グライン部の塑性押し出しが大きく，そのクリープ変形速度は一定に保たれ破壊を続けている。一方，天端と底盤の変形は掘削直後直径の縮小する方向に生ずるが時間が経過すると逆方向に変形を開始することも明らかである。

弾性解との差異はスプリングライン部の塑性押し出しとそれに伴なわれる変形の様子に表われている。

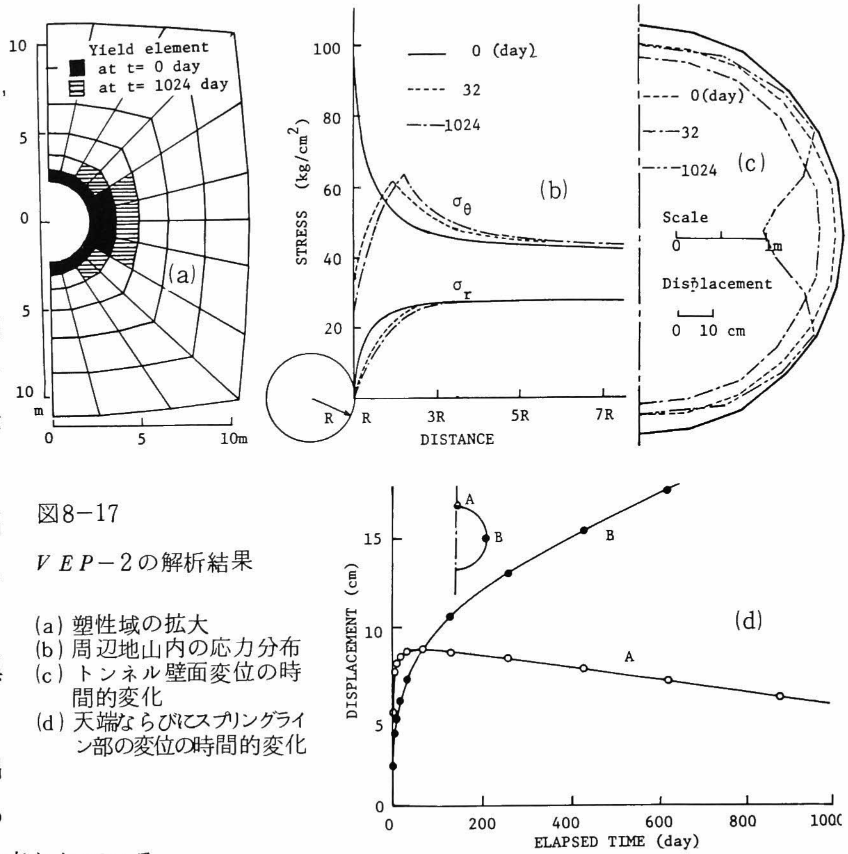


図8−17

VEP−2の解析結果

(a) 塑性域の拡大
(b) 周辺地山内の応力分布
(c) トンネル壁面変位の時間的変化
(d) 天端ならびにスプリングライン部の変位の時間的変化

トンネル周辺地山内の応力分布は，掘削時に弾性解と一致する状態にあったが，時間と共に応力の再配分が生じて，安定化の方向に向う。図(b)はスプリングラインを通る断面上におけるσ_θとσ_rの分布の時間的変化を示すが，これからもトンネル半径分程度が塑性域に入っていることが理解できる。

VEP−3は*VEP*−1の外力場に対して自重場での解析である。ここに結果は図示しないが，その差をまとめると以下のようになる。まず，スプリングライン部の変形挙動はほぼ等しいが，天端と底盤部の変位には自重場では差が生じ，天端の変位が大きくなる。しかし，基本的にはそれ程の差はないという結果になっている。

4−3 粘弾塑性解による覆工を有するトンネルの挙動

素掘りの場合は，"外力場の解析"と"自重場の解析"結果にはそれ程の差が生じないが，覆工を施工する場合は"外力場の解析"であると，あらかじめ空洞と覆工が存在する状態において外力を加えるため，掘削から覆工の打設までの期間内に生ずる弾性あるいは粘弾性的な変形を無視することになるので相互作用の影響を取り込むことができない。

そこで，本研究において解析はすべて自重場において行った。

表8－2に示すVEP－4～VEP－7はパラメーターを変化させて，覆工のある場合のトンネル掘削問題を解析したものである。覆工のヤング率や強度定数

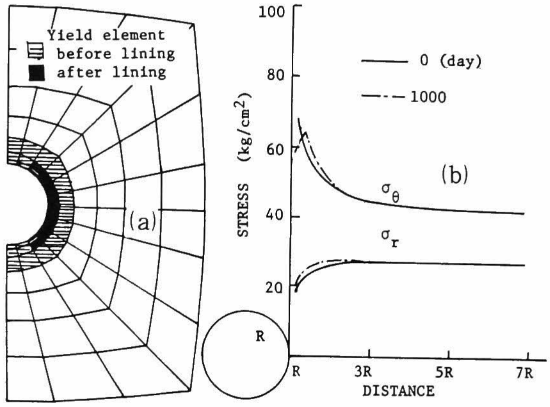


図8－18　VEP－5の解析結果
(a)　塑性域の拡大
(b)　周辺地山内の応力分布

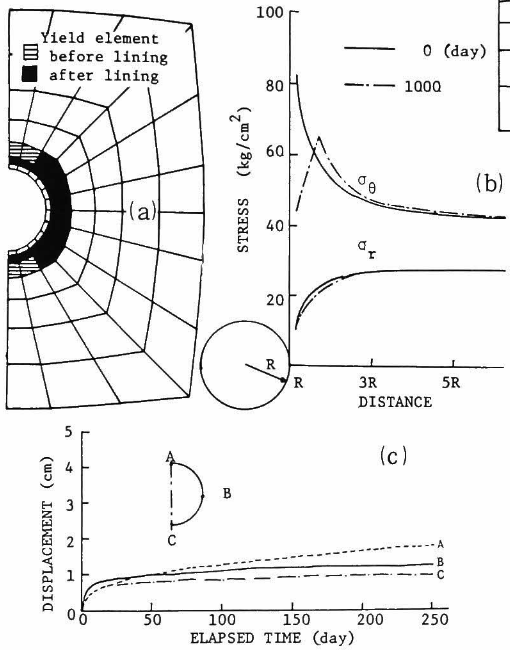


図8－19　VEP－6の解析結果
(a)　塑性域の拡大
(b)　周辺地山内の応力分布
(c)　天端，スプリングライン底盤の変位

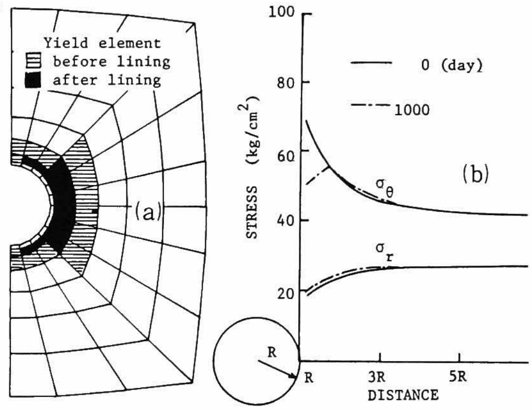


図8－20　VEP－7の解析結果
(a)　塑性域の拡大
(b)　周辺地山内の応力分布

の大きさによって，地山内の塑性域の拡大の様子や，覆工の破壊の有無に関しての差異は明らかにされたが，基本的な変形や応力の分布に大差はない。

VEP－5の結果を図8－18に，VEP－6を図8－19に，さらにVEP－7を図8－20にそれぞれ与えてある。

覆工の強度が$c=1200\sim120$ kg／cm²程度に強いVEP－7の場合は覆工に破壊が生じない。

地山はいずれの場合もスプリングライン部から塑性域になり，天端および底盤部にも次第に拡大していく。また，岩盤強度の小さいVEP－7では塑性域は他の場合に比較して大きくなっている。

覆工の強度を$c=80$ kg／cm²程度にすると，トンネルの変形を許さない剛なライニング

と変形を許す柔なライニングの差が明らかとなる。すなわち，覆工が剛な$VEP-5$では覆工のスプリングライン部で破壊が生じているのに較べて，覆工の柔な$VEP-6$では覆工が破壊していないことが判かる。地山内の塑性域の大きさは$VEP-5$と$VEP-6$では大差はないが，やや$VEP-6$の方が大きい。

4−4　トンネル断面の変形速度

図8－21に素掘りの場合，($VEP-1$)と覆工のある$VEP5$～$VEP-7$の変形速度と経過時間の関係を与える。これらの図には，変形速度の大きさに若干の差がみられるが，定性的には数日から数十日経過後に水平方向の収縮速度が鉛直方向のそれより大きくなって，塑性押出し（plastic intrusion）現象が顕著になるのが理解できる。

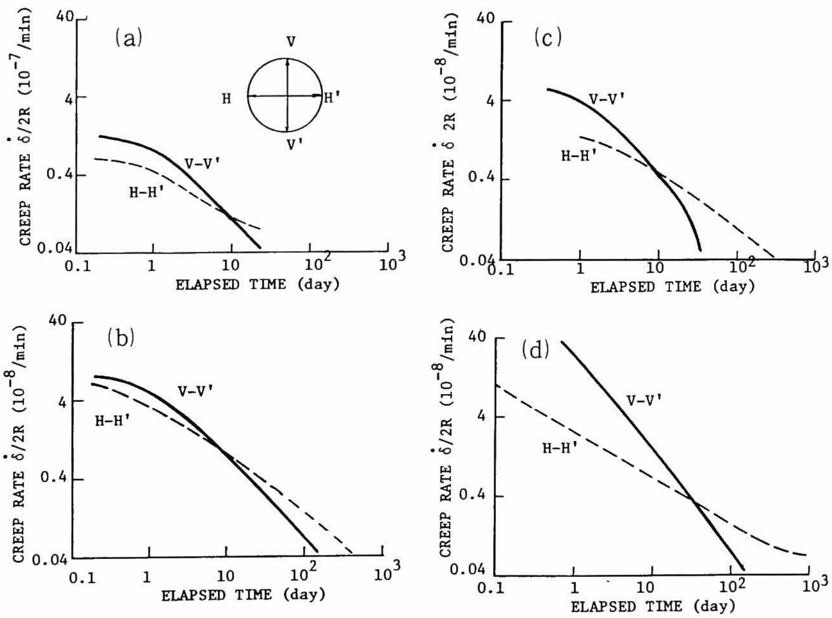


図8－21　解析によって求まるクリープ変形速さと経過時間の関係
(a)　$VEP-1$（素掘トンネル）　(b)　$VEP-5$
(b)　$VEP-6$　(d)　$VEP-7$

一般に軟岩の遅延時間定数は数～数十時間程度であるから，坑径変化が粘弾性的性質に起因しているものなら，数日間で変化が終了すると思われる。坑径変化が数日以上継続するときは，粘塑性的なクリープ特性がその大きな原因になっていると考えられる。

青函トンネルにおいて実測されたクリープ速度と崩壊などとの関係をみると，クリープが比較的短時間で終了しているものもあり，また数日以上継続して安定しているものも，あるいは崩壊に至っているものもある。こうした現場計測の結果を示す図8－9に解析の結果求まるクリープ速度も併せて与えておいた。この図によって，現場計測によるクリープひずみ速度と掘削後の経過時間の関係から，安定に向う範囲と，崩壊に至る範囲に分け得る可能性についてはすでに論じた。解析結果をみると，この経過時間に対するクリープ

ひずみ速さのレベルは粘塑性抵抗の大きさによって変化し，素掘りの場合を基準に考えると $\eta_3^* = 4 \times 10^2$ kg・day／cm² 程度の値が，現場の計測結果をよく説明できそうである。

図８－９によって示される安定化領域と非安定化領域の境界は，岩盤の特性によって若干変化することが考えられるが，これに対しては，岩盤の特性にあわせて，この安定化規準線をあらかじめ想定することが可能である。すなわち，掘削後のトンネル坑径のクリープ変位速度を用いて，トンネルの掘削に対する安全性の規準を与え計測管理することが可能であると考えられる。

第９章　トンネル工における計測工法[97]

第1節　概　　説

トンネル工事において，"果して掘れるのか？"という問は弱者の戯言であり，これまで掘ってきたという経験を背景にして"絶対に掘ってみせる"という自負が強者の持論である。従って，"計測などは工事の邪魔になりこそすれ，役に立つ代物ではない"が現場での通り相場であった。事実，現場計測のもたらす利益を具体的に提示できなければ，このような批判もあながち的はずれではない。

本章では第6章の序章における議論と一部重復するが，トンネル掘削の基本理念と計測の意義についてまず明らかにする。ついで，施行管理を目的とした現場計測工法の現況と展望を，深いトンネルと浅いトンネルのそれぞれについてまとめ，さらに計測と設計との結びつきを NATM ならびにＳＣＴにおける具体例に基づいて説明する。

しかしながら，冒頭に述べた事情もあって，トンネル工事における現場計測工法は最近までかなり遅れていた。これまでは仮りに計測が行われたとしても，"単に計測をした"に留まるケースが大半であった。そのようなわけで，確立された計測工法というよりも計測工法のあるべき姿を論ずることになる。

第2節　トンネル掘削の基本理念と現場計測の意義

今世紀に入ってから，トンネル掘削技術は各種工法の開発と実用化という面で飛躍的に進歩した。例えば，

(1)　高圧湧水を伴なう地山の水処理工法としての水抜孔，水抜トンネルの効果

(2)　軟弱地盤や滞水層の掘削のためのシールド工法，凍結工法または注入工法

(3)　鋼製支保工出現による全断面掘削，"地山を緩めず弾性変形させる"ための吹付コンクリート，ロックボルト，パイプ支保工，ルーフサポート工法等の補強工法

(4)　迅速掘削工法としてのトンネルボーリングマシン

(5)　地質調査のための物探，長尺先進ボーリングの改良，開発など。

このような施工技術の進歩により，工事が短期間に完了するようになったが，事前に行う地質調査の不十分さから，工事を困難にしているきらいもある。"困難な工事を完成させたことで，起業者側の技術者には誇りと満足感と陶酔があり，その上輝かしいキャリヤーの持ち主として将来が約束されるであろうが，他方，施工者側の技術者は，企業利益があがらない限り成績不良の扱いを受け社内的に不遇となる"と高橋[118]は述べ，十分な事前

の地質調査が必要であることを強調している。

しかし，工事を困難にしているのは，単に地質調査の不備にのみ原因があるわけではなく，トンネル工事における設計と施工が有機的に機能していないところにもその一端がある。Peck[119]の言葉によれば，トンネル工学が他の土木工学分野に比較してきわめて遅れているのは，重要で緊密な関係にあるべき設計と施工が遊離しているからである。すなわち，トンネル周辺地山の挙動は，地山の性質，支保工，覆工の剛性，さらには施工順序や方法，その巧拙によって影響を受けるが，それにもかかわらず，施工中に起る変状に対処するには経験的な技術が最優先とされ，設計と施工が有機的に機能していないからである。

このような批判に対して，一地点に限定される他の多くの土木工事と異なり，地山状態を前もって精査できないトンネル工事の特殊性を挙げて反論することも可能であろう。しかし，それならばなおさらのこと，切端の進捗とともに千変万化する地山の挙動を，計測の助けをかりて正しく把握し，過去に蓄積された貴重な経験と理論を背景として，的確に施工に反映する一連の過程が必要であると考えられる。つまり合理的なトンネル工法を，起業者と施工業者の密接な協力によって樹立する時代が到来しているといってよい。

第6章で述べたように，"トンネルは地山で持たせる"や"地山は緩めず弾性変形させる"というトンネル掘削の基本理念を具現化するためには，地山の特性を十分に把握しておくことが大切である。しかしながら，事前にそれを把握し予測することは至難の技であるから，それを補うために，切端の進捗に伴なう地山の変状を計測し，結果を的確に設計施工に反映させるという，いわゆる計測工法を確立していく必要がある。

それではトンネル工事で，計測によって期待できる利益は何かというと，以下の3点であろう。

(1) 設計の妥当性の検討と，以後の設計指針の確定

(2) トンネル掘削断面の安定性の検討と，対策工法の選定

(3) 隣接既設構造物への影響度合の判定と，対策工法の選定

このようなトンネル掘削時の安全確保と合理的設計という目的で，数多くの計測が考えられ，かつ実施されている。しかし，現状では単に計測したにとどまるものが多く，計測結果を直ちに設計，施工にフィードバックして，設計変更や施工管理に利用した例は数少ない。仮りに実施したとしても，試験坑道を設けて各種の試験を行い，設計や施工法を決定するのが普通である。これは以下の(1)〜(4)のような計測に対する要求に，現在のところ応えられないため，計測が現場で歓迎されないからでもあろう。すなわち，

(1) 施工の障害とならず，短時間で有意の状態量を計測できるのか？（計測すべき山は悪い－悪い山は一刻も早く抜きたい－混雑を窮める狭い切端で計測を許す余裕がない）

(2) 最も要求の多い切端の安定性を予測する方法があるのか？

(3) 危険・変状が予知できたとしても，施工規正を行うための効果的な対処工法があるのか？ また施工規正を行うべしと判断する定量的な規準があるのか？

(4) 切端からの距離を，前方 50〜100 mの小範囲に限定したとしても，事前に施工法を決定できるのか？

以上の問に答えてこそトンネル工事における計測が意義をもち，これらに対処できるものとして，計測工法が確立されるのである。

前述のように，トンネル掘削技術は各種工法の開発と実用化によって飛躍的に進んだ。一方，計測機器の進歩も目覚ましい。短時間に掘削断面の変状を高精度に測定できるものや，地山内の力学挙動を観測する手法も確立しつつある。ゆえに，残された仕事は，"トンネルは地山で持たす"という掘削の基本に立って各種工法と計測を有機的に組合わせた施工法を樹立することである。

そこで，トンネル施工における現場計測を図 9 − 1 に示すように 2 つのステップに分けて考えてみる。ステップⅠは，基本設計にフィードバックする情報を得るための計測である。試験坑を用いて事前に行う場合，あるいは実際の坑道で実施する場合，いずれにしても設計の基本思想の現場確認，および以後の設計指針を与えるもので，先述の(1)に相当する。

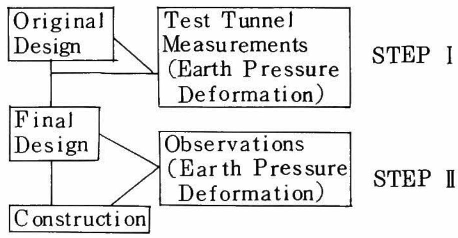


図 9 − 1　トンネル設計・施工と現場計測

例えば，新丹那トンネルでは，地質調査坑を利用して地山の膨張性や支保工に作用する土圧を調べ，設計に活用している。[120] また，青函トンネルでは第 7 章で述べたように，海底トンネルにおける最大の課題とされる高圧水の影響を明らかにするため，竜飛方に試験坑道を設け，各種の試験を実施することによって，水抜孔の効果や注入止水の適正規模，支保工−覆工にかかる土圧等の諸問題が検討された。

ステップⅠの現場計測が設計に組込まれているものには，新オーストラリア式トンネル工法（New Austrian Tunneling Method）や，世良田らによって開発された応力制御工法（Stress Control Technique）がある。これらはいずれも"トンネルは地山で持たせる"というトンネル掘削の基本に立脚した工法で，詳細は節を更めて説明する。

次に図 9 − 1 のステップⅡでは施工中に切端や空洞断面の変形量とか変形速度を計測することにより，それらの安定性を検討する。また地下鉄などの浅いトンネルでは，隣接既設構造物への影響を監視しながら施工規正を行う。つまり，合理的・経済的にトンネル工

事を進めようという本来的な意味での現場計測工法といえよう。

第3節　深いトンネルにおける計測工法

深いトンネルに対しては，切端前方の地山状況を把握しながら順次施工規正を行うという段階にまで至っておらず，直面する切端や掘削断面の計測によって応急的な処置を施こしているのが現状である。

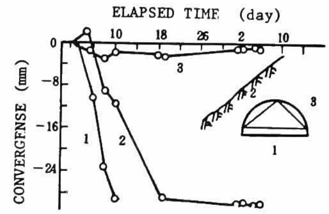


図9−2　坑道断面変形観測による施工規正[110]

例えば，1977年スイスで開催された岩盤の現場計測に関するものでは，トンネル断面変形の計測結果を，施工の安全管理に利用した例が報告されている。その中の1つは，図9−2に示すような偏圧を受ける高速道路トンネル（断面120 ㎠）の変形観測に基づく施工管理である。[121]工事は上半先進で行われたが，ある断面における変形計測の結果，測線1と2の変形が掘削後急速に増加し続けていることが判明した。そのため，掘削18日後に応急処置として，天端を支える支保工を挿入し，事故を未然に防止したというものである。

しかしながらこの1，2年の間にＮＡＴＭ工法の議論がにぎやかになるにつれて，覆工の適切な施工時期の判定，さらに進んで変状が予測されれば吹付コンクリートやロックボルトを追加施工するなどの施工規正のために深いトンネルにおいても計測を実施する現場が増加してきた。深いトンネルにおける計測はトンネル断面の変形，覆工に作用する土圧の計測，さらに周辺地山内にエクステンソメーターを設置して地山の変形を測定することなどが普通である。とくに最近トンネル軸に平行にボーリング孔を設け傾斜計を利用してトンネル掘削による切端前方の変形を計測して，切端の進む前に前方の地山性状を予知するなどの試みが行われるようになったが，トンネル掘削諸問題を検討するための価値ある資料を与えるのみならず，事前に危険を予知するためにも効果のある計測手法であると思われる。

ところで，上述のように種々の計測は行われても最も大切なことは前節で述べた計測が答えるべき第3の回答があるということである。すなわち，"危険，変状が予知できたとしても施工規正を行うための効果的な対処工法があるのか？　また施工規正を行うべしと判断する定量的な規準があるのか？"の問に答えを準備しなくてはならない。前者に対しては近年の施工法の進歩によって上述したように吹付コンクリートやロックボルトの増打ちによって対処できる場合も多いと考えられる。後者に対しては現在確固とした方法，手法は見当らないが，第8章で論じたクリープ変形速度を判定規準に用いるのがかなり有望なものと思われる。第8章と重複することになるが，青函トンネルにおける計測結果を用

いながらこの点に関して議論を進めてみよう。

図9－3は青函トンネルにおいて行ったクリープ計測の方法を示している。切端は側壁にピンを打込みそれら2点間の距離の相対変化を短時間に測定しクリープ速度を求めるわけである。切端を利用して計測を行うことは現場では歓迎されないので，できるなら作業工程に加えることが望ましい。このようにしで計測した結果，安定に向う坑道の場合には図に示すように掘削後時間とともにクリープ変形速度は急激に減少に向う。

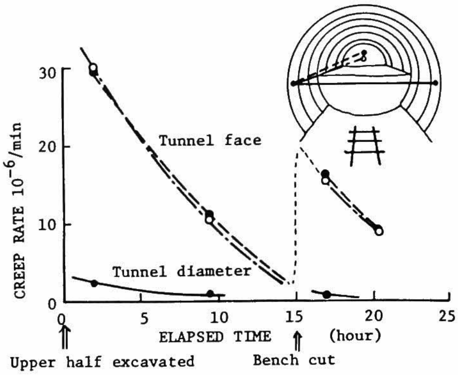


図9－3 クリープ計測手法と安定に向う坑道の変形速度の時間変化

図9－4は掘削後のクリープ変形速度が指数関数的に減少する安定に向う地山の例を与えている。

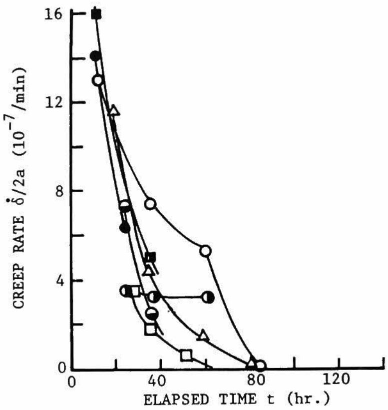


図9－4 安定に向う坑道のクリープ変形速度の時間変化

図9−5は崩壊を生じた地山付近のクリープ変形速度の経時変化を示している。このように安定に向わないときにはクリープ速度が大きな速度レベルを保つか，あるいは増加することがある。崩壊が生じたのは〔3529.7 m〕地点である。崩壊地点より約6 m手前の〔3524.2 m〕地点では掘削後約7日後の崩壊までクリープ速度が単調に増加しており，さらに，〔3526.2 m〕と〔3528.2 m〕地点でもかなり大きいクリープ速度を有していたことに注目したい。このように不安定に向う坑道ではクリープ速度の持続ないしは増大が見ら

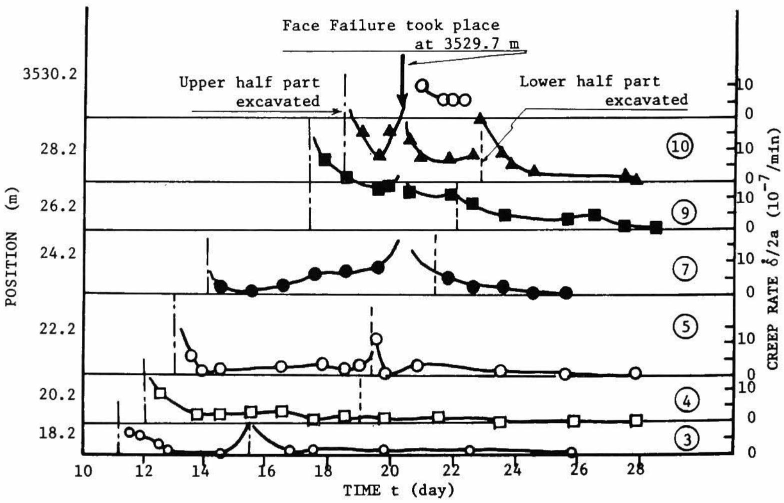


図9−5 崩壊の生じた地山付近のクリープ速度の経時変化

れるのである。

図9－6はクリープ速度と切端掘削後の経過時間との関係を両対数紙上に求めたもので第8章で行った粘塑性流動に対する有限要素法による解析結果も併せて示してある。青函トンネルにおける主として第三紀推積の軟岩からなる地山では，クリープ速度が図にハッチをつけて表わす限界線より左下方にあれば安定した地山であるが，崩壊に至るような不安定な地山ではその限界線の右上方にあるか，場合によっては当初安定領域にあったものが限界線を越えて不安定領域に入ることもある。したがって，クリープ速度に対するこの関係図が計測を行うことで求まると，坑道の安定性を定量的に検討できる規準として利用できることになる。

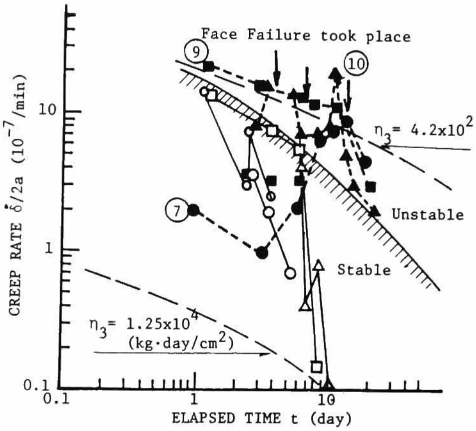


図9－6　クリープ速度による地山の安定規準図

以上，変形計測に関する例を示したが危険の予知に利用できる定量的な規準が確立しているわけではない。トンネルの計測工法を樹立するためには青函の例にみられるような悪い地山における計測の実施と結果の集積が必要である。しかし，時間や手間のかかる計測は安全に役立たぬばかりか有害になることもある。取扱いが簡単で迅速に計測でき，施工のサイクルを乱さず，しかも信頼の性の高い測定結果の入手できる方法が望まれる。

変形の計測を目的としたものには，テープエクステンソメーターやマイクロクリープメーターも適しているが，先にも述べたようにトンネル軸と平行なボーリング孔を用いた水平傾斜計による近傍地山内のトンネル掘削による変形挙動をとらえる方法は学問上からも工学上からも今後大いに発展を期待したい計測手法であると考えられる。

第4節　浅いトンネルにおける計測工法[122]

地下鉄など浅いトンネル工事における最大の課題は，坑道の安定性もさることながら，隣接構造物に与える影響を最小限度にとどめることである。こと計測に関しては，深いトンネルと異なって地表面からの計測が可能であるため，計測工法の適用は比較的容易である。

トンネル開削による隣接構造物への影響度合を列挙すると，およそ次のような要因が考えられる。

(1)　トンネル自身による失地盤量（これは掘削方法，支保工，裏込めなどの施工法によ

り変化する）

(2)　周辺地山の変位分布と体積変化

(3)　地表面の沈下（くぼみ）の規模，形状ならびに最大沈下量

これらのうち，(3)は地表面の測量によって比較的簡単に計測できるから，データーも豊富である。(1)と(2)の測定は，(3)に比較して困難であるが，地山の挙動を明らかにしてこそ(3)の定量的な把握ができるので，(1)と(2)の観測も重要である。

軟岩を対象としたものではないが，ワシントンの地下鉄工事で，シールドを用いた掘削の際にいくつかの測定地点を設けて，周辺地山の挙動が集中的に計測された。主として伸縮計と傾斜計が利用されており，トンネル軸に直交する面内での測定計器の配置を図９－７に示した。

図９－８はシールド切端通過後に，トンネル直上地山内４点の鉛直変位と地表面沈下がいかに推移するかを描いたものである。これによると，トンネル直上の変位量は，シールド部分が通過する際に全体の 2／3，残り 1／3 はシールド後部が通過した後で生ずることがわかる。すなわち，失地盤量の大半は，シールド切端の前面とか，シールド通過後に生じるのではなく，シールド機の直上で発生することを示しているが，この事実は地表面の沈下観測のみでは感知できないことが図９－８より明らかである。なお，この場合においてはシールド機の一部を改良することによって，15cmの地表面沈下を５cm以内に減少させることができたと報告されている。

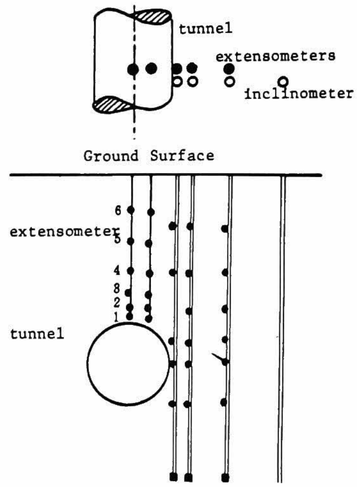


図9−7　シールドトンネルにおける計測位置[122]

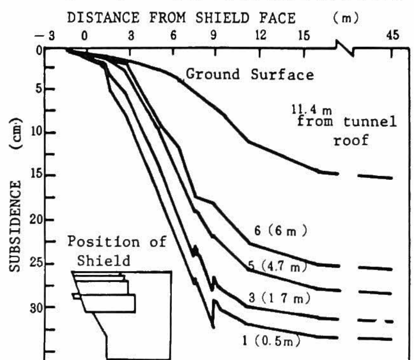


図9−8　伸縮計によるシールド直上地山内の沈下[122]

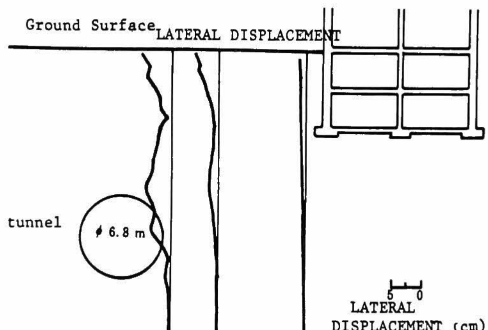


図9−9　傾斜計によるシールド周辺部の水平変位[122]

図９－９は傾斜計による地山の水平変位の様子を示している。また，鉛直と水平変位の測定結果を用いて，トンネル周辺地山の変位量と変位の方向を与えたものが図９－10である。この図から，地山の体積変化とひずみ分布がわかり，隣接構造物に影響する地表面近傍における変位量の限界値を決定することができる。図９－11はシールド切端前方の水平変位を傾斜計で測定した結果であって，トンネル軸線方向の地山の動きをみることができる。

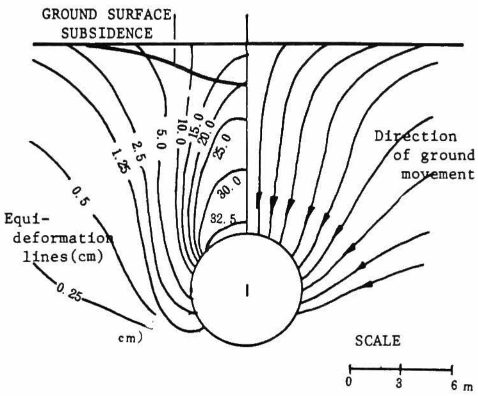


図9−10　シールド周辺地山内の全変位量と変位の方向[122]

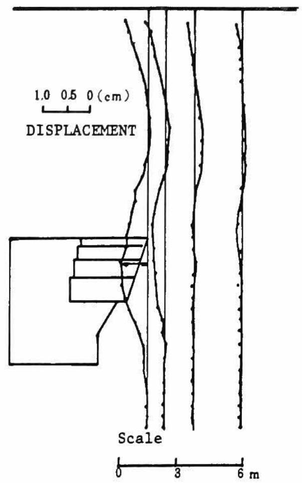


図9−11　シールド切端前方の水平変位[122]

さて，隣接構造物への影響度合を判定する指標として，地表面沈下（くぼみ）の形状に着目するのも１つの方法である。[119] 理論的な裏付けはないが，地盤の沈下形状は正規分布曲線に近いものとなる。図９－12はトンネルの位置，寸法と正規分布曲線で表わした地表面の沈下形状を示している。中心部の最大沈下量を$\varDelta V_{max}$，中心線から沈下曲線の変曲点までの距離をiとすると，i点の沈下量は0.61 $\varDelta V_{max}$となる。また，地表面沈下の単位奥行き当りの体積変化$\varDelta V_{set}$は次式で与えられる。

$$\varDelta V_{set} = 2.5 \cdot i \cdot \varDelta V_{max} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (9-4-1)$$

図９－13は種々の地山条件に対して，これまで得られている結果に基づいてまとめられたz/Dとi/Rの関係である。[119]

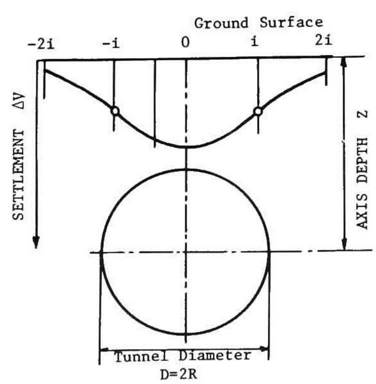


図9−12　トンネルの位置と地表面沈下の関係[108]

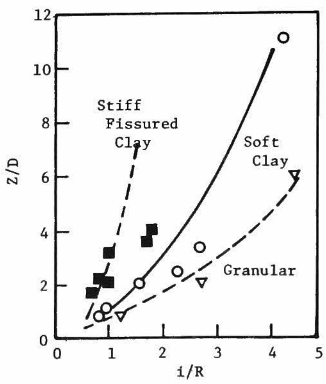


図9−13　地山条件の差によるトンネルの位置と地表面沈下の関係[119]

粘土中にトンネルを開削する

ときの難易度の一判定法として，次式のような安定係数N_bを導入することができる。[123]

$$N_b=(p_z-p_a)/S_u \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (9-4-2)$$

ここに，p_zはトンネル中心深さzの被り圧，p_aは圧気工法の場合に用いる空気圧，S_uは地山の非排水せん断強度である。そして，掘削の難易度として次のような規準を与えた。

$N_b=1\sim2$：短期間の挙動は弾性的で問題はない。

$N_b<5$：さほど問題はない。

$N_b>7$：シールドでも直進が困難である。

また地表面沈下量$\varDelta V_{set}$は，N_bをもとにして次のように推定できる。

(1) $\varDelta V_{set}$は，$N_b<4$のとき全掘削土量の1％，$4<N_b<6$のとき1～5％。

(2) トンネル径Rと深さzが与えられるから，変曲点までの距離iは図9－13から求められる。

(3) したがって$\varDelta V_{max}$は式（9－4－1）によって決定できる。

他方，非粘性土に対しては

(1) $\varDelta V_{set}$は全掘削土量の1％とする。ただし，ゆるい地山，施工のまずさ，地下水低下の不完全さによってその率は増加する。

(2) iは図9－13から求められる。

(3) $\varDelta V_{max}$は式（9－4－1）によって推定できる。

このようにして，事前に地表面沈下量が推定できるから，隣接構造物への影響度合を検討することが可能である。もし問題があると判断されれば，当然その対策が考えられるべきであるし，問題がないとされた場合でも計測工法によって，不測の事態を招くことのないよう配慮すべきである。

第5節　新オーストラリア式トンネル工法（New Austrian Tunneling Method）と計測

これは略してNATMといい，すでに第6章で述べたようにオーストリアのRabcewiczらによって提唱されているトンネル工法である。この工法に関して，多くの紹介がなされてはいるが，群盲象を撫でる感なきにしもあらずで，その実体が明らかにされているとはいい難い。従って，ここでは筆者の理解する範囲でその解説を試みるとともに，NATMにおける計測について述べる。

まず，NATMの特徴は第6章において(1)～(3)の3点にまとめたが，地山補強のため，薄肉柔構造としての吹付コンクリートやロックボルト，またダクタイル支保工を具体的工法として用いているところが，NATMの特色であるといってよい。柔軟な覆工によって反力

を与えながら，地山が平衡状態に落着くまで変形を許すのは"地山を緩めずに弾性変形させる"ことである。またこれにより，覆工内に過度の曲げモーメントが発生せず，地山への反力が一様分布になるという利点がある。このことは第8章における有限要素法による解析の結果，覆工が剛である$VEP-5$では覆工のスプリングライン部で破壊を生ずるが覆工の柔な$VEP-6$では覆工が破壊しないという結果とも一致する。

この柔なたわみ性覆工では反力が一様に分布し，覆工内部に曲げモーメントが生じないことをPeck[119]は図9－14を用いて次のように説明している。図9－14(a)のように，鉛直と水平応力が異なる地山内にトンネルを掘削する場合を考える。

(1) たわみ性を持ち，圧縮のリング応力には耐える円形覆工を，周辺地山を乱すことなく押し込む。

(2) 覆工内部には土が残っているから，覆工への作用土圧分布は，図9－14(b)の左側半分に示すように一様ではない。

(3) ついで，内部の土を取り去ると，たわみ性覆工が平衡を保つためには，作用土圧が一様とならねばならない。従って図の右側半分に示すように，鉛直土圧が減少する一方，水平土圧は増加して一様分布となる。このような土圧の再配分によって，覆工は図中の点線のように楕円に変形するが，作用土圧は一様となるから，覆工内に曲げモーメントは生じない。実際には完全なたわみ性覆工は，フラットジャッキによる場合を除いてはありえないし，また単に力の釣合だけでは問題は解決しないが，たわみ性覆工の機構をよく説明していると思われる。

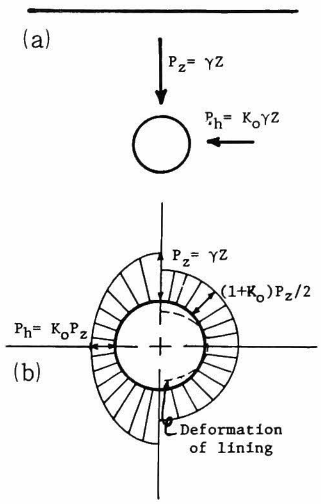


図9－14 仮想覆工の土圧分布と変形[108]
(a) 異方土圧条件
(b) 土圧と変形分布

さて，"地山を緩めず弾性変形させる"という掘削の基本を今一度考えてみよう。まず覆工反力の大小で，地山内に生ずるゆるみ域がいかに変化するかを地山が，Mohr－Coulomb の塑性規準を満すとして解析してみる。その結果は，$p_0=\gamma H$なる一様な応力場においては，ゆるみ域の半径ρ_pと覆工反力P_iの関係が次式で与えられることになる。

$$P_i=-c\cot\phi+(1-\sin\phi)(P_0+c\cot\phi)\left(\frac{R}{\rho_p}\right)^{\frac{2\sin\phi}{1-\sin\phi}} \quad \cdots\cdots(9-5-1)$$

図9－15は境界条件$r=R$のトンネル壁面でP_iなる覆工・支保工反力と，$r=\infty$で$P_0=\gamma\cdot H$（ただし，γ：地山の単位重量，H：トンネルの深さ）なる潜在地圧が作用する様子と，地山内応力σ_r，σ_θの分布ならびにゆるみ領域ρ_pを模式的に描いたものである。ゆる

み域内 $r < \rho_p$ では，すべての点の応力 σ_θ，σ_r がMohr−Coulombの規準を満していることはいうまでもない。

地山の粘着力 c を無視すると，式（9−5−1）は

$$P_i = P_0\,(1-\sin\phi)\,\left(\frac{R}{\rho_p}\right)^{\frac{2\sin\phi}{1-\sin\phi}} = n\,p_0 \qquad \cdots\cdots\cdots\ (9-5-2)$$

となる。図9−16は式（9−5−2）の関係を示したもので，P_i が大きい程ゆるみ域が小さくなることが明らかである。

次に覆工反力 P_i とトンネル壁面変位 u_a の関係を考えてみる。覆工が完全に剛であると変位が生じない（$u_a = 0$）から，土圧は潜在土圧そのものとなるが，素掘りトンネルの場合（$P_i = 0$）は，平衡に達するまで変位が生ずることになる。この P_i と u_a の関係をNATM流に図示したものが図9−13である。

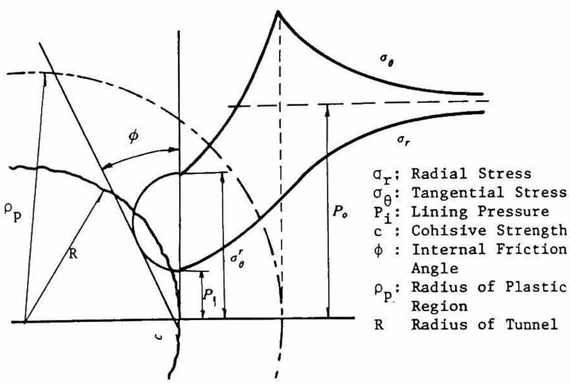


図9−15 等方潜在地圧のもとでの円形トンネル周辺の応力分布101)

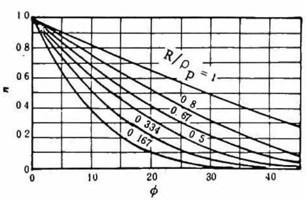


図9−16 覆工反力 $p_i = n\,p_0$ と内部摩擦角 ϕ の関係101)

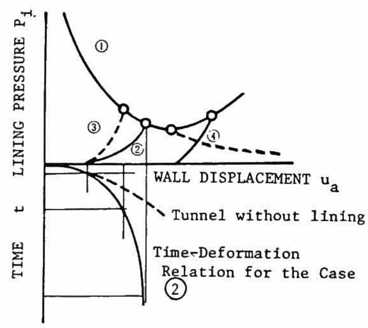


図9−17 トンネル覆工による土圧と変位の関係101)

図9−17において③は比較的剛な覆工，④は施工時期を失して地山を緩め過ぎた場合，②は適度の変位 u_a をもち覆工土圧が最小であることを示しているが，最も望ましいのは②のケースであるといえる。

ところで，先のMohr−Coulombの破壊規準を満たす地山を対象として，P_i と u_a の関係を求めると，図9−17に示す破線のような関係，すなわち u_a が増加すると P_i は単調に減少することになり，上記の事実を説明できない。これを説明するためには岩盤の応力−ひずみ関係を忠実に追跡して解析すればよいはずであって，第6章における図6−1により説明を行った。

このような覆工反力ー変位量の関係を解析によって定量的に求めることは未解決の問題である。そのため試験坑道を設けるか，施工時に地山の変形や作用土圧を計測して情報を集め，その結果に基づいて基本設計を行うことが必要である。さらに本覆工の施工時期やその厚さについても，トンネル掘進とともに100 mとか200 m毎に代表断面を選んで入念な計測，特に断面の変形計測を行い決定するというのがNATMにおける計測の役割となっている。

図9－18は，切端が自立しない地山の，上半先進による掘削時におけるNATMの施工手順を示している。すなわち，Ⅰ,上半掘削，Ⅱ,可縮鋼枠，金網，ロックボルト，吹付コンクリートの施工，Ⅲ，核部の掘削，Ⅳ，側壁部掘削，Ⅴ，側壁部にⅡと同一の施工，Ⅵ，下半核部の掘削，Ⅶ，インバートの施工，これで一次覆工は閉合する。その後，Ⅷ，ポリエステル施工，Ⅸ，本覆工の施工へと進む。

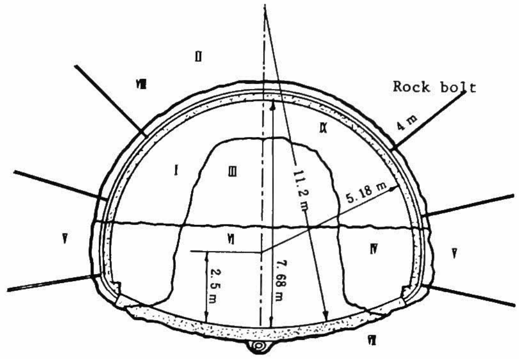


図9－18　NATMによる典型的施工手順[101]

図9－19は一次覆工施工過程における変形計測結果の一例を示すが，迅速なトンネル覆工の閉合によって変形が急速に平衡状態に至る様子が理解できよう。

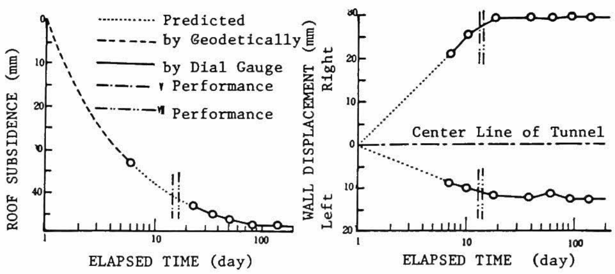


図9－19　ある断面における変位計測結果[101]

第6節　応力制御工法（Stress Control Technique）と計測

第二次世界大戦後，世界各地でカリ鉱床の開発に力が注がれていたとき，当時世界最大のカリ鉱床がカナダ中央部の地下1000～1200 mで発見された。 カナダ政府は岩盤の強度からみて，750 m以深の坑道開削は危険であると警告したが9つの会社が従来のRoom and Pillar 工法（幅7.5 m，高さ3 mの坑道を間に12 m 幅の壁を残して掘削する方法）によって開発に着手した。その結果，すべての鉱山で坑道天端の崩落問題に直面し，ある鉱山では鉱夫の離散によって閉山寸前にまで追い込まれた。

天端の破壊の様子は図9－20に示すようなものであり，検討の結果，水平接線応力によ

る天端部の座屈であることが判明した。この崩壊問題を解決するために，計測と理論解析によって開発されたのが，応力制御工法であり，それは支保工や覆工を用いず，坑道の断面形状と複数坑道の配置を制御することで，"トンネルは地山で持たす"というトンネル掘削の基本理念に立脚している。そして地山の性質に応じて以下の3つの坑道安定化法，すなわち免圧法（Stress Relief Method），双設坑道法（Parallel Room Method），時間制御法（Time Control Method）が開発された。

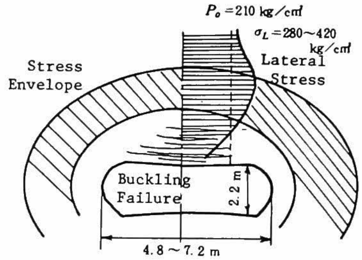


図9−20 水平地圧による坑道天端破壊

6−1 免圧法（Stress Relief Method）

この方法は，坑道断面形を正方形から横幅の長い矩形断面に変えることによって安定化を図るものである。坑道を開削すると，坑道周辺には図9−21に示す応力集中帯が発生する。この応力集中帯のアーチを形成して安定状態に達するが，ときには天端近傍の水平方向応力が大きくなって，座屈による天端崩壊を生じる。

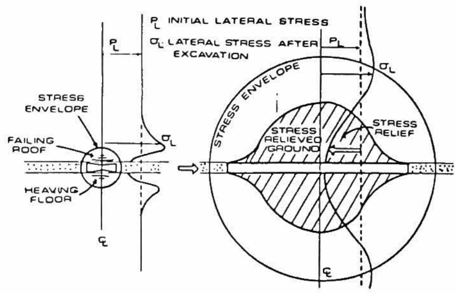


図9−21 免圧法による坑道安定

このような崩壊が認められる場合には，坑道幅を拡大して応力集中アーチを坑道から離し，天端部分の水平方向応力を減少させて問題を解決することができる。

図9−22は1961年から15年間の坑道形状とその配置の変遷を示したものである。この図で注目したいことは1961年から1963年にかけて坑道幅を減少させたものの崩壊が防止できず，1964年以降，逆に坑道幅を拡大して安定な坑道が形成できたことである。

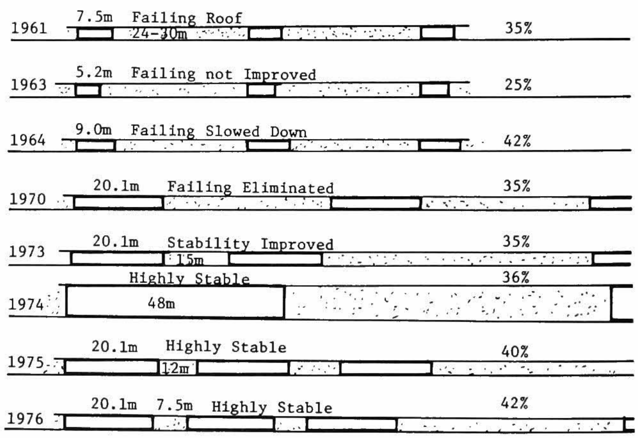


図9−22 1960年代より1970年代に至る免圧法によるによる坑道の安定化

6−2　双設坑道法（Parallel Room Method）

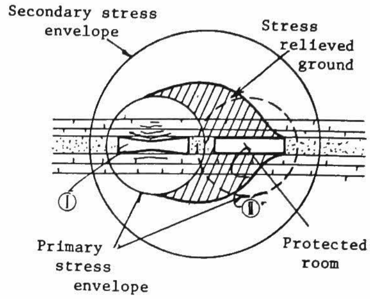


図9−23　双設坑道法による安定化

天端近傍に粘土の薄層など，弱面や亀裂がある場合には，先の免圧法を適用すると逆に崩壊を助長することが多い。例えば幅9m，高さ3mの坑道を掘削したところ約8時間で弱面部の分離が始まり，2〜4週間後に3m厚の天端岩盤が崩落した。これを防止するために，アンカーボルトや支保工を用いてみたが，鉱山という事情から根本的な解決策にはならず，前述したようにそのうちの1社は閉山の寸前にまで追い込まれた。その間に解決策が検討され，採鉱のみを目的とする坑道は別として，機械工場，貯蔵庫，主坑道（作業員の通路，鉱石の搬出路）などの長期安定性が要求される坑道に対しては，この双設坑道法と次の時間制御工法を適用することにより問題が解決されたのである。

本工法は図9−23に示すが，坑道Ⅰを掘り，これが破壊する前に薄い隔壁を残して坑道Ⅱを掘削するというものである。

応力集中アーチは，その一次応力集中帯から2本の坑道を同時に包む二次応力集中帯へ拡大され，基本的には免圧法と同じメカニズムによって，安定化を図ることを目的としたものである。坑道Ⅰは一時的な破壊を生ずることもあるが，長期的に双方とも安定に至る。

6−3　時間制御法（Time Control Method）

地圧が非常に大きいとか，地質が軟弱なときには，双設坑道法によっても崩壊が生じ，安定化した坑道を確保できないことがある。このような場合には本工法を適用する。これは図9−24(a)に示すように，長期間の安定を確保すべき所定の坑道の両側に2本の坑道を平行して開削する。中間部は応力集中を受けて圧縮強化されるから，その強化された部分に所定の坑道を開削すると，図9−24(b)のように2本の隔壁は降伏はするけれども，新しい大きな応力集中アーチが形成されるまで，崩壊には至らず全体系が安定するというものである。

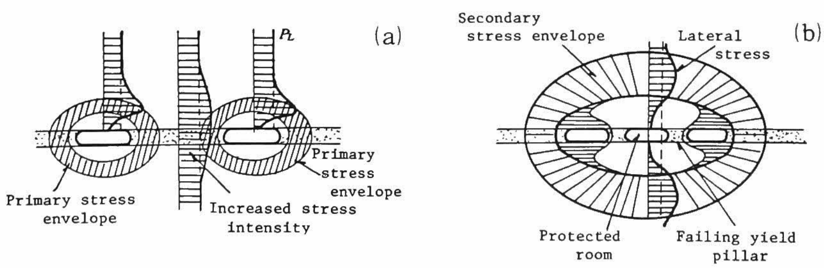


図9−24　時間制御工法
(a)　第1段階における応力アーチと中間部への応力集中
(b)　最終段階

これら3つの制御工法は，地山内の応力の計測，坑道ならびに周辺地山内の変形計測，各種室内力学試験，または有限要素法による解析結果を総合して開発されたが，最も有益な情報は現場計測による挙動の把握にあったといえる。すなわち，変形計測には2点間の相対変位を測定するマイクロ・クリープメーターを活用し，掘削後も安全管理上の警報用として常時計測が継続された。

この工法の効果を示すために図9－25を説明しよう。図は時間制御工法適用の有無による，天端の降下速度分布の差異を示している。図からわかるように，制御工法を適用した場合には坑道内の位置にかかわらず天端が一様の速度で降下しているが，適用しない坑道では坑道中央部で最大の降下速度を示し，全体の平均値も適用坑道の3～4倍となっている。

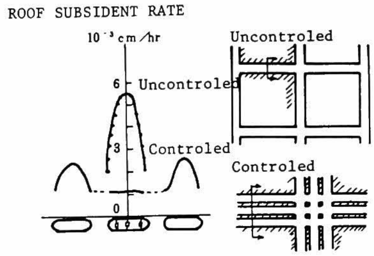


図9－25　時間制御法の天端

以上に説明したとおり，マイクロ・クリープメーターによる現場計測を中心にして，坑道天端部の崩壊防止工法が考案されたのであるが，実際の岩盤は，理想弾性材料としての解析結果からは想像もつかない挙動をする場合もあることが理解されよう。そして，現場の真実は計測によって明らかにされ，坑道形状や坑道の配置などの設計には，現場計測工法が不可欠であることも十分納得されると思われる。

第10章　結　　論

トンネルや地下空洞の開削工事で最大の問題といえば，水絡みで生ずる諸問題をいかに処理するかである。水のないトンネルはたいしたことはないといっても決して過言ではない。したがって，あえて次ぎに問題となるものはと問われれば膨張性地山と総称される軟弱地盤中の掘削時の問題，とくに時間とともに生ずるトンネルの変状とか，時間とともに増大する覆工土圧などが挙げられる。

このようなトンネルの問題に対して，現在我々がすべての解答を有しているかといえば決してそうではなく，現場の真実を正しく把握しているわけでもない。したがって，トンネル工事を行う場合にはトンネル掘削の基本理念を念頭において，近代的な計測手法を適用することにより，現場の正しい姿をとらえながら施工することが不可欠である。

本編では，上述の3つの課題を軟岩からなる地山中にトンネルを掘削する場合を中心に考えて検討した。行った主たる論点と結論をまとめると以下のようになる。

第6章の序論ではトンネル工事の問題は，第1に水絡みに生ずる問題にいかに対処するかであり，第2に軟弱な地山中の掘削にともなわれる問題をいかに処理するかが課題であることを明らかにした。ついで，トンネル掘削の基本理念は，"トンネルは地山で持たせる"であって，施工上の基本は"地山は緩めずに弾性変形させる"にあることをNATMとの関連づけて説明した。

第7章はトンネル掘削における最大の問題である水の対処方法を，高圧湧水の存在する青函トンネルにおける事例を用いて論じた。問題は水抜孔の効果を明らかにすること，止水工法として用いる注入工法において最も適した注入域の規模はどの程度のものであるかを検討することであった。結論は以下のようになる。

(1) 水抜孔の効果は地山を有効応力によって支配される弾－塑性体として考えることで解明された。
(2) 青函トンネルにおける諸条件下においては最小限トンネル径の3倍の注入域が必要である。
(3) 中途半端な注入域は注入を行わない場合より力学的に不安定な地山となる。
(4) 力学的に最も望ましい注入域の形状はドーナツ型のものである。

第8章においては軟岩地山中にトンネルを開削した際の問題を，青函トンネルにおけるクリープ変形計測と有限要素法による解析によって検討を加えた。その結果は以下のようにまとめられる。

(1) 安定に向う地山の変形は切端を掘削した後，時間の経過とともに急激に減少する。変形速度と経過時間は両対数紙上で直線関係にあり、その勾配はほぼ一定である。

(2) 変形速度は掘削方法によってかなり影響を受ける。例えば，上半先進の場合，下半掘削によって減少していた変形速度が再び増大する。

(3) クリープ変形速度は明らかに地山の力学特性を反映している。

(4) 計測中崩壊を生じた切端があったが，その付近の地山のクリープ速度は大きなレベルに保たれるか，増加する傾向にあって，クリープ変形速度によって地山の安定，不安定を判定することの可能性が示唆された。

解析結果をまとめると，

(5) 円形トンネルと馬てい形トンネルではトンネル周辺に発生する最大軸差応力に関して後者の方が1.4倍程度大きい。

(6) 解析された応力場では，変形は塑性押出し（plastic intrusion）の現象が顕著であって，側壁部の変形がかなりの時間経過後も継続する。

(7) 現場でのクリープ計測結果と粘弾塑性解析の結果との定性的な対応づけはできたがさらに岩盤特性などをより正確に把握する必要がある。

第9章においては直接軟岩地山のみを対象としてはいないが，発展の期待されるトンネルにおける計測工法に対する私見をまとめた。

まず初めに，従来トンネル現場において計測工法が敬遠されていた理由を明らかにするとともに計測工法が満足すべき条件を明らかにした。

ついで，深いトンネルと浅いトンネルにおける計測工法の現状と問題点を論じた後，計測工法を具体的に用いているNATMと応力制御工法について筆者なりの考えに立って解説を行い，トンネルにおける望ましい計測工法について論じた。

参　考　文　献

1) Handin, J. and Hager, R.V.Jr., Experimental Deformation of Sedimentary Rocks under Confining Pressures, Test at Room Temperature on Dry Samples, Bull. A. Ass. Petrol. Geol. 41, 1957, pp.1-51.

2) Heard, H.C.: Transition from Brittle Failure to Ductile Flow in Solenhofen Limestone as a Function of Temperature, Confining Pressure and Interstitial Fluid Pressure, Geol. Soc. Am. Mem. 79, 1960, pp.193-266.

3) Brace, W.F., Paulding, B.W. and Scholtz, C, Dilatancy in the Fracture of Crystalline Rocks, J. Geophysical Research, Vol. 71, No.16, 1966, pp.3939-3953.

4) Bieniawsky, Y.T., Mechanism of Brittle Fracture of Rock, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol.4, 1967, pp.395-430.

5) Heard, H.C., Effect of Large Changes in Strain Rate in the Experimental Deformation of Yule Marble, Geol. Vol. 71, No.2, 1963, pp.162-196.

6) Griggs, D., Experimental Flow of Rocks under Conditions Favoring Recrystallization, Bull. Geol. Soc. Am., Vol.51, 1940, pp.1001-1022.

7) Robertson, E.C., Creep in Solenhofen Limstone under Moderate Hydrostatic Pressure, Geol. Soc. Ame. Mem., Vol.79, 1960, pp.227-244.

8) Nishihara, M., Rheology of Rocks, Prof. J. Makiyama's Memorial Volume, Kyoto, Japan, 1961, pp.325-332.

9) Misra, A.K. and Murrell, S.A.F., Time-Dependent Strain or Creep in Rocks and Simillar Non-Metallic Materials, Trans. Inst. Min. and Met., Vol. 71, 1962, pp.353-378.

10) Price, N.J., A Study of the Time-Strain Behavior of Coal Measure Rocks, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol.1, 1964, pp.277-303.

11) Shoua, E.A., Effects of Confining Pressure on Polycrystalline Rock Behavior, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol.4, 1966, pp.199-231.

12) Sakurai, S., Time-Dependent Behavior of Circular Cylindrical Cavity in Continuous Medium of Brittle Aggregate, Ph. D. Thesis, Michigan State Univ. 1966.

13) Adachi, T., Serata, S. and Sakurai, S., Determination of Underground Stress Field Based on Inelastic Properties of Rocks, Proc. 10th Symp. on Rock Mech., Berkeley, 1969, pp.293-328.

14) Adachi, T., Construction of Continuum Theories for Rock by Tensor Testing, ph. D. Thesis, University of California, Berkeley, 1969.

15) 足立紀尚, 世良田章正, 岩石材料の粘塑性と直接せん断試験, 材料, Vol.20, No.209, 1971, pp.151-155.

16) Perzyna, P., The Constitutive Equations for Work-hardening and Rate Sensitive Plastic Materials, Proc. Vibrational Problems, Warsaw, Vol. 4, No.3, 1963, pp.281-290.

17) Weidler, J.B. and P.R. Paslay, Analytical Description of Behavior of Granular Media, Proc. ASCE, Vol. 95, No. EM2, 1969, pp.379-395.

18) Handin, J., Hager, R.V. Jr., Friedman, M. and Feather, J.N., Experimental Deformation of Sedimentary Rocks under Confining Pressure; Pore Pressure Tests, Bull. A. Ass. Petrol. Geol., Vol. 47, 1963, pp.717-755.

19) Terzaghi, K., Erdbaumechanik, 1925..

20) Bruhn, R.W. A Study of the Effects of Pore Pressure on the Strength and Deformability of Berea Sand Stone in Triaxial Compression, Corps. of Eng., Missouri River Div. Lab., Tech. Report, MRDL, 1962.

21) Drucker, D.C., A More Fundamental Approach to Plastic Stress-Strain Relations, Proc. 1st. U.S. Natl. Congr. Appl. Mech. (Chicago, 1951), New York, 1952, pp.487-491.

22) 例えば Schofield, A.N. and Wroth, C.P., Critical State Soil Mechanics, McGraw-Hill, London, 1968.

23) 足立紀尚, 西 好一, 過圧密粘土の構成式, 京都大学防災研究所年報, 第19号 B-2, 1976, pp.1-13.

24) 赤井浩一, 足立紀尚, 安藤信夫, 飽和粘土の応力ーひずみー時間関係, 土木学会論文報告集, 第225号, 1974, pp.53-61.

25) Adachi, T. and M. Okano, A Constitutive Equation for Normally Consolidated Clay, Soils and Foundations, Vol. 14, No.4, 1974, pp.55-73.

26) Naghdi, P.M., Stress-strain Relations in Plasticity and Thermoplasticity, Proc. 2nd Symp. on Naval Structural Mechanics, Pergamon Press, 1960, pp.121-169.

27) Murayama, S. and T. Shibata, On the Rheological Characteristics of Clay, Part 1, Disaster Prevention Research Institute, Kyoto Univ., Bulletin, No.26, 1958, pp.29-33.

28) Murayama, S. and T. Shibata, Flow and Stress Relaxation of Clays, IUTAM Rheology and Soil Mechanics Symposium, Grenoble, 1964, pp.99-129.

29) Rowe, P.W., The Stress-Dilatancy Relation for Static Equilibrium of an Assembly of Particles in Contact, Proc. Royal Soc., Vol.269, 1962, pp.500-527.

30) Eyring, H. (1936), Viscosity, Plasticity and Diffusion as Examples of Absolute Reaction Rates, J. of Chemical Physics, Vol.4, No.4, pp.283-291.

31) Christensen, R.W. and T.H. Wu, Analysis of Clay Deformation as a Rate Process, Proc. ASCE, SM6, 1964, pp.125-157.

32) Singh, A. and J.K. Mitchell, General Stress-Strain-Time Function for Soils, Proc. ASCE, SM1, 1968, pp.21-46.

33) Shibata, T. and D. Karube, Creep Rate and Creep Strength of Clays, Proc. 7th Int. Conf. SMFE, Vol.1, 1969, pp.361-367.

34) Barden, L., Time Dependent Deformation of Normally Consolidated Clays and Peats, Proc. ASCE, SM 1, 1969, pp.1-31.

35) Walker, L.K., Secondary Compression in the Shear of Clays, Proc. ASCE SM 1, 1969, pp.167-188.

36) 村山朔郎，栗原則夫，関口秀雄，粘土のクリープ破壊について，京大防災研究所年報，第13号B， 1970, pp.525-541.

37) Yong, R.N. and R.D. Japp, Stress-Strain Behavior of Clays in Dynamic Compression, Vibrational Effects on Earthquakes on Soil and Foundations, ASTM, STP, 450, 1969, pp.233-262.

38) 村山朔郎，関口秀雄，上田貴夫，粘土の応力緩和特性について，土木学会関西支部，年次学術講演集，1972，pp.III-1-1~III-1-2

39) Roscoe, K.H., A.N. Schofield and A. Thrairajah, Yielding of Clays in States Wetter than Critical, Geotechnique, Vol.13, 1963, pp.211-240.

40) Roscoe, K.H. and A.N. Schofield, Mechanical Behavior of an Idealized 'Wet Clay', Proc. 2nd European Conf. Soil Mech., Wiebaden, Vol.1, 1963, pp.47-54.

41) Burland, J.B., The Yielding and Dilation of Clay, Correspondence, Geotechnique, Vol.15, 1965, pp. 211-214.

42) Roscoe, K.H. and J.B. Burland, On the Generalized Stress-Strain Behavior of 'Wet Clay', Engineering Plasticity, Cambridge Univ. Press, 1968, pp.535-609.

43) 柴田　徹，粘土のダィラタンシーについて，京大防災研究所年報，6号，1963，pp.128-134.

44) Shibata, T. and D. Karube, Influence of the Variation of the Intermediate Principal Stress on the Mechanical Properties of Normally Consolidated Clays, Proc. 6th Int. Conf. SMFE., 1965, pp.359-363.

45) Ohta, H., Analysis of Deformations of Soils based on the Theory of Plasticity and its Application to Settlement of Embankments, Dr. Thesis, Kyoto University, 1971.

46) Newland, P.L. and B.H. Allely, Volume Change in Drained Triaxial Tests on Granular Materials, Geotechnique, Vol.7, No.1, 1957, pp.17-34.

47) Murayama, S., A Theoretical Consideration on a Behavior of Sand, Proc. IUTAM Symp. on Rheology and Soil Mech. 1964, pp.146-159.

48) Horn, M.R., The Behavior of an Assembley of Rotund, Rigid, Cohesionless Particles, Part I, II, Proc. Royal Soc. A., Vol.286, 1965, pp.62-97.

49) Constitutive Equations of Soils, Proc. Specialty Session 9, 9th ICSMFE, Tokyo, 1977.

50) Sekiguchi, H., Rheological Characteristics of Clays, Proc. 9th Int Conf. SMFE, Vol.1, 1977. pp.289-292.

51) Marsal, R.J., Contact Forces in Soils and Rockfill Materials, Proc. 2nd Panam. Conf. SMFE, 1963, pp. 67-98.

52) Oda, M., Co-ordination Number and Its Relation to Shear Strength of Granular Material, Soils and Foundations, Vol.17, No.2, 1977, pp.29-42.

53) Horn, H.M. and Deere, D.V., Frictional Characteristics of Minerals, Geotechnique, Vol.12, No.4, 1962, pp.319-334.

54) Procter, D.C. and Barton, R.R., Measurements of the Angle of Interparticle Friction, Geotechnique, Vol.24, No.4, 1974, pp.581-604.

55) Nacimento, U., Goniometer for Determining Interparticle Friction, Proc. 9th Int. Conf. SMFE, Vol.1, 1977, pp.229-233.

56) Matsuoka, H., Deformation Characteristics of Soil, Dr. Thesis, Kyoto Univ., 1973.

57) 小西純一，せん断変形中の粒状体における粒子間伝達力，第8回土質工学研究発表会講演集，1973, pp.181-184.

58) 村山朔郎，弾性状態にある砂の構成式，土木学会論文報告集，236号，1975, pp.125-137.

59) 村山朔郎，塑性状態にある砂の構成式，土木学会論文報告集，251号，1976, pp.77-90.

60) Lade, P.V. and J.M. Duncan, Elastoplastic Stress-Strain Theory for Cohesionless Soil, Proc. ASCE, Vol.101, No.GT.10, 1975, pp.1037-1053.

61) Prevost, J.H. and K. Hoeg, Plasticity Model for Undrained Stress Strain Behavior, Proc. 9th Int. Conf. SMFE, Vol.1, 1977, pp.255-261.

62) Barden, L. and A.J. Khoyatt, Incremental Strain Ratios and Strength of Sand in Triaxial Test., Geotechnique, Vol.16, No.4, 1966, pp.338-357.

63) 諸戸靖文，河上房義，砂の変形における状態関数，土木学会論文報告集，229号，1974, pp.77-86.

64) Tatsuoka, F., Stress-Dilatancy Relations of Anisotropic Sands in Three Dimensional Stress Condition, Soils and Foundations, Vol.16, No.2, 1976, pp.1-18.

65) Truesdell, C. and R. Toupin, The Classical Field

Theories, in Handbuch der Physik, Vol.III/1, Springer-verlag, 1960, pp.226-233.

66) Truesdell, C. and W. Noll, The Non-Linear Field Theories of Mechanics, in Handbuch der Physik, Vol.III/3, Springer-verlag, 1965, PP.1-11.

67) Eringen, A.C., Nonlinear Theory of Continuous Media, McGraw-Hill, New York, 1962, pp.132-141.

68) 東木雅和, A Stress-Strain Relation of Over-Consolidated Clays, 京都大学工学部修士論文, 1974.

69) 足立紀尚, 東木雅和、過圧密粘土の一構成式, 土木学会第29回 年次学術講演会講演概要集, 1974, pp.81-82.

70) 藤本和義, 過圧密粘土の応力緩和に関する実験的研究, 京都大学工学部卒業論文, 1974.

71) Koiter, W.T., Stress-Strain Relations, Uniqueness and Variational Theorems for Elastic-Plastic Materials with a Singular Yield Surface, Quart. Appl. Math., Vol.11, 1953, pp.350-354.

72) Akai, K., T. Adachi and N. Ando, Existence of a Unique Stress-Strain-Time Relation of Clays, Soils and Foundations, Vol.15, No.1, 1975, pp.1-16.

73) Lo, K.Y., The Pore Pressure-Strain Relationship of Normally Consolidated Undrained Clays, Canadian Geotechnical J., Vol.6, 1969, pp.383-412.

74) 赤井浩一, 足立紀尚, 田伏宣夫, 空気圧制御方式による三軸試験装置とその適用（その1）, 土と基礎, Vol.23, No.3, 1975, pp.39-45.

75) 赤井浩一, 足立紀尚, 田伏宣夫, 空気圧制御方式による三軸試験装置とその適用（その2）, 土と基礎, Vol.23, No.6, 1975, pp.53-59.

76) Richardson, A.M. and Whitman, R.V., Effect of Strain Rate upon Undrained Shear Strength of a Saturated Remoulded Fat Clay, Geotechnique, Vol.13, No.4, pp.310-324, 1963.

77) 赤井浩一, 山本順一, 小沢良夫, 飽和粘土のせん断における間隙水圧の挙動について, 土木学会論文集, 第85号, 1963, pp.1-7.

78) 村山朔郎, 栗原則夫, 関口秀雄, 粘土のクリープ破壊について, 京都大学防災研究所年報第13号B, 1970, pp.525-541.

79) Akai, K., T. Adachi and K. Nishi, Mechanical Properties of Soft Rocks, Proc. 9th ICSMFE, Vol.1, Tokyo, 1977, pp.7-10.

80) Akai, K., T. Adachi and K. Fujimoto, Constitutive Equations for Geomechanical Materials Based on Elasto-Viscoplasticity, Proc. Specialty Session 9, 9th ICSMFE, Tokyo, 1977, pp.1-10.

81) 赤井浩一, 足立紀尚, 西 好一, 堆積軟岩（多孔質凝灰岩）の弾一塑性挙動, 土木学会論文報告集, No.271, 1978, pp.83-95.

82) 赤井浩一, 足立紀尚, 西 好一, 堆積軟岩（多孔質凝灰岩）の時間依存特性と構成式, 土木学会論文報告集, No.282, 1979, pp.75-87.

83) 足立紀尚, 小川豊和, 堆積軟岩の力学特性と破壊規準, 土木学会論文報告集, 投稿中

84) Hobbs, D.W., A Study of the Behavior of Broken Rock under Triaxial Compression, and its Application to Mine Roadways, Int. J. Rock Mech. Mining Sci., Vol.3, 1966, pp.11-14.

85) Murrell, S.A.F., The Effect of Triaxial Stress Systems on the Strength of Rocks at Atmospheric Temperatures, Geophys J., Vol.10, No.3, 1966, pp.231-281.

86) 中川浩二, 圧縮荷重下でのコンクリートの破壊機構に関する研究, 京都大学学位論文, 1973.

87) Skempton, A.W., The Pore Pressure Coefficients A and B, Geotechnique, Vol.4, No.4, 1954, pp. 143-147.

88) Bishop, A.W. and Eldin, G., Undrained Triaxial Tests on Saturated Sand and Their Significance in the General Theory of Shear Strength, Geotechnique, Vol.2, No.1, 1950, pp.13-32.

89) 例えば, Deere, D.U., Rock Mechanics in Engineering Practice, ed. by Stagg and Zienkiwiez, John Willy and Sons, 1968, pp.4-12.

90) 吉中竜之進, 山辺 正, 泥岩の強度, 変形特性, 土木学会年次学術講演会講演集, Ⅲ, 1977, pp.356-357.

91) Prevost, J.H. and K. Hoeg, Soil Mechanics and Plasticity Analysis of Strain Softening, Gèotechnique, Vol.25, No.2, 1975, pp.279-297.

92) Mitchell, J.K., Fundamentals of Soil Behavior, John Wiley & Sons, Inc., 1976, p.323.

93) 斉藤迪孝, 斜面破壊の予測について, 土と基礎, Vol.20, No.2, 1972, pp.13-19.

94) Campanella, R.G. and Y.P. Vaid, Triaxial and Plane Strain Creep Rupture of an Undisturbed Clay, Canadian Geotechnical J. Vol.11, No.1,

pp.1-10, 1974.

95) Singh, D.P. and W.E. Beamford, Prediction and Measurement of the Long-Term Strength of Rock, Proc. 1st Australia-New Zealand Conf. Geomechanics, 1971, pp.37-44.

96) Drucker, D.C. and W. Prager, Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design, Quart. Appl. Math., Vol.10, No.2, 1952, pp.157-165.

97) 足立紀尚，トンネル工事における現場計測工法，現場計測工法，柴田徹編著，日刊工業新聞社，1979, pp. 135～157.

98) 足立紀尚，トンネルと地下空洞，土質・基礎工学へのコンピュータ利用入門，土質工学会，1979，pp.119-131.

99) Rabcewicz, L.V., The New Austrian Tunneling Method, Part one, Part two, Water Power, Nov., 1964, pp.453-457, pp.511-515.

100) Rabcewicz, L.V., The New Austrian Tunneling Method, Part three, Water Power, Jan., 1965, pp.19-24.

101) Rabcewicz, L.V., Stability of Tunnels under Rock Load, Part one, Part two, Part three, Water Power, June, 1969, pp.225-229, July 1969, pp.266-273, Aug. 1969, pp.297-302.

102) 岡　行俊，薄肉理論とその応用，(1)，(2)，トンネルと地下，第7巻4号，pp.7-13，第7巻5号，pp.7-12，1976.

103) 村山朔郎，私的討論による。

104) Serata, S. and S. Schultz, Application of Stress Control in Deep Potash Mines, Mining Congress Journal, 1972, pp.36-42.

105) 世良田章正，足立紀尚，岩崎好規，地下空洞における岩盤のクリープ変形の計測とその適用，土と基礎，Vol.24，No.1，1976，pp.21-26.

106) 小林昭一，私的討論による。

107) Adachi, T. and T. Tamura, Undersea Tunnel-Effect of Drainage and Grouting Proc. Symp on Soil Reinforcing and Stabilising Techniques in Engineering Practice, 1978, pp.513-529.

108) 足立紀尚，田村　武，高圧湧水下のトンネル工における水抜孔の効果と注入域の適正規模，土木学会論文報告集，第280号，1978，pp.87-98.

109) 下河内稔，水底トンネルの設計の初歩的な考察，青函トンネル土圧研究調査報告書，土木学会，1971，pp.151-167.

110) 下河内稔，水底トンネルの静的性質についての考察，土木学会論文報告集，第197号，1972，pp.93-102.

111) 桜井春輔，粘弾塑性地山内の円形トンネル覆工について－間隙水圧を考慮した場合，(I)，(II)，(III)－，青函トンネル土圧研究報告書，土木学会，1971，pp.181-198

112) 工藤　明，注入の設計，青函トンネル土圧研究調査報告書，土木学会，1971，pp.220-222.

113) 青函トンネル土圧研究調査報告書，土木学会，1977，pp.402-434.

114) Adachi, T., Y. Mochida and T. Tamura, Tunneling in Fully Saturated Soft Sedimentary Rocks, Proc. 3rd Int. Conf. on Numerical Method in Geomech. Vol.II, 1979, pp.599-610.

115) 村山朔郎，他，青函トンネルにおける坑道安定に関する計測について，第5回岩の力学国内シンポジウム，1977，pp.193-198.

116) Serata, S. Rock Mechanics Study for SMRI, Annual Report for Solution Mining Research Institute, 1974.

117) 平松良雄，岡　行俊，弾性岩盤内の空洞まわりの応力状態，岩石力学とその応用，材料学会，1966.

118) 高橋彦治，地質からみたトンネル工事のすべて，施工技術，第10 巻1号，1977，pp.7-53.

119) Peck, R.B. Deep Excavations and Tunneling in Soft Ground, State of the art report, 7th ICSMFE, Mexico, State of the art volume, 1969, pp.225-290.

120) 高橋彦治，飯塚　全，新丹那ずい道における地圧測定と設計施工に対する貢献，岩の力学国内シンポジウム講演集，1964.

121) Carvalho, O.S. and Kovari, K., Displacement Measurements as a Mean for Safe and Economical Tunnel Design, Proc. Field Measurements in Rock Mechanics, Int. Symp., Switzerland, 1977.

122) Cording, E.J., et al., Methods for Geotechnical Observations and Instrumentation in Tunneling, Report for the National Science Foundation, 1975.

123) Broms, B.B., and Bennermask, H., Stability of Clay at Vertical Openings, ASCE, J., S.M., 93, No.SM1, 1967, pp.71-94.

結　　　　論

本論文は堆積軟岩の力学的挙動の解明を目的として，堆積軟岩の変形・強度特性を論じその力学的挙動を記述する構成式の誘導と青函トンネルを例にとり，軟岩地山中のトンネル掘削に関する問題を考察したものである。

以下に，本文の内容を要約し結論とする。

序論においては本研究を進めるに至った動機とその目的を述べ，調和のとれた地盤工学のあるべき姿を論じた。

第Ⅰ編は堆積軟岩の変形・強度特性を実験的に明らかにして，新たな破壊規準と時間依存性挙動までを考慮に入れた粘弾－粘塑性体とした構成式を提案した。

第1章では，岩石質材料の構成式に関する従来の研究を概観するとともに本編の構成について述べた。

第2章では，土質材料の構成式に関する従来の研究を概観し，主たる構成式の立脚する理論的背景を明示した。ついで，構成式の役割と本研究に関連する弾－塑性体ならびに弾－粘塑性体理論を略述した。さらに，土質材料の構成式としてCambridge理論，過圧密粘土の構成式について論じ，正規圧密粘土の時間依存性に考察を加えて唯一的な構成式の存在することを証明するとともに実験事実と弾－粘塑性体理論にもとづいて正規圧密粘性土の構成式を求めた。

第3章では，理想堆積軟岩として大谷石を試料に用い各種三軸試験によってその力学挙動を調べた。その結果，拘束圧の大小によって正規圧密土と過圧密土双方と類似の挙動を示すことが判明した。また，軟岩の最大強度ならびに残留強度に対する破壊規準は単に応力のみの関係で表わすのは不十分であって，応力とひずみ関係も同時に与える必要のあることを強調し，新たに破壊規準を提案した。つづいて，クリープ試験により軟岩の時間依存性挙動を解明して第4章での構成式誘導に対する基礎資料を求めた。

第4章では，まず軟岩の弾－塑性挙動を調べ，塑性降伏応力の決定方法とひずみ硬化現象について論じ，ついで体積膨張を伴なう粘塑性流動を記述する構成式を材料が粘弾－粘完全塑性体と考えて粘弾－粘塑性体理論と実験事実にもとづいて誘導した。

第5章は，第Ⅰ編の結論である。

第Ⅱ編は，高圧湧水を伴う軟岩地山中のトンネル掘削における最大の課題である水処理

に関する問題と膨張性と総称される時間依存性挙動に関する問題に考察を加え，トンネル工における計測工法について私見を述べた。

第6章では，トンネル掘削における重要な問題を抽出し，あわせてトンネル掘削の基本理念を詳述したのち本編の構成を述べた。

第7章では，青函トンネルにおける最重要課題である水処理問題を検討した。すなわち，周知の水抜の効果の解明と注入領域の適正規模決定手法を確立するために，地山を有効応力にもとづく弾－塑性体であると仮定して解析を行った。その結果，水抜効果の機構が明らかとなり，また，注入域の適正規模決定手法を提案した。

第8章では，地山材料の本質的時間依存性に着目して，トンネル掘削によるトンネル周辺地山の時間依存性挙動を検討した。まず，トンネル断面の変形をクリープ速度を計測することで把握し，クリープ速度の値で崩壊予知を行い得る可能性を示した。ついで，粘弾－粘塑性地山と考え有限要素法を適用してトンネル周辺地山の時間依存性挙動を解析的に考察し，実際の周辺地山の塑性流動をシミュレートできることを示した。

第9章はトンネル工における計測工法について論じたもので，トンネル掘削の基本理念との関連で計測の意義を示し，トンネル工における計測工法が具備すべき条件を明示した。ついで，深いトンネル，浅いトンネル，さらにNATMや応力制御工法における計測工法の現状を説明して計測工法のあるべき姿について私見を述べた。

第10章は，第Ⅱ編の結論である。

謝　　　　辞

本研究を遂行するにあたり終始御指導御鞭撻を賜わった京都大学教授赤井浩一先生，本論文をまとめるに際し御助言御鞭撻をいただいた京都大学教授柴田　徹先生に心からなる謝意を表するとともに，トンネルに関する諸問題に対して御指導をいただいている京都大学名誉教授村山朔郎先生に厚くお礼を申し上げる次第である。

また京都大学工学部路盤基礎工学研究室ならびに京都大学防災研究所地盤災害研究室においてともに勉学に励み研究を共にした多くの諸氏，とくに共同研究者であった岡野真久(建設省)，安藤信夫(建設省)，田村　武(京都大学)，東木雅和(青木建設)，西　好一(電力中央研究所)，藤本和義(鹿島建設)，小川豊和(Univ. of Western Ontario)の諸君に対して感謝の意を表するものである。

なお，第７章，第８章に関しては土木学会青函トンネル土圧研究委員会の岡本舜三委員長ならびに委員の方々，持田　豊鉄道建設公団青函建設局長をはじめとする鉄道建設公団の関係各位，岩崎好規大阪土質試験所所長代理にお世話になった。厚くお礼を申し上げる次第である。