

新制

工

1399

圧電素子と電子回路を用いた柔軟構造物の制振に関する研究

山田 啓介

博士学位論文

圧電素子と電子回路を用いた柔軟構造物の制振に関する研究

平成 19 年

京都大学大学院 工学研究科

精密工学専攻

山田 啓介

# 目次

<b>第 1 章 結論</b>	<b>1</b>
1.1 研究の背景と目的	1
1.2 圧電素子の特性と種類	5
1.3 これまでの研究の概要	6
1.3.1 圧電素子を用いた受動制振	7
1.3.2 圧電素子を用いた能動制振	7
1.3.3 圧電素子を用いたハイブリッド制振	8
1.3.4 圧電素子を用いたその他の制振	8
1.4 本論文の概要	8
<b>第 2 章 LR 回路を用いた受動制振の定点理論による最適調整</b>	<b>11</b>
2.1 緒言	11
2.2 アクチュエータ方程式とセンサー方程式の導出	11
2.3 インダクタンスと抵抗による受動制振	16
2.3.1 LR 直列回路を接続した場合	16
2.3.2 LR 並列回路を接続した場合	20
2.3.3 LR 直列回路と LR 並列回路の比較	22
2.4 数値計算と実験	24
2.4.1 実験装置と対象の振動モード	24
2.4.2 実験方法	25
2.4.3 数値計算と実験の結果	26
2.5 結言	28
<b>第 3 章 制振システムの等価機械モデルと等価電気モデル</b>	<b>29</b>
3.1 緒言	29
3.2 圧電素子を用いた制振システム	30
3.2.1 能動制振のモデルと支配方程式	30
3.2.2 受動制振のモデルと支配方程式	31
3.3 等価機械モデル	31
3.3.1 能動制振の等価機械モデル	31
3.3.2 受動制振の等価機械モデル	32
3.4 等価電気モデル	37
3.4.1 能動制振の等価電気モデル	37
3.4.2 受動制振の等価電気モデル	38
3.5 複数の圧電素子を用いる場合	39
3.5.1 複数の圧電素子を一組にまとめて用いる場合	39
3.5.2 複数の圧電素子を個別に用いる場合	42

3.6	結言	47
3.7	付録	48
<b>第4章</b>	<b>インダクタンスを用いた電気機械結合係数の高精度な測定法</b>	<b>49</b>
4.1	緒言	49
4.2	能動制振と受動制振の性能	50
4.2.1	能動制振の支配方程式	50
4.2.2	受動制振の支配方程式	50
4.3	電気機械結合係数の算出式	51
4.3.1	従来 of 算出方法	51
4.3.2	新しい算出方法	52
4.3.3	精度の比較	54
4.4	主系減衰と内部抵抗の影響	55
4.4.1	主系減衰の影響	55
4.4.2	内部抵抗の影響	57
4.4.3	両方存在する場合	59
4.4.4	精度を高める方法	60
4.5	実験	61
4.5.1	実験装置と対象の振動モード	61
4.5.2	実験方法	61
4.5.3	等価剛性比の精度の比較	62
4.5.4	負性抵抗接続法の検証	64
4.5.5	周波数応答重ね合わせ法の検証	65
4.6	結言	67
<b>第5章</b>	<b>圧電素子と電子回路を用いた二重吸振器による受動制振</b>	<b>69</b>
5.1	緒言	69
5.2	二重吸振器モデルと最適調整式	70
5.2.1	並列二重吸振器のモデル	70
5.2.2	直列二重吸振器のモデル	75
5.3	数値計算と実験	79
5.3.1	実験装置と対象の振動モード	79
5.3.2	実験方法	81
5.3.3	数値計算と実験の結果	81
5.4	結言	88
<b>第6章</b>	<b>二組の圧電素子を用いたハイブリッド制振</b>	<b>89</b>
6.1	緒言	89
6.2	理論解析	90
6.2.1	支配方程式の導出	90

6.2.2	コンプライアンス .....	92
6.2.3	定点理論を用いた最適調整 .....	95
6.2.4	本手法の制振性能 .....	96
6.2.5	圧電素子間で応力が伝達する場合 .....	97
6.3	系の安定性 .....	97
6.3.1	圧電素子の位置と安定性 .....	97
6.3.2	安定性を向上させる方法 .....	99
6.4	数値計算と実験 .....	100
6.4.1	実験装置と対象の振動モード .....	100
6.4.2	実験方法 .....	101
6.4.3	数値計算と実験の結果 .....	102
6.5	結言 .....	109
<b>第7章 主系の振動変位信号を用いたハイブリッド制振</b>		<b>111</b>
7.1	緒言 .....	111
7.2	理論解析 .....	112
7.2.1	支配方程式の導出 .....	112
7.2.2	コンプライアンス .....	113
7.2.3	定点理論を用いた最適調整 .....	115
7.2.4	本手法の制振性能 .....	116
7.3	制振対象外の振動モードへの影響 .....	116
7.3.1	センサーの位置と安定性 .....	116
7.3.2	不安定化を回避する方法 .....	118
7.4	数値計算と実験 .....	118
7.4.1	実験装置と対象の振動モード .....	118
7.4.2	実験方法 .....	119
7.4.3	数値計算と実験の結果 .....	120
7.5	結言 .....	123
<b>第8章 二組の圧電素子を用いたハイブリッド多モード制振</b>		<b>125</b>
8.1	緒言 .....	125
8.2	理論解析 .....	126
8.2.1	支配方程式の導出 .....	126
8.2.2	コンプライアンス .....	130
8.2.3	定点理論を用いた最適調整 .....	131
8.2.4	各振動モードにおける制振性能 .....	132
8.2.5	二組の圧電素子間の応力の伝達が大きい場合 .....	133
8.2.6	系の安定性と対策 .....	133
8.3	実験 .....	134
8.3.1	実験装置と対象の振動モード .....	134
8.3.2	実験方法 .....	136

8.3.3	短絡回路を接続した場合 .....	136
8.3.4	各振動モードを受動制振した場合 .....	138
8.3.5	ハイブリッド多モード制振の場合 .....	139
8.4	結言 .....	144
<b>第9章</b>	<b>結論</b> .....	<b>147</b>
	<b>参考文献</b> .....	<b>151</b>
	<b>本研究に関連した既発表論文</b> .....	<b>157</b>
	<b>謝辞</b> .....	<b>159</b>

## 圖一覽

- 1.1 Model of vibration.
- 1.2 Models of vibration transmission and vibration excitation.
- 1.3 Three types of vibration suppression.
- 1.4 Two types of piezoelectric ceramics.
- 2.1 Plate with a piezoelectric element.
- 2.2 Passive vibration suppression using series LR circuit and the piezoelectric element.
- 2.3 Passive vibration suppression using parallel LR circuit and the piezoelectric element.
- 2.4 Schematic diagram of the experimental apparatus.
- 2.5 Coordinates of a plate.
- 2.6 Calculated results of frequency response with the series of parallel LR circuit.
- 2.7 Experimental results of frequency response with the series of parallel LR circuit.
- 2.8 Calculated results of frequency response (optimum values of the circuit were derived by compliance and accelerance).
- 3.1 Model of active vibration control.
- 3.2 Model of passive vibration suppression.
- 3.3 Equivalent mechanical model for the active vibration control.
- 3.4 Equivalent mechanical model for the passive vibration suppression.
- 3.5 An example of an external circuit.
- 3.6 Mechanical and electrical parts of the passive system.
- 3.7 Equivalent mechanical model of the electrical part.
- 3.8 Equivalent mechanical model of Fig. 3.5.
- 3.9 An example that the equivalent mechanical model can not be expressed by the common elements.
- 3.10 Symbol for the relative mass defined in this paper.
- 3.11 Equivalent mechanical model using the symbol for the relative mass.
- 3.12 Equivalent electrical model for the active vibration control.
- 3.13 Equivalent electrical model for the passive vibration suppression.

- 3.14 Series connected piezoelectric elements and the combined piezoelectric element.
- 3.15 Parallel connected piezoelectric elements and the combined piezoelectric element.
- 3.16 Model of active vibration control using several external controllers.
- 3.17 Equivalent mechanical model for the model of active vibration control using several external controllers.
- 3.18 Equivalent electrical model for the model of active vibration control.
- 3.19 Model of passive vibration suppression using several circuits.
- 3.20 Equivalent mechanical model for the model of passive vibration suppression using several circuits.
- 3.21 Equivalent electrical model for the model of passive vibration suppression using several circuits.
- A3.1 Equivalent models for the model using LR series circuit.
- A3.2 Equivalent models for the model using LR parallel circuit.
- 4.1 Open and short circuit with a piezoelectric element.
- 4.2 Inductance with a piezoelectric element.
- 4.3 Calculated results of frequency response for various  $\zeta$ .
- 4.4 Calculated results of frequency response for various  $\zeta$ .
- 4.5 Deviation of  $\beta_{N1}$  with the real value of  $\beta$ .
- 4.6 Schematic diagram of the experimental apparatus.
- 4.7 Coordinates of a plate.
- 4.8 Experimental results of frequency response with the short and open circuits.
- 4.9 Experimental results of frequency response with the inductance.
- 4.10 Inductance, resistance and FDNR are coupled to the piezoelectric element.
- 4.11 Experimental results of frequency response with resistance and FDNR.
- 4.12 Experimental and calculated results of frequency response with inductance.
- 4.13 Experimental and calculated results of frequency response with FDNR.
- 5.1 Model of a dual and parallel electrical vibration absorber.
- 5.2 Equivalent mechanical model for the model of the dual and parallel electrical vibration absorber.

- 5.3 Optimum frequency ratios and damping ratios for the dual and parallel electrical vibration absorber.
- 5.4 Calculated results of compliance using the dual and parallel electrical vibration absorber.
- 5.5 Model of a dual and series electrical vibration absorber.
- 5.6 Equivalent mechanical model for the model of the dual and series electrical vibration absorber.
- 5.7 Optimum frequency ratios for the dual and series electrical vibration absorber.
- 5.8 Optimum inductance ratio and damping ratio for the dual and series electrical vibration absorber.
- 5.9 Calculated results of compliance using the dual and series electrical vibration absorber.
- 5.10 Schematic diagram of the experimental apparatus.
- 5.11 Schematic diagram of the circuits.
- 5.12 Coordinates of a plate.
- 5.13 Calculated results of compliance.
- 5.14 Experimental results of compliance.
- 5.15 Calculated results of compliance with considering robustness.
- 5.16 Calculated results of compliance without considering robustness.
- 5.17 Experimental results of compliance with considering robustness.
- 6.1 Model of hybrid vibration suppression.
- 6.2 Equivalent mechanical model for the proposed model.
- 6.3 Schematic diagram of the experimental apparatus.
- 6.4 Schematic diagram of Plate A and Plate B.
- 6.5 Circuit diagram of the experimental apparatus.
- 6.6 Coordinates of a plate.
- 6.7 Calculated results of frequency response using Plate A and Plate B.
- 6.8 Experimental results of frequency response using Plate A and Plate B.
- 6.9 Values of  $C_{p_p}$  at various  $\alpha$ .
- 6.10 Calculated results of frequency response considering the transition of capacitance.
- 6.11 Random responses with short circuit, passive circuit, and hybrid circuit.

- 7.1 Model of hybrid vibration suppression proposed in this chapter.
- 7.2 Equivalent mechanical model for the proposed model.
- 7.3 Schematic diagram of the experimental apparatus.
- 7.4 Schematic diagram of the plate.
- 7.5 Coordinates of a plate.
- 7.6 Calculated results of frequency response.
- 7.7 Experimental results of frequency response.
- 7.8 Experimental results of acceleration of other vibrational modes.
- 8.1 Model of hybrid vibration suppression of multiple vibrational modes.
- 8.2 Schematic diagram of the experimental apparatus.
- 8.3 Schematic diagram of the plate.
- 8.4 Band-pass filter used in the experiment.
- 8.5 Coordinate of a plate.
- 8.6 Experimental result of frequency response with a short circuit.
- 8.7 Experimental result of frequency response when the Mode(1,1) was suppressed by passive method.
- 8.8 Experimental result of frequency response when the Mode(1,3) was suppressed by passive method.
- 8.9 Experimental result of frequency response when the Mode(3,1) was suppressed by passive method.
- 8.10 Experimental result of frequency response of Case 1 ( $\alpha_1 = 5$ ,  $\alpha_2 = 0$ ,  $\alpha_3 = 0$ ).
- 8.11 Experimental result of frequency response of Case 2 ( $\alpha_1 = 5$ ,  $\alpha_2 = 5$ ,  $\alpha_3 = 0$ ).
- 8.12 Experimental result of frequency response of Case 3 ( $\alpha_1 = 5$ ,  $\alpha_2 = 5$ ,  $\alpha_3 = 5$ ).
- 8.13 Experimental result of frequency response of Case 4 ( $\alpha_1 = 30$ ,  $\alpha_2 = 5$ ,  $\alpha_3 = 5$ ).

## 表一覽

- 2.1 Amplitudes at the two fixed points.
- 2.2 Values of material parameters.
- 2.3 Calculated optimum values of the circuit.
- 2.4 Values of the circuit in experiment.
- 4.1 Calculated results of  $g_L$ ,  $g_R$  and  $\beta_{N1}$  for various  $\zeta$ .
- 4.2 Material parameters of calculation.
- 4.3 Calculated results of  $g_L$ ,  $g_R$  and  $\beta_{N1}$  for various  $\zeta$ .
- 4.4 Experimental results of  $g$  and  $\beta$ .
- 4.5 Experimental results of with  $g$  and  $\beta$  with resistance and FDNR.
- 4.6 Values of material parameters.
- 4.7 Calculated material parameters with resistance and FDNR.
- 5.1 Values of material parameters.
- 5.2 Values of circuits of the electrical dual vibration absorbers in nominal models.
- 5.3 Values of circuits of the electrical dual vibration absorbers with considering robustness.
- 6.1 Values of material parameters.
- 6.2 Calculated optimum values of the LR series circuit and the equivalent stiffness ratios.
- 6.3 Values of the LR series circuit and the equivalent stiffness ratios in the experiment.
- 6.4 Values of  $C_{pP}$  at various  $\alpha$ .
- 6.5 Calculated optimum values of the LR series circuit and the equivalent stiffness ratios considering the transition of capacitance.
- 7.1 Values of material parameters.
- 7.2 Calculated optimum values of the LR circuit.
- 7.3 Values of the LR circuit in the experiment.
- 8.1 Modal material parameters of the plate.
- 8.2 Material parameters of the piezoelectric elements.
- 8.3 Values of the circuit of Case 1-3 in the experiment.
- 8.4 Theoretical values of the circuit of Case 1-3.

8.5 Values of the circuit of Case 4.

8.6 Theoretical amount of reduction of peaks at each vibration mode.

## 第1章 緒論

### 1.1 研究の背景と目的

世の中に存在する全ての構造物に振動の問題は付随する。各種機械装置、建築構造物、自動車や飛行機等の乗り物、宇宙構造物等がその代表である。時計や振動を利用した搬送装置のように振動を有効活用する機械装置も中には存在するが、一般的には振動によって工作等の精度が低下したり、構造物自体が破壊されたり、乗り物の場合は乗り心地が悪化したりする。また、振動によって放射される騒音が問題になる場合もある<sup>(1)</sup>。よって、これらの振動を低減する技術が必要であり、近年の機械装置の高精度化の流れに乗って、その重要性はより高まっている<sup>(2)</sup>。<sup>(3)</sup> 振動を低減する手段を大別すると次のようになる<sup>(4)</sup>。

[1]振動源の除去，あるいは低減。

[2]振動伝達の遮断。

[3]減衰の付加や制御力による応答系の振動の抑制。

[1]の振動の発生源にはエンジンやモーターのアンバランス、鍛造機械等の衝撃力、道路の凹凸等がある。[2]は振動絶縁であり、[3]の振動制御と同様に受動的な手法と能動的な手法の両面から研究が進められている。ここで、振動の発生源や振動する構造物は千差万別であるが、振動自体は図 1.1 に示すようにばねや重力による復元力と質量による慣性力からなり、実はその原理は単純である。[2]の振動絶縁は図 1.2 左図の質量，ダッシュポット，ばねからなる一自由度振動系において、基礎の振動を質量に伝達させない、または質量の振動を基礎に伝達させない

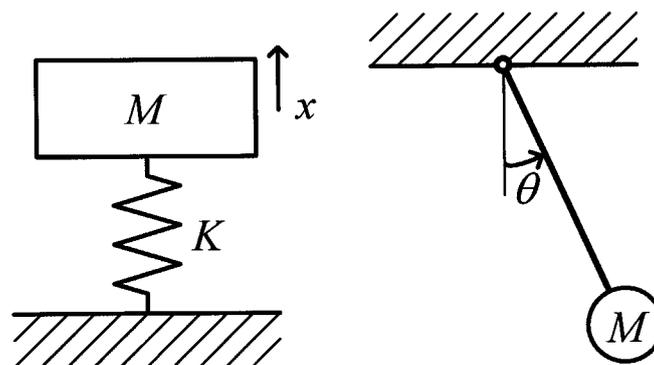


Fig. 1.1 Model of vibration.

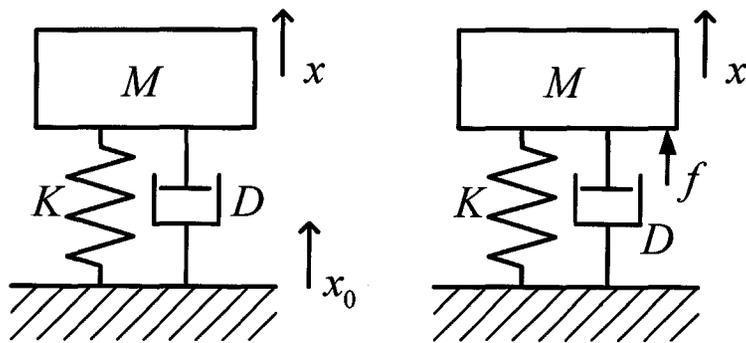


Fig 1.2 Models of vibration transmission and vibration excitation.

手法であり，[3]の振動制御は図 1.2 右図の一自由度振動系において外力  $f$  によって生じる質量の振動を低減する手法である．本論文ではこの振動制御を取り上げる．

振動制御は振動系の減衰が不足している場合に行われる．制振対象物に応じてこれまでに種々の制振装置が開発されてきたが，その手法は制御力の反作用力の支持方法によって，以下の三つに分類できる<sup>(4)</sup>．

- [A]固定面を用いた制振手法．
- [B]補助質量を用いた制振手法．
- [C]支持構造物を用いた制振手法．

図 1.3 に[A]，[B]，[C]の代表例を示す．図中の破線で囲まれた部分が制振装置である．[A]には質量と基礎の間にダッシュポットや摩擦ダンパを設置する手法があり，[B]の代表としては動吸振器やアクティブマスダンパによる制振が挙げられる．[C]には弾性体同士をダッシュポットで

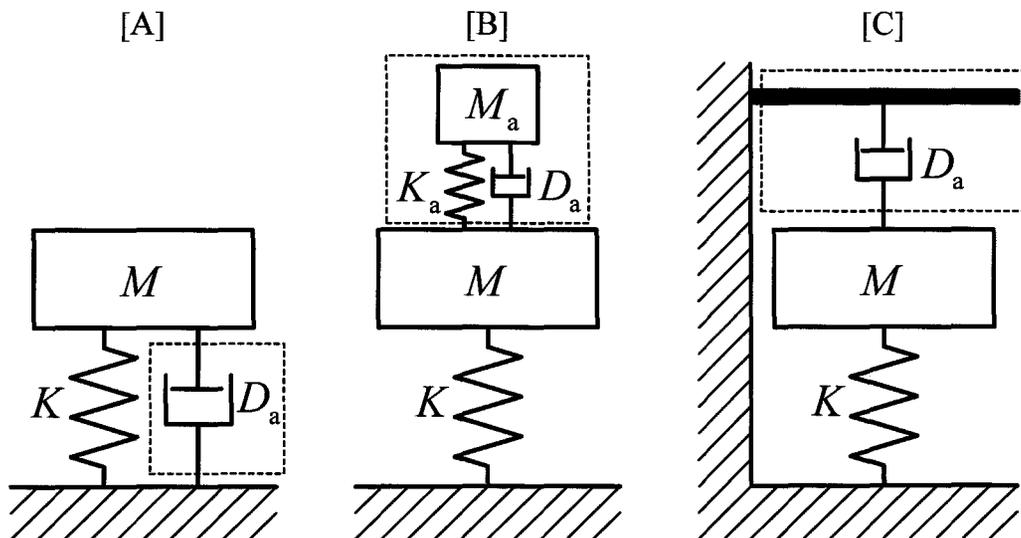


Fig. 1.3 Three types of vibration suppression.

連結する手法等がある。また、制御力やパラメータのコントロールの有無によって、受動型、能動型、準能動型の三種類に分類することができる<sup>(4)</sup>。ここで、準能動型は制振対象物を支持するばねやダッシュポットのパラメータを制御し、制御力を主系に直接加えるわけではないので、原理的には受動型とほぼ等しい。これらの二つの分類方法を合わせると全部で九種類の手法がある。なお、振動低減の原理に注目する分類方法もある<sup>(5)</sup>。これには、系の振動エネルギーを消散させる手法と制御力で加振力を相殺する手法の二種類がある。前者の代表にはダッシュポットを用いたエネルギーの消散があり、後者の代表には減衰のない動吸振器による制振がある。なお、減衰のある動吸振器のように、両方の特性を備えた手法もある。

制振装置には付加質量、ダッシュポット、ばね、油圧やコイルによるアクチュエータ等が必要である。それらの多くは設置に大きなスペースを必要とするため、小型化や軽量化が必要な制振対象物には適用できない場合がある。また、制振対象物に直接設置するため、意匠の観点から敬遠される場合もある。そこで、必要なスペースが小さい材料の一つとして圧電素子が注目されている<sup>(6)</sup>。圧電素子はセンサーとアクチュエータの両方として機能する材料であり、その応答性と精密性の高さが特徴である。また、大きさのわりに得られる力が大きいという特徴もある。しかし、圧電素子は変形量が小さく、装置全体で高価になる場合が多い等の理由により、機械式の制振装置に比べて研究が進んでいない。また、得られている知見が少ない結果、圧電素子の持つ潜在的な能力の高さのわりに利用される機会が少ない。圧電素子のはりや平板等に貼り付けて用いると、圧電素子の変形量は小さいが、十分な曲げモーメントを発生させることができる。この特徴を生かした研究が進めば、圧電素子を用いた制振が利用される機会が増えると期待される。

圧電素子を用いた曲げ振動の抑制では、制振対象ははりや平板等の機械系であるが、制振装置はデジタルコントローラや電子回路からなる電気系で構成される。そのため、機械式の制振装置のように固定面や補助質量、あるいは支持構造物を利用した制振とは異なり、必要なスペースが小さい。しかし、機械系と電気系の間にはアナロジーがあり<sup>(7)</sup>、機械系の固定面や補助質量にあたる電気系が存在する。すなわち、本質的には機械式の制振装置と同様の分類が可能である。また、制御力のコントロールやパラメータの制御の有無によって受動型、能動型、準能動型に分類することも可能である。制振では系の安定性が最も重要であるので、本研究では原理的に不安定になることがない受動制振を中心に取り上げる。

受動制振は振動制御の基礎であり、それ以外の制振を行う場合であってもその原理やメカニ

---

ズムを理解しておくことは重要である。圧電素子を用いた受動制振には抵抗を接続して減衰を付加する手法<sup>(8), (9)</sup>と、インダクタンスと抵抗を接続し、圧電素子内のキャパシタンスと共振させることによって機械式の動吸振器のように振動を低減する手法<sup>(8), (10)-(13)</sup>がある。抵抗を用いた受動制振は Hagood らや何らによって理論解析がなされ、抵抗の最適調整式や制振性能が明らかになった<sup>(8), (9)</sup>。しかし、インダクタンスと抵抗を用いた受動制振は、機械式の動吸振器と同様に定点理論によってインダクタンスと抵抗の最適値を求めることができるが、これまでの研究では抵抗の最適調整式が解析解ではなく近似式である。また、付加系の共振を用いた制振では主系の固有振動数が変化すると制振性能が低下する問題があり、ロバストな手法が必要であるが、圧電素子を用いた受動制振でこの問題に取り組んだ研究は少なく<sup>(14)</sup>、不十分である。

圧電素子を用いた制振には機械系と電気系が共存する。そして、機械系と電気系を圧電素子の圧電効果と逆圧電効果が結合している。制振の原理を理解するためには二つのシステムを同時に考える必要があるが、そのままでは困難であるのでしばしば機械系と電気系のアナロジーを用いて、その制振の効果が解説される<sup>(8), (13)</sup>。一方の分野にのみ熟知している人間にとってはこのアナロジーが感覚的な理解の助けになるが、等価な機械力学モデルや電子回路モデルが理論的に示されたことはほとんどない<sup>(10)</sup>。そのため、過去に機械式の制振装置や電子回路で得られている知見が圧電素子を用いた制振に活用されているとは言い難い。

能動制振では圧電素子の逆圧電効果を利用するので、印加電圧と制御力間の変換効率である電気機械結合係数によって圧電素子の性能が決定する。また、受動制振では圧電素子の圧電効果と逆圧電効果をとともに利用するため、電気機械結合係数の二乗の項を含む等価剛性比で制振性能は決まる。受動制振では等価剛性比によって回路の最適値も決まるので高精度にその値を求めることは必要不可欠である。電気機械結合係数と等価剛性比は圧電素子の材料定数や寸法形状、支持条件より理論値を求めることができるが、現実には圧電素子をはりや平板に貼り付ける場合の接着剤の剛性の影響等により理論値と実測値は一致しない。そのため、制振性能を正確に推測するには実測する必要がある。しかし、これまでに提案されている手法<sup>(8), (15)</sup>は圧電素子の等価剛性比が小さい場合に計測の誤差によって精度が不十分になる問題等を有している。

受動制振は安定性に優れるが、大きな制振力を得るには圧電素子の数を増やす必要がある。しかし、圧電素子は価格が高く、貼り付けられる位置にも限りがある。そこで、能動制振に受動制振の安定性を付加する観点より、両者を併用するハイブリッド制振の研究が進められ、安定性が向上すると同時に能動制振の消費電力を低減できるという知見が得られている<sup>(16)-(20)</sup>。し

かし、いずれの手法も受動制振と能動制振を単に同時に使用しているだけという域を出ず、装置が膨大である。また、それぞれの本質的な欠点を解決したことになっていないため、工学的な利益は小さい。

一般に、はりや平板等は低い振動数域に限定しても複数の振動モードを持つ。そのため、単一の振動モードを抑えても制振性能が十分にならない場合がある。そこで、能動制振<sup>(21)-(33)</sup>や、多自由度回路を用いた受動制振で複数の振動モードを抑える手法<sup>(34), (35)</sup>が提案されている。しかし、前者には発振の可能性に加えて各振動モードを独立には制振できない問題や、コントローラがデジタルであるため高い振動数は制振が不可能である問題がある。また、後者には制振対象を複数の振動モードにすると一つの振動モードあたりの制振性能が低下する問題や、回路が膨大になり、最適調整が困難になる問題がある。

以上をまとめると、圧電素子を用いたはりや平板の曲げ振動の低減には次のような課題がある。

- ・インダクタンスと抵抗を用いた受動制振の理論解析が不十分である。
- ・これまでに提案された受動制振手法はいずれもロバスト性が低い。
- ・圧電素子を用いた制振システムと等価な機械力学モデルや電子回路モデルがないため、機械式の制振装置や電子回路で得られている知見が活用されていない。
- ・電気機械結合係数と等価剛性比を高精度に測定する手法が確立されていない。
- ・受動制振と能動制振の本質的な欠点を解決するハイブリッド制振手法がない。
- ・複数の振動モードを抑える有効な手法がない。

本論文はこれらの課題の解決を目的とする。これらの課題が解決されれば、圧電素子を用いたはりや平板等の曲げ振動の低減技術がこれまで以上に利用される機会を得ると期待される。

## 1.2 圧電素子の特性と種類

圧電素子は外力によってひずみを与えると電圧が発生する圧電効果と、逆に電圧を加えるとひずみを生じる逆圧電効果の二種類の性質を持つ。そのため、圧電素子は圧電効果を利用すればセンサー、逆圧電効果を利用すればアクチュエータとして用いることができる<sup>(1), (6)</sup>。圧電素子にはチタン酸バリウムやチタン酸ジルコン酸鉛等による圧電セラミックスとポリフッ化ビニリデンによる高分子圧電素子があり、どちらも振動制御の分野で利用されている。

圧電セラミックスは加える電場の方向とその時の伸縮方向の関係によって大きく図 1.4 に示すような二種類に分類される。その一つ目は電場の方向と伸縮方向が垂直である長さ方向伸び振動タイプである。このタイプの圧電セラミックスは主にユニモルフ型やバイモルフ型のアクチュエータに利用されている。これらのアクチュエータでは屈曲を利用するため、低電圧で大きな変位量を得ることができる。この長さ方向伸び振動タイプの特性は圧電素子をはりや平板に貼り付けて曲げ振動を抑える場合に非常に有効である。そこで、本論文ではこのタイプの圧電素子をはりや平板に貼り付けて使用する。代表的な圧電セラミックスのもう一つは電場の方向と伸縮方向が同一のタイプである。積層型アクチュエータがその代表であり、耐荷重特性に優れ、精密に微小変位量を得られる特徴がある。

高分子圧電素子は圧電フィルムとも呼ばれ、その柔軟性と成形加工のしやすさが特徴である。高分子圧電素子は衝撃力に強く、曲面にも貼り付けることができるため、圧電セラミックスに比べて適用の自由度が高い。しかし、高分子圧電素子は圧電セラミックスと比較して力と変位が小さいという本質的な欠点がある。

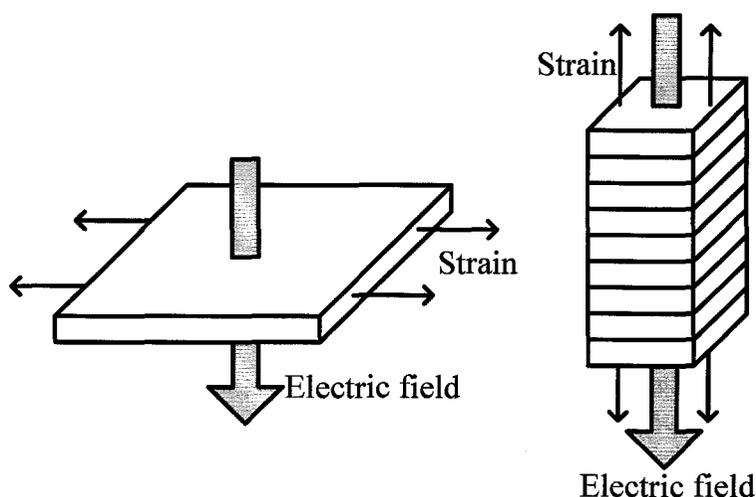


Fig. 1.4 Two types of piezoelectric ceramics.

### 1.3 これまでの研究の概要

圧電素子を用いた制振は、無生物である機械構造物に生体と同じ機能を持たせるという発想のスマート構造の概念が出現することによって注目され始めた<sup>(36)</sup>。圧電素子を用いた制振は受動制振、能動制振、ハイブリッド制振の三種類を中心に進められているが、近年はこれらに属

さない手法も提案されている。以下にそれらの制振手法を紹介する。

### 1.3.1 圧電素子を用いた受動制振

圧電素子を用いた受動制振は1979年にForwardが発表した論文に始まる<sup>(10)</sup>。その中でForwardはインダクタンスと抵抗を並列に接続し、圧電素子のキャパシタンスと共振させることで振動を低減できる可能性を示した。その後、1991年にHagoodらが圧電素子に受動回路を接続した場合の支配方程式を一般的に導出し、抵抗のみを接続する場合と、インダクタンスと抵抗を直列に接続する場合の振動低減効果を検証した<sup>(8)</sup>。また、1999年にはParkらによってインダクタンスと抵抗を並列に接続する場合も直列に接続する場合とほぼ等しい制振効果があることが示された<sup>(13)</sup>。LR直列回路やLR並列回路を用いた手法で抑えられる振動モードは単一であるため、近年、複数の振動モードを同時に抑えることができる受動制振回路もいくつか提案されている<sup>(34), (35)</sup>。他に、インダクタンスを用いる受動制振では一般にインダクタンスの値が非常に大きくなるため、キャパシタンスを付加することによってインダクタンスの値を小さくする手法<sup>(37), (38)</sup>や、LR回路をデジタルコントローラによって自動的に調整し、制振性能を維持する手法<sup>(39)</sup>の報告がある。ただし、回路をデジタルコントローラで自動調整する手法は厳密には準能動的な制振である。

### 1.3.2 圧電素子を用いた能動制振

能動制振において、圧電素子はアクチュエータとして用いられる場合とセンサーとして用いられる場合がある。圧電素子は分布型のアクチュエータやセンサーとして使用することができる点が他の装置や材料を用いる場合と異なるが、本質的に大きな違いはない。圧電素子以外を用いた能動制振と同様に、はじめは直接速度フィードバック型の能動制振手法が提案され<sup>(10)</sup>、その後のコンピュータの急速な進歩に支えられて、近年はデジタルコントローラと制御理論による能動制振の有効性が報告されている<sup>(22), (24), (26), (27), (33)</sup>。

圧電素子はアクチュエータとしてもセンサーとしても利用できる。この特性を利用して、1992年にDoschらがセルフセンシングアクチュエータを提案した<sup>(21)</sup>。セルフセンシングアクチュエータはセンサーとアクチュエータが同一であるので共配置となり、本質的に安定性に優れる。セルフセンシングアクチュエータではブリッジ回路によってセンサー電圧と制御電圧を分離するが、このブリッジ回路のバランスが崩れると不安定になる問題を有する。この問題に対して、大嶋らはロバスト性を保証する $\mu$ 設計法を用いたコントローラを提案した<sup>(24)</sup>。また、瀧上らは

---

仮想ブリッジ回路によってブリッジ回路のバランスの崩れを回避する手法を示した<sup>(22)</sup>.

### 1.3.3 圧電素子を用いたハイブリッド制振

圧電素子を用いた受動制振は安定性に優れるが、制振力が小さい。逆に能動制振は制振性能に優れるが、その発振の可能性が常に問題となる。そこで、能動制振と受動制振を併用することにより、制振性能と安定性を両立するハイブリッド制振手法が提案されている<sup>(16)-(20), (23)</sup>。これまでに一組の圧電素子に受動回路と制御電圧を直列または並列に接続する手法<sup>(16)</sup>と二組の圧電素子に受動回路と制御電圧をそれぞれ接続する手法<sup>(18)</sup>が、Agnes らと安達らによって提案された。これらの研究により、能動制振に受動制振を付加することで安定性が向上するだけでなく、能動制振の消費電力の低減にもつながるといふ知見が得られている。

### 1.3.4 圧電素子を用いたその他の制振

圧電素子を用いた制振には前述の受動制振、能動制振、ハイブリッド制振に分類できないものがある。その一つに Behrens らによって提案された負性キャパシタンスを接続する制振手法がある<sup>(40), (41)</sup>。この手法では負性キャパシタンスの絶対値を圧電素子のキャパシタンスと合わせることで、全ての振動数域に渡って電気系の並列の合成インピーダンスを無限大にする。その結果、原理的には全ての振動数域で振動を低減することができるが、電気系の合成インピーダンスが負になると系が不安定になるため、安定性と制振性能がトレードオフの関係にある。別の手法として、Richard らによって提案された準受動的な手法がある<sup>(42)-(46)</sup>。この準受動的な手法ではスイッチと受動回路を利用して振動エネルギーを電荷に変換し、その電荷を圧電素子に蓄積することで常に振動速度に対して逆向きの力を発生させて振動を低減する。この手法では制振対象物の固有振動数と制振装置の設計に大きな関係がないので、付加系の共振を用いる受動制振手法に比べるとロバスト性が高い。

## 1.4 本論文の概要

本論文では圧電素子を用いた制振の実用化において障害となっている問題の解決を目指し、2章以降では一つの章で一つの課題の解決手法等を提案する。以下にその概要について述べる。

2章ではインダクタンスと抵抗を用いた受動制振手法において、LR 回路の最適調整式を厳密に定点理論に則して導出する。振動の評価指標がコンプライアンスの場合だけではなく、モビ

リティやアクセラランスで評価する場合の回路の最適調整式についても導出する。また、この章で圧電素子を貼り付けた平板のアクチュエータ方程式とセンサー方程式を求める。

3章では圧電素子を用いた能動制振と受動制振の制振システムと等価な機械力学モデルと電子回路モデルを提案する。それらの等価モデルを図で示し、理論的に元の制振システムと等価であることを証明する。また、圧電素子を用いた制振ではロバスト性や制振性能の向上のために複数の圧電素子を用いる場合があるので、その場合の等価モデルについても導出する。元の制振システムを等価な機械力学モデルや電子回路モデルで表すことによって、機械式の制振装置や電子回路で得られている知見が活用できると期待される。

4章では圧電素子の性能を決定する電気機械結合係数と等価剛性比を実測によって高精度に求める手法を提案する。これらの値は圧電素子を用いて制振する場合の制振性能を決定するだけでなく、特に受動制振の場合は回路の最適値にも関係するため、高精度に求めておく必要がある。圧電素子を用いた制振手法が数多く提案されているが、いずれの手法の場合もこれらの値を高精度に求めておくことが装置の設計の前提になっている。

5章では圧電素子と電子回路による電気式の二重吸振器を提案する。これは機械式の二重動吸振器と同様に、一重型に比べて制振性能が高く、装置の設計によってロバスト性を高めることができる。機械式の二重動吸振器と同様に並列二重型と直列二重型の二種類を提案し、数値最適化手法で求めた回路の最適調整値を近似式で表す。

6章ではLR回路を用いた受動制振の制振力発生メカニズムを基礎にしたハイブリッド制振の手法を提案する。この手法で用いる回路の最適値を求める理論式を定点理論にもとづいて導出し、数値計算と実験によって有効性を検証する。また、制振対象外の振動モードの安定性についても検討する。

7章では6章とは別のハイブリッド制振の手法を提案する。この手法もLR回路を用いた受動制振を基礎にする。主系の振動変位信号を用いて付加系の電気共振の振幅を増幅し、それによって制振力を大きくする。この手法でも定点理論にもとづいて回路の最適値を求め、数値計算と実験によって有効性を確認する。

8章では6章で提案したハイブリッド制振手法を基礎にしたハイブリッド多モード制振の手法を提案する。この手法では各振動モードを抑える共振回路を並列化することにより回路の膨大化と最適調整の複雑化を防ぐ。各共振回路の最適値を求める理論式を定点理論に基づいて導出し、実験で理論解析の妥当性と提案する手法の有効性を検証する。

---

9章は本論文の結論である.

## 第2章 LR回路を用いた受動制振の定点理論による最適調整

### 2.1 緒言

圧電素子を用いてはりや平板等の曲げ振動を抑制する手法が注目され、多数の研究が行われている。その制振の方法には圧電素子に外部から制御電圧を加える能動制振<sup>(21)-(33)</sup>と、抵抗を接続して系に減衰を付加したり、インダクタンスと抵抗を接続することによって電気系を機械式動吸振器のようにふるまわせたりする受動制振<sup>(8)-(14)</sup>がある。

能動制振では大きな制振力を得られるが、安定性に問題がある。逆に、受動制振は制振力が小さいが、不安定になることはない。制振では系の安定性が最も重要であるので本章では受動制振を取り上げる。受動制振は振動制御の基礎であり、それ以外の制振を行う場合もその原理やメカニズムを理解しておくことは重要である。抵抗を用いる受動制振は Hagood らや何らによって理論解析がなされ、抵抗の最適調整式や制振性能が既に明らかにされた<sup>(8), (9)</sup>。一方、インダクタンスと抵抗を用いる受動制振も、それらを直列に接続する手法<sup>(8), (11), (12)</sup>と並列に接続する手法<sup>(13)</sup>の二つが提案されている。機械式動吸振器の場合には定点理論<sup>(7), (47)</sup>を用いて動吸振器の固有振動数と減衰係数の最適値を求めるのが一般的であるが、圧電素子を用いたこれらの手法では抵抗の最適調整式が、その導出の困難さが原因で定点理論に則していない近似式である。また、これまでの研究ではコンプライアンス<sup>(48)</sup>で振動を評価する場合しか扱われておらず、モビリティ<sup>(48)</sup>やアクセラランス<sup>(48)</sup>で振動を評価する場合の回路の最適調整式が導出されていない。そこで、本章ではそれぞれの評価指標において定点理論による厳密な定式化を行い、数値計算と実験によって提案する最適調整式の妥当性を確認する。

### 2.2 アクチュエータ方程式とセンサー方程式の導出

本節では、図 2.1 に示すように長さ方向伸び振動タイプの圧電素子を平板に貼り付けた場合のアクチュエータ方程式とセンサー方程式を導出する。

図 2.1 のように平板に貼り付けた圧電素子では、機械的パラメータの応力  $\mathbf{T}$  とひずみ  $\mathbf{S}$ 、電気的パラメータの電場  $\mathbf{E}$  と電気変位  $\mathbf{D}$  とが圧電効果および逆圧電効果を介して互いにつりあって

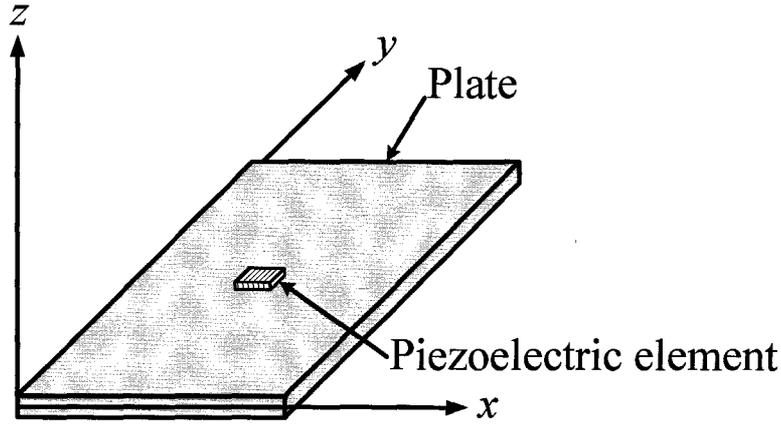


Fig. 2.1 Plate with a piezoelectric element.

いる。それらの関係は次の圧電方程式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_{12} \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & -\nu_p s_{11}^E & 0 & d_{31} \\ -\nu_p s_{11}^E & s_{11}^E & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & 2(1+\nu_p)s_{11}^E & 0 \\ d_{31} & d_{32} & 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_{p1} \\ T_{p2} \\ T_{p12} \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

ここで、 $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_{12}$ はそれぞれ $x$ 方向、 $y$ 方向のひずみ、 $xy$ 平面内のせん断ひずみ、 $T_{p1}$ 、 $T_{p2}$ 、 $T_{p12}$ は $x$ 方向、 $y$ 方向の応力、 $xy$ 平面内のせん断応力、 $D_3$ は $z$ 方向の電気変位、 $E_3$ は $z$ 方向の電場、 $s_{11}^E$ は機械的コンプライアンス、 $\nu_p$ はポアソン比、 $d_{31}$ 、 $d_{32}$ は圧電定数、 $\varepsilon_{33}^T$ は誘電率である。上付き添字EとTはそれぞれ一定電場、一定応力下での値であることを表し、その条件下において値は定数である。長さ方向伸び振動タイプの圧電素子の $d_{32}$ は $d_{31}$ に比べて十分小さいので、次式以降では無視する。式(2.1)を変形すると

$$\begin{Bmatrix} T_{p1} \\ T_{p2} \\ T_{p12} \\ D_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{s_{11}^E(1-\nu_p^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_p & 0 & -d_{31} \\ \nu_p & 1 & 0 & -\nu_p d_{31} \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_p}{2} & 0 \\ d_{31} & \nu_p d_{31} & 0 & s_{11}^E(1-\nu_p^2)\varepsilon_{33}^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_{12} \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_{33}^S = \varepsilon_{33}^T \left\{ 1 - \frac{1}{s_{11}^E(1-\nu_p^2)} \frac{d_{31}^2}{\varepsilon_{33}^T} \right\} \quad (2.3)$$

となる。圧電素子のひずみと平板の $z$ 方向変位 $W(x, y, t)$ の関係式はKirchhoff-Loveの仮定より、

$$S_1 = -z \frac{\partial^2 W(x, y, t)}{\partial x^2} \quad (2.4)$$

$$S_2 = -z \frac{\partial^2 W(x, y, t)}{\partial y^2} \quad (2.5)$$

$$S_{12} = -2z \frac{\partial^2 W(x, y, t)}{\partial x \partial y} \quad (2.6)$$

で与えられるとする。ここで、 $z$ は中立面からの距離である。電場 $E_3$ と電位 $\phi(z, t)$ の関係式は

$$E_3 = -\frac{\partial \phi(z, t)}{\partial z} \quad (2.7)$$

である。また、変位 $W(x, y, t)$ と電位 $\phi(z, t)$ は

$$W(x, y, t) = \Psi(x, y) \xi(t) = [\Psi_1(x, y) \cdots \Psi_n(x, y)] \begin{Bmatrix} \xi_1(t) \\ \vdots \\ \xi_n(t) \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\phi(z, t) = \phi(z) v(t) \quad (2.9)$$

と、それぞれ時間の関数を変数分離した関係式で与えられる。ここで、 $\Psi(x, y)$ は平板の固有関数列、 $\xi(t)$ はモード変位ベクトル、 $\phi(z)$ は $z$ 方向電位の境界条件を満足する仮想電位、 $v(t)$ は圧電素子電極間の電圧である。仮想電位 $\phi(z)$ は平板の厚さ方向の中心を中立面として、

$$\phi(z) = \frac{z - \frac{h}{2}}{h_p} \quad (2.10)$$

と与えられる。ここで、 $h$ と $h_p$ はそれぞれ平板と圧電素子の厚さである。

平板のひずみと応力の関係は

$$\begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_{12} \end{Bmatrix} = \frac{E_b}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

で与えられる。ここで、 $E_b$ は平板のヤング率、 $\nu$ はポアソン比、 $T_1$ 、 $T_2$ 、 $T_{12}$ は $x$ 方向、 $y$ 方向の応力、 $xy$ 平面内のせん断応力である。平板のひずみと $z$ 方向変位 $W(x, y, t)$ の関係式は圧電素子の場合の関係式と等しく、式(2.4)-(2.6)で与えられる。

ハミルトンの原理<sup>(49)</sup>に基づいてモデルの運動方程式および回路方程式を導く。時刻 $t_1$ から $t_2$ までの仮想仕事の積分が0になるという条件より、次式が成り立つ。

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(V - U + W_e) + \delta W_f] dt = 0 \quad (2.12)$$

ここで、 $V$ 、 $U$ 、 $W_e$ は系全体の運動エネルギー、ポテンシャルエネルギー、電気エネルギーであり、 $W_f$ は外力による仕事である。平板と圧電素子の $xy$ 平面内の存在領域を $A_b$ 、 $A_p$ とおくと、これらは

$$V = \frac{1}{2} \int_{A_b} \rho h \dot{W}^2 dA_b \quad (2.13)$$

$$U = \int_{A_b} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \Delta U_b dz dA_b + \int_{A_p} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} \Delta U_p dz dA_p \quad (2.14)$$

$$\Delta U_b = \frac{1}{2} S_1 T_1 + \frac{1}{2} S_2 T_2 + \frac{1}{2} S_{12} T_{12} \quad (2.15)$$

$$\Delta U_p = \frac{1}{2} S_1 T_{p1} + \frac{1}{2} S_2 T_{p2} + \frac{1}{2} S_{12} T_{p12} \quad (2.16)$$

$$W_e = \int_{A_p} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} \Delta W_e dz dA_p \quad (2.17)$$

$$\Delta W_e = \frac{1}{2} E_3 D_3 \quad (2.18)$$

$$\delta W_f = \int_{A_b} \delta W \cdot P_f dA_b - \delta \varphi \cdot q \quad (2.19)$$

と与えられる。ここで、 $\rho$ は平板の密度、 $P_f$ は平板に加わる等分布荷重、 $q$ は圧電素子に加わる電荷である。式(2.13)では圧電素子の運動エネルギーは平板の運動エネルギーに比べて十分小さいとして無視した。式(2.15)、(2.16)、(2.18)は式(2.2)、(2.4)-(2.7)、(2.11)より

$$\Delta U_b = \frac{1}{2} z^2 \frac{E_b}{1-\nu^2} \left[ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \quad (2.20)$$

$$\Delta U_p = -\frac{1}{2} z \frac{1}{s_{11}^E (1-\nu_p^2)} d_{31} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu_p \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (2.21)$$

$$\Delta W_e = \frac{1}{2} z \frac{1}{s_{11}^E (1-\nu_p^2)} d_{31} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu_p \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{1}{2} \varepsilon_{33}^T \left\{ 1 - \frac{1}{s_{11}^E (1-\nu_p^2)} \frac{d_{31}^2}{\varepsilon_{33}^T} \right\} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \quad (2.22)$$

と変形できる。ただし、式(2.21)では圧電素子の機械的なひずみエネルギーは平板に比べて十分小さいとして無視した。式(2.13)、(2.14)、(2.17)、(2.19)を式(2.12)に代入すると、オイラーの微分方程式より、平板と圧電素子からなる系のアクチュエータ方程式とセンサー方程式が得られる。

$$\mathbf{M}\ddot{\xi} + \mathbf{K}\xi - \mathbf{0}v = \mathbf{Q}P_f \quad (2.23)$$

$$\mathbf{0}^t \xi + C_p^S v = q \quad (2.24)$$

ここで,

$$\mathbf{M} = \rho h \int_{A_b} \boldsymbol{\Psi}^t \boldsymbol{\Psi} dA_b = \mathbf{I} \quad (2.25)$$

$$\mathbf{K} = \frac{1}{12} h^3 \int_{A_b} [\mathbf{L}_b \boldsymbol{\Psi}]^t \mathbf{c}_b [\mathbf{L}_b \boldsymbol{\Psi}] dA_b \quad (2.26)$$

$$\boldsymbol{\Theta} = \int_{A_p} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} [z \mathbf{L}_b \boldsymbol{\Psi}]^t [\mathbf{d} \mathbf{c}_p]^t \left( -\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) dz dA_p \quad (2.27)$$

$$\mathbf{Q} = \int_{A_b} \boldsymbol{\Psi}^t dA_b \quad (2.28)$$

$$C_p^S = \int_{A_p} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} \varepsilon_{33}^S \left( -\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 dz dA_p = \frac{\varepsilon_{33}^S A_p}{h_p} \quad (2.29)$$

$$\mathbf{L}_b = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{d} = [d_{31} \quad 0 \quad 0] \quad (2.31)$$

$$\mathbf{c}_b = \frac{E_b}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$\mathbf{c}_p = \frac{1}{s_{11}^E (1-\nu_p^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_p & 0 \\ \nu_p & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_p}{2} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

である。 $\mathbf{M}$ はモード質量行列、 $\mathbf{K}$ はモード剛性行列、 $\boldsymbol{\Theta}$ はモード電気機械結合係数列、 $C_p^S$ は圧電素子のキャパシタンス、 $\boldsymbol{\xi}$ はモード変位ベクトル、 $\mathbf{Q}$ はモード外力影響係数列である<sup>(48)</sup>。

上付き添字Sは一定ひずみ下での値であることを、上付き添字tは転置行列をそれぞれ表す。ここで、平板の固有関数は式(2.25)のモード質量行列が単位行列 $\mathbf{I}$ になるように正規化されているとした。式(2.23)のアクチュエータ方程式は平板の運動方程式に圧電素子による力を付加したもので、式(2.24)のセンサー方程式は圧電素子の電荷のつりあいである。圧電素子電極間の電圧 $v$ を求めると

$$v = -\frac{\Theta^t}{C_p^s} \xi + \frac{q}{C_p^s} \quad (2.34)$$

となる。式(2.34)より圧電素子は交流電圧源とキャパシタンスを直列に接続した等価回路で表現できることが分かる。圧電素子に接続する外部回路の分圧を $v_z$ とおくと、電圧のつりあいより

$$v_z + v = 0 \quad (2.35)$$

となる。これは圧電素子と外部回路による回路方程式である。式(2.23), (2.35)を用いて理論解析と数値計算を行う。

## 2.3 インダクタンスと抵抗による受動制振

### 2.3.1 LR 直列回路を接続した場合

図 2.2 のように圧電素子と LR 直列回路を用いて単一の振動モードを抑える手法を検討する。ここで、図 2.2 では圧電素子の起電力を $v_0$ とおいた。また、 $L$ と $R$ は後述するように外部に付加するインダクタンスと抵抗である。

平板の $i$ 次振動モードを制振対象とする場合、その近傍の振動数で考えるため他の振動モードは近似的に無視できる<sup>(48)</sup>。そこで、式(2.23), (2.35)の運動方程式と回路方程式は

$$M\ddot{\xi} + K\xi + \Theta v_z = QP_i \quad (2.36)$$

$$v_z + \frac{1}{C_p^s} q = \frac{\Theta}{C_p^s} \xi \quad (2.37)$$

となる。ここで、 $M$ ,  $K$ ,  $\Theta$ ,  $Q$ ,  $\xi$ は $i$ 次振動モードに関する項であるが、下付き添字 $i$ は省略した。制振に用いるインダクタンスと抵抗を $L$ ,  $R$ とおくと、外部回路の分圧は

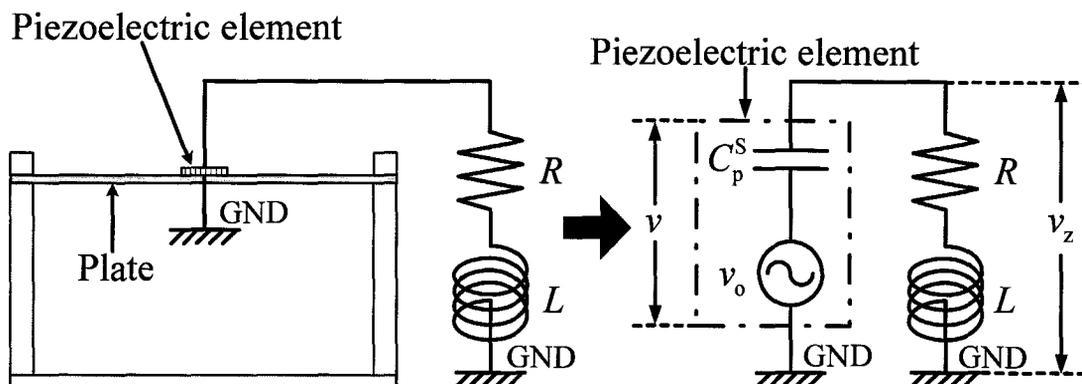


Fig. 2.2 Passive vibration suppression using series LR circuit and the piezoelectric element.

$$v_z = L\ddot{q} + R\dot{q} \quad (2.38)$$

と与えられる。式(2.34), (2.38)より式(2.36), (2.37)は

$$M\ddot{\xi} + K\xi + \Theta(L\ddot{q} + R\dot{q}) = QP_f \quad (2.39)$$

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C_p^s} = \frac{\Theta}{C_p^s} \xi \quad (2.40)$$

と変形できる。

加振振動数を $\omega$ とすると式(2.39), (2.40)は

$$\frac{\xi}{\xi_{st}} = \frac{1}{-\frac{M}{K}\omega^2 + 1 + \frac{\Theta^2}{KC_p^s}G_s} \quad (2.41)$$

$$\xi_{st} = \frac{QP_f}{K} \quad (2.42)$$

$$G_s = \frac{-\omega^2 L + j\omega R}{-\omega^2 L + j\omega R + \frac{1}{C_p^s}} \quad (2.43)$$

となる。式(2.41)より無次元化したコンプライアンス, モビリティ, アクセラランスの大きさ $u_c$ ,  $u_M$ ,  $u_A$ を導くと次式になる。

$$u_c = \left| \frac{\xi}{\xi_{st}} \right| = \sqrt{\frac{A^2 + 4\zeta^2 B^2}{C^2 + 4\zeta^2 D_s^2}} \quad (2.44)$$

$$u_M = \frac{1}{\Omega} \left| \frac{\dot{\xi}}{\xi_{st}} \right| = \sqrt{\frac{E^2 + 4\zeta^2 F^2}{C^2 + 4\zeta^2 D_s^2}} \quad (2.45)$$

$$u_A = \frac{1}{\Omega^2} \left| \frac{\ddot{\xi}}{\xi_{st}} \right| = \sqrt{\frac{G^2 + 4\zeta^2 H^2}{C^2 + 4\zeta^2 D_s^2}} \quad (2.46)$$

ここで,

$$A = f^2 - g^2 \quad (2.47)$$

$$B = fg \quad (2.48)$$

$$C = (1 - g^2)(f^2 - g^2) - \beta g^2 \quad (2.49)$$

$$D_s = fg(1 + \beta - g^2) \quad (2.50)$$

$$E = g(f^2 - g^2) \quad (2.51)$$

$$F = fg^2 \quad (2.52)$$

$$G = g^2 (f^2 - g^2) \quad (2.53)$$

$$H = fg^3 \quad (2.54)$$

$$f = \frac{\omega_a}{\Omega} \quad (2.55)$$

$$g = \frac{\omega}{\Omega} \quad (2.56)$$

$$\beta = \frac{\Theta^2}{KC_p^S} \quad (2.57)$$

$$\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C_p^S}{L}} \quad (2.58)$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{1}{LC_p^S}} \quad (2.59)$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (2.60)$$

である。

周波数応答の最大値を最小にする付加系の固有振動数と減衰係数を求める方法のひとつに定点理論<sup>(7), (47)</sup>がある。簡便であるため機械式動吸振器や回路の最適調整に多く用いられている。すなわち、式(2.44)-(2.46)はそれぞれ $\zeta$ の値に関わらず二つの定点を通るので、その2定点の高さがそろって最適固有振動数比 $f_{opt}$ を求め、そこで最大値となる最適抵抗比 $\zeta_{opt}$ を導出する。

2定点P, Qでの振幅が等しい条件より、最適固有振動数比 $f_{opt}$ が求められ、

$$f_{opt} = \begin{cases} \sqrt{1+\beta} & \text{(for compliance)} \\ \sqrt{\frac{2}{2+\beta}}(1+\beta) & \text{(for mobility)} \\ 1+\beta & \text{(for acceleration)} \end{cases} \quad (2.61)$$

となる。2定点の加振振動数比は

$$g_{P,Q} = \begin{cases} \sqrt{(1+\beta) \mp \sqrt{\frac{\beta(1+\beta)}{2}}} & \text{(for compliance)} \\ \sqrt{\frac{(1+\beta) \left[ (4+3\beta) \mp \sqrt{\beta(8+5\beta)} \right]}{2(2+\beta)}} & \text{(for mobility)} \\ \sqrt{\frac{(1+\beta) \left[ (2+\beta) \mp \sqrt{\beta(2+\beta)} \right]}{2}} & \text{(for acceleration)} \end{cases} \quad (2.62)$$

となる。そして、2定点での振幅は

$$u|_{g=g_{P,Q}} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\beta(1+\beta)}} & \text{(for compliance)} \\ \sqrt{\frac{2+\beta}{\beta(1+\beta)}} & \text{(for mobility)} \\ \sqrt{\frac{2+\beta}{\beta}} & \text{(for accelerance)} \end{cases} \quad (2.63)$$

と求められる。2定点P, Qでそれぞれ極大値になる $\zeta_{Popt}$ と $\zeta_{Qopt}$ が存在するがほとんど差はなく、最適抵抗比 $\zeta_{opt}$ は両者の相加平均として問題ない。

$$\zeta_{opt} = \frac{1}{2}(\zeta_{Popt} + \zeta_{Qopt}) \quad (2.64)$$

ここで、 $\zeta_{Popt}$ と $\zeta_{Qopt}$ は次式で与えられる。

$$\zeta_{P,Qopt} = \begin{cases} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-AA' + u^2 CC'}{BB' - u^2 D_S D_S'}} \Big|_{g=g_{P,Q}} & \text{(for compliance)} \\ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-EE' + u^2 CC'}{FF' - u^2 D_S D_S'}} \Big|_{g=g_{P,Q}} & \text{(for mobility)} \\ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-GG' + u^2 CC'}{HH' - u^2 D_S D_S'}} \Big|_{g=g_{P,Q}} & \text{(for accelerance)} \end{cases} \quad (2.65)$$

ここで、記号'は $\partial/\partial g$ を表す。式(2.61)-(2.64)はいずれも等価剛性比 $\beta$ の関数である。機械式動吸振器の場合、最適固有振動数比と最適減衰比、制振性能は動吸振器と主系の質量比の関数で与えられる<sup>(7)</sup>。一方、圧電素子を用いた吸振器の場合、圧電素子によって電氣的に付加される剛性と主系の剛性の比、つまり式(2.57)で定義した等価剛性比 $\beta$ の関数となる。

最適固有振動数比 $f_{opt}$ と最適抵抗比 $\zeta_{opt}$ より、最適インダクタンス $L_{opt}$ と最適抵抗 $R_{opt}$ の値は

$$L_{opt} = \frac{1}{f_{opt}^2} \frac{1}{C_p^S} \frac{1}{\Omega^2} \quad (2.66)$$

$$R_{opt} = 2\zeta_{opt} \sqrt{\frac{L_{opt}}{C_p^S}} = 2\zeta_{opt} \frac{1}{f_{opt}} \frac{1}{C_p^S} \frac{1}{\Omega} \quad (2.67)$$

となる。

### 2.3.2 LR 並列回路を接続した場合

図 2.3 のように圧電素子と LR 並列回路を用いて単一の振動モードを抑える場合を検討する。支配方程式は式(2.36), (2.37)であるが, 外部回路の分圧が LR 直列回路を接続した場合と異なり,

$$v_z = \frac{j\omega LR}{j\omega L + R} \dot{q} \quad (2.68)$$

で与えられる。式(2.36), (2.37)を変形すると支配方程式は

$$M\ddot{\xi} + K\xi + \Theta \frac{j\omega LR}{j\omega L + R} \dot{q} = QP_f \quad (2.69)$$

$$\frac{j\omega LR}{j\omega L + R} \dot{q} + \frac{q}{C_p^s} = \frac{\Theta}{C_p^s} \xi \quad (2.70)$$

となる。

LR 直列回路を接続した場合と同様に式(2.69), (2.70)は

$$\frac{\xi}{\xi_{st}} = \frac{1}{-\frac{M}{K}\omega^2 + 1 + \frac{\Theta^2}{KC_p^s} G_p} \quad (2.71)$$

$$G_p = \frac{-\omega^2 L}{-\omega^2 L + j\omega \frac{L}{RC_p^s} + \frac{1}{C_p^s}} \quad (2.72)$$

と変形できる。式(2.41)と式(2.71)は  $G_s$  と  $G_p$  のみが異なる。これらの式から無次元化したコンプライアンス, モビリティ, アクセランスの大きさ  $u_c$ ,  $u_M$ ,  $u_A$  を導くと次式になる。

$$u_c = \left| \frac{\xi}{\xi_{st}} \right| = \sqrt{\frac{A^2 + 4Z^2 B^2}{C^2 + 4Z^2 D_p^2}} \quad (2.73)$$

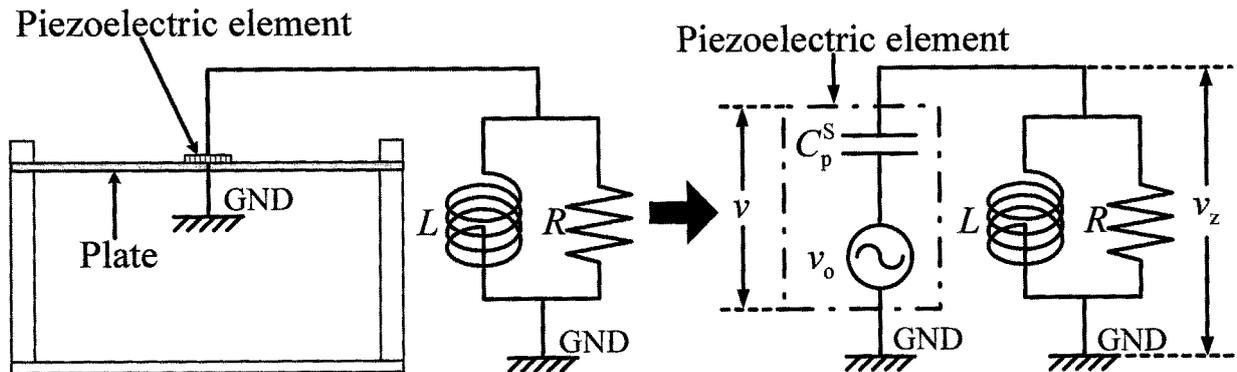


Fig. 2.3 Passive vibration suppression using parallel LR circuit and the piezoelectric element.

$$u_M = \frac{1}{\Omega} \left| \frac{\dot{\xi}}{\xi_{st}} \right| = \sqrt{\frac{E^2 + 4Z^2 F^2}{C^2 + 4Z^2 D_p^2}} \quad (2.74)$$

$$u_A = \frac{1}{\Omega^2} \left| \frac{\ddot{\xi}}{\xi_{st}} \right| = \sqrt{\frac{G^2 + 4Z^2 H^2}{C^2 + 4Z^2 D_p^2}} \quad (2.75)$$

ここで,

$$D_p = fg(1 - g^2) \quad (2.76)$$

$$Z = \frac{1}{2R} \sqrt{\frac{L}{C_p^s}} \quad (2.77)$$

である。LR直列回路の場合と比べると $D_p$ と抵抗比 $Z$ が異なるが、その他の項は同じ式で与えられる。

LR並列回路を接続した場合も定点理論<sup>(7), (47)</sup>を用いた最適調整を行うことができる。式(2.73)-(2.75)はそれぞれ $Z$ の値に関わらず二つの定点を通るので、その2定点の高さがそろった最適固有振動数比 $f_{opt}$ を求め、そこで最大値となる最適抵抗比 $Z_{opt}$ を導出すればよい。

LR直列回路を接続した場合と同様の方法で求めることができる。2定点をP, Qとおくと、最適固有振動数比 $f_{opt}$ , 2定点の加振振動数比 $g_{P,Q}$ , 2定点での振幅, 最適抵抗比 $Z_{opt}$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$f_{opt} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2-\beta}{2}} & \text{(for compliance)} \\ 1 & \text{(for mobility)} \\ \sqrt{\frac{2+\beta}{2}} & \text{(for accelerance)} \end{cases} \quad (2.78)$$

$$g_{P,Q} = \begin{cases} \sqrt{1 \mp \sqrt{\frac{\beta}{2}}} & \text{(for compliance)} \\ \sqrt{\frac{(4+\beta) \mp \sqrt{\beta(8+\beta)}}{4}} & \text{(for mobility)} \\ \sqrt{\frac{(2+\beta) \mp \sqrt{\beta(2+\beta)}}{2}} & \text{(for accelerance)} \end{cases} \quad (2.79)$$

$$u|_{g=g_{p,q}} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\beta}} & \text{(for compliance)} \\ \sqrt{\frac{2}{\beta}} & \text{(for mobility)} \\ \sqrt{\frac{2+\beta}{\beta}} & \text{(for acceleration)} \end{cases} \quad (2.80)$$

$$Z_{\text{opt}} = \frac{1}{2}(Z_{\text{Popt}} + Z_{\text{Qopt}}) \quad (2.81)$$

$$Z_{\text{P,Qopt}} = \begin{cases} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-AA' + u^2 CC'}{BB' - u^2 D_p D_p'}} \Big|_{g=g_{p,q}} & \text{(for compliance)} \\ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-EE' + u^2 CC'}{FF' - u^2 D_p D_p'}} \Big|_{g=g_{p,q}} & \text{(for mobility)} \\ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-GG' + u^2 CC'}{HH' - u^2 D_p D_p'}} \Big|_{g=g_{p,q}} & \text{(for acceleration)} \end{cases} \quad (2.82)$$

式(2.78)-(2.81)も等価剛性比  $\beta$  の関数である。

最適固有振動数比  $f_{\text{opt}}$  と最適抵抗比  $Z_{\text{opt}}$  より、最適インダクタンス  $L_{\text{opt}}$  と最適抵抗  $R_{\text{opt}}$  の値は

$$L_{\text{opt}} = \frac{1}{f_{\text{opt}}^2} \frac{1}{C_p^S} \frac{1}{\Omega^2} \quad (2.83)$$

$$R_{\text{opt}} = \frac{1}{2Z_{\text{opt}}} \sqrt{\frac{L_{\text{opt}}}{C_p^S}} = \frac{1}{2Z_{\text{opt}}} \frac{1}{f_{\text{opt}}} \frac{1}{C_p^S} \frac{1}{\Omega} \quad (2.84)$$

となる。

### 2.3.3 LR 直列回路と LR 並列回路の比較

それぞれの回路を接続した場合の制振性能、最適インダクタンス、最適抵抗を比較する。

#### A 制振性能の比較

定点理論を用いた最適調整では 2 定点でほぼ最大値になるため、その 2 定点での振幅を制振性能の尺度として用いることができる。そこで、LR 直列回路と LR 並列回路を用いた場合の 2 定点における振幅を表 2.1 に示す。制振性能は等価剛性比  $\beta$  のみによって決まることが分かる。等価剛性比  $\beta$  が 1 に比べて十分に小さい場合はコンプライアンス、モビリティ、アクセララン

Table 2.1 Amplitudes at the two fixed points.

	Series LR circuit	Parallel LR circuit
Compliance	$\sqrt{\frac{2}{\beta(1+\beta)}}$	$\sqrt{\frac{2}{\beta}}$
Mobility	$\sqrt{\frac{2+\beta}{\beta(1+\beta)}}$	$\sqrt{\frac{2}{\beta}}$
Accelerance	$\sqrt{\frac{2+\beta}{\beta}}$	$\sqrt{\frac{2+\beta}{\beta}}$

スのいずれについても二種類の回路で制振性能はほぼ等しい。しかし、等価剛性比  $\beta$  が大きい場合はコンプライアンス、モビリティの順で制振性能に差が生じ、LR 直列回路の方が有利である。なお、アクセラランスは常に制振性能が等しい。一般に圧電素子の等価剛性比  $\beta$  は 1 に比べて十分小さいが、圧電素子の使用数を増やしたり、将来性能のよい圧電素子が開発されたりすればこの限りではない。圧電素子によって電氣的に付加される剛性の割合が大きくなるためである。

### B 最適インダクタンスの比較

いずれの場合も最適固有振動数比  $f_{opt}$  が LR 直列回路を接続した場合の方が大きいため、最適インダクタンスはコンプライアンス、モビリティ、アクセラランスのどの場合でも LR 直列回路を用いた場合の方が小さくなる。ただし、等価剛性比  $\beta$  が 1 に比べて十分に小さい場合はほとんど差がない。また、どちらの回路の場合も、コンプライアンス、モビリティ、アクセラランスの順で  $f_{opt}$  の値は大きくなる。これは振動速度や振動加速度は振動変位よりも高振動数側の振幅が大きくなるためである。

### C 最適抵抗の比較

等価剛性比  $\beta$  が 1 に比べて十分に小さい場合、最適抵抗の値は次式で与えられる比をほぼ満たす。

$$R_{Sopti} : R_{Popti} = 4\zeta_{opti} Z_{opti} \sqrt{\frac{L_{Sopti}}{L_{Popti}}} : 1 \approx 4\zeta_{opti}^2 : 1 \quad (2.85)$$

ただし, LR 直列回路, LR 並列回路を接続した場合の最適インダクタンスをそれぞれ  $L_{Sopt}$ ,  $L_{Popt}$ , 最適抵抗をそれぞれ  $R_{Sopt}$ ,  $R_{Popt}$  とした. 等価剛性比  $\beta$  が 1 に比べて十分に小さい場合,  $\zeta_{opt}$  と  $Z_{opt}$  はほぼ等しく, 一般に 1 に比べて非常に小さくなる. ゆえに  $R_{Sopt} \ll R_{Popt}$  となる. これらの回路による制振力はインダクタンスの分圧によるところが大きく, インダクタンスに流れる電流は大きい必要がある. つまり, LR 直列回路の抵抗は小さく, LR 並列回路の抵抗は大きくなければならない. その結果, 式(2.85)のように最適抵抗の値に大きな差が生じる.

振動変位あるいは振動速度を抑えたい場合は LR 直列回路の方が有利であると前述した. しかし, 実際の電子回路では接触抵抗やインダクタンスや圧電素子に内部抵抗が存在し, それらの和が  $R_{Sopt}$  より大きくなる場合がある. このような時に LR 直列回路を接続しても本来の制振性能は得られない. そこで, LR 並列回路を用いると内部抵抗の問題を解決できる場合がある.

## 2.4 数値計算と実験

### 2.4.1 実験装置と対象の振動モード

図 2.4 に本章の実験で用いた装置の概略を示す. 制振対象の平板(300mm×400mm×1mm)はアルミニウム製で周辺を全て固定した. 一般に低い振動数域での制振が重要であるので, 制振対象は固有振動数が約 80Hz の基本振動モードとした. 圧電素子(22mm×32mm×0.22mm)はセラミック製で長さ方向伸び振動タイプであり, 圧電素子の電気機械結合係数は対象とする振動モ

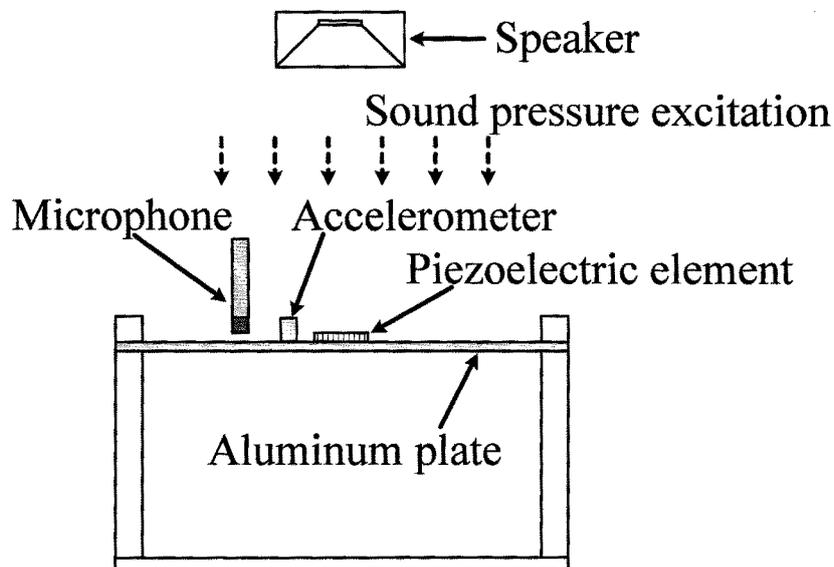


Fig. 2.4 Schematic diagram of the experimental apparatus.

ードの曲率最大の位置に貼り付けると最も大きくなるので、平板の中央に導電性接着剤で貼り付けた。インダクタンスには GIC (Generalized Impedance Converter) による合成可変インダクタンスを用いた<sup>(50)</sup>。コイルで最適値を実現するとそのサイズが非常に大きくなるためである。

### 2.4.2 実験方法

図 2.4 のように平板を音圧で加振し、加速度ピックアップとマイクロフォンを用いて平板の振動変位と加振音圧を測定した。ここで、加速度ピックアップは  $(x, y) = (0.15\text{m}, 0.15\text{m})$  の位置に設置した。図 2.5 に座標軸と平板の関係を示す。 $z$  は平板の中立面からの距離である。また、マイクロフォンは  $(x, y, z) = (0.15\text{m}, 0.10\text{m}, 0.010\text{m})$  に設置した。

実験で無次元化したコンプライアンスを求めるには  $\xi$ 、 $\xi_{st}$  が必要であり、 $\xi$  は次式で与えられる。

$$\xi = \frac{W(x, y, t)}{\Psi(x, y)} \quad (2.86)$$

ここで、 $\Psi(x, y)$  は平板の振動モードの固有関数である<sup>(51)</sup>。 $\xi_{st}$  は式(2.42)で与えられる。 $W(x, y, t)$  は加速度ピックアップ、 $P_f$  はマイクロフォンで計測し、 $K$  は圧電素子電極間短絡時の共振振動数  $\omega_s$  の二乗とした。 $Q$ 、 $\Psi(0.15, 0.15)$  は

$$Q = 0.1478 \quad (2.87)$$

$$\Psi(0.15, 0.15) = 3.811 \quad (2.88)$$

とした。

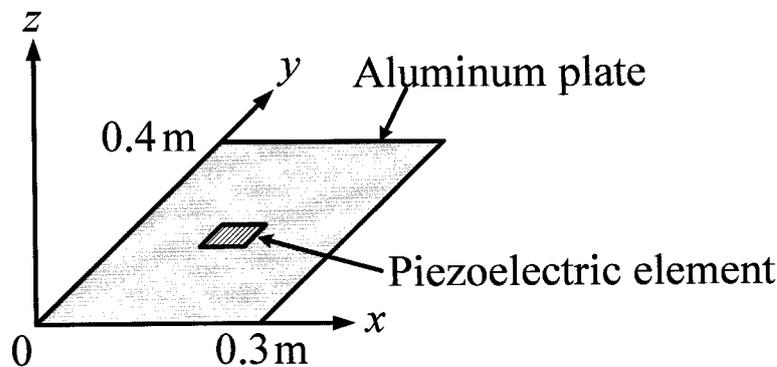


Fig. 2.5 Coordinates of a plate.

### 2.4.3 数値計算と実験の結果

表 2.2 に数値計算で用いた平板と圧電素子の諸元を示す. 理論解析では主系減衰が小さい系への減衰付加を想定し, 理論式の展開も簡易になるので主系減衰  $D$  を無視したが, 周波数応答では主系減衰の大きさによって共振ピーク値に差を生じるので, 主系減衰を含めて数値計算を行った.

図 2.6, 2.7 に LR 直列回路と LR 並列回路を接続した場合の数値計算と実験の結果を示す. 数値計算による回路の最適値を表 2.3 に, 実験での回路の値を表 2.4 に示す. 周波数応答とインダクタンスの値は数値計算と実験でよく一致しているが, 抵抗の値は異なっている. これは圧電素子と GIC による合成インダクタンスが内部抵抗を持つことが原因である.

図 2.8 に LR 直列回路を接続した場合のアクセラランスの数値計算結果を示す. 図 2.8 左図と右図で周波数応答の評価指標がそれぞれコンプライアンスとアクセラランスの場合の回路の最適値を用いた. ここで, アクセラランスの差異を明確にするために主系減衰  $D$  は無視した. この結果より, 回路の最適値は適した評価指標のもとで求めるべきであるといえる. また, 表 2.3, 2.4 に示した回路の理論最適値と実験値の差異を考慮すると, 振動の評価指標に応じた回路の最適値自体よりも, それらを用いて最適制振状態の数値計算結果を得ることが重要である.

Table 2.2 Values of material parameters.

Plate	$M$	1.00 kg
	$K$	252000 N/m
	$D$	17.5 Ns/m
Piezoelectric element	$C_p^S$	0.0450 $\mu\text{F}$
	$\Theta$	0.00429 N/V
	$\beta$	0.00162

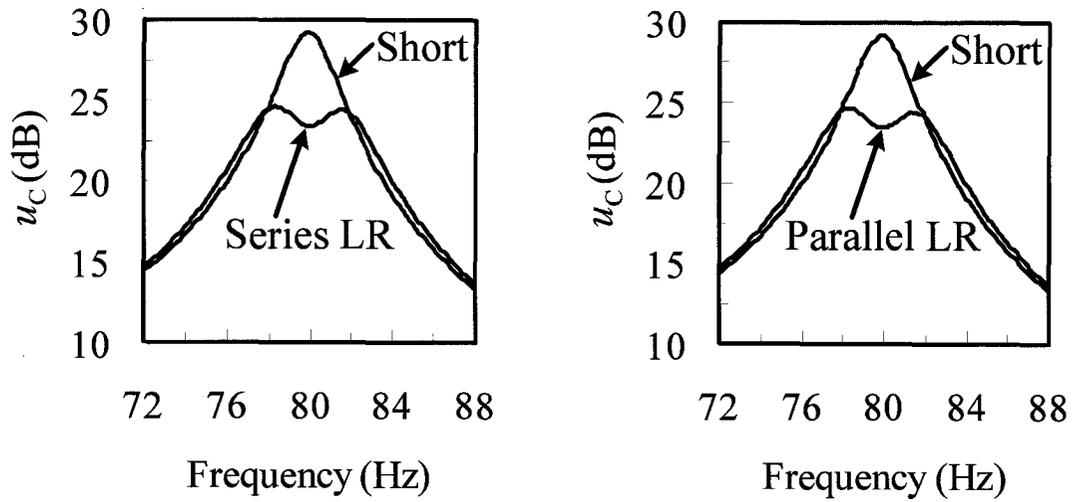


Fig. 2.6 Calculated results of frequency response with the series of parallel LR circuit.

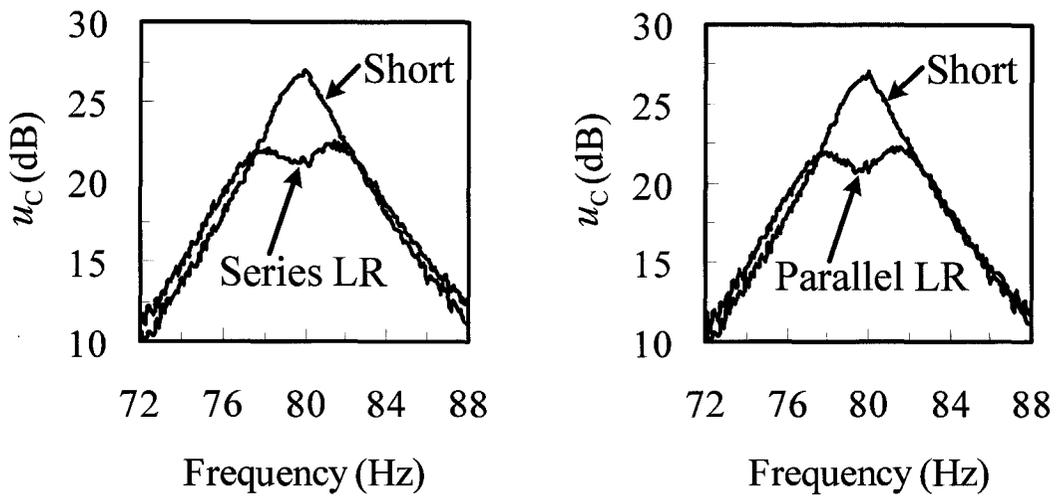


Fig. 2.7 Experimental results of frequency response with the series of parallel LR circuit.

Table 2.3 Calculated optimum values of the circuit.

	Series LR	Parallel LR
$L_{opt}$	88.0 H	88.2 H
$R_{opt}$	2180 $\Omega$	898 k $\Omega$

Table 2.4 Values of the circuit in experiment.

	Series LR	Parallel LR
$L$	87.2 H	87.3 H
$R$	1740 $\Omega$	1300 k $\Omega$

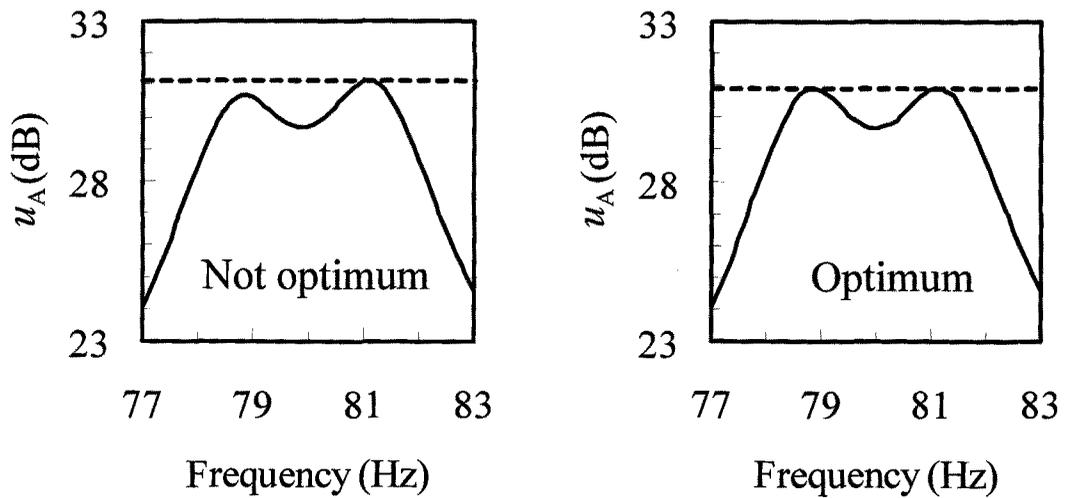


Fig. 2.8 Calculated results of frequency response (optimum values of the circuit were derived by compliance and acceleration).

## 2.5 結言

圧電素子とLR直列回路またはLR並列回路を用いた受動制振で定点理論に則した最適抵抗値を導出した。また、コンプライアンスでの最適調整式のみでなく、モビリティとアクセラランスでの最適調整式も同様に導出した。LR直列回路とLR並列回路を比較し、制振性能と最適インダクタンスの値がほぼ等しいことと、最適抵抗値が大きく異なることを解析的に示した。

## 第3章 制振システムの等価機械モデルと等価電気モデル

### 3.1 緒言

圧電素子を用いてはりや平板等の曲げ振動を抑制する方法が注目され、多数の研究が行われている。機械式動吸振器やアクティブマスダンパに比べて、必要なスペースが小さく、圧電素子自体の大きさのわりに得られる制御力が大きいためである。圧電素子を用いた制振には、外部から圧電素子に制御電圧を加える能動制振<sup>(21)-(33)</sup>とインダクタンスや抵抗等を圧電素子に接続することによって機械式動吸振器のようにふるまわせる受動制振<sup>(8)-(14)</sup>がある。また、両者を組み合わせたハイブリッド制振<sup>(16)-(20)</sup>や、負性キャパシタンスを利用した制振<sup>(40), (41)</sup>もある。

圧電素子を用いた制振では、制振対象物と制振装置がそれぞれ機械系と電気系で構成され、二つのシステムが共存する。そして、その機械系と電気系を圧電素子の圧電効果と逆圧電効果が結合している。制振の原理を理解するためには機械系と電気系を同時に考える必要があるが、そのままでは理解が困難であるので、しばしば機械系と電気系のアナロジーを用いて、その制振の効果が解説される<sup>(8), (13)</sup>。この機械系と電気系のアナロジーは、例えば機械系の一自由度振動系と電気系の一自由度系では完全に等価な機械力学モデルと電子回路モデルが存在し、一方の分野にのみ熟知している人間にとってはこの等価モデルが理解の助けになる<sup>(7)</sup>。しかし、圧電素子を用いた制振装置のように機械系と電気系が混在するシステムでは理論的な証明に裏づけされた等価な機械力学モデルや電子回路モデル（以下、それぞれ等価機械モデル、等価電気モデルと称す）が一般的に示されたことはない。Forwardによって一部の制振装置の等価電気モデルが示されたことがある程度である<sup>(10)</sup>。その結果、圧電素子を用いた制振装置では、例えば機械式の制振装置と等価な装置であっても、過去に機械式の制振装置で得られている知見が活用されていない。

そこで、本章では圧電素子を用いた制振システムの等価機械モデルと等価電気モデルを導出する。さらに、複数の圧電素子を用いる場合の等価機械モデルと等価電気モデルも示す。

## 3.2 圧電素子を用いた制振システム

圧電素子を用いた能動制振では、一般に圧電素子はアクチュエータとして使用される。なお、セルフセンシングアクチュエータ<sup>(21)-(25), (30)-(32)</sup>のように圧電素子がセンサーとして用いられる場合もあるが、加速度計や変位計をセンサーとして用いる場合と本質的に大きな違いはないので、ここではセンサーについては考えない。また、圧電素子を用いた受動制振ではいくつかの回路が提案されているので<sup>(8)-(14), (34), (35), (37), (38)</sup>、外部インピーダンスを一般的に  $Z$  として制振モデルを立て、支配方程式を導出する。

### 3.2.1 能動制振のモデルと支配方程式

図 3.1 に能動制振のモデルを示す。これは制振対象としてのはりおよび圧電素子およびコントローラからなる。圧電素子を貼り付けたはりの運動と圧電素子電極間の電圧のつりあいは次式で表される。

$$M\ddot{\xi} + D\dot{\xi} + K\xi + \Theta v_a = Qf \quad (3.1)$$

$$v_a = \frac{\Theta}{C_p^s} \xi - \frac{1}{C_p^s} q \quad (3.2)$$

ここで、 $M$  ははりの曲げ振動のモード質量、 $D$  はモード減衰係数、 $K$  はモード剛性、 $\Theta$  はモード電気機械結合係数、 $C_p^s$  は圧電素子のキャパシタンス、 $Q$  はモード外力影響係数、 $\xi$  はモード変位、 $q$  は圧電素子に蓄えられる電荷、 $v_a$  は制御電圧、 $f$  は外力である。なお、本章では圧電素子自体が持つ機械的な質量、減衰、そして剛性は主系に含めることとした。式(3.1)、(3.2)では単純化のため一つの振動モードのみを考慮したが、他の振動モードを考慮する場合も同様に

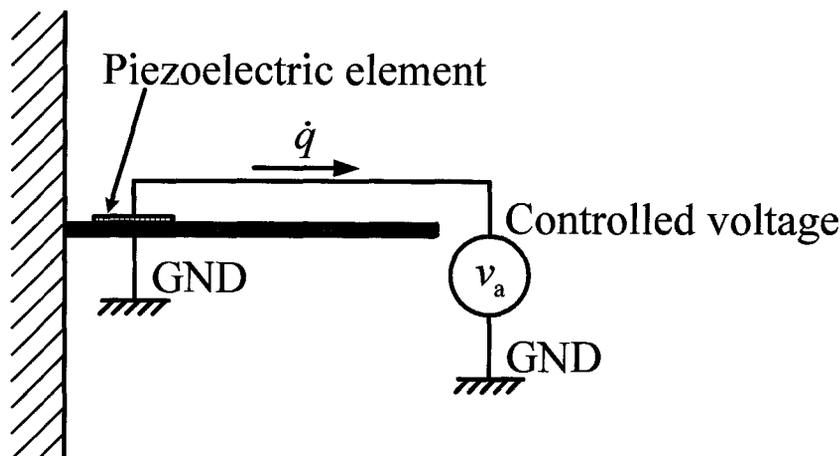


Fig. 3.1 Model of active vibration control.

導出できる.

### 3.2.2 受動制振のモデルと支配方程式

図 3.2 に外部インピーダンスを  $Z$  とした場合の受動制振のモデルを示す. この系の支配方程式は次式で与えられる.

$$M\ddot{\xi} + D\dot{\xi} + K\xi + \Theta \left( \frac{\Theta}{C_p^s} \dot{\xi} - \frac{1}{C_p^s} \dot{q} \right) = Qf \quad (3.3)$$

$$Z\dot{q} + \frac{1}{C_p^s} q = \frac{\Theta}{C_p^s} \dot{\xi} \quad (3.4)$$

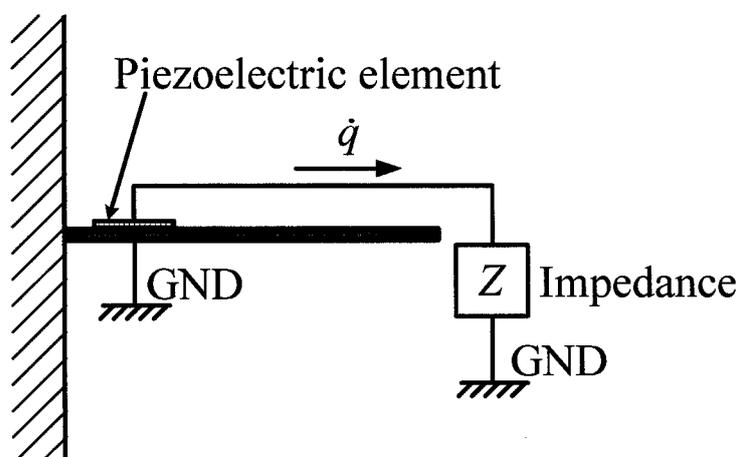


Fig. 3.2 Model of passive vibration suppression.

## 3.3 等価機械モデル

### 3.3.1 能動制振の等価機械モデル

図 3.3 に能動制振の振動モードごとの等価機械モデルを示す. この系の運動方程式とばね  $K_p$  の上端における力のつりあいの式は

$$M\ddot{\xi} + D\dot{\xi} + K\xi + K_p(\xi - x) = Qf \quad (3.5)$$

$$f_c = K_p(\xi - x) \quad (3.6)$$

である. ここで,  $f_c$  は制御力である. 等価機械モデル中の  $M$ ,  $D$ ,  $K$  からなる系は, 通りの曲げの振動モードの一つに相当するので, ここでは式(3.1)と同じ記号を用いた. 図 3.3 では制御

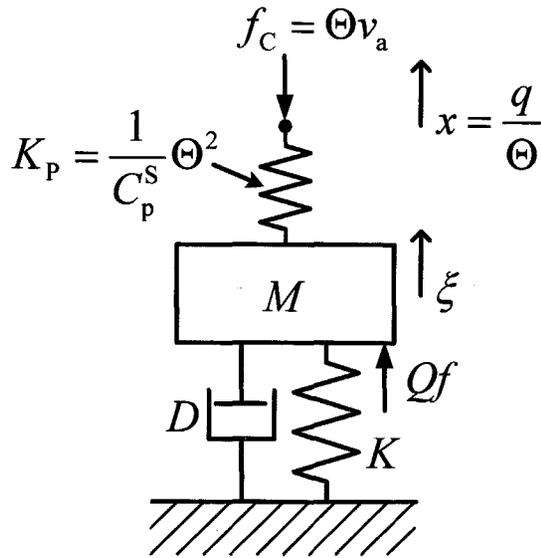


Fig. 3.3 Equivalent mechanical model for the active vibration control.

力  $f_c$  がばね  $K_p$  を介して質点に加えられているが、これは直接質点に制御力  $f_c$  が加えられる場合と等価である。式(3.5), (3.6)において

$$\begin{cases} K_p = \frac{1}{C_p^s} \Theta^2 \\ f_c = \Theta v_a \\ x = \frac{q}{\Theta} \end{cases} \quad (3.7)$$

とおけば、式(3.1), (3.2)と一致する。よって図 3.3 は能動制振の等価機械モデルである。等価機械モデルでは圧電素子内部のキャパシタンスは等価剛性  $K_p$  で表現される。ただし、振動モードごとに等価剛性  $K_p$  の値は異なる。また、外力の影響がモード外力影響係数  $Q$  によって決定することと同様に、制御力はモード電気機械結合係数  $\Theta$  によって決まる。

能動制振には印加電圧ではなく圧電素子内の電荷  $q$  を制御する手法もある。その場合の電荷  $q$  の制御は、ばね  $K_p$  の上端の変位  $x$  を制御することに相当する。

### 3.3.2 受動制振の等価機械モデル

図 3.4 に受動制振の等価機械モデルを示す。この系の支配方程式は

$$M\ddot{\xi} + D\dot{\xi} + K\xi + K_p(\xi - x) = Qf \quad (3.8)$$

$$D_p\dot{x} + K_p(x - \xi) = 0 \quad (3.9)$$

となる。ここで、外部回路のインピーダンス  $Z$  は等価機械インピーダンス  $D_p$  で表される。図 3.4

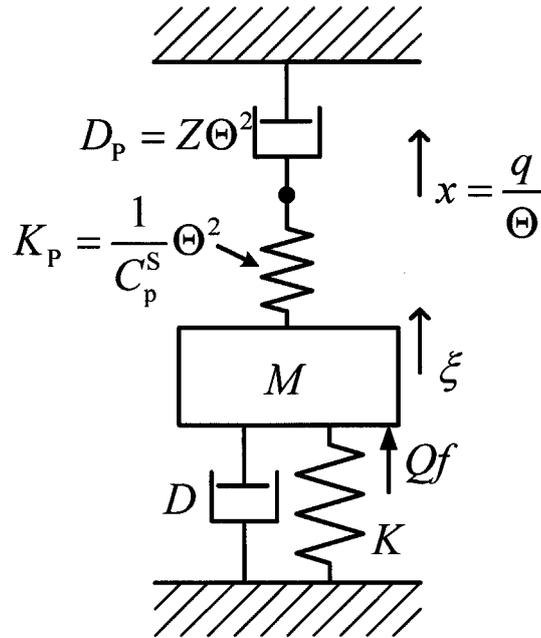


Fig. 3.4 Equivalent mechanical model for the passive vibration suppression.

においても主系に相当する一自由度振動系の部分のはりの曲げの振動モードの一つを表すので、式(3.3)と同じ記号を用いた。式(3.8), (3.9)において、

$$\begin{cases} K_p = \frac{1}{C_p^S} \Theta^2 \\ D_p = Z \Theta^2 \\ x = \frac{q}{\Theta} \end{cases} \quad (3.10)$$

とおき、式(3.9)の両辺を $\Theta$ で割れば式(3.3), (3.4)と一致する。圧電素子内部のキャパシタンスは等価剛性 $K_p$ で表現され、これによって主系と等価機械インピーダンス $D_p$ は結合される。

外部回路のインピーダンス $Z$ の等価機械インピーダンス $D_p$ への変換方法について、図3.5に示すインダクタンス $L_E$ 、抵抗 $R_E$ 、キャパシタンス $C_E$ からなる場合を例にとって説明する。

まず、図3.5に示した受動制振モデルを図3.6のように機械系と電気系の二つに分ける。ここで、図3.6左図の $f_s$ は圧電素子の逆圧電効果により主系に加えられる力、図3.6右図の $v_s$ は圧電素子の圧電効果によって外部回路に加わる電圧である。それぞれ

$$f_s = \Theta \left( \frac{\Theta}{C_p^S} \xi - \frac{1}{C_p^S} q \right) \quad (3.11)$$

$$v_s = \frac{\Theta}{C_p^S} \xi - \frac{1}{C_p^S} q \quad (3.12)$$

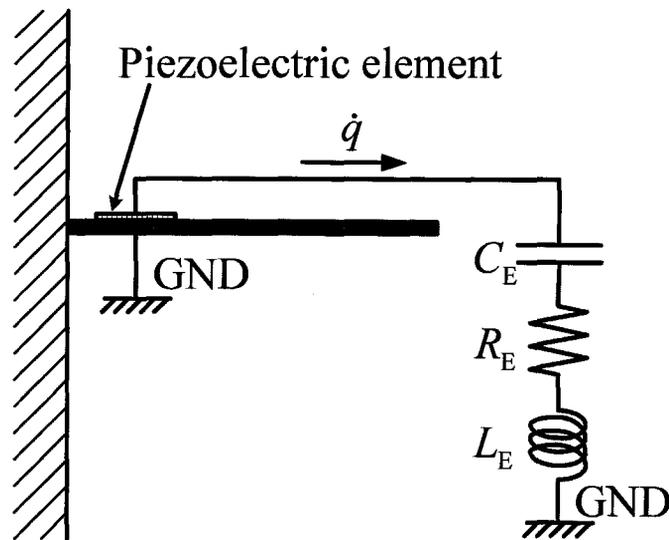


Fig. 3.5 An example of an external circuit.

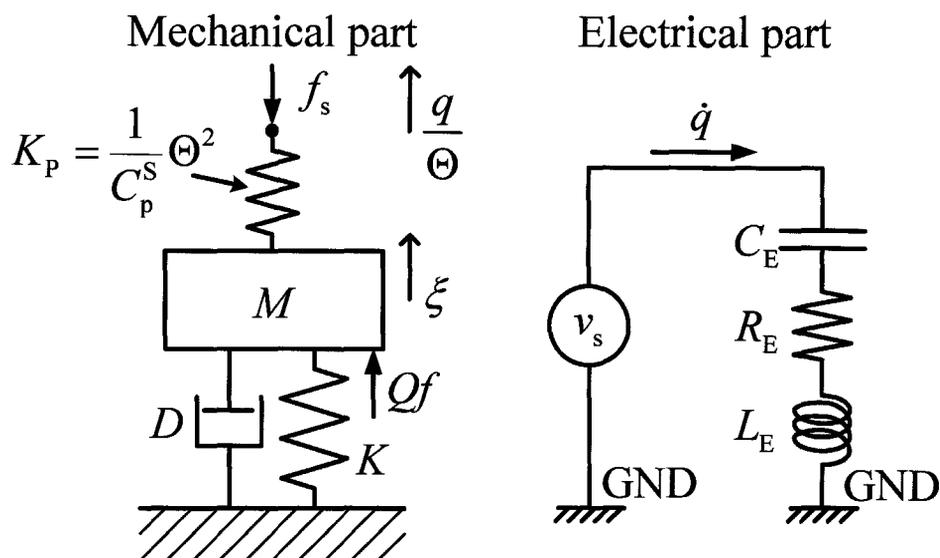


Fig. 3.6 Mechanical and electrical parts of the passive system.

であり,  $f_s$ と $v_s$ の間には

$$f_s = \Theta v_s \quad (3.13)$$

という関係がある. 次に図 3.6 の右に示した電気系を機械系に変換する. ここで, 図 3.6 右図は電気系のみで表されているので, 一般的に知られている機械系と電気系のアナロジーを用いて機械モデルを立てることができる<sup>(7)</sup>. 今回の例では図 3.6 の電気系の式は

$$L_E \ddot{q} + R_E \dot{q} + \frac{1}{C_E} q = v_s \quad (3.14)$$

であり，式(3.14)の両辺に $\Theta$ をかけ，式(3.10)より $q = \Theta x$ とすると，

$$L_E \Theta^2 \ddot{x} + R_E \Theta^2 \dot{x} + \frac{1}{C_E} \Theta^2 x = \Theta v_s \quad (3.15)$$

となる．ここで， $L_E \Theta^2$ ， $R_E \Theta^2$ ， $\Theta^2/C_E$ はそれぞれ等価質量，等価減衰，等価剛性であり，そのモデルは図3.7となる．式(3.13)より，等価質量 $L_E \Theta^2$ に加えられる力 $\Theta v_s$ と図3.6左図の力 $f_s$ は等しく，二つの機械モデルを結合することができる．よってこの例では等価機械モデルは図3.8のようになる．

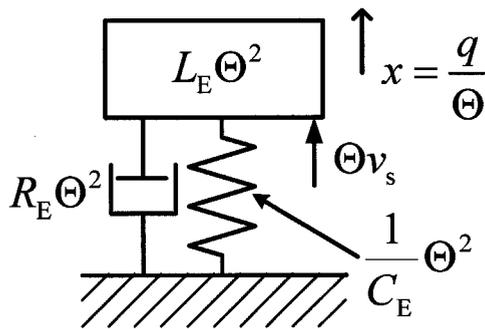


Fig. 3.7 Equivalent mechanical model of the electrical part.

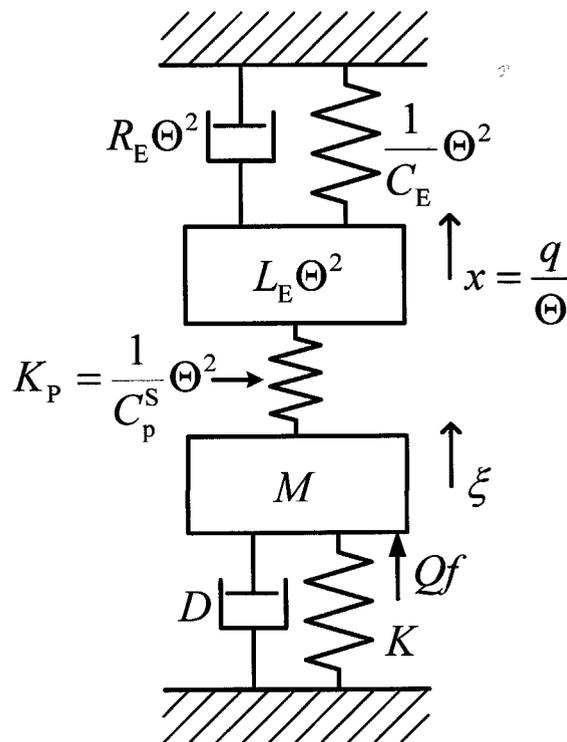


Fig. 3.8 Equivalent mechanical model of Fig. 3.5.

なお, 図 3.9 に示すような複数のインダクタンスが並列に接続されている回路は通常の等価機械モデルで表現できない. しかし, この場合も相対加速度に比例する力を発生する要素を定義すると機械モデルで表すことができる. ここで, その要素を相対質量と定義し, 図 3.10 のような記号で表すことにすると図 3.9 に示した系の等価機械モデルは図 3.11 のようになる.

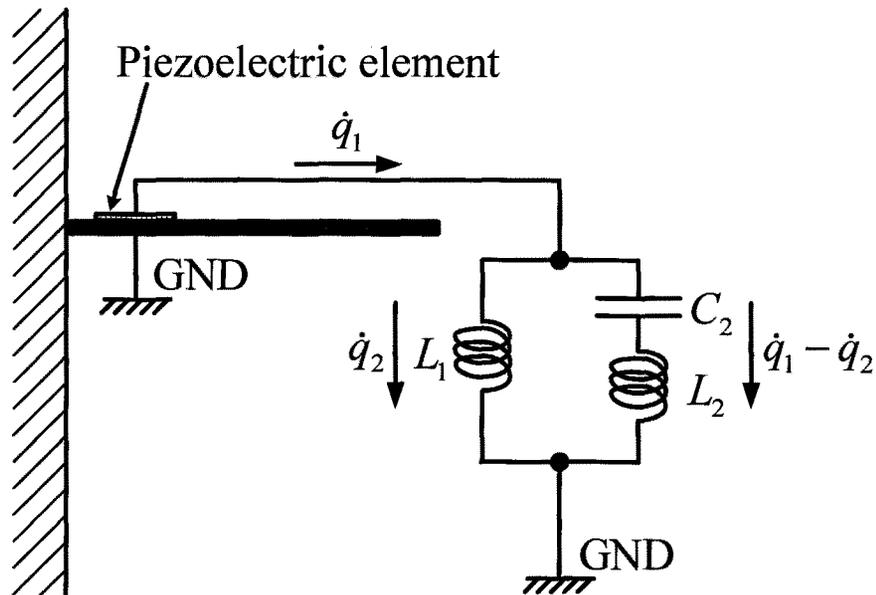


Fig. 3.9 An example that the equivalent mechanical model can not be expressed by the common elements.

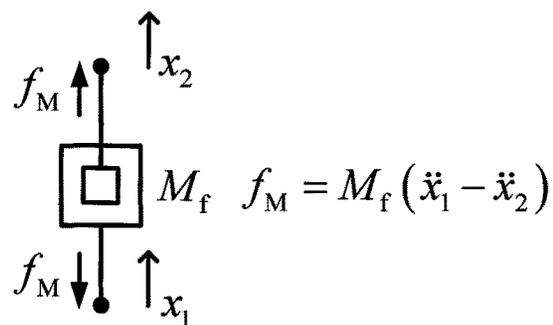


Fig. 3.10 Symbol for the relative mass defined in this paper.

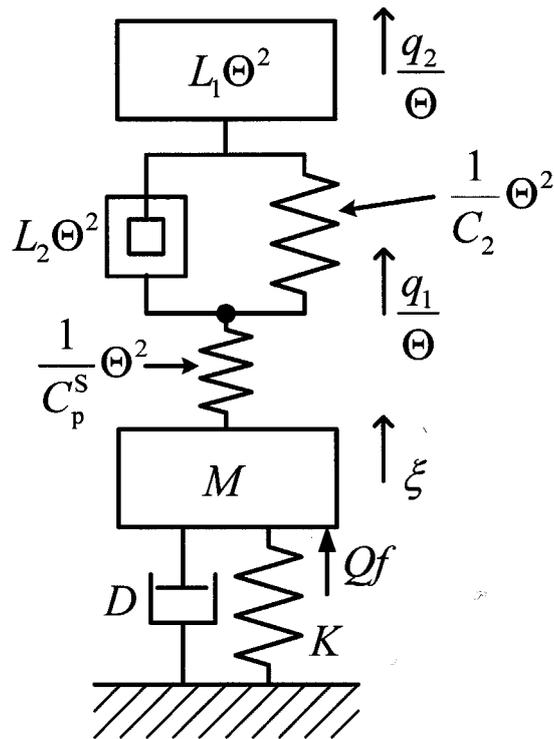


Fig. 3.11 Equivalent mechanical model using the symbol for the relative mass.

### 3.4 等価電気モデル

#### 3.4.1 能動制振の等価電気モデル

図 3.12 に能動制振の等価電気モデルを示す. 等価電気モデルも振動モードごとに図 3.12 のよ

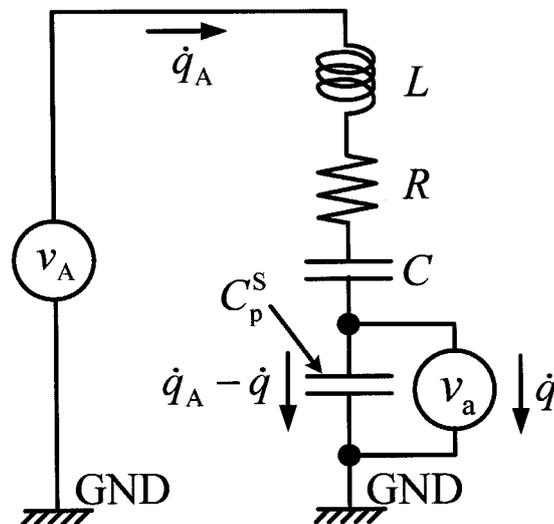


Fig. 3.12 Equivalent electrical model for the active vibration control.

うに表される. この系の回路方程式は

$$L\ddot{q}_A + R\dot{q}_A + \frac{1}{C}q_A + v_a = v_A \quad (3.16)$$

$$v_a = \frac{1}{C_p^S}(q_A - q) \quad (3.17)$$

となる. 式(3.16), (3.17)において

$$\begin{cases} L = \frac{M}{\Theta^2} \\ R = \frac{D}{\Theta^2} \\ C = \frac{\Theta^2}{K} \\ q_A = \Theta\xi \\ v_A = \frac{Qf}{\Theta} \end{cases} \quad (3.18)$$

とおき, 式(3.16)に $\Theta$ をかければ式(3.1), (3.2)と一致する. よって図 3.12 は能動制振の等価電気モデルである. 主系は等価インダクタンス, 等価抵抗, 等価キャパシタンスを直列に接続した回路で表される.

### 3.4.2 受動制振の等価電気モデル

図 3.13 に受動制振の等価電気モデルを示す. この系の回路方程式は

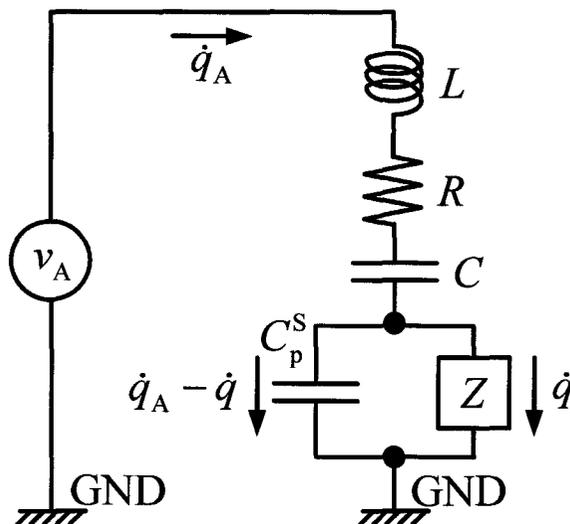


Fig. 3.13 Equivalent electrical model for the passive vibration suppression.

$$L\ddot{q}_A + R\dot{q}_A + \frac{1}{C}q_A + \frac{1}{C_p^s}(q_A - q) = v_A \quad (3.19)$$

$$Z\dot{q} = \frac{1}{C_p^s}(q_A - q) \quad (3.20)$$

となる。式(3.19), (3.20)に式(3.18)を代入し, 式(3.19)の両辺に $\Theta$ をかければ式(3.3), (3.4)と一致する。

### 3.5 複数の圧電素子を用いる場合

圧電素子を用いる制振では, 十分な制御力を得るために, あるいはロバスト性を高めるために複数の圧電素子を用いることがある。そこで, 本章では複数の圧電素子を用いる場合の等価機械モデルと等価電気モデルについて述べる。複数の圧電素子を用いる場合, それらをまとめて一組の圧電素子として使用する場合とそれぞれの圧電素子に制御器や回路を別個に接続する場合の二通りがあるので, ここではその両方の場合について述べる。

#### 3.5.1 複数の圧電素子を一組にまとめて用いる場合

複数の圧電素子を一組の圧電素子として使用する場合は, その合成キャパシタンスと合成モード電気機械結合係数を求める必要がある。これらを求めれば, 一つの圧電素子を用いる場合と等価になり, 系の等価機械モデルと等価電気モデルを前節までに示した手法に従って求めることができる。複数の圧電素子の接続方法は無数に存在するが, 全て直列接続と並列接続の組み合わせによるため, ここでは諸元の異なる二つの圧電素子を直列に接続する場合と並列に接続する場合について述べる。

#### A 圧電素子を直列に接続する場合

図3.14左図に示すようなキャパシタンス $C_p^s$ , モード電気機械結合係数 $\Theta$ の圧電素子にキャパシタンス $bC_p^s$  ( $b > 0$ ), モード電気機械結合係数 $a\Theta$  ( $a > 0$ )の圧電素子を直列に接続する場合を考える。二つの圧電素子の合成キャパシタンスを $C_{ps}^s$ とすると

$$C_{ps}^s = \frac{1}{\frac{1}{C_p^s} + \frac{1}{bC_p^s}} = \frac{b}{1+b} C_p^s \quad (3.21)$$

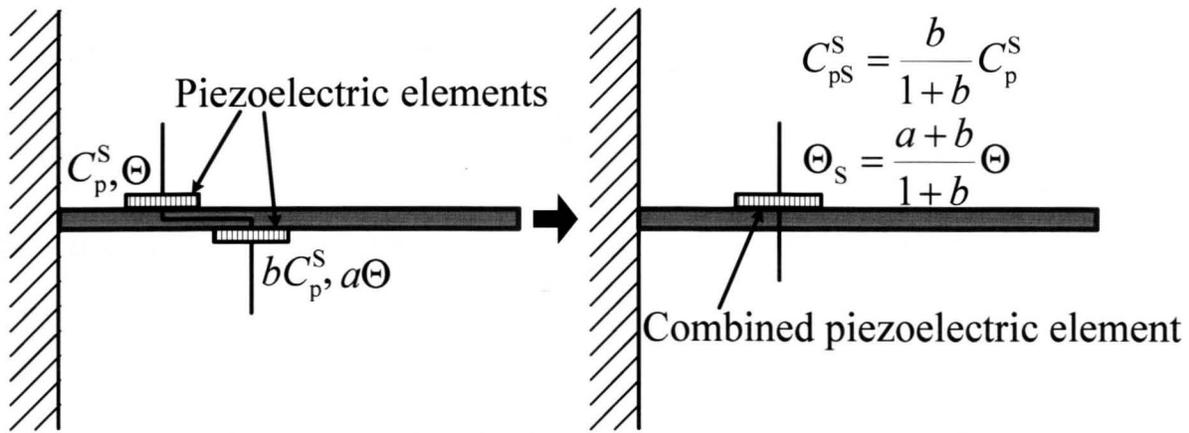


Fig. 3.14 Series connected piezoelectric elements and the combined piezoelectric element.

となる。圧電効果による合成の発生電圧を  $v_{os}$  とおくと、

$$v_{os} = \frac{a+b}{b} \frac{\Theta}{C_p^S} \xi \quad (3.22)$$

であり、式(3.21), (3.22)より合成モード電気機械結合係数  $\Theta_s$  は

$$\Theta_s = v_{os} \frac{C_{pS}^S}{\xi} = \frac{a+b}{1+b} \Theta \quad (3.23)$$

となる。ここでは圧電効果による発生電圧より合成モード電気機械結合係数  $\Theta_s$  を求めたが、逆圧電効果による制御力より求めても同じ結果になる。式(3.21), (3.23)より直列に接続した二つの圧電素子は図 3.14 右図に示す一つの圧電素子と等価である。等価機械モデルや等価電気モデルを求める場合はこの合成圧電素子を用いればよい。

能動制振はモード電気機械結合係数の大きさにて制御力が決まる。式(3.23)で与えられる合成モード電気機械結合係数  $\Theta_s$  は  $\Theta$  と  $a\Theta$  の中間の値になるため、能動制振では圧電素子の直列接続は等しい制御電圧で得られる制御力を低下させることになる。

受動制振は圧電素子内部のキャパシタンスに相当する等価剛性  $K_p$  と主系の剛性  $K$  の比である等価剛性比  $\beta$  で制振性能が決まる。図 3.14 右図に示した合成圧電素子の合成等価剛性比を  $\beta_s$  とおくと式(3.21), (3.23)より

$$\beta_s = \frac{(a+b)^2}{b(1+b)} \frac{\Theta^2}{KC_p^S} \quad (3.24)$$

となる。

合成等価剛性比  $\beta_s$  の値が大きいくほど受動制振の制振性能は高くなる。そこで、図 3.14 左図に

示した二つの圧電素子の等価剛性比の和  $\beta_T$  を基準にして、合成等価剛性比  $\beta_S$  が最大になる条件を求める。

$$\beta_T = \left(1 + \frac{a^2}{b}\right) \frac{\Theta^2}{KC_p^S} \quad (3.25)$$

であり、これは二つのばねを並列に接続した場合の値に相当する。  $\beta_T$  と  $\beta_S$  の間には、式(3.24)、(3.25)より

$$\beta_T - \beta_S = \frac{(a-1)^2}{1+b} \frac{\Theta^2}{KC_p^S} \geq 0 \quad (3.26)$$

という関係がある。すなわち、受動制振における合成圧電素子の性能は  $a=1$  の場合が最も高い。この条件を満たす代表例は諸元の等しい圧電素子を直列に接続する場合である。式(3.26)は複数の圧電素子を直列に接続する場合の指標になる。

### B 圧電素子を並列に接続する場合

前小見出しと同じ二つの圧電素子を、図 3.15 左図のように並列に接続する場合を考える。二つの圧電素子の合成キャパシタンスを  $C_{pP}^S$  とおくと

$$C_{pP}^S = (1+b)C_p^S \quad (3.27)$$

である。また、合成モード電気機械結合係数を  $\Theta_p$  とすると

$$\Theta_p = (1+a)\Theta \quad (3.28)$$

となる。式(3.27)、(3.28)より並列に接続した二つの圧電素子は図 3.15 右図に示す一つの圧電素子と等価である。等価機械モデルや等価電気モデルを求める場合はこの合成圧電素子を用いれ

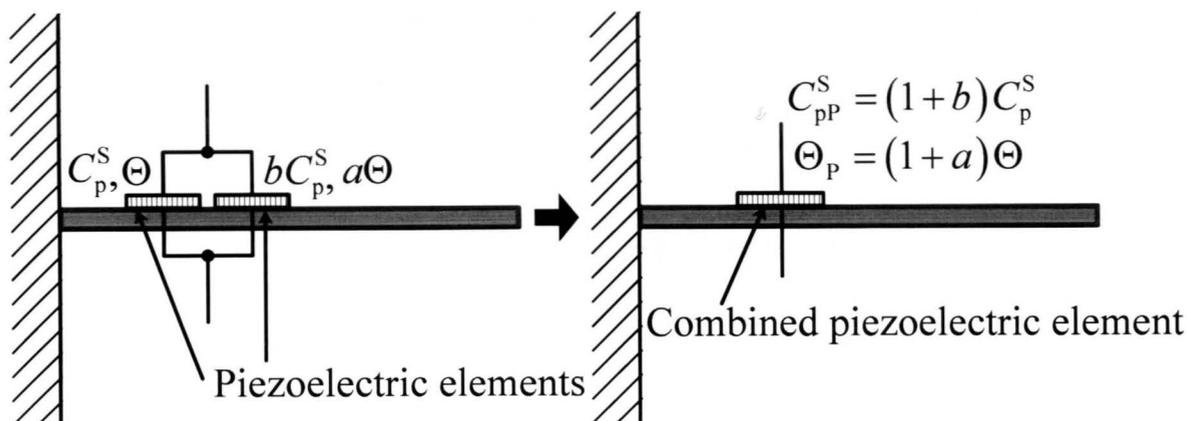


Fig. 3.15 Parallel connected piezoelectric elements and the combined piezoelectric element.

ばよい。

式(3.28)より合成モード電気機械結合係数  $\Theta_p$  は二つの圧電素子のモード電気機械結合係数の和で与えられる。そのため、能動制振で二つの圧電素子を並列に接続した場合に得られる制御力は大きい。

図 3.15 右図に示した合成圧電素子の合成等価剛性比を  $\beta_p$  とおくと、式(3.27), (3.28)より

$$\beta_p = \frac{(1+a)^2}{1+b} \frac{\Theta^2}{KC_p^s} \quad (3.29)$$

である。

前小見出しと同様に、合成等価剛性比  $\beta_p$  が最大になる条件を求める。 $\beta_T$  と  $\beta_p$  の間には、式(3.25), (3.29)より

$$\beta_T - \beta_p = \frac{(a-b)^2}{b(1+b)} \frac{\Theta^2}{KC_p^s} \geq 0 \quad (3.30)$$

という関係がある。すなわち、受動制振における合成圧電素子の性能は  $a=b$  の場合が最も高い。これは並列のバランスが取れていることを意味する。

### 3.5.2 複数の圧電素子を個別に用いる場合

複数の圧電素子を使用し、それぞれに制御器や回路を接続する場合は等価機械モデルと等価電気モデルが複雑になる。ここでは、複数の制御器と圧電素子で能動制振を行う場合と、複数の回路と圧電素子で受動制振を行う場合について述べる。

#### A 能動制振の場合の等価モデル

図 3.16 に複数の制御器と圧電素子を用いて能動制振を行う場合の制振モデルを示す。この系の支配方程式は

$$M\ddot{\xi} + D\dot{\xi} + K\xi + \sum_{i=1}^n \Theta_i v_{ai} = Qf \quad (3.31)$$

$$v_{ai} = \frac{\Theta_i}{C_{pi}^s} \xi - \frac{1}{C_{pi}^s} q_i, \quad (i=1, \dots, n) \quad (3.32)$$

である。ただし、ここでの  $i$  は振動モードの次数ではなく、圧電素子とそれに加える制御電圧の識別番号である。

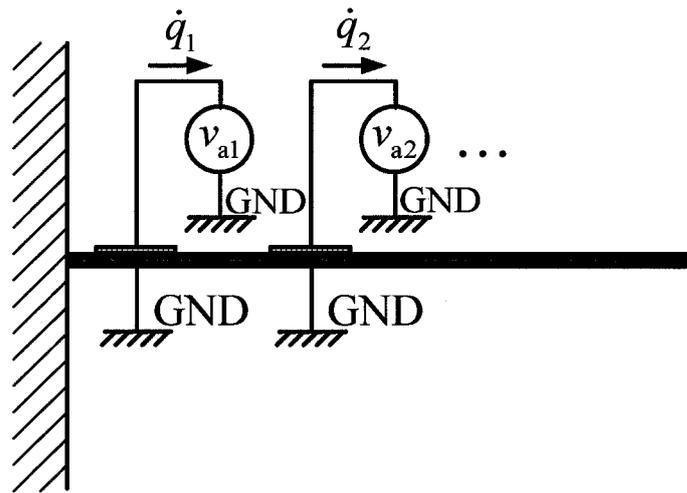


Fig. 3.16 Model of active vibration control using several external controllers.

図 3.16 に示した制振モデルの等価機械モデルは図 3.17 のようになる。支配方程式は

$$M\ddot{\xi} + D\dot{\xi} + K\xi + \sum_{i=1}^n K_{P_i}(\xi - x_i) = Qf \quad (3.33)$$

$$f_{C_i} = K_{P_i}(\xi - x_i), \quad (i=1, \dots, n) \quad (3.34)$$

である。式(3.33), (3.34)において

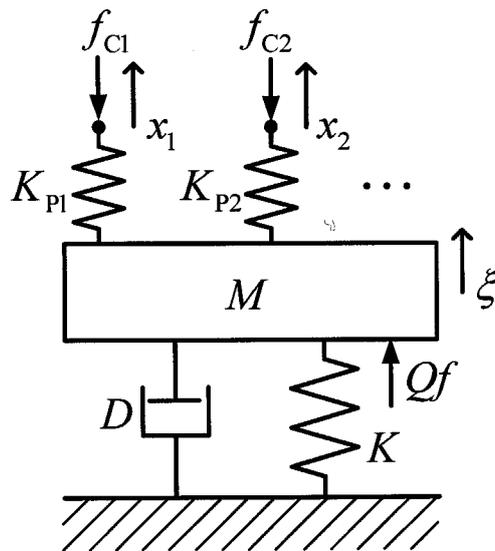


Fig. 3.17 Equivalent mechanical model for the model of active vibration control using several external controllers.

$$\begin{cases} K_{pi} = \frac{1}{C_{pi}^S} \Theta_i^2 \\ f_{Ci} = \Theta_i v_{ai} \\ x_i = \frac{q_i}{\Theta_i} \end{cases} \quad (3.35)$$

とおくと、式(3.31), (3.32)と一致する。

図 3.16 に示した制振モデルの等価電気モデルは図 3.18 のようになる。単一の制御器の場合の等価電気モデルでは付加系を基準にして主系の等価インピーダンスを求めたが、諸元の異なる付加系が複数存在する場合は、それぞれの付加系からみた主系の等価インピーダンスが異なるため、図 3.18 のように相似回路を用いて主系を基準にする必要がある。この等価電気モデルの支配方程式は

$$M\ddot{\xi} + D\dot{\xi} + K\xi + \sum_{i=1}^n \Theta_i v_{ai} = Qf \quad (3.36)$$

$$\Theta_i v_{ai} = \frac{\Theta_i^2}{C_{pi}^S} \left( \xi - \frac{q_i}{\Theta_i} \right), \quad (i=1, \dots, n) \quad (3.37)$$

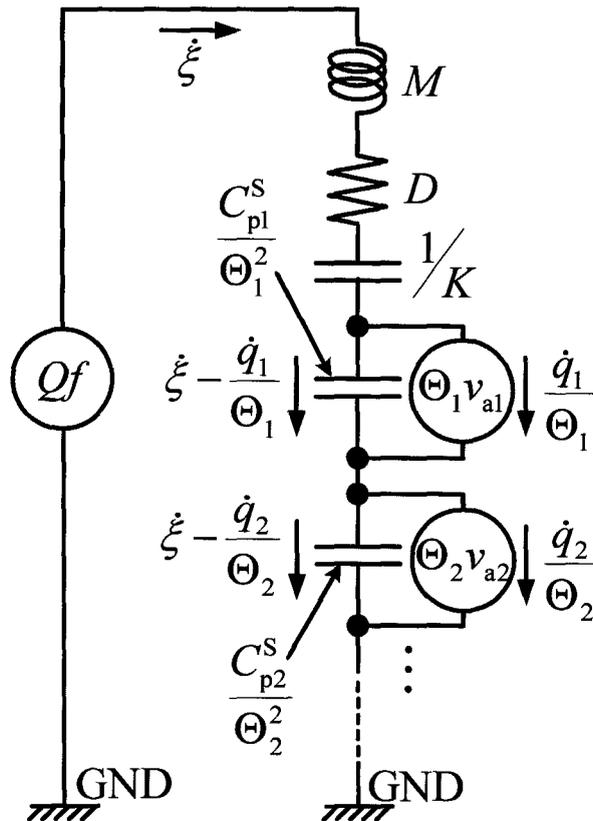


Fig. 3.18 Equivalent electrical model for the model of active vibration control.

であり、式(3.31), (3.32)と本質的に等しい。複数の制御器と圧電素子を用いる場合の等価電気モデルでは相似回路を用いるため、等価電気モデル内の圧電素子に相当するキャパシタンス等の値はそれらの実際の値とは異なる。

### B 受動制振の場合の等価モデル

図 3.19 に複数の回路と圧電素子を用いて受動制振を行う場合の制振モデルを示す。この系の支配方程式は

$$M\ddot{\xi} + D\dot{\xi} + K\xi + \sum_{i=1}^n \Theta_i \left( \frac{\Theta_i}{C_{pi}^S} \xi - \frac{1}{C_{pi}^S} q_i \right) = Qf \quad (3.38)$$

$$Z_i \dot{q}_i + \frac{1}{C_{pi}^S} q_i = \frac{\Theta_i}{C_{pi}^S} \xi \quad (i=1, \dots, n) \quad (3.39)$$

である。

図 3.19 に示した制振モデルの等価機械モデルは図 3.20 のようになる。支配方程式は

$$M\ddot{\xi} + D\dot{\xi} + K\xi + \sum_{i=1}^n K_{pi} (\xi - x_i) = Qf \quad (3.40)$$

$$D_{pi} \dot{x}_i + K_{pi} (x_i - \xi) = 0 \quad (i=1, \dots, n) \quad (3.41)$$

である。式(3.40), (3.41)において

$$\begin{cases} K_{pi} = \frac{1}{C_{pi}^S} \Theta_i^2 \\ D_{pi} = Z_i \Theta_i^2 \\ x_i = \frac{q_i}{\Theta_i} \end{cases} \quad (3.42)$$

とおくと、式(3.38), (3.39)と一致する。

図 3.19 に示した制振モデルの等価電気モデルは図 3.21 のようになる。受動制振の場合も相似回路を用いて主系を基準にする必要がある。この等価電気モデルの支配方程式は

$$M\ddot{\xi} + D\dot{\xi} + K\xi + \sum_{i=1}^n \frac{\Theta_i^2}{C_{pi}^S} \left( \xi - \frac{q_i}{\Theta_i} \right) = Qf \quad (3.43)$$

$$Z_i \Theta_i \dot{q}_i = \frac{\Theta_i^2}{C_{pi}^S} \left( \xi - \frac{q_i}{\Theta_i} \right) \quad (i=1, \dots, n) \quad (3.44)$$

であり、式(3.38), (3.39)と本質的に等しい。この等価電気モデルにおいても、等価電気モデル

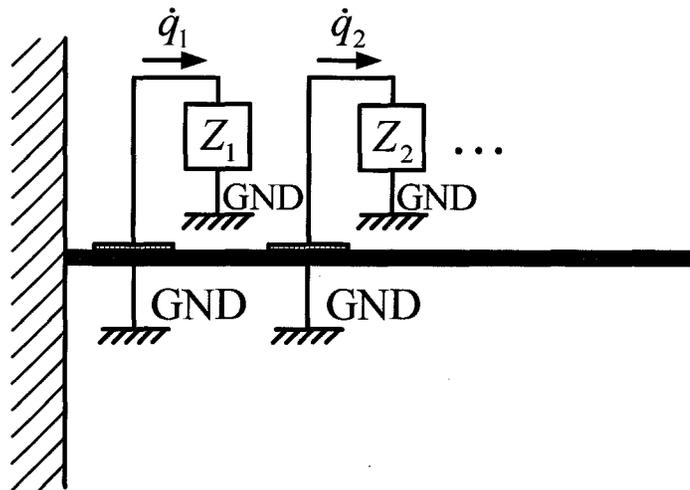


Fig. 3.19 Model of passive vibration suppression using several circuits.

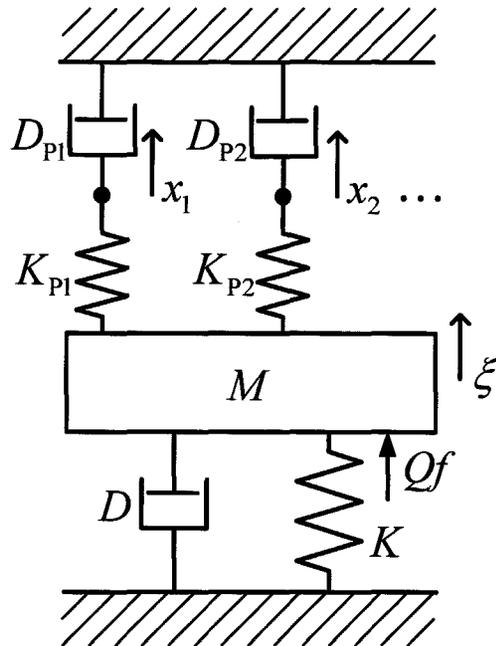


Fig. 3.20 Equivalent mechanical model for the model of passive vibration suppression using several circuits.

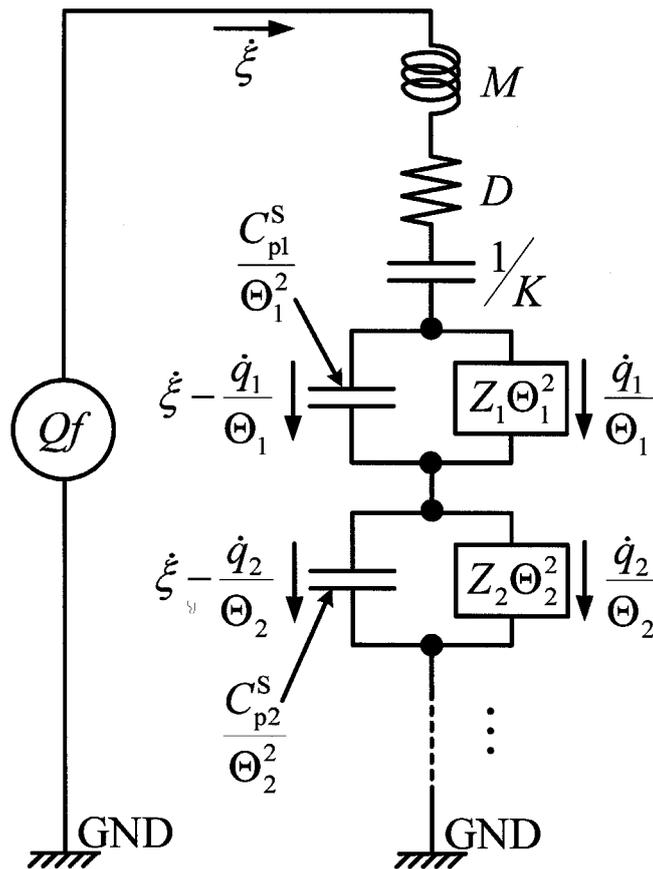


Fig. 3.21 Equivalent electrical model for the model of passive vibration suppression using several circuits.

内の外部インピーダンスや圧電素子のキャパシタンスの値はそれらの実際の値とは異なる。

### 3.6 結言

圧電素子を用いた能動制振と受動制振の等価機械モデルと等価電気モデルを示し、理論的に一致することを証明した。また、複数の圧電素子を用いて制振する場合の等価モデルについても、それらを一組にまとめて使用する場合とそれぞれに制御器や回路を接続する場合に分けて等価モデルの導出方法を示した。等価モデルを用いれば、圧電素子を用いた制振に機械式の制振装置や電子回路で得られている知見を活用できると期待される。

### 3.7 付録

2章の受動制振で扱った LR 直列回路と LR 並列回路を接続したモデルの等価機械モデルと等価電気モデルを図 A3.1, A3.2 に示す. どちらの場合もその等価機械モデルは機械式の動吸振器のモデルとはダッシュポットの位置が異なる.

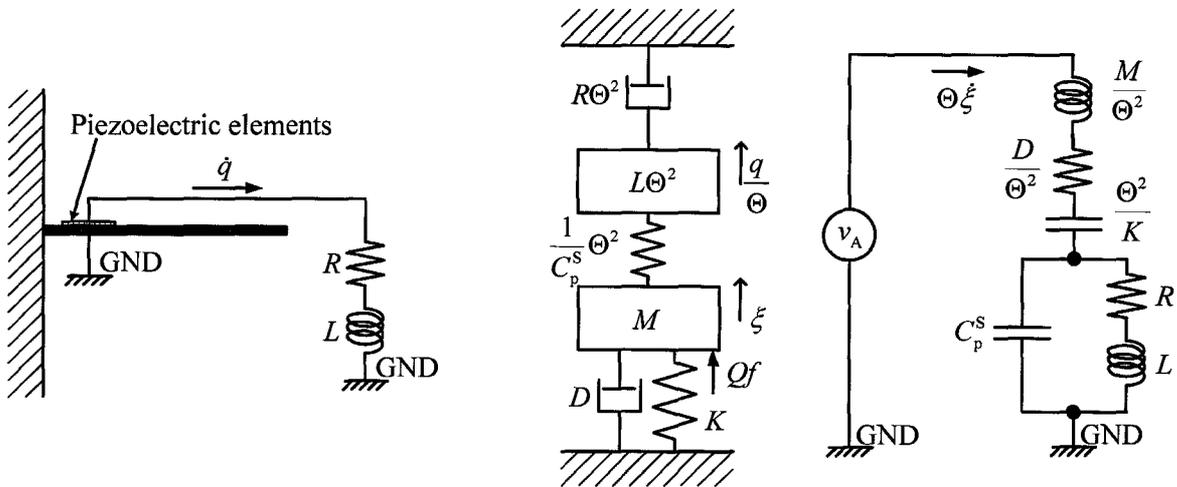


Fig. A3.1 Equivalent models for the model using LR series circuit.

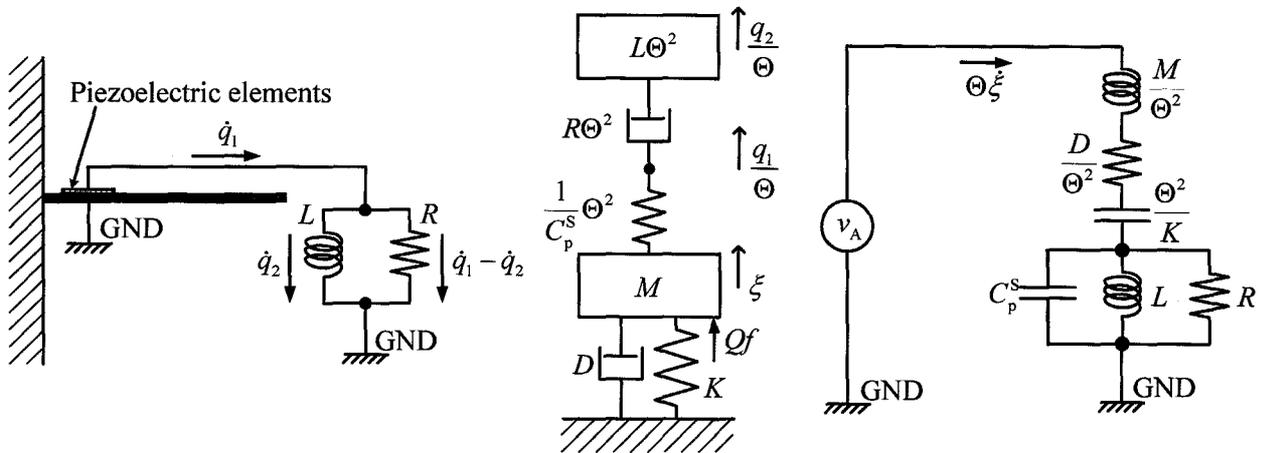


Fig. A3.2 Equivalent models for the model using LR parallel circuit.

## 第4章 インダクタンスを用いた電気機械結合係数の高精度な測定法

### 4.1 緒言

圧電素子を用いてはりや平板等の曲げ振動を抑制する方法には能動制振<sup>(21)-(33)</sup>と受動制振<sup>(8)-(14)</sup>がある。能動制振ではセンサーとコントローラを用いて制御電圧を圧電素子に加えることによって制振し、受動制振では圧電素子にインダクタンスと抵抗、または抵抗のみを接続し、回路の共振や電氣的な減衰を利用して振動を抑える。

能動制振では逆圧電効果を利用するので、圧電素子の性能は制御電圧と制御力間の変換効率である電気機械結合係数によって決定される。すなわち、正確に制振性能を予測し、設計するには高精度の電気機械結合係数の同定が必要である。また、受動制振では圧電素子の圧電効果と逆圧電効果とともに利用するため、制振性能は電気機械結合係数の二乗の項を含む等価剛性比で決まる。受動制振では等価剛性比の値によって、制振性能だけでなく回路の最適値も決まるので、高精度に電気機械結合係数を求めることは必要不可欠である。

電気機械結合係数と等価剛性比は材料定数や寸法形状、支持条件より理論値を求めることができるが、現実には圧電素子を貼り付けた場合の接着剤の剛性の影響や圧電素子を付加することによる主構造物の振動モード形状の複雑な変化等により、理論値と実測値は一致しない。そのため、制振性能を正確に推測するには実測により電気機械結合係数を求めることが不可欠である。そこで、短絡回路と開放回路を圧電素子に接続した場合の二つ共振振動数を用いて算出する方法が既に提唱されている<sup>(8)</sup>。しかし、両者の差が小さい場合には計測の誤差によって精度が不十分になる問題点を有しており、他に提案されている手法<sup>(15)</sup>も精度の問題を解決できていない。そこで、本章では圧電素子にインダクタンスを接続した時に現れる二つの共振振動数を用いる手法を提案する。そして、計測する各種共振振動数に分解能誤差や読み取り誤差が含まれる場合のそれぞれの算出式における精度の低下を解析し、提案する方法が従来の方法に比べて高精度であることを示す。また、新しい算出式における主系減衰と電氣的な内部抵抗による精度の低下も解析し、精度を維持するための方法を提案する。最後に数値計算と実験で本手法の有効性を確認する。

---

## 4.2 能動制振と受動制振の性能

### 4.2.1 能動制振の支配方程式

圧電素子を貼り付けた平板の*i*次振動モードに関するアクチュエータ方程式とセンサー方程式は

$$M\ddot{\xi} + K\xi - \Theta v_a = QP_f \quad (4.1)$$

$$\Theta \xi + C_p^s v_s = q \quad (4.2)$$

である。ここで、 $v_a$ 、 $v_s$ は印加電圧と圧電素子のセンサー電圧を表す。能動制振では $\Theta v_a$ が制御力であるので、電気機械結合係数 $\Theta$ によって制振性能が決まる。圧電素子をセンサーとしても使用する場合は $v_s$ を測定し、式(4.2)よりモード変位 $\xi$ を推定する。

### 4.2.2 受動制振の支配方程式

受動制振の支配方程式の導出には式(4.1)、(4.2)のアクチュエータ方程式とセンサー方程式を用いる。式(4.2)よりセンサー電圧 $v_s$ は

$$v_s = -\frac{\Theta}{C_p^s} \xi + \frac{1}{C_p^s} q \quad (4.3)$$

である。圧電素子にインピーダンス $Z$ を接続すると電圧のつりあいより

$$Z\dot{q} + \frac{1}{C_p^s} q = \frac{\Theta}{C_p^s} \xi \quad (4.4)$$

となる。また、インピーダンスにおける分圧が圧電素子への印加電圧 $v_a$ となって制御力が発生するので、アクチュエータ方程式は

$$M\ddot{\xi} + K\xi + \Theta Z\dot{q} = QP_f \quad (4.5)$$

となる。式(4.4)、(4.5)が受動制振の支配方程式である。インピーダンスとしてLR回路または抵抗のみを接続する方法が提案されており、どちらの場合も制振性能は等価剛性比 $\beta$ で決まる。機械式動吸振器やフードダンパ<sup>(7)</sup>では制振性能が質量比で決まることと類似しており、等価剛性比 $\beta$ は次式で与えられる。

$$\beta = \frac{\Theta^2}{KC_p^s} \quad (4.6)$$

一般に等価剛性比 $\beta$ は機械式動吸振器やフードダンパにおける質量比と同様に1より小さい。

### 4.3 電気機械結合係数の算出式

本節では等価剛性比  $\beta$  の従来の算出式と新しく提案する算出式を導出し、それらの精度を解析的に比較する。式(4.6)より、等価剛性比  $\beta$  を用いて電気機械結合係数  $\Theta$  は

$$\Theta = \pm \sqrt{\beta K C_p^s} \quad (4.7)$$

と求められるので、電気機械結合係数の算出は等価剛性比の算出と等価である。ただし、式(4.7)の符号は圧電素子の極性状態より決定する必要がある。

#### 4.3.1 従来の算出方法

従来の方法<sup>(8)</sup>では図4.1のように圧電素子電極間を短絡した場合と開放した場合の共振振動数  $\omega_s$ ,  $\omega_0$  を測定して等価剛性比  $\beta$  を求める。式(4.4), (4.5)より、加振振動数を  $\omega$  とすると無次元化したコンプライアンスは

$$\frac{\xi}{\xi_{st}} = \frac{1}{-g^2 + 1 + \beta G_z} \quad (4.8)$$

である。ここで、

$$G_z = \frac{Z}{Z + \frac{1}{j\omega C_p^s}} \quad (4.9)$$

$$\xi_{st} = \frac{QP_f}{K} \quad (4.10)$$

$$g = \frac{\omega}{\Omega} \quad (4.11)$$

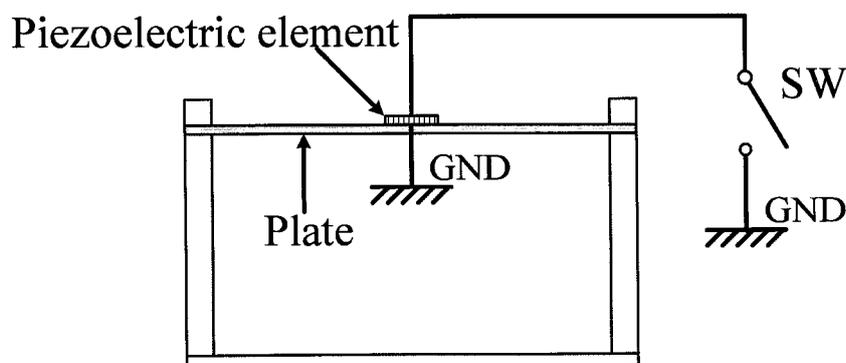


Fig. 4.1 Open and short circuit with a piezoelectric element.

$$\Omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (4.12)$$

である。外部回路が短絡回路の場合、 $Z=0$ より、式(4.8)は

$$\frac{\xi}{\xi_{st}} = \frac{1}{-g^2 + 1} \quad (4.13)$$

となる。同様に外部回路が開放回路の場合、 $Z=\infty$ より、式(4.8)は

$$\frac{\xi}{\xi_{st}} = \frac{1}{-g^2 + 1 + \beta} \quad (4.14)$$

となる。共振振動数は式(4.13), (4.14)の分母が0になる振動数であるので、

$$\omega_s = \Omega \quad (4.15)$$

$$\omega_o = \Omega \sqrt{1 + \beta} \quad (4.16)$$

である。従来の手法で求まる等価剛性比 $\beta_o$ は式(4.15), (4.16)より

$$\beta_o = \frac{\omega_o^2 - \omega_s^2}{\omega_s^2} = g_o^2 - 1 \quad (4.17)$$

$$g_o = \frac{\omega_o}{\omega_s} \quad (4.18)$$

である。

### 4.3.2 新しい算出方法

図 4.2 のように圧電素子に開放回路ではなくインダクタンスを接続する方法を提案する。インダクタンスを接続することによって系を2自由度とし、周波数応答に現れる二つの共振振動数

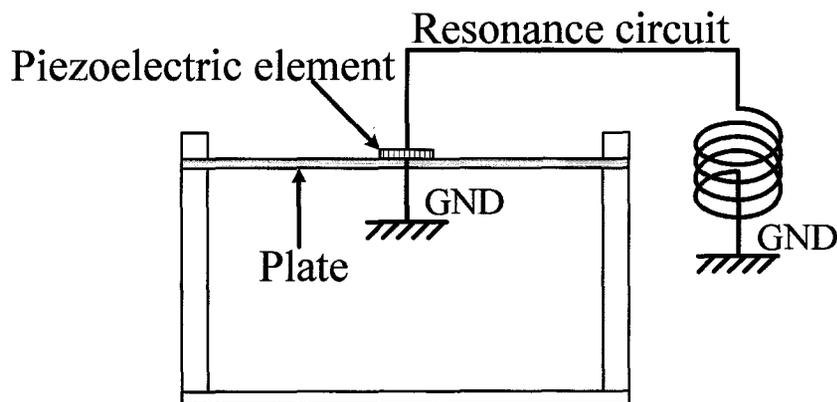


Fig. 4.2 Inductance with a piezoelectric element.

を測定して等価剛性比を求める。

式(4.8)より、圧電素子にインダクタンス  $L$  を接続した場合の無次元化したコンプライアンスは

$$\frac{\xi}{\xi_{st}} = \frac{f^2 - g^2}{(1 - g^2)(f^2 - g^2) - \beta g^2} \quad (4.19)$$

となる。ここで、

$$f = \frac{\omega_a}{\Omega} \quad (4.20)$$

$$\omega_a = \frac{1}{\sqrt{LC_p^s}} \quad (4.21)$$

である。式(4.19)より、二つの共振振動数比  $g_L$ ,  $g_R$  は

$$(1 - g^2)(f^2 - g^2) - \beta g^2 = 0 \quad (4.22)$$

を満たすので、

$$g_{L,R} = \sqrt{\frac{(1 + f^2 + \beta) \mp \sqrt{(1 + f^2 + \beta)^2 - 4f^2}}{2}} \quad (4.23)$$

である。根と係数の関係を式(4.22)に用いると

$$g_L^2 + g_R^2 = 1 + f^2 + \beta \quad (4.24)$$

$$g_L^2 \cdot g_R^2 = f^2 \quad (4.25)$$

であるので、本手法で求まる等価剛性比  $\beta_{N1}$  は  $g_L$ ,  $g_R$  を用いて

$$\beta_{N1} = (1 - g_L^2)(g_R^2 - 1) = \frac{\omega_s^2 - \omega_L^2}{\omega_s^2} \frac{\omega_R^2 - \omega_s^2}{\omega_s^2} \quad (4.26)$$

となる。ここで、 $\omega_L$ ,  $\omega_R$  は二つの共振振動数である。式(4.26)が本章で提案する等価剛性比の算出式である。また、式(4.19)より反共振振動数比  $g_C$  は

$$f^2 - g^2 = 0 \quad (4.27)$$

を満たすので、

$$g_C = f \quad (4.28)$$

である。本手法で反共振振動数比  $g_C$  を用いて求まる等価剛性比  $\beta_{N2}$  は式(4.24), (4.28)より

$$\beta_{N2} = g_L^2 + g_R^2 - g_C^2 - 1 = \frac{\omega_L^2 + \omega_R^2 - \omega_C^2 - \omega_S^2}{\omega_S^2} \quad (4.29)$$

となる。ここで、 $\omega_c$  は反共振振動数である。式(4.26)、(4.29)では  $f$  の値を陽に含まずに等価剛性比を求めることができる。

### 4.3.3 精度の比較

各種共振振動数比の値に分解能誤差や読み取り誤差等が含まれる場合の  $\beta_0$ ,  $\beta_{N1}$ ,  $\beta_{N2}$  の精度を調べる。  $g_0$ ,  $g_L$ ,  $g_R$ ,  $g_C$  の二乗を真値と誤差に分け、

$$g_0^2 = (1 + G_0) + \varepsilon_0 \quad (4.30)$$

$$g_L^2 = (1 - G_L) + \varepsilon_L \quad (4.31)$$

$$g_R^2 = (1 + G_R) + \varepsilon_R \quad (4.32)$$

$$g_C^2 = (1 + G_C) + \varepsilon_C \quad (4.33)$$

とおく。ここで、それぞれ第一項が真値、第二項が誤差であり、 $G_0, G_L, G_R > 0$  である。式(4.17)、(4.26)、(4.29)に式(4.30)-(4.33)を代入すると

$$\beta_0 = G_0 + \varepsilon_0 \quad (4.34)$$

$$\beta_{N1} = G_L \cdot G_R + (G_L \cdot \varepsilon_R - G_R \cdot \varepsilon_L - \varepsilon_L \cdot \varepsilon_R) \quad (4.35)$$

$$\beta_{N2} = (-G_L + G_R - G_C) + (\varepsilon_L + \varepsilon_R - \varepsilon_C) \quad (4.36)$$

となる。ここで、それぞれの第一項が等価剛性比の真値  $\beta_p$  であり、第二項が誤差である。 $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_L$ ,  $\varepsilon_R$ ,  $\varepsilon_C$  の絶対値は全て 1 より十分に小さく、 $G_0$ ,  $G_L$ ,  $G_R$ ,  $|G_C|$  も 1 より小さい。よって誤差の大小関係は

$$|\varepsilon_0| = |\varepsilon_L + \varepsilon_R - \varepsilon_C| > |G_L \cdot \varepsilon_R - G_R \cdot \varepsilon_L - \varepsilon_L \cdot \varepsilon_R| \quad (4.37)$$

である。すなわち、 $\beta_{N1}$  の精度が最も高い。

$\beta_0$ ,  $\beta_{N2}$  では等価剛性比の真値  $\beta_p$  の大きさと誤差の大きさは独立であり、 $\beta_p$  が小さい場合には誤差の影響で精度が不十分になる。しかし、 $\beta_{N1}$  では等価剛性比の真値  $\beta_p$  と誤差の大きさに関係があり、 $\beta_p$  が小さい場合には  $G_L$ ,  $G_R$  も小さくなるため誤差が縮小され、精度の低下が抑えられる。よって、 $\beta_0$ ,  $\beta_{N2}$  の精度が著しく低下する場合でも  $\beta_{N1}$  では高精度に算出できる。

理論的に  $\beta_{N1}$  の誤差  $E_{N1}$  が最小になる条件を求める。式(4.35)より、

$$E_{N1} = G_L \cdot \varepsilon_R - G_R \cdot \varepsilon_L - \varepsilon_L \cdot \varepsilon_R \approx G_L \cdot \varepsilon_R - G_R \cdot \varepsilon_L \quad (4.38)$$

であるので、 $\varepsilon_L$ と $\varepsilon_R$ の符号と無関係に $|E_{Ni}|$ の期待値が最小になる条件は

$$G_L = G_R \quad (4.39)$$

である。よって、近似的に式(4.23), (4.31), (4.32)より

$$f = \sqrt{1 - \beta} \quad (4.40)$$

を満たすようにインダクタンスを調整すればよい。式(4.24)より、式(4.40)は

$$\omega_L^2 + \omega_R^2 = 2\omega_S^2 \quad (4.41)$$

とも同値であり、式(4.40), (4.41)を満たせば $|E_{Ni}|$ の期待値はほぼ最小になる。主系減衰または内部抵抗が存在し、等価剛性比が1より十分小さい場合は、インダクタンスを調整して周波数応答の二つの共振の山の高さをそろえれば式(4.40), (4.41)をほぼ満たすことができる。

## 4.4 主系減衰と内部抵抗の影響

前節では主系減衰と、圧電素子やインダクタンスに含まれる内部抵抗を無視し、不減衰共振振動数を用いた等価剛性比の算出式を導出した。しかし、実機には主系減衰や内部抵抗が必ず含まれるので、測定される共振振動数は減衰共振振動数である。不減衰共振振動数と減衰共振振動数の差異を $\delta \cdot \Omega$ と表すと、それぞれを無次元化し、共振振動数比にした場合の差異 $\delta$ によっても等価剛性比の算出式の精度が低下する。そこで、主系減衰と内部抵抗による等価剛性比算出式 $\beta_{Ni}$ の精度の低下を前節と同様の方法で調べる。

### 4.4.1 主系減衰の影響

圧電素子等に含まれる内部抵抗を無視し、主系減衰 $D$ を含めた支配方程式は式(4.4), (4.5)より

$$M\ddot{\xi} + D\dot{\xi} + K\xi + \Theta L\dot{q} = QP_f \quad (4.42)$$

$$L\ddot{q} + \frac{1}{C_p^s}q = \frac{\Theta}{C_p^s}\xi \quad (4.43)$$

である。無次元化したコンプライアンスは式(4.42), (4.43)より

$$\frac{\xi}{\xi_{st}} = \frac{f^2 - g^2}{(1 - g^2 + I_D)(f^2 - g^2) - \beta g^2} \quad (4.44)$$

$$I_D = 2j\zeta g \quad (4.45)$$

$$\zeta = \frac{D}{2\sqrt{MK}} \quad (4.46)$$

となる。図 4.3 に減衰比  $\zeta$  を変化させた場合の無次元化したコンプライアンスの大きさ  $u_c$  を、表 4.1 にそれぞれの減衰共振振動数比とそれらより算出される  $\beta_{N1}$  を示す。ただし、このコンプライアンスは数値計算で分解能誤差を十分に小さくし、表 4.2 に示す諸元を用いて求めた。ここで、 $f$  は式(4.40)で求められる値とした。主系減衰が大きい場合には減衰共振振動数比  $g_L$ 、 $g_R$  が

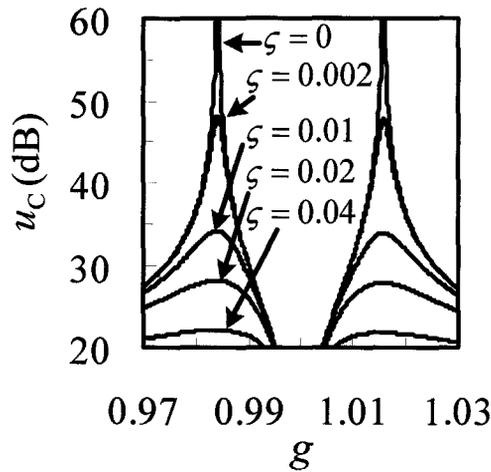


Fig. 4.3 Calculated results of frequency response for various  $\zeta$ .

Table 4.1 Calculated results of  $g_L$ ,  $g_R$  and  $\beta_{N1}$  for various  $\zeta$ .

$\zeta$	$g_L$	$g_R$	$\beta_{N1}$
0	0.9841	1.0157	0.001000
0.002	0.9841	1.0157	0.001000
0.01	0.9840	1.0157	0.0009998
0.02	0.9840	1.0156	0.0009993
0.04	0.9837	1.0153	0.0009981

Table 4.2 Material parameters of calculation.

$\beta$	0.0010000
$f$	0.99950

不減衰共振振動数比よりも小さくなるので $\delta$ を生じるが、それらを用いて算出される $\beta_{Ni}$ の精度はほとんど低下しない。式(4.31), (4.32)と同様に $g_L$ と $g_R$ の二乗を不減衰共振振動数比による項と $\delta$ による項に分け、

$$g_L^2 = (1 - G_L) - \Delta_{LD} \quad (4.47)$$

$$g_R^2 = (1 + G_R) - \Delta_{RD} \quad (4.48)$$

とおく。ここで、それぞれ第一項の平方根が不減衰共振振動数比、全体の平方根が減衰共振振動数比である。式(4.40)が満たされ、 $\beta_p \ll 1$ であれば

$$\Delta_{LD} \approx \frac{\zeta^2}{2} \quad (4.49)$$

$$\Delta_{RD} \approx \frac{\zeta^2}{2} \quad (4.50)$$

である。ここで、誤差とは異なり、主系減衰による差異は同符号で絶対値もほぼ等しいことに注意が必要である。式(4.38)と同様に $\beta_{Ni}$ の誤差 $E_{Ni}$ を求めると

$$E_{Ni} = G_L \cdot \Delta_{RD} - G_R \cdot \Delta_{LD} \approx 0 \quad (4.51)$$

となる。すなわち、式(4.40)を満たす場合は主系減衰によって生じる誤差が相殺されるので精度の低下はほとんどない。また、能動制振や受動制振を行う構造物の主系減衰は一般に小さいので、主系減衰に起因する精度の低下はほとんどない。現実には共振振動数の変化よりも、主系減衰が大きくなることでピークを正確に読み取れなくなるの方が問題である。

#### 4.4.2 内部抵抗の影響

主系減衰を無視し、内部抵抗 $R$ を含めた支配方程式は式(4.4), (4.5)より

$$M\ddot{\xi} + K\xi + \Theta(L\ddot{q} + R\dot{q}) = QP_f \quad (4.52)$$

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C_p^s}q = \frac{\Theta}{C_p^s}\xi \quad (4.53)$$

である。無次元化したコンプライアンスは式(4.52), (4.53)より

$$\frac{\xi}{\xi_{st}} = \frac{f^2 - g^2 + I_R}{(1 - g^2)(f^2 - g^2 + I_R) + \beta(-g^2 + I_R)} \quad (4.54)$$

$$I_R = 2j\zeta fg \quad (4.55)$$

$$\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C_p^s}{L}} \quad (4.56)$$

となる。図 4.4 に抵抗比 $\zeta$ を変化させた場合のコンプライアンスの大きさ $u_c$ を、表 4.3 にそれぞれの減衰共振振動数比 $g_L$ ,  $g_R$ とそれらより算出される $\beta_{N1}$ を示す。ただし、これらは数値計算で分解能誤差を十分に小さくして求めた。数値計算の諸元は前項の表 4.2 と等しくした。抵抗比 $\zeta$ が小さく、二つの共振の山と反共振の谷が鮮明である場合は減衰共振振動数比の不減衰共振振動数比との差 $\delta$ がほとんどなく、 $\beta_{N1}$ の精度は低下しないが、抵抗比 $\zeta$ が大きくなると二つの減衰共振振動数比が接近し、最終的に一つの共振振動数比になるため精度が低下する。式 (4.47), (4.48)と同様に $g_L$ と $g_R$ の二乗を不減衰共振振動数比による項と $\delta$ による項に分け、

$$g_L^2 = (1 - G_L) + \Delta_{LR} \quad (4.57)$$

$$g_R^2 = (1 + G_R) - \Delta_{RR} \quad (4.58)$$

$$\Delta_{LR}, \Delta_{RR} > 0 \quad (4.59)$$

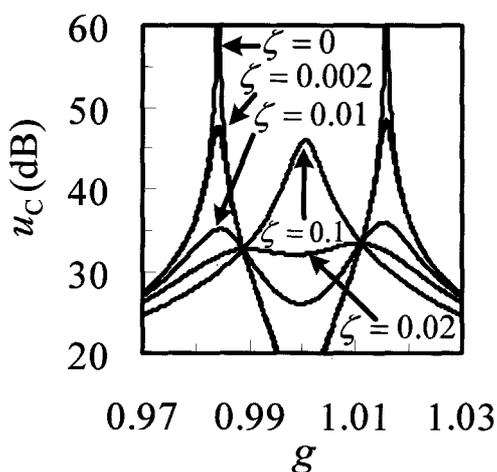


Fig. 4.4 Calculated results of frequency response for various  $\zeta$ .

Table 4.3 Calculated results of  $g_L$ ,  $g_R$  and  $\beta_{N1}$  for various  $\zeta$ .

$\zeta$	$g_L$	$g_R$	$\beta_{N1}$
0	0.9841	1.0157	0.001000
0.002	0.9841	1.0157	0.0009999
0.01	0.9845	1.0152	0.0009421
0.02	0.9895	1.0107	0.0004494
0.1	1.0005		

とおくと、式(4.38)より、 $\beta_{N1}$ の誤差 $E_{N1}$ は

$$E_{N1} \approx -G_L \cdot \Delta_{RR} - G_R \cdot \Delta_{LR} < 0 \quad (4.60)$$

となる。すなわち、内部抵抗によって生じる誤差は第一項と第二項が相殺されずに加算されるので、抵抗比 $\zeta$ が大きい場合、 $\beta_{N1}$ は真値 $\beta_p$ よりも小さくなる。図 4.4 の $\zeta=0.1$ の場合のように共振振動数比が一つしか存在しない場合は算出することさえ不可能である。

### 4.4.3 両方存在する場合

厳密には主系減衰と内部抵抗が $\beta_{N1}$ の精度におよぼす影響は独立ではない。しかし、その関係は非常に複雑である。そこで、前項までと同様に両者が含まれる支配方程式を導出し、 $\varsigma$ と $\zeta$ を変化させた場合のコンプライアンスを求め、それぞれの場合の $\beta_{N1}$ を算出することで精度の変化を調べる。主系減衰 $D$ と内部抵抗 $R$ を両方含めた支配方程式は式(4.4)、(4.5)より

$$M\ddot{\xi} + D\dot{\xi} + K\xi + \Theta(L\ddot{q} + R\dot{q}) = QP_f \quad (4.61)$$

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C_p^s}q = \frac{\Theta}{C_p^s}\xi \quad (4.62)$$

である。無次元化したコンプライアンスは

$$\frac{\xi}{\xi_{st}} = \frac{f^2 - g^2 + I_R}{(1 - g^2 + I_D)(f^2 - g^2 + I_R) + \beta(-g^2 + I_R)} \quad (4.63)$$

となる。図 4.5 に $\varsigma$ 、 $\zeta$ と $\beta_{N1}$ の関係を示す。数値計算の諸元は表 4.2 と等しくした。主系減衰と内部抵抗の影響が独立ではないため、 $\varsigma$ 、 $\zeta$ の値によっては真値よりも $\beta_{N1}$ の方が大きくなる。

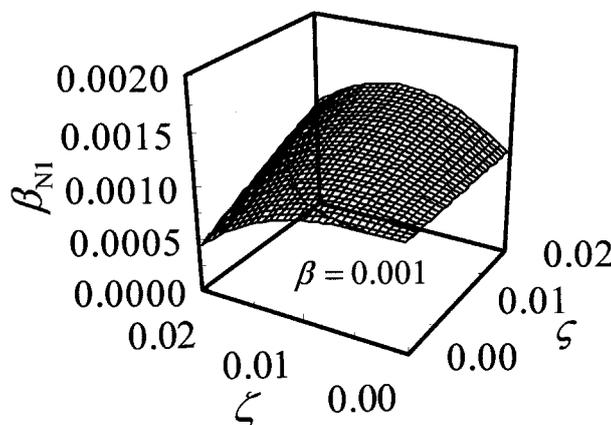


Fig. 4.5 Deviation of  $\beta_{N1}$  with the real value of  $\beta$ .

---

ただし、一般に減衰比 $\zeta$ は小さいので、 $\beta_{N1}$ の精度に与える影響は小さい。また、 $\zeta$ 、 $\zeta$ の影響は $\sqrt{\beta}$ に反比例するため、等価剛性比の小さい系では $\zeta$ 、 $\zeta$ の影響が大きくなり、等価剛性比の大きい系では影響は小さくなる。ただし、図 4.5 より、 $\zeta$ 、 $\zeta$ が大きく、その影響を無視できない場合でも、抵抗比 $\zeta$ を小さくできれば減衰比 $\zeta$ の大きさと無関係に $\beta_{N1}$ はほぼ真値になる。

#### 4.4.4 精度を高める方法

$\beta_{N1}$ の精度を高める方法を以下に二つ提案する。

##### A 負性抵抗接続法

$\beta_{N1}$ の精度を低下させる主な原因は圧電素子や回路の内部抵抗なので、回路に負性抵抗を接続し、内部抵抗を小さくする方法を提案する。装置によっては図 4.4 の $\zeta=0.1$ の場合のように内部抵抗が大きいため共振振動数が一つしか存在しない場合があるが、このような場合には特に効果が期待される。負性抵抗にはいくつか種類が存在するが、本論文では Frequency Dependent Negative Resistance<sup>(50)</sup>を用いる。これは周波数に依存する負性抵抗であるが、使用する周波数の帯域は狭いのでほぼ一定値になる。また、可変型にできるので調整が容易である。

##### B 周波数応答重ね合わせ法

数値計算で求めた周波数応答と実験結果を重ね合わせることによって調整する方法を提案する。この方法では厳密な数値計算が必要であるので、式(4.61)、(4.62)を用いなければならない。実験結果と数値計算が最も一致する $L$ 、 $R$ 、 $\Theta$ 等のパラメータを最小二乗法によって求める。ただし、 $M$ と $C_p^s$ は定数とする必要があり、 $K$ 、 $D$ 、 $Q$ は必要に応じてパラメータか定数かを決定すればよい。 $K$ 、 $D$ もパラメータにする場合は短絡回路での実験結果は不要である。一般に計算結果と実験結果の残差が小さい場合ほど、得られる電気機械結合係数 $\Theta$ 、等価剛性比 $\beta$ の精度は高い。なお、 $C_p^s$ の精度が低く、かつ $L$ を高精度に測定できる場合は、逆に $L$ を定数として $C_p^s$ をパラメータにすることができる。

ここで、開放回路を接続する従来の方法でも周波数応答の重ね合わせによる調整は可能であり、共振振動数を周波数応答全体から求めるので読み取り誤差や分解能誤差が小さくなる利点がある。しかし、等価剛性比が十分に大きく、二つの共振振動数の差が大きい場合でなければ実験の精度が結果に大きく影響するため、高精度な等価剛性比を得ることは不可能である。

## 4.5 実験

### 4.5.1 実験装置と対象の振動モード

図 4.6 に本章の実験で用いた装置の概略を示す。周辺を固定したアルミニウム製の平板 (300mm×400mm×1mm) に一枚の圧電素子 (22mm×32mm×0.22mm,  $C_p^S = 0.040\mu\text{F}$ ) を導電性接着剤で貼り付けた。なお、この圧電素子は長さ方向伸び振動タイプである。インダクタンスには GIC (Generalized Impedance Converter) による合成可変インダクタンスを、負性抵抗には FDNR (Frequency Dependent Negative Resistance) を用いた<sup>(50)</sup>。

一般に低い振動数域での制振が重要であるので、測定の対象は基本振動モードの電気機械結合係数とした。電気機械結合係数は振動モードによって異なるので、他の振動モードの電気機械結合係数が必要な場合はその振動モードに対して同様の測定を行わなければならない。電気機械結合係数は対象とする振動モードの曲率最大の位置に貼り付けると最も大きくなるので、圧電素子は平板の中央に貼り付けた。

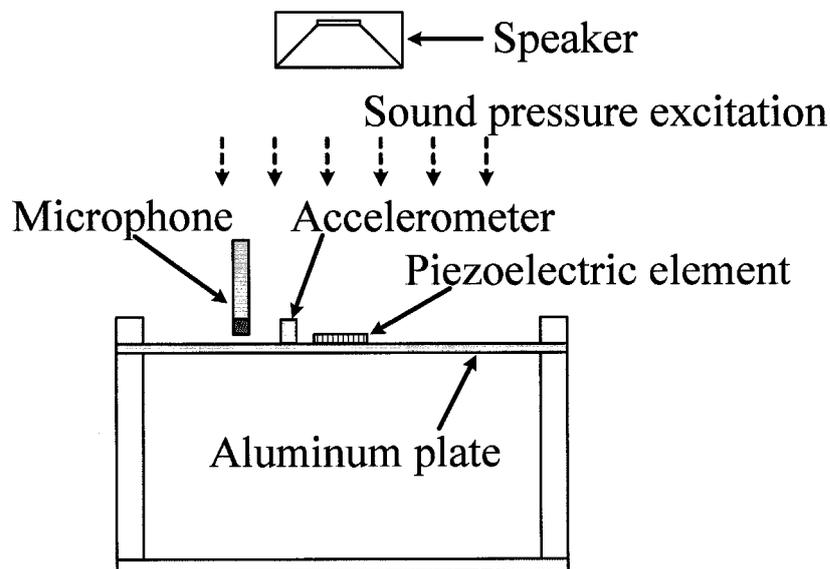


Fig. 4.6 Schematic diagram of the experimental apparatus.

### 4.5.2 実験方法

図 4.6 のように平板を音圧で加振し、加速度ピックアップとマイクロフォンを用いて平板の振動変位と加振音圧を測定した。ここで、加速度ピックアップは  $(x, y) = (0.15\text{m}, 0.15\text{m})$  の位置に設置した。図 4.7 に座標軸の取り方を示す。 $z$  は平板の中立面からの距離である。また、マイクロフォンは  $(x, y, z) = (0.15\text{m}, 0.10\text{m}, 0.010\text{m})$  に設置した。ここでは  $\phi 7.0\text{mm}$ ,  $3g$  の小さな加速度ピ

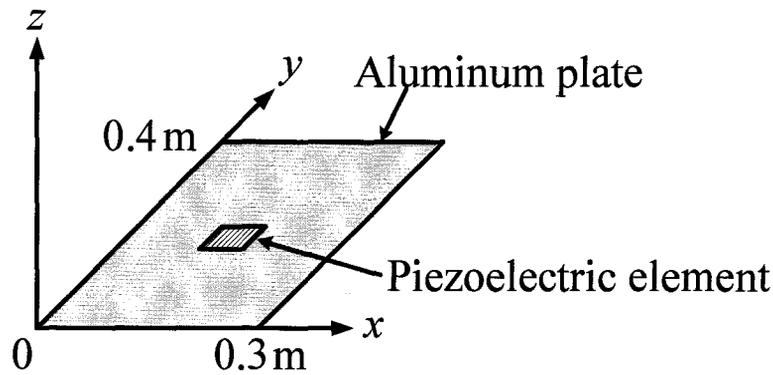


Fig. 4.7 Coordinates of a plate.

ックアップを用いたため問題とはならなかったが、その設置が系に影響を及ぼす場合は非接触型のセンサーを用いる等の対策が必要である。

実験で無次元化したコンプライアンスを求めるには $\xi$ 、 $\xi_{st}$ が必要であり、 $\xi$ は次式で与えられる。

$$\xi = \frac{W(x,y,t)}{\Psi(x,y)} \quad (4.64)$$

ここで、 $\Psi(x,y)$ は平板の振動モードの固有関数である<sup>(51)</sup>。  $\xi_{st}$ は式(4.10)で与えられる。 $W(x,y,t)$ は加速度ピックアップ、 $P_f$ はマイクロフォンで計測し、 $K$ は近似的に圧電素子電極間短絡時の共振振動数 $\omega_s$ の二乗とした。 $Q$ 、 $\Psi(0.15,0.15)$ は

$$Q = 0.1478 \quad (4.65)$$

$$\Psi(0.15,0.15) = 3.811 \quad (4.66)$$

とした。また、計測器の分解能周波数は0.05Hzとした。

### 4.5.3 等価剛性比の精度の比較

$\beta_0$ 、 $\beta_{N1}$ 、 $\beta_{N2}$ の精度を比較するための実験を行った。ここでは負性抵抗は接続しなかった。図4.8、4.9に圧電素子電極間を短絡した場合、開放した場合、インダクタンスを接続した場合のコンプライアンスの大きさ $u_c$ を示す。ここで、インダクタンスは周波数応答の二つの山の高さがそろそろように100H付近で微調整をした。表4.4に短絡時の減衰共振振動数79.15Hzを近似的に不減衰共振振動数として算出した各種共振振動数比と、それらより算出される $\beta_0$ 、 $\beta_{N1}$ 、 $\beta_{N2}$ を示す。また、後述する周波数応答重ね合わせ法によって精度を高めた等価剛性比を便宜上、真値 $\beta_p$ として合わせて示す。括弧内は式(4.7)を用いて算出した電気機械結合係数 $\Theta$ である。実

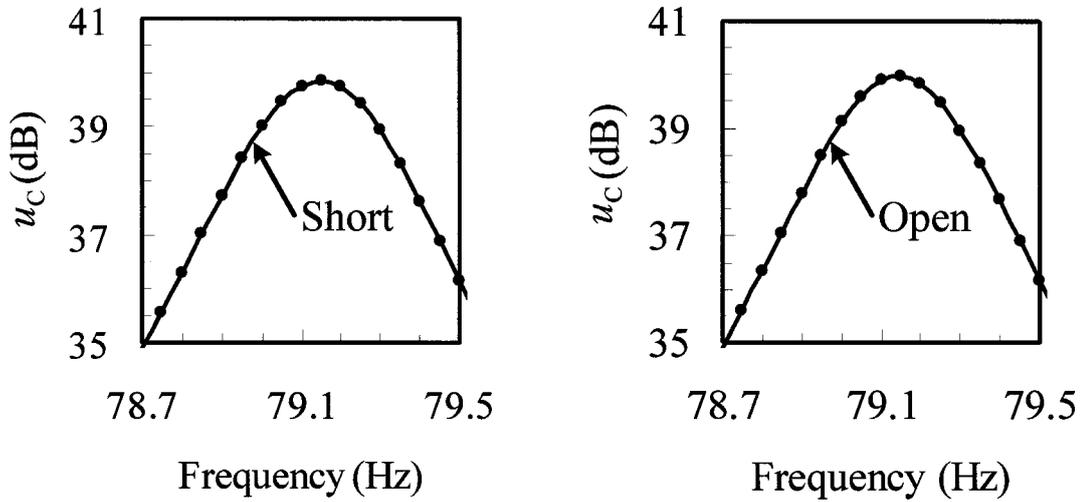


Fig. 4.8 Experimental results of frequency response with the short and open circuits.

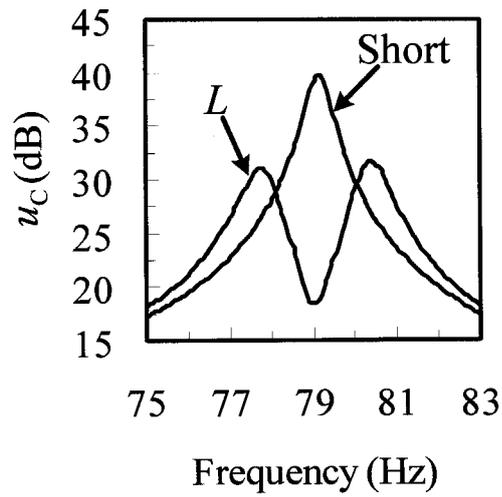


Fig. 4.9 Experimental results of frequency response with the inductance.

Table 4.4 Experimental results of  $g$  and  $\beta$ .

$g_o$	1.0000	
$g_L$	0.9823	
$g_C$	0.9987	
$g_R$	1.0152	
$\beta_o$	0	( $\Theta_o = 0 \text{ N/V}$ )
$\beta_{N1}$	0.001071	( $\Theta_{N1} = 0.003255 \text{ N/V}$ )
$\beta_{N2}$	-0.001990	
$\beta_p$	0.001020	( $\Theta_p = 0.003177 \text{ N/V}$ )

験装置の等価剛性比が小さいために  $\beta_o$ ,  $\beta_{N2}$  では正確な電気機械結合係数を得ることができなかった。

#### 4.5.4 負性抵抗接続法の検証

前項の実験では内部抵抗が小さかったので、抵抗を接続し、図 4.4 の  $\zeta = 0.1$  の場合のように共振振動数を一つにした。ここで、付加した抵抗の大きさは  $2500\Omega$  であり、純粋な内部抵抗と合わせて約  $3200\Omega$  の抵抗となった。そして、図 4.10 のように負性抵抗 FDNR (可変) を接続することによって、全抵抗が小さくなり、二つの共振振動数が現れた。図 4.11 に共振振動数が一

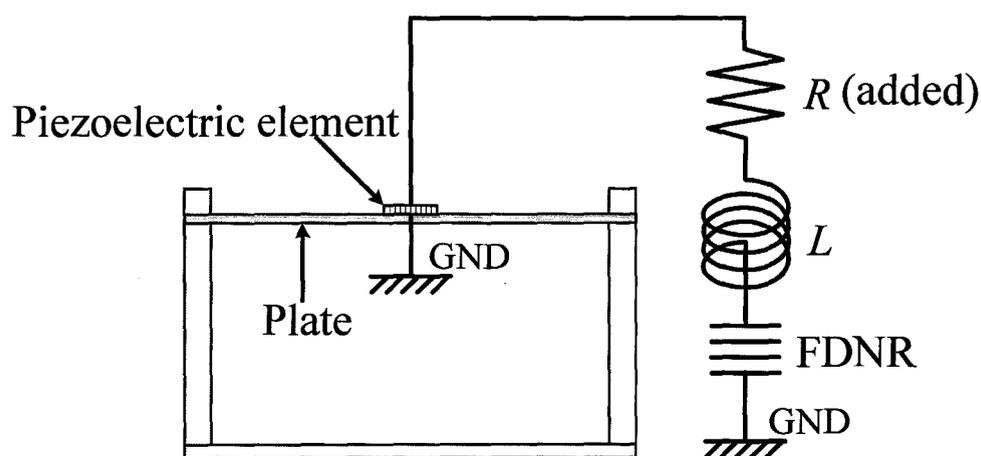


Fig. 4.10 Inductance, resistance and FDNR are coupled to the piezoelectric element.

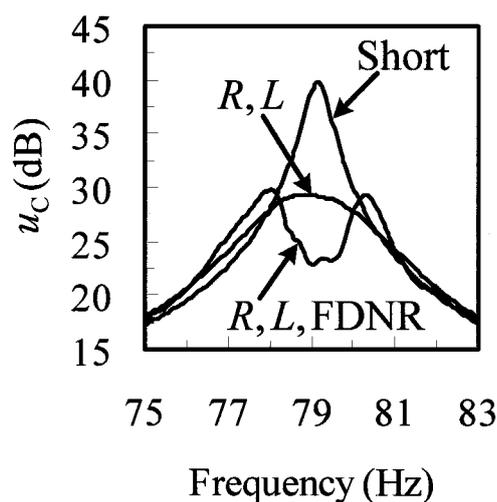


Fig. 4.11 Experimental results of frequency response with resistance and FDNR.

Table 4.5 Experimental results of with  $g$  and  $\beta$  with resistance and FDNR.

$g_L$	0.9861	
$g_R$	1.0139	
$\beta_{N1}$	0.000773	( $\Theta_{N1} = 0.002765 \text{ N/V}$ )
$\beta_p$	0.001020	( $\Theta_p = 0.003177 \text{ N/V}$ )

つしか現れない場合と負性抵抗を接続した場合のコンプライアンスの大きさ  $u_c$  を示す。表 4.5 に前項と同様の方法で算出した各種共振振動数比とそれらより算出される  $\beta_{N1}$ ，電気機械結合係数  $\Theta_{N1}$  を示す。負性抵抗で抵抗を打ち消すことにより，二つの共振振動数比を再び得ることができた。 $\beta_p$  に比べて値が小さいが，抵抗を完全には打ち消せなかったことが原因だと考えられる。

#### 4.5.5 周波数応答重ね合わせ法の検証

図 4.9 に示した実験結果に周波数応答重ね合わせ法を適用し，正確な  $\Theta$  を求めた。ここで， $M$ ， $K$ ， $D$ ， $C_p^s$  を定数とし， $\Theta$ ， $L$ ， $R$ ， $Q$  をパラメータにした。表 4.6 に用いた値と求めた値を示す。図 4.12 に表 4.6 の値で求めた数値計算と実験の結果を合わせて示す。ここで，実験でのコンプライアンスの算出には式(4.65)ではなく表 4.6 の  $Q$  を用いた。両者の結果がほぼ一致しているため，得られた電気機械結合係数  $\Theta$  はほぼ真値であるといえる。

Table 4.6 Values of material parameters.

$M$	1.0000 kg
$K$	247320 N/m
$D$	3.69 Ns/m
$C_p^s$	0.040 $\mu$ F
$\Theta$	0.003177 N/V
$L$	101.4 H
$R$	683.7 $\Omega$
$Q$	0.1107 m <sup>2</sup>

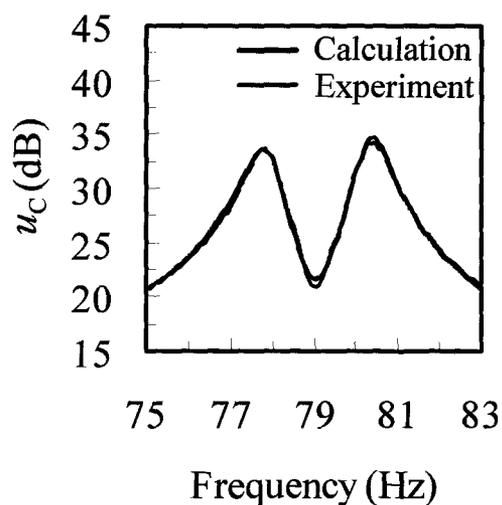


Fig. 4.12 Experimental and calculated results of frequency response with inductance.

図 4.11 に示した負性抵抗接続法の結果に周波数応答重ね合わせ法を適用して得られた値を表 4.7 に示す。ただし、 $M$ 、 $K$ 、 $D$ 、 $C_p^s$  は表 4.6 と同じである。図 4.13 に得られた値で求めた数値計算と実験の結果を示す。抵抗と負性抵抗を接続しない場合の電気機械結合係数よりも小さい値にはなったが、周波数応答重ね合わせ法を適用することで近づいた。また、前項の結果と合わせると負性抵抗の大きさは約  $-2200\Omega$  であったと考えられる。

Table 4.7 Calculated material parameters with resistance and FDNR.

$\Theta$	0.002878 N/V
$L$	101.0 H
$R$	956.1 $\Omega$
$Q$	0.1003 m <sup>2</sup>

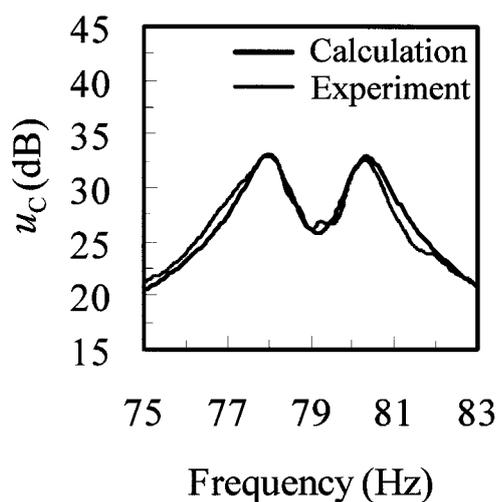


Fig. 4.13 Experimental and calculated results of frequency response with FDNR.

## 4.6 結言

圧電素子の電気機械結合係数と等価剛性比を実験で高精度に求める新しい手法と算出式を提案し、電気機械結合係数が小さいために従来の方法では精度が不十分になる場合でも、数値計算と結果がほぼ一致する高精度な値を算出できることを理論と実験で示した。また、主系減衰や内部抵抗による精度の低下を抑制する方法として負性抵抗接続法と周波数応答重ね合わせ法を提案し、実験でその有効性を示した。

---

## 第5章 圧電素子と電子回路を用いた二重吸振器による受動制振

### 5.1 緒言

圧電素子を用いてはりや平板等の曲げ振動を抑制する方法が注目され、多数の研究が行われている。圧電素子を用いた制振は機械式動吸振器やアクティブマスダンパを用いる制振に比べて、必要なスペースが小さく、圧電素子自体の大きさのわりに得られる制御力が大きいためである。圧電素子を用いた制振には、外部から圧電素子に制御電圧を加える能動制振<sup>(21)-(33)</sup>とインダクタンスや抵抗等を圧電素子に接続することによって機械式動吸振器のようにふるまわせる受動制振がある<sup>(8)-(14)</sup>。

能動制振では制御電圧を大きくすることにより高い制振性能を実現でき、制御器の設計によってはロバスト性を高めることができるが、常にその発振の可能性が問題となる。また、デジタルのコントローラを用いる場合は振動数の高い振動モードは制御できず、装置の価格が高くなる。そこで、受動的な手法で、高い制振性能とロバスト性を実現する必要がある。圧電素子を用いた受動制振の中では LR 回路を用いた手法の制振性能が比較的高いが、それでも能動制振と同等の制振性能を実現するためには圧電素子の数を増やす必要がある。また、回路内の電気共振によって主系の振動を抑えるので、主系の固有振動数が変化する場合には制振性能が低下する問題もある。一方、この LR 回路を用いた制振手法と制振の原理が類似している機械式動吸振器では、制振性能とロバスト性の問題を多重動吸振器で解決できるという知見が得られている<sup>(52)-(55)</sup>。そこで、本章では機械式の多重動吸振器に相当する回路を提案する。多重動吸振器の性能とロバスト性は動吸振器系の自由度を増やすほど向上するが、同時に装置の最適調整が困難になるので、ここでは二重動吸振器に限定する。機械式の二重動吸振器には並列型<sup>(52), (53)</sup>と直列型<sup>(54), (55)</sup>があるが、本章ではその両方に相当するモデルを示す。それぞれのモデルにおいて、主系の剛性の変化を考慮する場合と考慮しない場合の回路の最適調整式を求め、数値計算と実験で、本手法と最適調整式の有効性を検証する。

## 5.2 二重吸振器モデルと最適調整式

機械式の二重動吸振器は、合計の質量が等しい一重動吸振器よりも制振性能が高く、動吸振器系の二つの固有振動数を調整することでロバスト性を向上させることができる。この二重動吸振器には並列型<sup>(52), (53)</sup>と直列型<sup>(54), (55)</sup>があり、直列型の方が制振性能に優れるが、並列型は動吸振器系の二つの固有振動数の調整が独立であるため最適調整は容易である。このようにそれぞれが利点を持つため、本章では圧電素子と電子回路を用いた受動制振でその両方に相当するモデルを提案する。また、機械式の二重動吸振器では、主系がモデル化誤差を持たない場合の動吸振器系の最適調整式（以下、ノミナル最適調整式と称す）と、主系がモデル化誤差を持つ、ここでは特に主系の剛性が変化する場合の最適調整式（以下、ロバスト最適調整式と称す）が求められている。機械式の装置の場合、動吸振器系の総質量一定の条件のもとでこれらの最適調整式は求められるが、圧電素子を用いた装置の場合は圧電素子の等価剛性が一定という条件になり、前提となる条件が異なる。そこで、本章では提案する二つの電気式二重吸振器モデルの最適調整式も新たに求める。

### 5.2.1 並列二重吸振器のモデル

図 5.1 に圧電素子と電子回路を用いた並列二重吸振器のモデルを示す。圧電素子は二組に分けて使用し、それぞれの圧電素子に LR 回路を接続することで、それぞれが電気式の一重吸振器になる。図 5.2 にこのモデルの等価機械モデルを示す。図 5.1, 5.2 中の記号は次項で説明する。等価機械モデルは機械式の並列二重動吸振器のモデルと少し異なるが、主系に二つの一重動吸

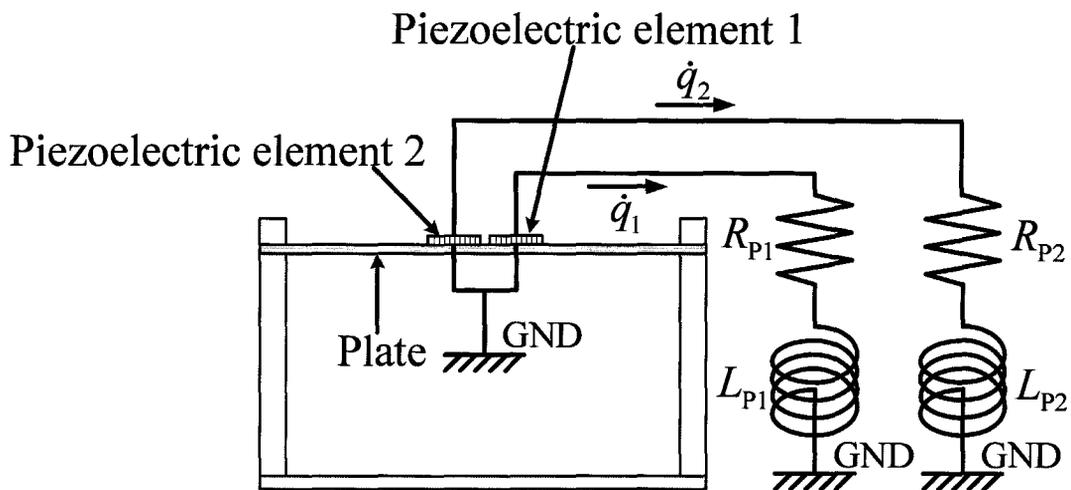


Fig. 5.1 Model of a dual and parallel electrical vibration absorber.

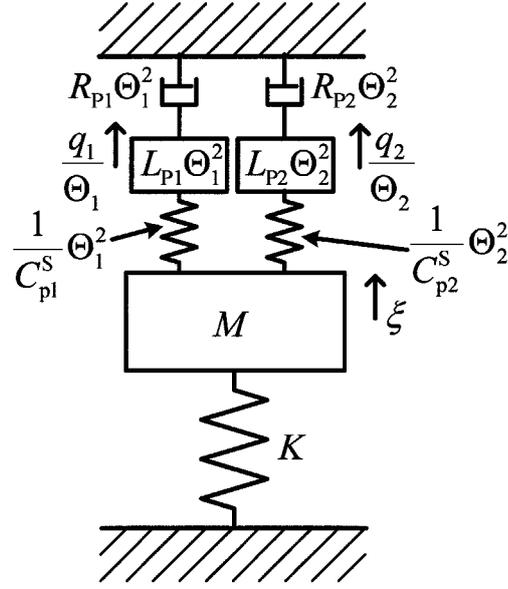


Fig. 5.2 Equivalent mechanical model for the model of the dual and parallel electrical vibration absorber.

振器を並列に設置したモデルであり，機械式の並列二重動吸振器に類似した効果が得られる。

### A 支配方程式

一般に吸振器は主系の減衰が小さい場合に用いられるので，ここでは主系の減衰は無視する。この手法で抑えられる振動モードは単一であり，制振性能をその共振の大きさを評価するため，他の振動モードは近似的に無視できる。図 5.1 に示した並列二重吸振器のモデルの支配方程式は

$$M\ddot{\xi} + K\xi + \Theta_1 \left( \frac{\Theta_1}{C_{p1}^S} \xi - \frac{1}{C_{p1}^S} q_1 \right) + \Theta_2 \left( \frac{\Theta_2}{C_{p2}^S} \xi - \frac{1}{C_{p2}^S} q_2 \right) = QP_f \quad (5.1)$$

$$L_{p1}\ddot{q}_1 + R_{p1}\dot{q}_1 + \frac{1}{C_{p1}^S} q_1 = \frac{\Theta_1}{C_{p1}^S} \xi \quad (5.2)$$

$$L_{p2}\ddot{q}_2 + R_{p2}\dot{q}_2 + \frac{1}{C_{p2}^S} q_2 = \frac{\Theta_2}{C_{p2}^S} \xi \quad (5.3)$$

である。ここで， $M$  はモード質量， $K$  はモード剛性， $\Theta$  はモード電気機械結合係数， $C_p^S$  は圧電素子のキャパシタンス， $Q$  はモード外力影響係数， $L$  はインダクタンス， $R$  は抵抗， $\xi$  はモード変位， $q$  は電荷， $P_f$  は平板に加わる等分布荷重である。下付きの数字は二つの圧電素子をそれぞれ示す。式(5.1)-(5.3)より無次元化したコンプライアンスは

$$\frac{\xi}{\xi_{st}} = \frac{1}{-g^2 + 1 + \beta_1(1-G_A) + \beta_2(1-G_B)} \quad (5.4)$$

$$G_A = \frac{q_1}{\Theta_1 \xi} = \frac{f_{A1}^2}{-g^2 + f_{A1}^2 + 2j\zeta_1 f_{A1} g} \quad (5.5)$$

$$G_B = \frac{q_2}{\Theta_2 \xi} = \frac{f_{A2}^2}{-g^2 + f_{A2}^2 + 2j\zeta_2 f_{A2} g} \quad (5.6)$$

$$\xi_{st} = \frac{QP_f}{K} \quad (5.7)$$

$$g = \frac{\omega}{\Omega} \quad (5.8)$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (5.9)$$

$$\omega_{A1} = \sqrt{\frac{1}{L_{p1} C_{p1}^S}} \quad (5.10)$$

$$\omega_{A2} = \sqrt{\frac{1}{L_{p2} C_{p2}^S}} \quad (5.11)$$

$$\beta_1 = \frac{\Theta_1^2}{K C_{p1}^S} \quad (5.12)$$

$$\beta_2 = \frac{\Theta_2^2}{K C_{p2}^S} \quad (5.13)$$

$$f_{A1} = \frac{\omega_{A1}}{\Omega} \quad (5.14)$$

$$f_{A2} = \frac{\omega_{A2}}{\Omega} \quad (5.15)$$

$$\zeta_1 = \frac{R_{p1}}{2} \sqrt{\frac{C_{p1}^S}{L_{p1}}} \quad (5.16)$$

$$\zeta_2 = \frac{R_{p2}}{2} \sqrt{\frac{C_{p2}^S}{L_{p2}}} \quad (5.17)$$

となる。ここで、 $\omega$ は加振振動数である。また、二組の圧電素子をまとめて一組にした場合の圧電素子の等価剛性比 $\beta$ と、まとめる前の二組の圧電素子の等価剛性比 $\beta_1$ 、 $\beta_2$ の間には、並列のバランスを取れば $\beta = \beta_1 + \beta_2$ という関係がある。

## B ノミナル最適調整式

一重吸振器の場合は定点理論<sup>(7), (47)</sup>を用いて回路の最適調整式を導出することができるが、二重吸振器の場合は式(5.4)-(5.6)のようにコンプライアンスが複雑になり、理論的に最適調整式を

導くことは困難である。そこで、機械式の二重動吸振器では、数値最適化手法を用いて、主系の最大振幅を最小にする条件で動吸振器の最適調整が行われる。また、動吸振器の総質量比を実用的な範囲で変化させて固有振動数比や減衰比の最適値をグラフ化し、それらを近似式で表した報告もある<sup>(52)-(55)</sup>。本論文では最適調整式の制約条件を確認し、その後、近似的に最適調整式を求める。

式(5.4)-(5.6)より  $f_{A1}$ ,  $f_{A2}$ ,  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  の四つの最適調整式を求める必要がある。ここで、式(5.1)-(5.3)より支配方程式は線形であるので、これらの最適調整式は二つの圧電素子の等価剛性比  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  のみによって表される。ここで、二組の圧電素子の等価剛性比の比は機械式の並列二重動吸振器の質量比の比と同様に1:1がほぼ最適であるので、ここでは諸元の等しい圧電素子とする。すなわち、 $\beta_1 = \beta_2 = \beta/2$  とする。圧電素子の等価剛性比の比を定めると、まとめて一組にした場合の圧電素子の等価剛性比  $\beta$  を用いて最適調整式を表すことができる。図 5.3 に数値最適化手法で求めた  $f_{A1}$ ,  $f_{A2}$ ,  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  の最適値を示す。ここでは等価剛性比  $\beta$  を 0.0004 から 0.04 まで変化させた。図 5.4 に例として  $\beta = 0.0004$ , 0.004, 0.04 の時にこれらの最適値を用いて求めたコンプライアンスの大きさ  $u_c$  を示す。この結果より図 5.3 に示した最適値が有効であることが分かる。 $f_{A1}$ ,  $f_{A2}$ ,  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  の最適値を近似式で表すと

$$f_{A1} = \sqrt{1 + 0.591\sqrt{\beta} + 0.679\beta} \quad (5.18)$$

$$f_{A2} = \sqrt{1 - 0.592\sqrt{\beta} + 0.590\beta} \quad (5.19)$$

$$\zeta_1 = \sqrt{0.160\beta - 0.216\beta^2} \quad (5.20)$$

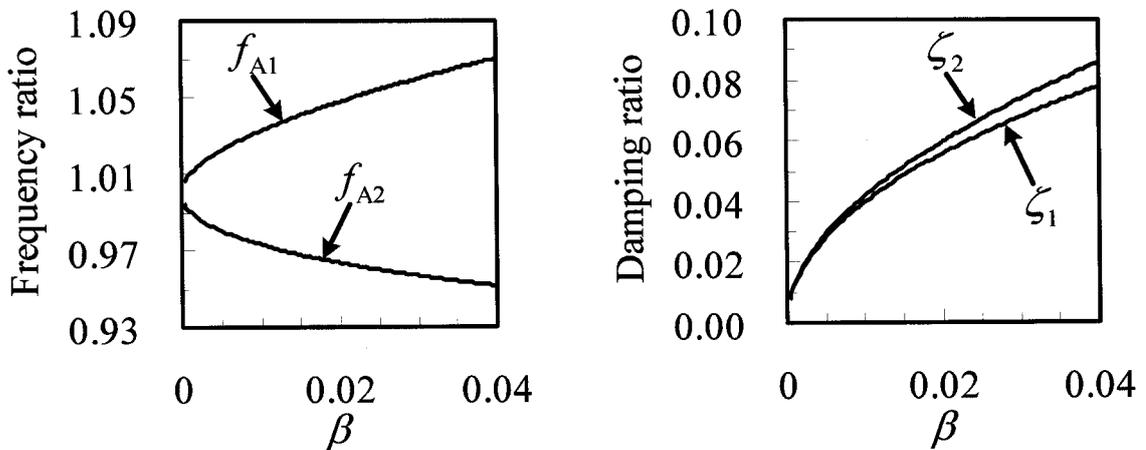


Fig. 5.3 Optimum frequency ratios and damping ratios for the dual and parallel electrical vibration absorber.

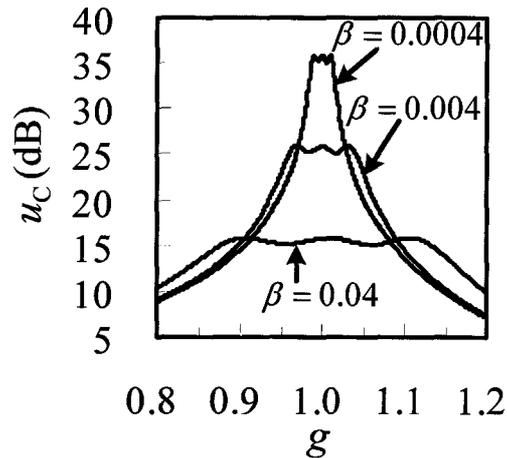


Fig. 5.4 Calculated results of compliance using the dual and parallel electrical vibration absorber.

$$\zeta_2 = \sqrt{0.173\beta + 0.300\beta^2} \quad (5.21)$$

となった. 図 5.3 より二つの一重吸振器の固有振動数は主系の固有振動数  $\Omega$  の前後に分かれ, 主系の固有振動数との差はほぼ 1:1 である. なお, 近似式(5.18)-(5.21)は決定係数がほぼ 1 であり, 図 5.3 に示したグラフとよく一致する. 回路の最適値は式(5.18)-(5.21)より求めることができる.

### C ロバスト最適調整式

ここでは主系の剛性が変化する場合を想定したロバスト最適調整式を求める. このロバスト最適調整式は前小見出しと同様にまとめて一組にした圧電素子の等価剛性比  $\beta$  を用いて表すことができるが, 主系の剛性の変化をどの程度に見積もるかによって結果が異なる. ここでは代表として  $\pm 10\%$ ,  $\pm 20\%$  の剛性の変化を想定した場合の最適調整式を示す.

主系の剛性の変化率を  $\pm 10\%$  と想定した場合は

$$f_{A1} = \sqrt{1.05 + 0.511\sqrt{\beta} + 1.16\beta} \quad (5.22)$$

$$f_{A2} = \sqrt{0.943 - 0.321\sqrt{\beta} + 0.111\beta} \quad (5.23)$$

$$\zeta_1 = \sqrt{0.000450 + 0.182\beta - 0.781\beta^2} \quad (5.24)$$

$$\zeta_2 = \sqrt{0.000826 + 0.207\beta + 0.445\beta^2} \quad (5.25)$$

となった. また, 主系の剛性の変化率を  $\pm 20\%$  と想定した場合は

$$f_{A1} = \sqrt{1.13 + 0.260\sqrt{\beta} + 2.12\beta} \quad (5.26)$$

$$f_{A2} = \sqrt{0.881 - 0.0966\sqrt{\beta} - 0.0997\beta} \quad (5.27)$$

$$\zeta_1 = \sqrt{0.00157 + 0.172\beta - 0.383\beta^2} \quad (5.28)$$

$$\zeta_2 = \sqrt{0.00371 + 0.242\beta - 0.0368\beta^2} \quad (5.29)$$

であった。近似式(5.22)-(5.29)も決定係数がほぼ 1 であった。なお、 $\beta$  を定数とすると  $f_{A1}$ ,  $f_{A2}$ ,  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  の最適値はいずれも剛性の変化率を変数とした二次関数上に乗るので、任意の変化率での最適値が必要な場合はその性質を利用して式(5.18)-(5.29)より求めればよい。

ここでは主系の剛性が変化する場合を対象としたロバスト最適調整式を求めたが、圧電素子の特性が変化する場合もある。その場合も、数値最適化手法を用いて回路の最適値を求めることができる。

### 5.2.2 直列二重吸振器のモデル

図 5.5 に圧電素子と電子回路を用いた直列二重吸振器のモデルを示す。この回路にはインダクタンスが直列に二つ、キャパシタンスが一つ含まれ、圧電素子内のキャパシタンスと合わせると電気系が二自由度となる。図 5.6 にこのモデルの等価機械モデルを示す。等価機械モデルは機械式の直列二重動吸振器のモデルと一致する。機械式の直列二重動吸振器において、動吸振器内のダッシュポットは一つでよいという知見が得られている<sup>(54), (55)</sup>が、図 5.5 のモデルにおいても必要な抵抗は一つである。

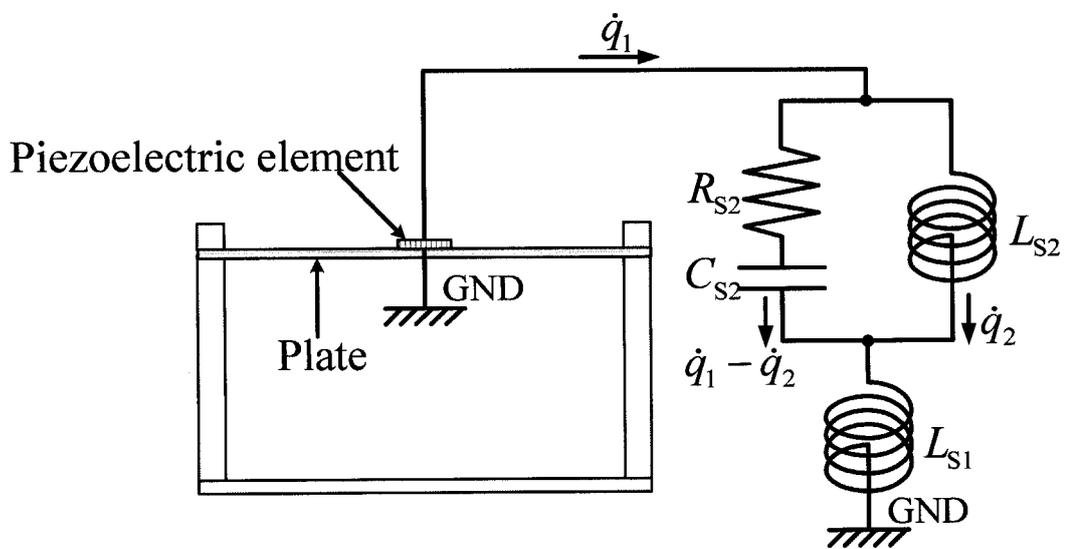


Fig. 5.5 Model of a dual and series electrical vibration absorber.

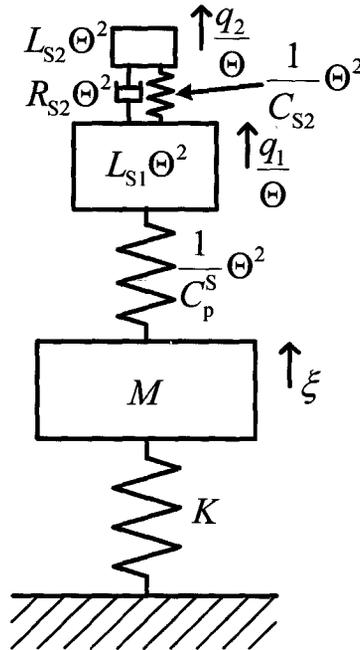


Fig. 5.6 Equivalent mechanical model for the model of the dual and series electrical vibration absorber.

### A 支配方程式

図 5.5 に示した直列二重吸振器のモデルの支配方程式は

$$M\ddot{\xi} + K\xi + \Theta \left( \frac{\Theta}{C_p^S} \xi - \frac{1}{C_p^S} q_1 \right) = QP_f \quad (5.30)$$

$$L_{S1}\ddot{q}_1 + R_{S2}(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) + \frac{1}{C_{S2}}(q_1 - q_2) = \frac{\Theta}{C_p^S} \xi - \frac{1}{C_p^S} q_1 \quad (5.31)$$

$$L_{S2}\ddot{q}_2 = R_{S2}(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) + \frac{1}{C_{S2}}(q_1 - q_2) \quad (5.32)$$

となる. 式(5.30)-(5.32)より無次元化したコンプライアンスは

$$\frac{\xi}{\xi_{st}} = \frac{1}{-g^2 + 1 + \beta(1 - G_C)} \quad (5.33)$$

$$G_C = \frac{q_1}{\Theta \xi} = \frac{f_{a1}^2}{-g^2 + f_{a1}^2 + (\mu f_{a2}^2 + 2j\zeta \mu f_{a1} g)(1 - G_D)} \quad (5.34)$$

$$G_D = \frac{q_2}{q_1} = \frac{f_{a2}^2 + 2j\zeta f_{a1} g}{-g^2 + f_{a2}^2 + 2j\zeta f_{a1} g} \quad (5.35)$$

$$\omega_{a1} = \sqrt{\frac{1}{L_{S1} C_p^S}} \quad (5.36)$$

$$\omega_{a2} = \sqrt{\frac{1}{L_{S2}C_{S2}}} \quad (5.37)$$

$$\beta = \frac{\Theta^2}{KC_p^S} \quad (5.38)$$

$$f_{a1} = \frac{\omega_{a1}}{\Omega} \quad (5.39)$$

$$f_{a2} = \frac{\omega_{a2}}{\Omega} \quad (5.40)$$

$$\mu = \frac{L_{S2}}{L_{S1}} \quad (5.41)$$

$$\zeta = \frac{R_{S2}}{R_{S0}} \quad (5.42)$$

$$R_{S0} = 2L_{S2} \sqrt{\frac{1}{L_{S1}C_p^S}} \quad (5.43)$$

となる。

## B ノミナル最適調整式

直列二重吸振器の場合も最適調整式を理論的に導出することは困難である。式(5.33)-(5.35)より  $f_{a1}$ ,  $f_{a2}$ ,  $\mu$ ,  $\zeta$  の四つの最適調整式を求める必要がある。ここで、式(5.30)-(5.32)より支配方程式は線形であるので、これらの最適調整式は前項と同様に圧電素子の等価剛性比  $\beta$  のみによって表される。図 5.7, 5.8 に数値最適化手法で求めた  $f_{a1}$ ,  $f_{a2}$ ,  $\mu$ ,  $\zeta$  の最適値を示す。図 5.9 に例として  $\beta = 0.0004$ ,  $0.004$ ,  $0.04$  の時にこれらの最適値を用いて求めたコンプライアンスの大きさ  $u_c$  を示す。この結果より図 5.7, 5.8 に示した最適値が有効であることが分かる。 $f_{a1}$ ,  $f_{a2}$ ,  $\mu$ ,  $\zeta$  の最適値を近似式で表すと

$$f_{a1} = \sqrt{1 + 1.59\beta - 0.106\beta^2} \quad (5.44)$$

$$f_{a2} = \sqrt{1 - 3.19\beta + 5.36\beta^2} \quad (5.45)$$

$$\mu = 2.40\beta + 1.93\beta^2 \quad (5.46)$$

$$\zeta = \sqrt{1.18\beta - 6.38\beta^2} \quad (5.47)$$

となった。近似式(5.44)-(5.47)も決定係数がほぼ 1 であり、図 5.7, 5.8 に示したグラフとよく一致する。等価剛性比  $\beta$  は一般に 1 よりも十分に小さいので、式(5.46)よりインダクタンス比  $\mu$  も 1 より十分に小さい。そのため、圧電素子に加わる制御電圧は  $L_{S1}$  の分圧とほぼ等しい。図 5.7 よ

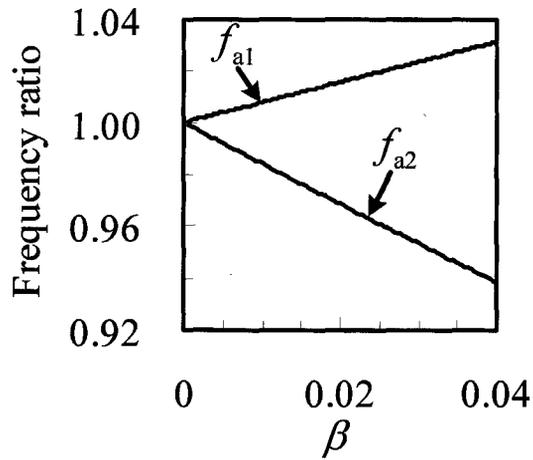


Fig. 5.7 Optimum frequency ratios for the dual and series electrical vibration absorber.

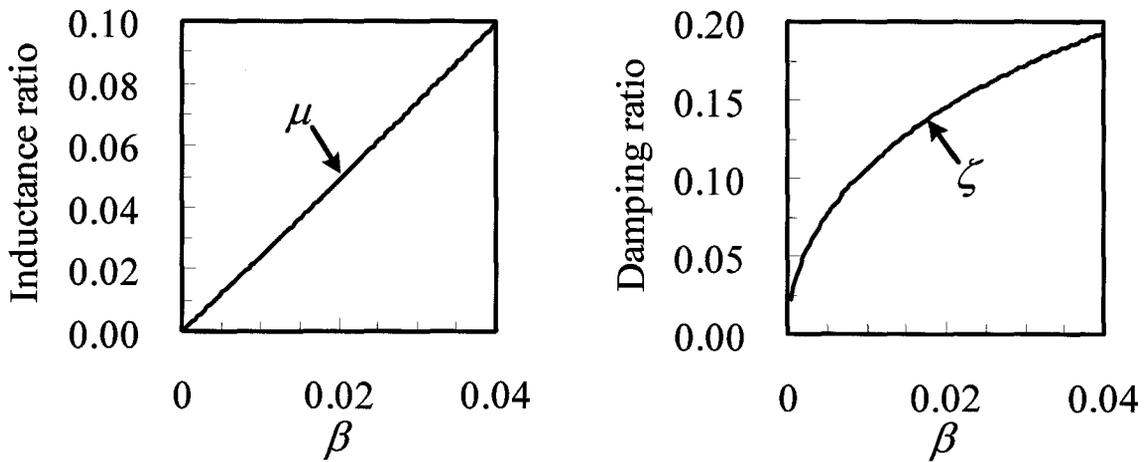


Fig. 5.8 Optimum inductance ratio and damping ratio for the dual and series electrical vibration absorber.

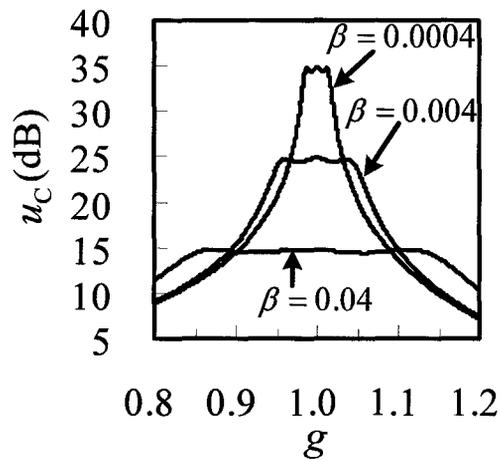


Fig. 5.9 Calculated results of compliance using the dual and series electrical vibration absorber.

り  $L_{s1}$  と  $C_p^s$  からなる共振振動数  $\omega_{a1}$  は主系の固有振動数  $\Omega$  より大きく,  $L_{s2}$  と  $C_{s2}$  からなる共振振動数  $\omega_{a2}$  は主系の固有振動数  $\Omega$  よりも小さい. また, これらの共振振動数と主系の固有振動数の差の比はほぼ1:2である. 回路の最適値は式(5.44)-(5.47)より求めることができる.

### C ロバスト最適調整式

並列二重吸振器の場合と同様に, 主系の剛性の変化を考慮したロバスト最適調整式を求めた. ここでは代表として  $\pm 10\%$ ,  $\pm 20\%$  の剛性の変化を想定した場合の最適調整式を示す.

主系の剛性の変化率を  $\pm 10\%$  と想定した場合は

$$f_{a1} = \sqrt{1.01 + 2.48\beta - 7.94\beta^2} \quad (5.48)$$

$$f_{a2} = \sqrt{0.982 - 3.35\beta + 6.94\beta^2} \quad (5.49)$$

$$\mu = 0.0105 + 2.96\beta - 3.09\beta^2 \quad (5.50)$$

$$\zeta = \sqrt{0.00235 + 1.08\beta - 6.18\beta^2} \quad (5.51)$$

となった. また, 主系の剛性の変化率を  $\pm 20\%$  と想定した場合は

$$f_{a1} = \sqrt{1.03 + 2.79\beta - 7.30\beta^2} \quad (5.52)$$

$$f_{a2} = \sqrt{0.926 - 2.80\beta + 0.0410\beta^2} \quad (5.53)$$

$$\mu = 0.0406 + 3.14\beta - 2.42\beta^2 \quad (5.54)$$

$$\zeta = \sqrt{0.00878 + 0.893\beta - 5.08\beta^2} \quad (5.55)$$

であった. 近似式(5.48)-(5.55)も決定係数がほぼ1であった. 主系の剛性の変化率を大きく見積もるほど,  $\omega_{a1}$  は大きくなり,  $\omega_{a2}$  は反対に小さくなる. なお,  $\beta$  を定数とすると  $f_{a1}$ ,  $f_{a2}$ ,  $\mu$ ,  $\zeta$  の最適値はいずれも剛性の変化率を変数とした二次関数上に乗るので, 任意の変化率での最適値が必要な場合はその性質を利用して式(5.44)-(5.55)より求めればよい.

## 5.3 数値計算と実験

### 5.3.1 実験装置と対象の振動モード

図 5.10, 5.11 に実験装置と回路の概略を示す. 図 5.11 に示すように制振対象の平板に性能のほぼ等しい圧電素子を二枚貼り付け, 並列二重吸振器の実験では一枚ずつに LR 回路を接続し,

直列二重吸振器の実験では二枚を直列接続で一組にして使用した。なお、二枚の圧電素子を並列接続で一組にしても、回路の最適値が異なるのみで直列二重吸振器の制振性能は等しい。平板 (300mm×400mm×1.0mm) はアルミニウム製で周辺を固定し、圧電素子 (22mm×32mm×0.22mm) は導電性接着剤で貼り付けた。制振対象は固有振動数が約 80Hz の基本振動モードとした。圧電素子の等価剛性比は対象とする振動モードの曲率最大の位置に貼り付けると最も大きくなるので、圧電素子は平板の中央に貼り付けた。  $L_{s2}$  にはコイルを使用し、それ以外のインダクタンスには GIC (Generalized Impedance Converter) による合成可変インダクタンスを用いた<sup>(50)</sup>。  $L_{s2}$  以外のインダクタンスをコイルにするとそのサイズが非常に大きくなるためである。

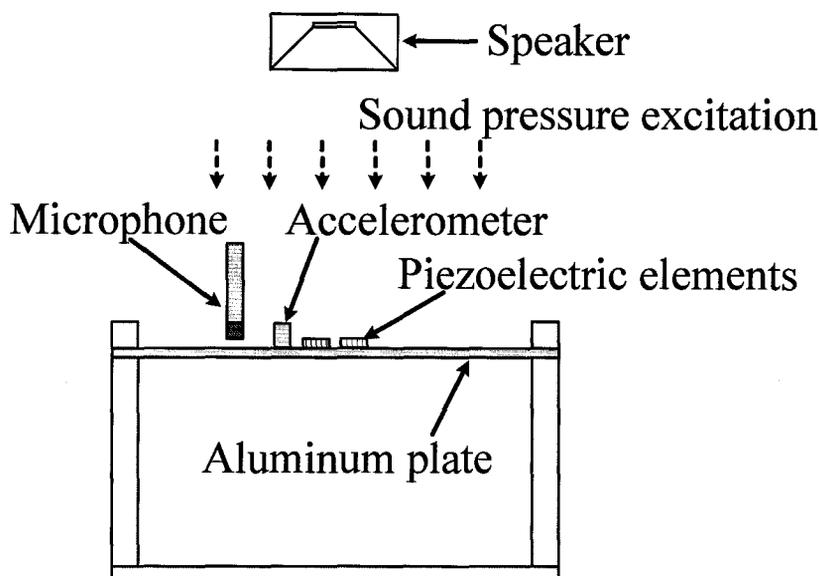


Fig. 5.10 Schematic diagram of the experimental apparatus.

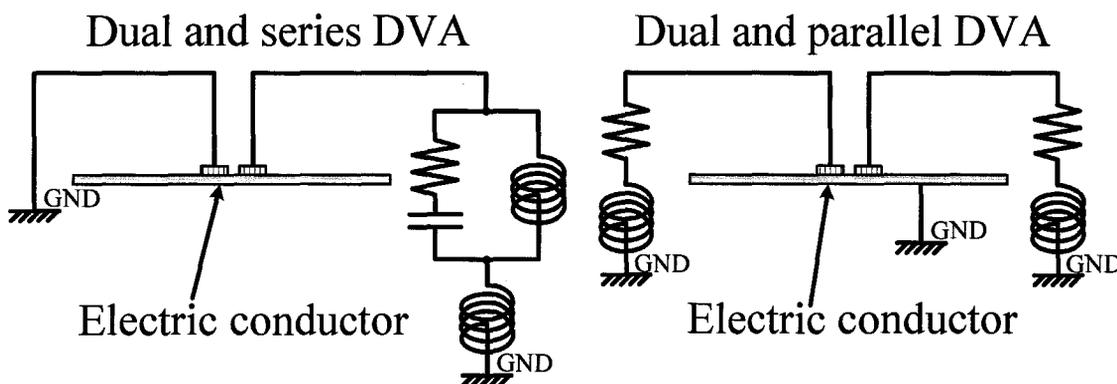


Fig. 5.11 Schematic diagram of the circuits.

### 5.3.2 実験方法

図 5.10 のように平板を音圧で加振し，加速度ピックアップとマイクロフォンで平板の振動変位と加振音圧を測定した．ここで，加速度ピックアップは  $(x,y)=(0.15\text{m},0.15\text{m})$  の位置に設置した．図 5.12 に座標軸の取り方を示す． $z$  は平板の中立面からの距離である．マイクロフォンは  $(x,y,z)=(0.15\text{m},0.10\text{m},0.01\text{m})$  の位置に設置した．加振音圧と振動変位より無次元化したコンプライアンスの大きさ  $u_c$  を求めた．

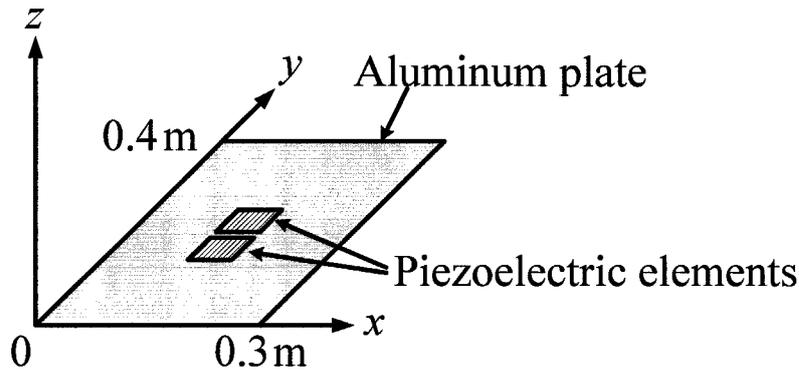


Fig. 5.12 Coordinates of a plate.

### 5.3.3 数値計算と実験の結果

表 5.1 に数値計算で用いた平板と圧電素子の諸元を示す．これらは全て実験で使用した装置の実測値である．二枚の圧電素子は大きさと材質が等しいものを平板の左右対称の位置に貼り付けて用いたが，表 5.1 のように実測した等価剛性比等の値には少し差があった．以下の数値計算では二枚の圧電素子を一組にした場合の諸元を使用し，並列二重吸振器でも等分割を仮定して回路の最適値を求めた．主系の固有振動数が変化しないノミナルモデルでの数値計算と実験の結果と，主系の固有振動数が変化する場合の数値計算と実験の結果を以下に示す．

Table 5.1 Values of material parameters.

Plate	$M$	1.000 kg
	$K$	250800 N/m
Piezoelectric elements (Total)	$C_p^S$	0.0219 $\mu\text{F}$
	$\Theta$	0.00344 N/V
	$\beta$	0.00215
Piezoelectric element (No. 1)	$C_{p1}^S$	0.0411 $\mu\text{F}$
	$\Theta_1$	0.00357 N/V
	$\beta_1$	0.00123
Piezoelectric element (No. 2)	$C_{p2}^S$	0.0398 $\mu\text{F}$
	$\Theta_2$	0.00308 N/V
	$\beta_2$	0.000945

### A ノミナル最適調整での結果

図 5.13 に一重吸振器，並列二重吸振器，直列二重吸振器をノミナル最適調整式にもとづいて設計した場合の数値計算結果を示す．ここで，一重吸振器と二重吸振器の制振性能を実線と破線で示した．直列二重吸振器の制振性能が最も高く，一重吸振器の制振性能が最も低い．図 5.14 にこれらの数値計算結果に相当する実験結果を示す．また，表 5.2 に並列二重吸振器と直列二重吸振器の数値計算と実験での回路の値を合わせて示す．ここで，数値計算で使用した回路の値は，前節で求めた最適調整式を用いて求めた．実験では平板自体に減衰が含まれるため，数値計算結果に比べて実験結果では三つの手法の制振性能の差は小さいが，傾向は一致している．回路の値も数値計算と実験で概ね一致しており，前節で求めたノミナル最適調整式の有効性が確認できる．

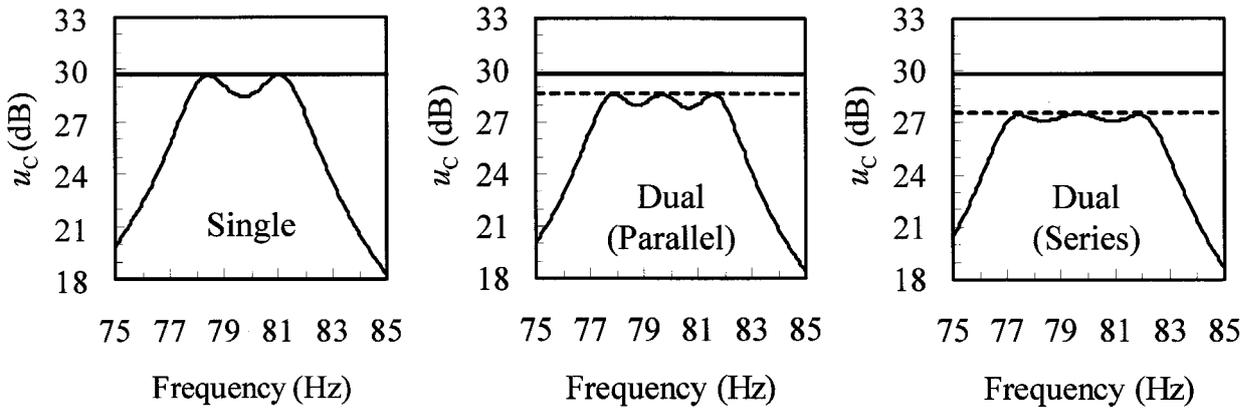


Fig. 5.13 Calculated results of compliance.

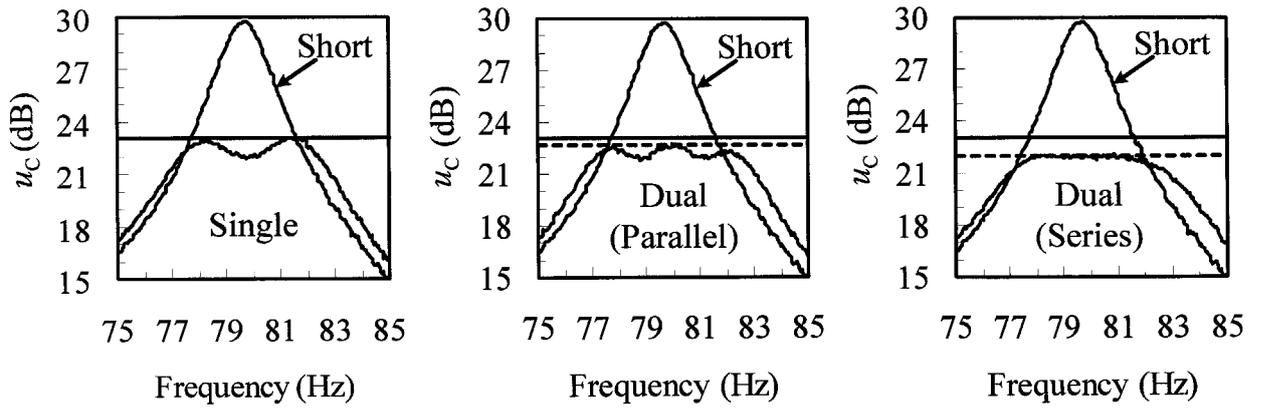


Fig. 5.14 Experimental results of compliance.

Table 5.2 Values of circuits of the electrical dual vibration absorbers in nominal models.

	Calculation	Experiment
$L_{p1}$	88.5 H	92.7 H
$R_{p1}$	1670 $\Omega$	1120 $\Omega$
$C_{p1}^S$	0.0438 $\mu\text{F}$	0.0411 $\mu\text{F}$
$\omega_{A1}$	508 rad/s	512 rad/s
$L_{p2}$	93.5 H	103 H
$R_{p2}$	1790 $\Omega$	1270 $\Omega$
$C_{p2}^S$	0.0438 $\mu\text{F}$	0.0398 $\mu\text{F}$
$\omega_{A2}$	494 rad/s	494 rad/s
$L_{s1}$	181 H	179 H
$C_p^S$	0.0219 $\mu\text{F}$	0.0219 $\mu\text{F}$
$\omega_{a1}$	502 rad/s	505 rad/s
$L_{s2}$	0.940 H	1.04 H
$R_{s2}$	47.2 $\Omega$	59.6 $\Omega$
$C_{s2}$	4.27 $\mu\text{F}$	3.97 $\mu\text{F}$
$\omega_{a2}$	499 rad/s	492 rad/s

## B ロバスト最適調整での結果

制振装置のロバスト性を検証するための数値計算と実験を行った。ここでは主系の剛性の変化を $\pm 5\%$ と想定して、回路を調整した。なお、実験では平板上の点 $(x, y) = (0.10\text{m}, 0.20\text{m})$ の周辺に質量を付加することで主系の固有振動数を70Hzから78Hzまで2Hz刻みで変化させた。そのため、主系の固有振動数が74Hzの場合を中心として回路の調整を行った。ここで、固有振動数が72Hzと76Hzの場合はほぼロバスト最適調整の範囲内であり、70Hzと78Hzの場合は範囲外である。図5.15にロバスト最適調整式を用いた場合の、図5.16にノミナル最適調整式を用いた場合の数値計算結果を示す。一重吸振器よりも二重吸振器のロバスト性能が高いことと、ロバスト最適調整式の有効性が確認できる。また、ロバスト最適調整を行った場合でも主系の固有振動数が70Hzや78Hzの場合のように、想定する剛性変化の範囲外では制振性能が低下することが分かる。図5.17にロバスト最適調整式にもとづいて回路を設計した場合の実験結果を示す。また、表5.3にロバスト最適調整を行った場合の数値計算と実験での回路の値を合わせて示す。実験結果でも二重吸振器のロバスト性能の高さが確認できる。また、回路の値も数値計算と実験で概ね一致しており、前節で求めたロバスト最適調整式の有効性が確認できる。

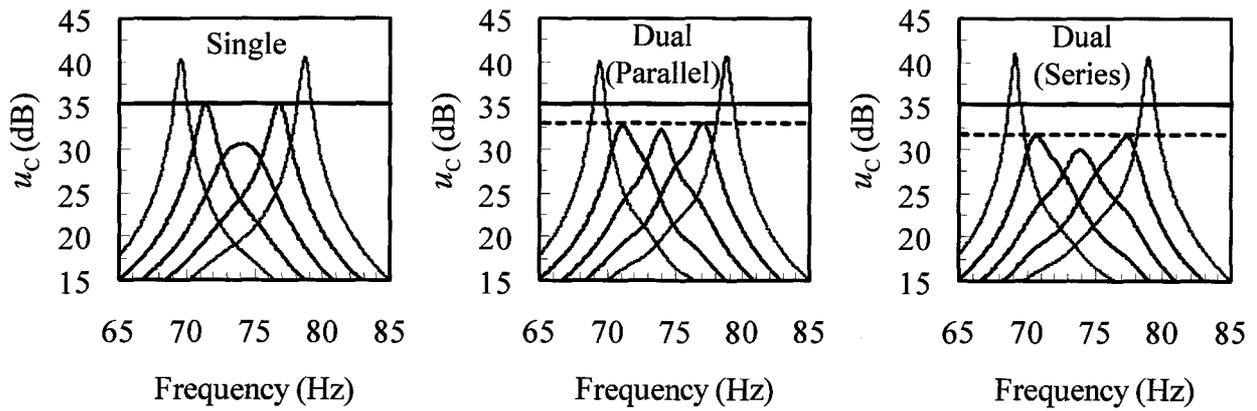


Fig. 5.15 Calculated results of compliance with considering robustness.

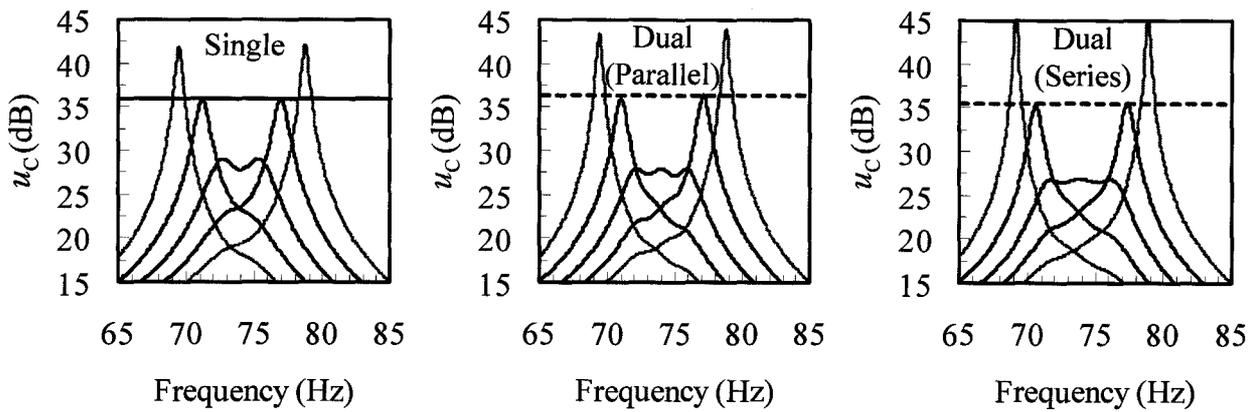


Fig. 5.16 Calculated results of compliance without considering robustness.

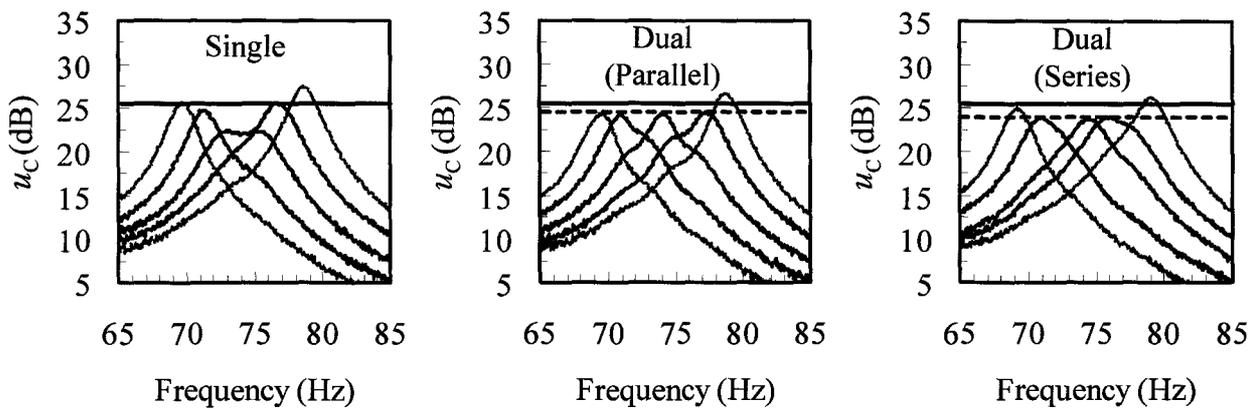


Fig. 5.17 Experimental results of compliance with considering robustness.

Table 5.3 Values of circuits of the electrical dual vibration absorbers with considering robustness.

	Calculation	Experiment
$L_{p1}$	100 H	107 H
$R_{p1}$	2340 $\Omega$	1540 $\Omega$
$C_{p1}^S$	0.0438 $\mu\text{F}$	0.0411 $\mu\text{F}$
$\omega_{A1}$	478 rad/s	477 rad/s
$L_{p2}$	111 H	122 H
$R_{p2}$	2730 $\Omega$	1650 $\Omega$
$C_{p2}^S$	0.0438 $\mu\text{F}$	0.0398 $\mu\text{F}$
$\omega_{A2}$	454 rad/s	454 rad/s
$L_{s1}$	209 H	207 H
$C_p^S$	0.0219 $\mu\text{F}$	0.0219 $\mu\text{F}$
$\omega_{a1}$	467 rad/s	470 rad/s
$L_{s2}$	2.01 H	1.88 H
$R_{s2}$	113 $\Omega$	85.9 $\Omega$
$C_{s2}$	2.33 $\mu\text{F}$	2.44 $\mu\text{F}$
$\omega_{a2}$	462 rad/s	467 rad/s

---

## 5.4 結言

圧電素子と電子回路を用いた装置で、機械式の二重動吸振器に相当するモデルを示した。機械式の二重動吸振器には並列型と直列型があり、本章ではその両方に相当するモデルを提案した。数値計算と実験を行い、ノミナルモデルで回路を最適に調整した場合は直列二重動吸振器に相当する回路の制振性能が高く、主系の固有振動数の変化を考慮して回路の調整を行った場合は並列型、直列型ともに従来の一重動吸振器に相当する回路よりもロバスト性が高いことを示した。

## 第6章 二組の圧電素子を用いたハイブリッド制振

### 6.1 緒言

圧電素子を用いてはりや平板等の曲げ振動を抑制する方法が注目され、多数の研究が行われている。機械式動吸振器やアクティブマスダンパに比べて必要なスペースが小さく、圧電素子自体の大きさのわりに得られる制御力が大きいためである。圧電素子を用いた制振の方法には圧電素子に外部から制御電圧を加える能動制振<sup>(21)-(33)</sup>と、インダクタンス、抵抗を接続することによって系を機械式動吸振器のようにふるまわせる受動制振<sup>(8)-(14)</sup>がある。近年は、能動制振の方法として、センサーとアクチュエータの共配置を実現するセルフセンシングアクチュエータが提案され<sup>(21)-(25), (30)-(32)</sup>、受動制振の方法として、多自由度回路を用いて複数の振動モードを同時に制振する方法<sup>(34), (35)</sup>や、インダクタンスを用いず、抵抗だけを接続することによって機械式のフードダンパのように機能させる方法<sup>(8), (9)</sup>も報告されている。

一般に制振では安定なシステムであることが最も重要であり、能動制振を行う場合、常にその発振の可能性が問題となる。一方、受動制振は安定性に優れるが、大きな制振力を得るには圧電素子の枚数を増やす必要があり、その貼り付け位置の問題や得られる制振力に限界がある。そこで、能動制振に受動制振の安定性を付加する観点より、両者を併用するハイブリッド制振の研究が進められ、安定性が向上すると同時に能動制振の消費電力も低減できるという知見が得られている<sup>(16)-(20)</sup>。また、近年は最適な両者の併用方法、受動回路の設計、制御方法を中心に検討<sup>(17), (18)</sup>がなされ、各々の弱点をより効果的に補うことに成功している。しかし、いずれの手法も受動制振と能動制振を単に同時に使用しているだけという域を出ず、結果的に装置が膨大になり、それぞれの本質的な欠点を解決したことにもなっていないため、工学的な利益は小さい。そこで、本章では受動制振における制振力発生メカニズムを基礎に、その制振力を増幅することによって制振性能を高めた新しいハイブリッド制振装置を提案する。このハイブリッド制振ではデジタルの外部コントローラは不要であり、インダクタンス、抵抗、増幅器からなるアナログ回路の最適調整のみでよい。ここで、定点理論<sup>(7), (47)</sup>にもとづいて回路の最適値を求める理論式を導出する。そして、理論計算および実験により、このハイブリッド制振回路で大きな制振力が得られることを示す。また、この手法で抑えることができる振動モードは単一で

あり、制振対象外の振動モードに関しては受動制振と同等の安定性が保証されるわけではないため、それらの安定性について検討し、安定性を向上させる方法を提案する。

## 6.2 理論解析

### 6.2.1 支配方程式の導出

図 6.1 に提案するハイブリッド制振のモデルを示す。これは制振対象としての平板と、受動制振用と能動制振用の二組の圧電素子および制御用の電子回路からなる。ここでは平板の表側の圧電素子と裏側の圧電素子をそれぞれ一組にまとめ、表側を受動制振用、裏側を能動制振用として使用する。圧電素子を貼り付けた平板のアクチュエータ方程式とセンサー方程式は次式で与えられる。

$$\mathbf{M}\ddot{\xi} + \mathbf{K}\xi - \Theta_p v_{Pa} - \Theta_A v_{Aa} = \mathbf{Q}P_f \quad (6.1)$$

$$\Theta_p^t \xi + C_{pp}^S v_{Ps} = q_p \quad (6.2)$$

$$\Theta_A^t \xi + C_{pA}^S v_{As} = q_A \quad (6.3)$$

ここで、 $\mathbf{M}$ はモード質量行列、 $\mathbf{K}$ はモード剛性行列、 $\Theta$ はモード電気機械結合係数列、 $\mathbf{Q}$ はモード外力影響係数列、 $C_p$ は圧電素子のキャパシタンス、 $\xi$ はモード変位ベクトル、 $v$ は圧電素

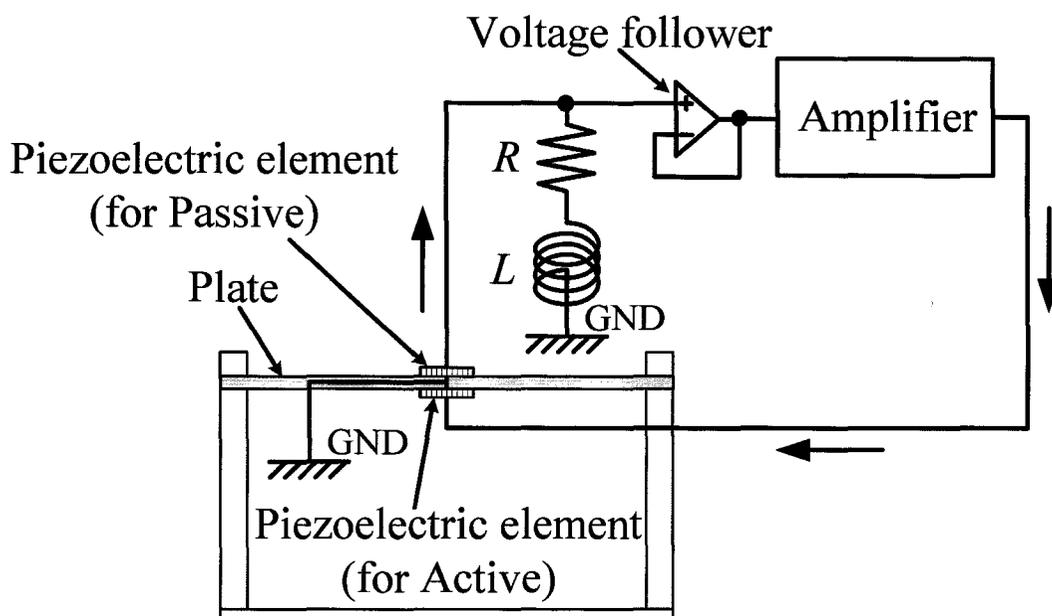


Fig. 6.1 Model of hybrid vibration suppression.

子電極間の電圧,  $P_f$ は平板に加わる等分布荷重,  $q$ は圧電素子に蓄えられる電荷である. 上付き添字Sは一定ひずみ下であることを, 上付き添字tは転置行列を, 下付き添字P, Aはそれぞれ受動制振用と能動制振用の圧電素子を, 下付き添字a, sはそれぞれ印加電圧とセンサー電圧を表す. ただし, 式(6.2), (6.3)では二組の圧電素子の間で応力の伝達はないと仮定した. 実際にはそれぞれの圧電素子が平板に加える応力の一部がもう一組の圧電素子に伝達するが, 平板の材質と厚さ, 圧電素子の位置関係, 接着状態によってその割合は変化するので, 理論的に求めることは困難であるためである. 以下の理論解析では応力の伝達を無視した一定ひずみ下でのキャパシタンス  $C_{pp}^s$  を用いるが, 応力の伝達を無視できない場合の補正方法についても後述する.

図 6.1 のように受動制振用の圧電素子 (以下, 受動圧電素子と称す) は LR 回路と接続するため, 圧電効果と逆圧電効果を同時に利用して受動制振を行う. 式(6.2)より, 受動圧電素子の電圧は

$$v_{ps} = -\frac{\Theta_p^t}{C_{pp}^s} \xi + \frac{q_p}{C_{pp}^s} \quad (6.4)$$

である. 受動圧電素子に接続する LR 回路の分圧を  $v_z$  とおくと, 電圧のつりあいより

$$v_z + v_{ps} = 0 \quad (6.5)$$

となる. LR 回路に LR 直列回路を用いる場合の外部回路の分圧  $v_z$  は

$$v_z = L\ddot{q}_p + R\dot{q}_p \quad (6.6)$$

である. ここで,  $L$ はインダクタンス,  $R$ は抵抗である. LR 並列回路を用いる場合の外部回路の分圧  $v_z$  は加振振動数を  $\omega$  とおくと

$$v_z = \frac{j\omega LR}{j\omega L + R} \dot{q}_p \quad (6.7)$$

である. 受動圧電素子では外部回路の逆起電力  $-v_z$  が印加電圧になるので,

$$v_{pa} = -v_z \quad (6.8)$$

となる. ここで, 印加電圧とセンサー電圧はどちらも圧電素子電極間の電圧であるため, 常に等しく,

$$v_{pa} = v_{ps} \quad (6.9)$$

であることに注意が必要である.

能動制振用の圧電素子（以下，能動圧電素子と称す）では逆圧電効果のみを利用する．すなわち，式(6.3)で与えられる能動圧電素子のセンサー電圧は利用せず，LR回路から受動圧電素子に戻る電圧  $v_{pa}$  を抽出し，これを増幅して能動圧電素子に加える．なお，圧電素子にはそれ自体の表裏による極性と，平板の振動モードと貼り付け位置で決まる極性があり，二組の圧電素子は振動モード毎に全体として同極性または逆極性になるが，後述するように増幅器の極性を制振対象の振動モードの極性に合わせれば，どちらの場合も適切な制振力を加えることができる．増幅器の増幅率を  $\alpha$  とすると，能動圧電素子に加えられる電圧は次式で与えられる．

$$v_{Aa} = \alpha v_{pa} \quad (6.10)$$

式(6.1)，(6.5)，(6.8)，(6.10)より支配方程式は

$$\mathbf{M}\ddot{\xi} + \mathbf{K}\xi + (\Theta_p + \alpha\Theta_A)v_z = \mathbf{Q}P_f \quad (6.11)$$

$$v_z + v_{ps} = 0 \quad (6.12)$$

となる．受動圧電素子とLR回路を用いた受動制振では外部回路における分圧が受動圧電素子への入力電圧となって制御力が発生する．この電圧はLR回路が自動的に生成する制御電圧であり，このハイブリッド制振ではこのLR回路から受動圧電素子に戻る制御電圧をボルテージフォロワで抽出し，増幅して能動圧電素子に加えることによって制振性能を向上させる．この手法では受動圧電素子とそれに接続されたLR回路が受動制振だけではなく，それぞれ能動制振におけるセンサーとコントローラの役割を兼ねるため，一般的な能動制振で必要とされるセンサーとデジタルの外部コントローラは必要ない．

## 6.2.2 コンプライアンス

ハイブリッド制振で抑えられる振動モードは単一であり，その共振の大きさを評価するため，他の振動モードは近似的に無視できる．そこで，対象を  $i$  次振動モードとすると，式(6.11)，(6.12)より，支配方程式は

$$M_i \ddot{\xi}_i + K_i \xi_i + (\Theta_{pi} + \alpha\Theta_{Ai})v_z = Q_i P_f \quad (6.13)$$

$$v_z + \frac{q_p}{C_{pp}^s} = \frac{\Theta_{pi}}{C_{pp}^s} \xi_i \quad (6.14)$$

となる．ここで， $\Theta_{Ai}$  の  $\Theta_{pi}$  に対する比  $\kappa_i$  を導入する．

$$\kappa_i = \frac{\Theta_{Ai}}{\Theta_{pi}} \quad (6.15)$$

二組の圧電素子が同極性の場合には $\kappa_i$ は正に、逆極性の場合には負になる。式(6.15)を用いると式(6.13)は

$$M_i \ddot{\xi}_i + K_i \xi_i + (1 + \kappa_i \alpha) \Theta_{Pi} v_z = Q_i P_f \quad (6.16)$$

となる。ここで、能動圧電素子によって制振力を増幅させるためには $\kappa_i \alpha$ が正になるように増幅器の極性を選択する必要がある。図6.2に*i*次振動モードに関する等価機械モデルを示す。ここではLR直列回路を使用する場合を示した。等価機械モデルは、付加系による制振力 $f_p$ を実数倍した制振力 $f_A$ が主系に能動的に加えられるモデルになる。

式(6.14), (6.16)より、無次元化したコンプライアンスは

$$\frac{\xi_i}{\xi_{sti}} = \frac{1}{-g_i^2 + 1 + \beta_{Pi} (1 + \kappa_i \alpha) G_{Hi}} \quad (6.17)$$

$$\xi_{sti} = \frac{Q_i P_f}{K_i} \quad (6.18)$$

$$g_i = \frac{\omega}{\Omega_i} \quad (6.19)$$

$$\Omega_i = \sqrt{\frac{K_i}{M_i}} \quad (6.20)$$

$$\beta_{Pi} = \frac{\Theta_{Pi}^2}{K_i C_{pP}^S} \quad (6.21)$$

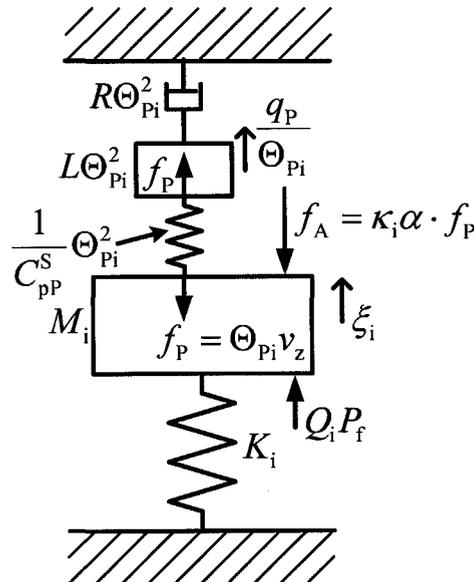


Fig. 6.2 Equivalent mechanical model for the proposed model.

となる。ここで、 $G_{Hi}$  は LR 直列回路を用いた場合と LR 並列回路を用いた場合で異なり、

$$G_{Hi} = \begin{cases} \frac{-g_i^2 + 2j\zeta_i f_i g_i}{f_i^2 - g_i^2 + 2j\zeta_i f_i g_i} & \text{(Series)} \\ \frac{-g_i^2}{f_i^2 - g_i^2 + 2jZ_i f_i g_i} & \text{(Parallel)} \end{cases} \quad (6.22)$$

$$f_i = \frac{\omega_{ai}}{\Omega_i} \quad (6.23)$$

$$\omega_{ai} = \sqrt{\frac{1}{L_i C_{pP}^S}} \quad (6.24)$$

$$\zeta_i = \frac{R_i}{2} \sqrt{\frac{C_{pP}^S}{L_i}} \quad (6.25)$$

$$Z_i = \frac{1}{2R_i} \sqrt{\frac{L_i}{C_{pP}^S}} \quad (6.26)$$

と与えられる。式(6.17)より、コンプライアンスの大きさは LR 直列回路と LR 並列回路の場合でそれぞれ

$$u_c = \left| \frac{\xi_{si}}{\xi_{sti}} \right| = \begin{cases} \sqrt{\frac{A_i^2 + 4\zeta_i^2 B_i^2}{C_i^2 + 4\zeta_i^2 D_{Si}^2}} & \text{(Series)} \\ \sqrt{\frac{A_i^2 + 4Z_i^2 B_i^2}{C_i^2 + 4Z_i^2 D_{Pi}^2}} & \text{(Parallel)} \end{cases} \quad (6.27)$$

となる。ただし、

$$A_i = f_i^2 - g_i^2 \quad (6.28)$$

$$B_i = f_i g_i \quad (6.29)$$

$$C_i = (1 - g_i^2)(f_i^2 - g_i^2) - \beta_{Pi}(1 + \kappa_i \alpha) g_i^2 \quad (6.30)$$

$$D_{Si} = f_i g_i [1 + \beta_{Pi}(1 + \kappa_i \alpha) - g_i^2] \quad (6.31)$$

$$D_{Pi} = f_i g_i (1 - g_i^2) \quad (6.32)$$

である。受動制振のメカニズムを基礎にした手法なので、式(6.17)は 2 章の受動制振でのコンプライアンスと式の構造がほぼ等しい。ここではコンプライアンスを導出したが、モビリティとアクセラランスも同様の方法で導出できる。

受動制振では LR 回路は最適調整に使用され、制振性能は圧電素子の等価剛性比で決まる。一方、ここで提案するハイブリッド制振でも LR 回路は最適調整に用いるのみであるが、受動

圧電素子の等価剛性比  $\beta_{pi}$  が  $(1 + \kappa_i \alpha)$  倍されるため、制振性能は増幅率  $\alpha$  と  $\kappa_i$  で任意に調整することができる。

### 6.2.3 定点理論を用いた最適調整

定点理論<sup>(7), (47)</sup>とは周波数応答の最大値を最小にする付加系の固有振動数と減衰係数を求める方法のひとつであり、簡便であるため受動制振で機械式動吸振器や回路の最適調整に多く用いられている。提案するハイブリッド制振は LR 回路を用いた受動制振と支配方程式の構造が類似しており、定点理論を回路の最適調整に用いることができる。すなわち、式(6.27)は抵抗比  $\zeta_i$ 、 $Z_i$  の値に関わらず二つの定点を通るので、その2定点の高さがそろえば最適固有振動数比  $f_{opti}$  を求め、そこで最大値となる最適抵抗比  $\zeta_{opti}$ 、 $Z_{opti}$  を導出する。

2 定点 P, Q での振幅が等しい条件より、最適固有振動数比  $f_{opti}$  が求められ、

$$f_{opti} = \begin{cases} \sqrt{1 + \beta_{Hi}} & \text{(Series)} \\ \sqrt{\frac{2 - \beta_{Hi}}{2}} & \text{(Parallel)} \end{cases} \quad (6.33)$$

$$\beta_{Hi} = \beta_{pi} (1 + \kappa_i \alpha) = \frac{\Theta_{pi}^2}{K_i C_{pP}^S} (1 + \kappa_i \alpha) \quad (6.34)$$

となる。2 定点の加振振動数比は

$$g_{P,Qi} = \begin{cases} \sqrt{(1 + \beta_{Hi}) \mp \sqrt{\frac{\beta_{Hi} (1 + \beta_{Hi})}{2}}} & \text{(Series)} \\ \sqrt{1 \mp \sqrt{\frac{\beta_{Hi}}{2}}} & \text{(Parallel)} \end{cases} \quad (6.35)$$

である。ここで、 $g_{pi}$ 、 $g_{Qi}$  は定点 P, Q における加振振動数比である。2 定点における振幅は

$$u_C|_{g_i=g_{P,Qi}} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\beta_{Hi} (1 + \beta_{Hi})}} & \text{(Series)} \\ \sqrt{\frac{2}{\beta_{Hi}}} & \text{(Parallel)} \end{cases} \quad (6.36)$$

と求められる。最適抵抗比  $\zeta_{opti}$ 、 $Z_{opti}$  は 2 定点 P, Q における最適抵抗比  $\zeta_{P,Qopti}$ 、 $Z_{P,Qopti}$  の相加平均で近似的にそれぞれ与えられ、

$$\begin{cases} \zeta_{\text{opti}} = \frac{1}{2}(\zeta_{\text{Popti}} + \zeta_{\text{Qopti}}) & \text{(Series)} \\ Z_{\text{opti}} = \frac{1}{2}(Z_{\text{Popti}} + Z_{\text{Qopti}}) & \text{(Parallel)} \end{cases} \quad (6.37)$$

$$\begin{cases} \zeta_{\text{P,Qopti}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-A_i A_i' + u_c^2 C_i C_i'}{B_i B_i' - u_c^2 D_{Si} D_{Si}'}}_{g_i = g_{\text{P,Qi}}} & \text{(Series)} \\ Z_{\text{P,Qopti}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-A_i A_i' + u_c^2 C_i C_i'}{B_i B_i' - u_c^2 D_{Pi} D_{Pi}'}}_{g_i = g_{\text{P,Qi}}} & \text{(Parallel)} \end{cases} \quad (6.38)$$

である。ただし、記号 ' は  $\partial/\partial g_i$  を表す。

最適固有振動数比  $f_{\text{opti}}$  より、最適インダクタンス  $L_{\text{opti}}$  は

$$L_{\text{opti}} = \frac{1}{f_{\text{opti}}^2} \frac{1}{C_{\text{pP}}^{\text{S}}} \frac{1}{\Omega_i^2} \quad (6.39)$$

と与えられる。最適抵抗比  $\zeta_{\text{opti}}$ 、 $Z_{\text{opti}}$  より、最適抵抗  $R_{\text{opti}}$  は

$$R_{\text{opti}} = \begin{cases} 2\zeta_{\text{opti}} \frac{1}{f_{\text{opti}}} \frac{1}{C_{\text{pP}}^{\text{S}}} \frac{1}{\Omega_i} & \text{(Series)} \\ \frac{1}{2Z_{\text{opti}}} \frac{1}{f_{\text{opti}}} \frac{1}{C_{\text{pP}}^{\text{S}}} \frac{1}{\Omega_i} & \text{(Parallel)} \end{cases} \quad (6.40)$$

となる。振動の評価指標がモビリティやアクセラランスの場合も同様の方法で最適インダクタンスと最適抵抗の算出式を導出できる。ハイブリッド制振では等価剛性比が式(6.34)で与えられ、増幅率  $\alpha$  によっては大きな値になるので、振動の評価指標に適した回路の最適値算出式を用いる必要がある。

#### 6.2.4 本手法の制振性能

定点理論を用いた最適調整では2定点でほぼ最大値になるため、その2定点での振幅を制振性能の尺度として用いることができる。式(6.36)より、制振性能は  $\beta_{\text{Hi}}$  で決まり、その値が大きいほど振動は小さくなる。また、 $\beta_{\text{Hi}}$  が大きいということは機械式動吸振器において質量比が大きいことに対応し、制振装置のロバスト性の向上にも有効である。 $\beta_{\text{Hi}}$  が1に比べて十分に小さい場合はLR直列回路とLR並列回路で制振性能はほぼ等しくなるが、増幅率が非常に大きい場合のように  $\beta_{\text{Hi}}$  が1と比べて無視できない場合はLR直列回路を用いた方が制振性能はよい。

### 6.2.5 圧電素子間で応力が伝達する場合

二組の圧電素子の間で応力が伝達しない場合、受動圧電素子のキャパシタンス  $C_{pp}$  は一定ひずみ下でのキャパシタンス  $C_{pp}^s$  であるので、受動圧電素子の等価剛性比  $\beta_{pi}$  は定数になる。また、この場合、式(6.34)より  $\beta_{Hi}$  は増幅率  $\alpha$  の一次関数になる。しかし、応力が伝達する場合は一定ひずみの条件が成立せず、伝達する応力の大きさに比例して受動圧電素子のキャパシタンス  $C_{pp}$  が増加するため、受動圧電素子の等価剛性比  $\beta_{pi}$  は増幅率  $\alpha$  の関数になる。増幅率 0 でのキャパシタンス  $C_{pp}$  が  $C_{pp}^s$  であるので、 $C_{pp}$  は次式で与えられる。

$$C_{pp} = C_{pp}^s (1 + k_a \alpha) \quad (6.41)$$

ここで、 $k_a$  は装置に依存して決まる定数であり、 $\kappa_i$  と同符号になる。応力が伝達し、圧電素子のキャパシタンスが変化する場合は式(6.40)までの  $C_{pp}^s$  の代わりに式(6.41)で与えられる  $C_{pp}$  を用いなければならない。この場合、等価剛性比  $\beta_{Hi}$  は

$$\beta_{Hi} = \beta_{pi} (1 + \kappa_i \alpha) = \frac{\Theta_{pi}^2}{K_i C_{pp}^s (1 + k_a \alpha)} (1 + \kappa_i \alpha) \quad (6.42)$$

となり、応力が伝達しない場合に比べて小さくなる。また、式(6.39)、(6.40)より LR 回路の最適値も変化する。

## 6.3 系の安定性

### 6.3.1 圧電素子の位置と安定性

受動制振では系が不安定になることはない。受動制振ではセンサーとアクチュエータが同一の圧電素子であり、デジタルの外部コントローラを使用する能動制振のように制御電圧が離散的ではなく、無駄時間要素もないためである。本章で提案するハイブリッド制振ではアナログ回路を使用し、デジタルのコントローラを必要としないため、デジタルのコントローラの性能に起因する安定性の悪化はない。よって、センサーを兼ねる受動圧電素子と能動圧電素子の位置関係のみが問題となる。圧電素子の表裏によって決まる極性と増幅器の極性は振動モードによらず一定であるが、振動モードの形状と貼り付け位置によって決まる極性は必ずしも一定ではないためである。そこで、二組の圧電素子の極性が制振対象の振動モードと等しい振動モードと異なる振動モードに分け、それぞれの安定性を検討する。なお、制振対象の振動モードに関しては、増幅器の極性を間違えない限り、原理的に 2 章で示した受動制振と本章で提案する

ハイブリッド制振は等しいため、系が不安定になることはない。

## A 極性が等しい振動モード

$i$  次振動モードを制振対象として回路を最適調整した場合の  $j$  次振動モードの固有振動数近傍におけるコンプライアンスは次式で与えられる。

$$\frac{\xi_j}{\xi_{stj}} = \frac{1}{-g_j^2 + 1 + \beta_{pj}(1 + \kappa_j \alpha) G_{Hi-j}} \quad (6.43)$$

$$G_{Hi-j} = \begin{cases} \frac{-g_j^2 + 2j\zeta_i f_{ij} g_j}{f_{ij}^2 - g_j^2 + 2j\zeta_i f_{ij} g_j} & \text{(Series)} \\ \frac{-g_j^2}{f_{ij}^2 - g_j^2 + 2jZ_i f_{ij} g_j} & \text{(Parallel)} \end{cases} \quad (6.44)$$

$$f_{ij} = \frac{\omega_{ai}}{\Omega_j} \quad (6.45)$$

$i$  次振動モードと  $j$  次振動モードで極性が等しい場合、 $\kappa_i$  と  $\kappa_j$  は同符号であるので  $\kappa_j \alpha > 0$  であり、式(6.43)は  $j$  次振動モードを制振対象とした場合に回路が最適調整されていないことと等しい。よって回路による振動の低減効果はないが、それが原因で不安定になることもない。つまり、 $j$  次振動モードの極性が制振対象の振動モードの極性と等しければ系が不安定になることはない。なお、全ての振動モードで極性を等しくするためには二組の圧電素子をはりや平板の表側と裏側で同一の位置に貼り付ける必要がある。 $i$  次振動モードの固有振動数と加振振動数が十分に離れている場合、

$$G_{Hi-j} \approx \begin{cases} 0, & \text{for } \omega \ll \omega_{ai} = \Omega_i \\ 1, & \text{for } \omega \gg \omega_{ai} = \Omega_i \end{cases} \quad (6.46)$$

となるので、制振対象よりも固有振動数が十分低い振動モードには圧電素子と回路の影響はなく、制振対象よりも固有振動数が十分高い振動モードでは系の剛性が少し大きくなる。

## B 極性が異なる振動モード

$j$  次振動モードの極性が  $i$  次振動モードの極性と異なる場合もコンプライアンスは式(6.43)で与えられるが、 $\kappa_i$  と  $\kappa_j$  が異符号であるので  $\kappa_j \alpha < 0$  となる。ここで、 $G_{Hi-j}$  の係数  $\beta_{pj}(1 + \kappa_j \alpha)$  が負になる場合、式(6.43)は不安定な極を持ち得るため、スピルオーバーが発生する可能性がある。式(6.46)で示したように  $G_{Hi-j}$  はカットオフ周波数  $\omega_{ai}$  のハイパスフィルタとみなすことができる

ので、 $i$ 次振動モードよりも高次の振動モードが重要である。圧電素子によって付加される剛性も含めた系全体の剛性と理論解析では省略している主系減衰も含めた系全体の減衰の関係により系の安定性は決まる。厳密には無視した他の振動モードの影響もあるので、正確にスピルオーバーの発生する条件を求めることは困難であるが、極性の不一致と減衰の不足が原因で不安定になる。極性が異なる場合であっても、 $\kappa_j \alpha$ に対して主系減衰が十分に大きければスピルオーバーは発生しない。

### 6.3.2 安定性を向上させる方法

大きな増幅率で制振する場合は極性の異なる振動モードで減衰が不足して不安定になる可能性があるため、より安定性を向上させる方法を以下に述べる。

スピルオーバーの対策は既にいくつか提案されている。その中で最も簡便かつ有効な方法はローパスフィルタを使用する方法である。これは対象の振動モードよりも高い振動数域で $G_H = 0$ とする方法である。ただし、同時に位相遅れを生じるので、逆に不安定にならないように注意する必要がある。次に有効な方法としては、受動圧電素子と能動圧電素子の共配置が挙げられる。二組の圧電素子を同一の位置に貼り付けた場合は、不安定化の主要因である極性の不一致が起こらないためである。しかし、実際には共配置が困難な場合もある。その場合は、低次振動モードで極性が常に一致する位置に圧電素子を貼り付けるとよい。具体的には受動圧電素子と能動圧電素子を近い位置に貼り付ける方法が簡便であり、この場合は高次の振動モードでなければ、極性の関係が逆になり、かつ $\beta_{pj}$ 、 $\kappa_j$ が大きくなることはない。また、高次振動モードでスピルオーバーが発生する場合であっても、固有振動数の差が大きいので、ローパスフィルタで容易に対処できる。他に、スピルオーバーの発生する可能性のある振動モードの減衰を大きくする方法や、振動の節を利用してスピルオーバーの起きる可能性のある振動モードを不可観測または不可制御にする方法があるが、本章で提案する制振手法が制振対象物への減衰の付加が困難である場合を想定していることや、スピルオーバーの発生する可能性のある振動モードが複数存在する可能性が高いことを考慮すると前述した二つの方法に比べて有効性は低い。

## 6.4 数値計算と実験

### 6.4.1 実験装置と対象の振動モード

本章の実験で用いた実験装置の概略を図 6.3 に示す。図 6.4 に示すように、表側と裏側に二枚ずつの圧電素子を貼り付けた平板 A と、表側に一枚、裏側に三枚の圧電素子を貼り付けた平板 B の二種類で実験を行った。ここで、平板(300mm×400mm×1.0mm)はアルミニウム製で周辺を固定し、圧電素子(22mm×32mm×0.22mm)はセラミック製で全て並列に導電性接着剤で貼り付けた。一般に低い振動数域での制振が重要であるので、制振対象は固有振動数が約 79Hz の基本振動モードとした。なお、低振動数域には他に(1,3)モードと(3,1)モードが存在し、固有振動

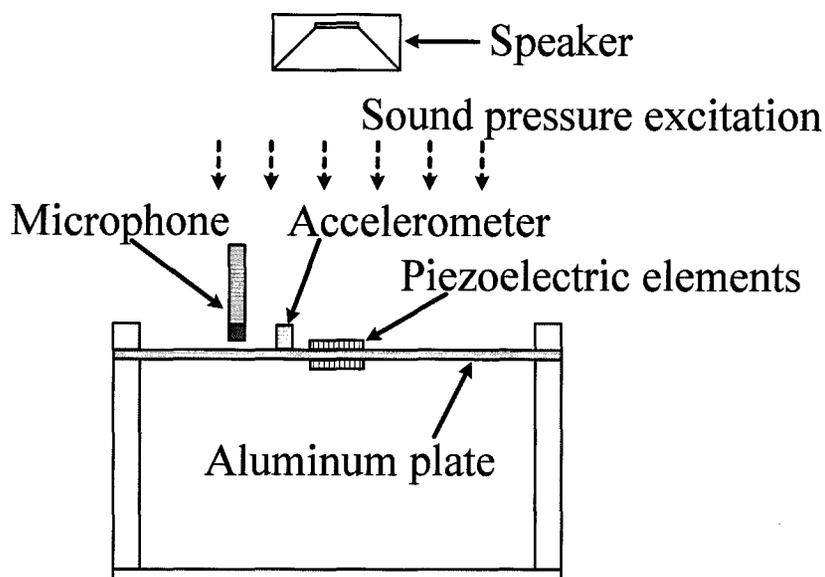


Fig. 6.3 Schematic diagram of the experimental apparatus.

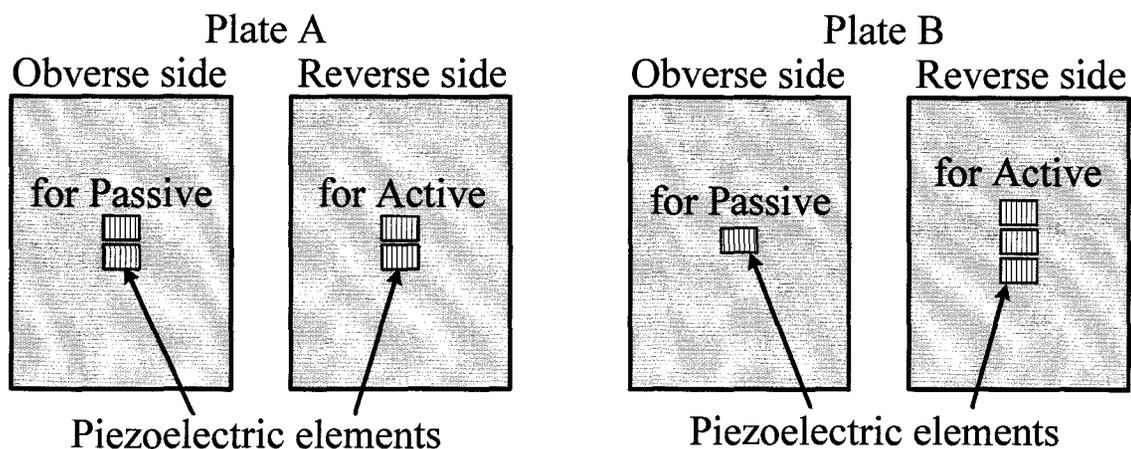


Fig. 6.4 Schematic diagram of Plate A and Plate B.

数はそれぞれ約 190Hz, 約 290Hz であったが, これらの振動モードは基本振動モードと圧電素子の極性が等しいため, ローパスフィルタの有無と無関係に, 不安定になったり励起したりすることはなかった. 電気機械結合係数は対象とする振動モードの曲率最大の位置に貼り付けると最も大きくなるので, 圧電素子は平板の中央に貼り付けた. インダクタンスには GIC (Generalized Impedance Converter) による合成可変インダクタンス<sup>(50)</sup>を用いた. コイルで最適値を実現するとそのサイズが非常に大きくなるためである. また, ハイブリッド制振は全て LR 直列回路で行い, 実験ではカットオフ周波数 200Hz のローパスフィルタを使用した. ハイブリッド制振の増幅率  $\alpha$  は 1, 5, 10, 20 の四種類としたが, ローパスフィルタを用いない場合, 平板 B で増幅率を 20 に設定した場合にスピルオーバが発生した. 図 6.5 に実験で用いた回路の概略を示す. 本実験装置では二組の圧電素子を制振対象の基本振動モードで逆極性になるように貼り付けたので, 増幅器には反転型を用いた. そのため, 実際には増幅率  $\alpha$  と  $\kappa_1$  はともに負であるが, 両者の符号は相殺し, 本質的な差異もないので, ここではそれらを簡単のために正の値で示す.

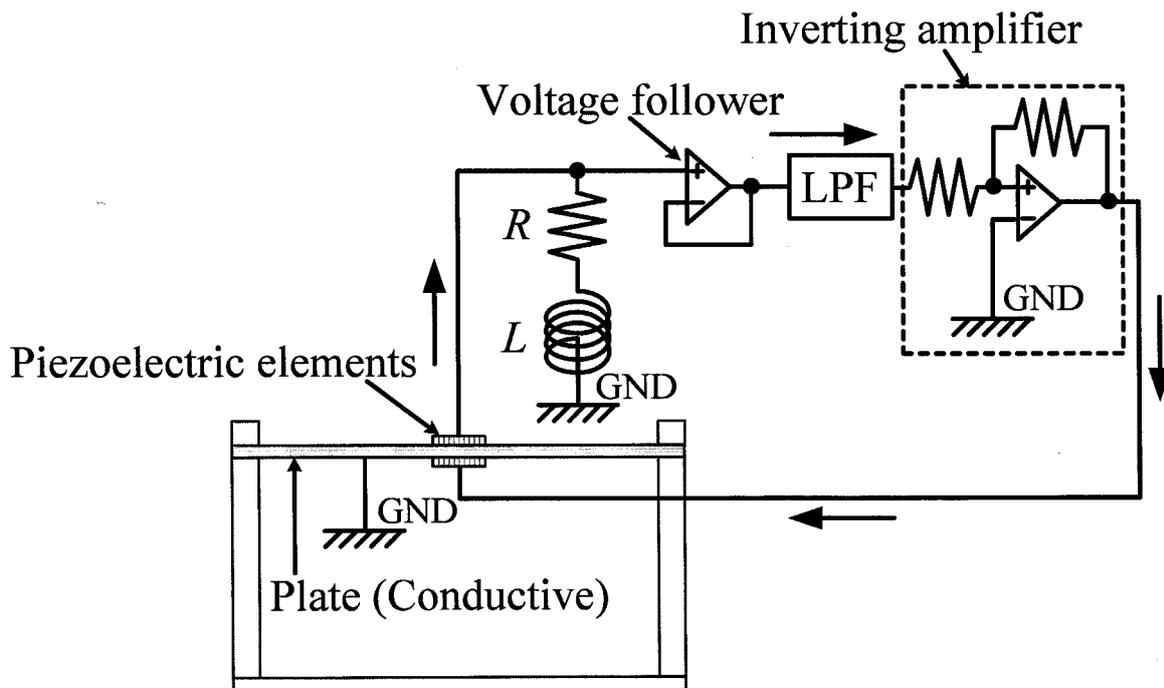


Fig. 6.5 Circuit diagram of the experimental apparatus.

#### 6.4.2 実験方法

図 6.3 のように平板を音圧で加振し, 加速度ピックアップとマイクロフォンを用いて平板の振

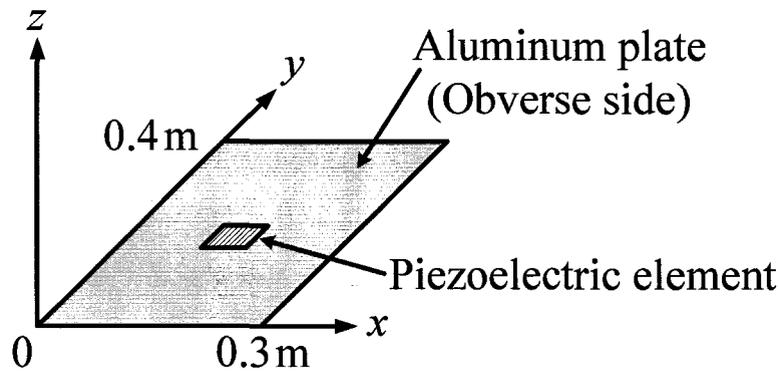


Fig. 6.6 Coordinates of a plate.

動変位と加振音圧を測定した。ここで、加速度ピックアップは $(x, y) = (0.15\text{m}, 0.15\text{m})$ の位置に設置した。図 6.6 に座標軸の取り方を示す。z は平板の中立面からの距離である。また、マイクロフォンは $(x, y, z) = (0.15\text{m}, 0.10\text{m}, 0.010\text{m})$ に設置した。

実験で無次元化したコンプライアンスを求めるには $\xi$ 、 $\xi_{st}$ が必要であり、それぞれ次式で与えられる。

$$\xi = \frac{W(x, y, t)}{\Psi(x, y)} \quad (6.47)$$

ここで、 $\Psi(x, y)$ は平板の振動モードの固有関数である<sup>(51)</sup>。 $\xi_{st}$ は式(6.18)で与えられる。 $W(x, y, t)$ は加速度ピックアップ、 $P_f$ はマイクロフォンで計測し、 $K$ は圧電素子電極間短絡時の共振振動数 $\omega_s$ の二乗とした。 $Q$ 、 $\Psi(0.15, 0.15)$ は

$$Q = 0.1478 \quad (6.48)$$

$$\Psi(0.15, 0.15) = 3.811 \quad (6.49)$$

とした。

### 6.4.3 数値計算と実験の結果

表 6.1 に数値計算で用いた平板 A と平板 B の諸元を示す。これらは全て実測値である。理論解析では主系減衰が小さい系への減衰付加を想定し、理論式の展開も簡易になるので主系減衰を無視したが、周波数応答では主系減衰の大きさによって共振ピーク値に差を生じるので、主系減衰を含めて数値計算を行った。

Table 6.1 Values of material parameters.

		Plate A	Plate B
Plate	$M_1$	1.000 kg	1.000 kg
	$K_1$	245800 N/m	249800 N/m
	$D_1$	8.81 Ns/m	14.3 Ns/m
Piezoelectric elements (Hybrid)	$C_{pP}^S$	0.0800 $\mu\text{F}$	0.0400 $\mu\text{F}$
	$\Theta_{p1}$	0.00637 N/V	0.00379 N/V
	$\beta_{p1}$	0.00206	0.00144
	$\kappa_1$	1.01	2.89
Piezoelectric elements (Passive)	$C_p^S$	0.0400 $\mu\text{F}$	0.0300 $\mu\text{F}$
	$\Theta_1$	0.00617 N/V	0.00514 N/V
	$\beta_1$	0.00387	0.00353

図 6.7, 6.8 に数値計算結果と実験結果を, 表 6.2 に回路の理論最適値と等価剛性比を, 表 6.3 に実験での回路の値と等価剛性比を示す. ここで, 増幅率  $\alpha$  は 1, 5, 10, 20 の四種類とした. コンプライアンスと等価剛性比より, 等しい枚数の圧電素子を用いた受動制振に比べてハイブリッド制振では大きな振動低減効果を得られることが分かるが, 実験の振動低減効果が数値計算よりも少し小さい. また, 増幅率  $\alpha$  が大きくなるにつれて, LR 回路の理論最適値と実験値に大きな差が生じた. これらの問題は 6.2.5 項で述べた応力の伝達による圧電素子のキャパシタンスの変化に起因する. そこで, 表 6.4 にそれぞれの平板と増幅率における  $C_{pP}$  の実測値を示す. また, 図 6.9 に増幅率  $\alpha$  と  $C_{pP}$  の関係を示す. 平板 A, 平板 B ともに増幅率  $\alpha$  と  $C_{pP}$  の関係は式 (6.41) をほぼ満たしており, 受動圧電素子のキャパシタンスは大きく変化している. 図 6.10 に表 6.4 の値を用いて補正した数値計算結果を, 表 6.5 にこの場合の LR 回路の理論最適値と等価剛性比を示す. 制振性能, 回路の理論最適値ともに実験結果とよく一致している. 本実験装置では安定性を重視して二組の圧電素子を, 平板 A では共配置に, 平板 B では近くに配置したため, 応力が伝達しない理想的な場合に比べて制振性能が低下した.

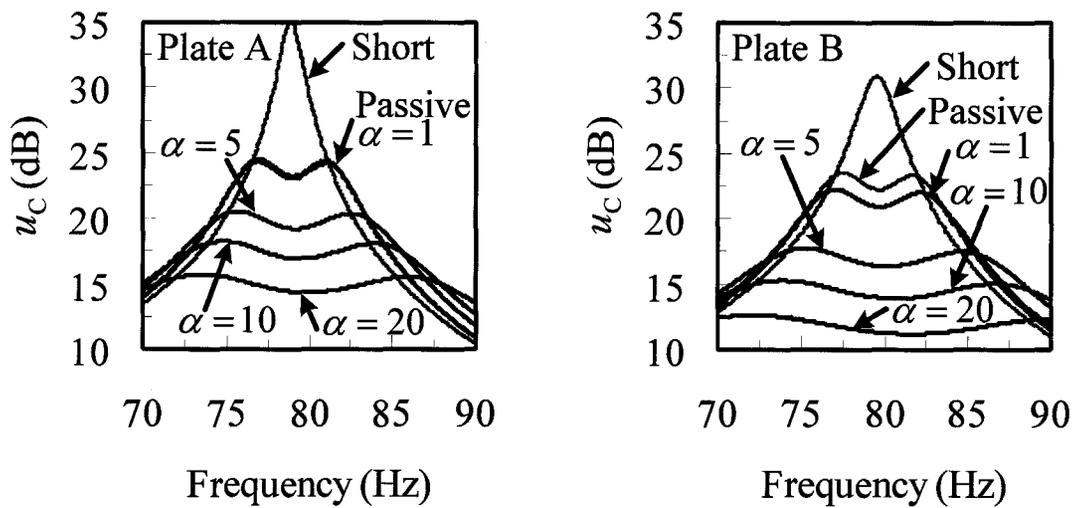


Fig. 6.7 Calculated results of frequency response using Plate A and Plate B.

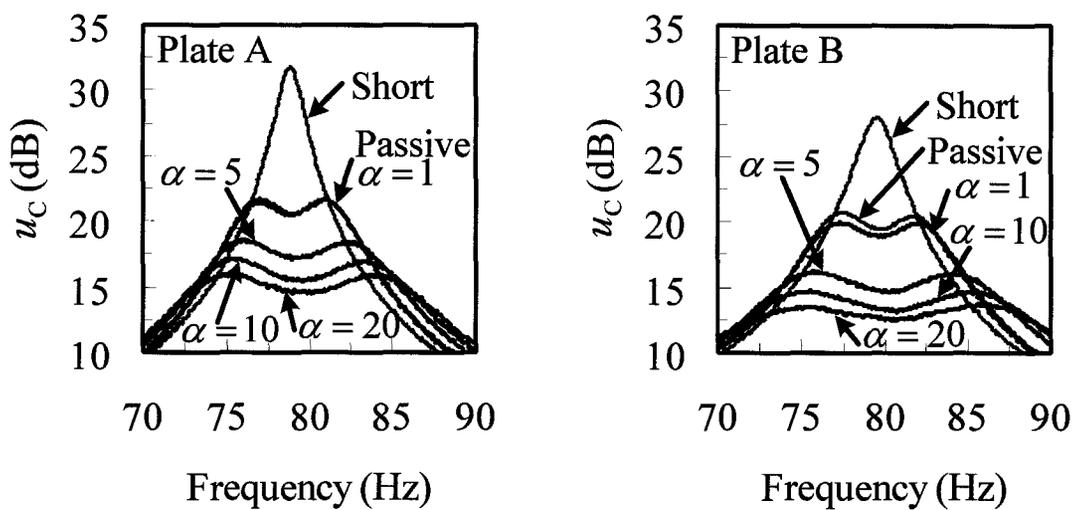


Fig. 6.8 Experimental results of frequency response using Plate A and Plate B.

Table 6.2 Calculated optimum values of the LR series circuit and the equivalent stiffness ratios.

		$L_{opt1}$ (H)	$R_{opt1}$ ( $\Omega$ )	$\beta_1$
Plate A	Passive	101	3830	0.00387
	$\alpha = 1$	50.7	1980	0.00414
	$\alpha = 5$	50.2	3410	0.0125
	$\alpha = 10$	49.7	4590	0.0229
	$\alpha = 20$	48.7	6230	0.0437
Plate B	Passive	133	4840	0.00353
	$\alpha = 1$	99.5	4560	0.00560
	$\alpha = 5$	97.9	8970	0.0222
	$\alpha = 10$	95.9	12300	0.0430
	$\alpha = 20$	92.3	16700	0.0846

Table 6.3 Values of the LR series circuit and the equivalent stiffness ratios in the experiment.

		$L_1$ (H)	$R_1$ ( $\Omega$ )	$\beta_1$
Plate A	Passive	90.8	2750	0.00387
	$\alpha = 1$	46.2	1370	0.00389
	$\alpha = 5$	36.9	1840	0.0979
	$\alpha = 10$	29.2	1820	0.0144
	$\alpha = 20$	20.4	853	0.0185
Plate B	Passive	121	3440	0.00353
	$\alpha = 1$	88.8	3180	0.00483
	$\alpha = 5$	68.2	4640	0.0162
	$\alpha = 10$	53.2	4580	0.0245
	$\alpha = 20$	37.1	2720	0.0326

Table 6.4 Values of  $C_{pP}$  at various  $\alpha$ .

	Plate A	Plate B
$\alpha = 0$	0.0800 $\mu\text{F}$	0.0400 $\mu\text{F}$
$\alpha = 1$	0.0881 $\mu\text{F}$	0.0451 $\mu\text{F}$
$\alpha = 5$	0.110 $\mu\text{F}$	0.0587 $\mu\text{F}$
$\alpha = 10$	0.139 $\mu\text{F}$	0.0752 $\mu\text{F}$
$\alpha = 20$	0.199 $\mu\text{F}$	0.108 $\mu\text{F}$

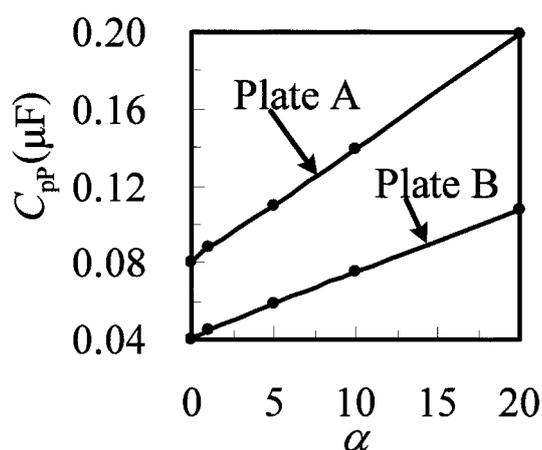


Fig. 6.9 Values of  $C_{pP}$  at various  $\alpha$ .

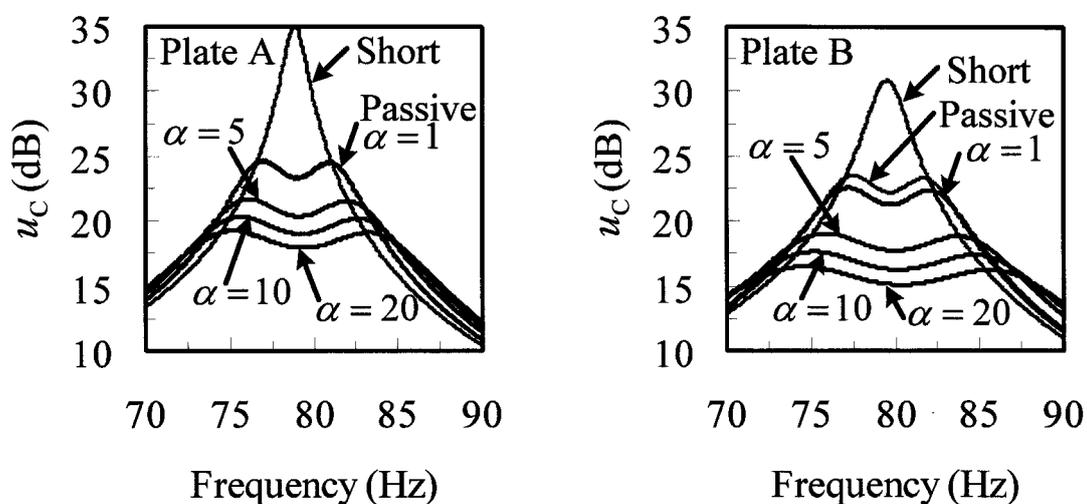


Fig. 6.10 Calculated results of frequency response considering the transition of capacitance.

Table 6.5 Calculated optimum values of the LR series circuit and the equivalent stiffness ratios considering the transition of capacitance.

		$L_{opt1}$ (H)	$R_{opt1}$ ( $\Omega$ )	$\beta_1$
Plate A	(Passive)	101	3830	0.00387
	$\alpha = 1$	46.0	1710	0.00376
	$\alpha = 5$	36.7	2120	0.00907
	$\alpha = 10$	28.9	2020	0.0132
	$\alpha = 20$	20.1	1620	0.0176
Plate B	(Passive)	133	4840	0.00353
	$\alpha = 1$	88.3	3810	0.00496
	$\alpha = 5$	67.2	5080	0.0151
	$\alpha = 10$	52.0	4840	0.0229
	$\alpha = 20$	35.9	3920	0.0313

図 6.11 に実験で短絡回路，受動制振回路，ハイブリッド制振回路を接続し，平板をランダム加振した場合の時刻歴応答を示す．ただし，全て平板 B の結果であり，ハイブリッド制振では増幅率 20 で制振した．低減できる振動は基本振動モードの固有振動数近傍のみであるが，時刻歴応答でも受動制振，ハイブリッド制振の順に振動低減効果が大きくなることを確認できる．

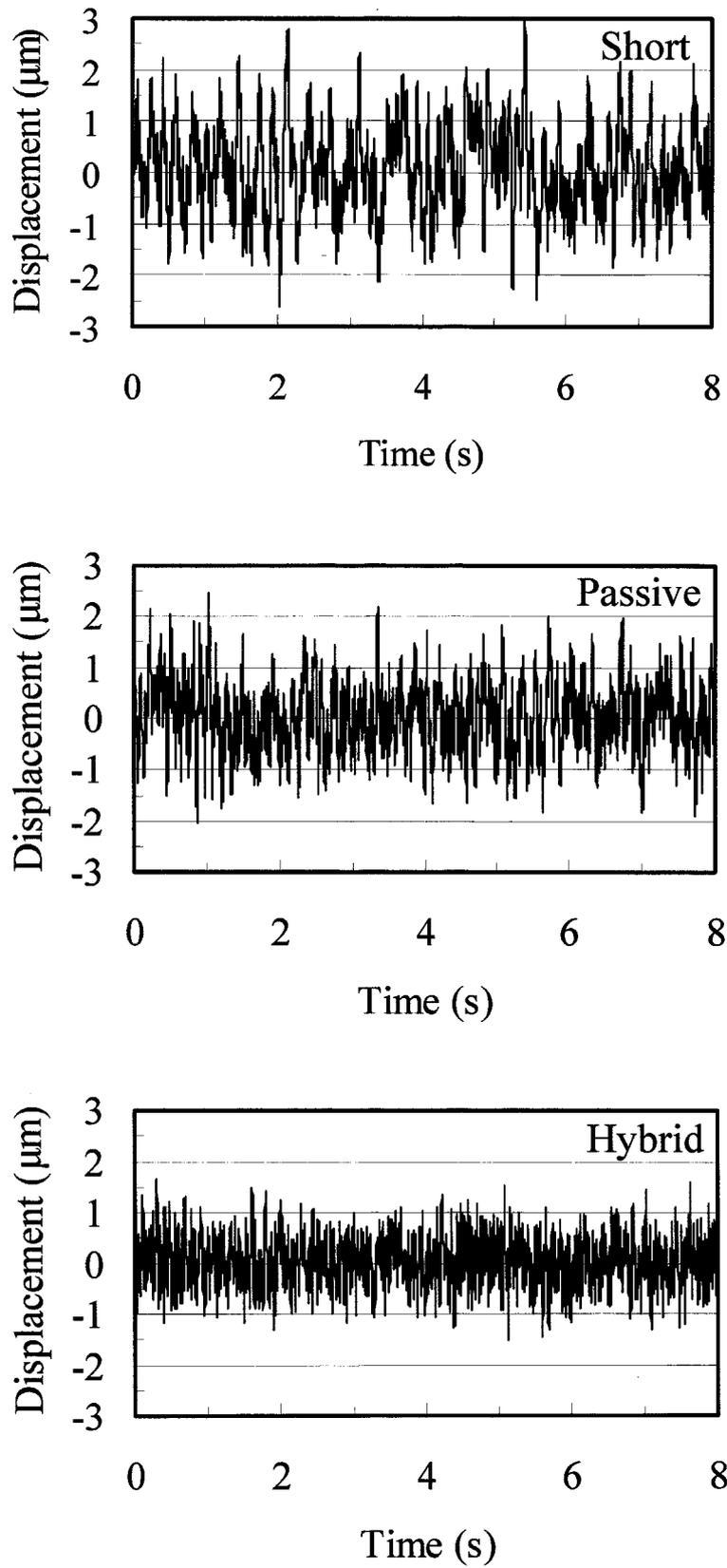


Fig. 6.11 Random responses with short circuit, passive circuit, and hybrid circuit.

## 6.5 結言

圧電素子と LR 回路を用いた受動制振の制振メカニズムを応用し、その制振力を増幅する新しいハイブリッド制振装置を提案した。装置に含まれる LR 回路の最適値を定点理論にもとづいて導出し、理論計算で高い制振性能と回路の理論最適値の有効性を確認した。そして、実験で理論解析の妥当性を検証した。

また、系の安定性を解析し、不安定化が発生する原因とそれを防ぐ手法を提案して、実験に適用することで容易に不安定化を回避できることを示した。さらに、圧電素子の共配置は系の安定性には有利であるが、圧電素子間の応力の伝達が大きくなり、受動制振用の圧電素子のキャパシタンスが増加するために制振性能の低下につながることを示した。



## 第7章 主系の振動変位信号を用いたハイブリッド制振

### 7.1 緒言

機械式の制振装置に比べて必要なスペースが小さいため、圧電素子を用いたはりや平板等の曲げ振動の低減が注目されている。圧電素子を用いた制振には、外部から圧電素子に制御電圧を加える能動制振<sup>(21)-(33)</sup>と、圧電素子にインダクタンスや抵抗等の受動回路を接続する受動制振<sup>(8)-(14)</sup>がある。一般に能動制振ではデジタルのコントローラが使用され、制御電圧の大きさを設定できるため受動的な手法に比べて制振性能が高い。しかし、能動制振では外部から制御電圧を加えるため、発振の可能性が常に付きまとう。一方、受動制振は原理的に不安定にならないが、制御電圧が小さいために制振性能が低い。そこで、能動制振に受動制振の安定性を付加する観点より、両者を併用するハイブリッド制振の研究が進められている<sup>(16)-(20)</sup>。これらのハイブリッド制振の手法では安定性が向上すると同時に能動制振の消費電力も低減できるという知見が得られている。しかし、いずれの手法も能動制振と受動制振を同時に使用しているという域を出ず、装置が膨大になり、それぞれの本質的な欠点を解決したことにもなっていないため、工学的な利益は小さい。そこで、本論文の6章で受動制振の制振メカニズムを基礎にしたハイブリッド制振の手法を提案し、アナログ回路を用いて能動制振の制振性能と受動制振の安定性を両立した。この手法は従来のハイブリッド制振の問題を解決したが、二組の圧電素子を必要とし、その二組の圧電素子間の応力の伝達が大きい場合には制振性能が向上しにくい欠点を持つことも分かった。そこで、これらの問題を回避するため、本章では一組の圧電素子と主系の振動変位をセンサー信号として用いるハイブリッド制振の手法を提案する。この手法でも受動制振の制振メカニズムを基礎にし、デジタルのコントローラは使用しない。定点理論<sup>(7), (47)</sup>に基づいて回路の最適値を導出し、理論計算および実験により本手法の有効性を示す。また、本手法で抑えることができる振動モードは単一であるので、制振対象外の振動モードへの影響と安定性についても述べる。

## 7.2 理論解析

### 7.2.1 支配方程式の導出

図 7.1 に本章で提案するハイブリッド制振手法のモデルを示す。これは制振対象としての平板と圧電素子および振動変位センサーからなる。圧電素子を貼り付けた平板のアクチュエータ方程式とセンサー方程式は次式で与えられる。

$$\mathbf{M}\ddot{\xi} + \mathbf{K}\xi - \Theta v = \mathbf{Q}P_f \quad (7.1)$$

$$\Theta^t \xi + C_p^S v = q \quad (7.2)$$

ここで、 $\mathbf{M}$ はモード質量行列、 $\mathbf{K}$ はモード剛性行列、 $\Theta$ はモード電気機械結合係数列、 $\mathbf{Q}$ はモード外力影響係数列、 $C_p$ は圧電素子のキャパシタンス、 $\xi$ はモード変位ベクトル、 $v$ は圧電素子電極間の電圧、 $P_f$ は平板に加わる等分布荷重、 $q$ は圧電素子に蓄えられる電荷である。上付き添字Sは一定ひずみ下であることを、上付き添字tは転置行列を表す。ここで、式(7.2)で与えられるセンサー方程式は図 7.1 に示したセンサーに関する式ではない。式(7.2)より圧電素子電極間の電圧 $v$ を求めると、

$$v = -\frac{\Theta^t}{C_p^S} \xi + \frac{q}{C_p^S} \quad (7.3)$$

となる。図 7.1 に示した外部回路部の分圧を $v_z$ とおくと、電圧のつりあいより

$$v_z + v = 0 \quad (7.4)$$

となる。図 7.1 に示した外部回路部はLR直列回路と、主系の振動変位と比例関係にある印加電

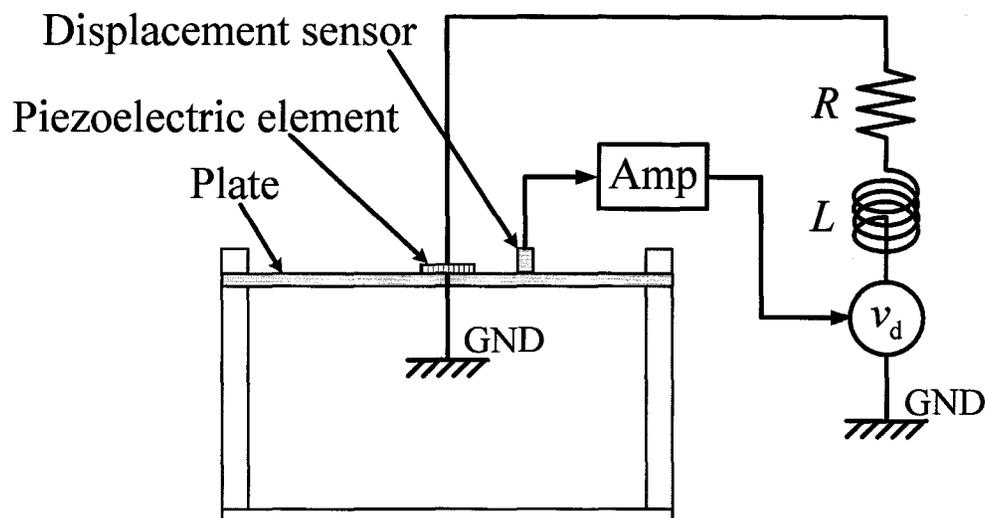


Fig. 7.1 Model of hybrid vibration suppression proposed in this chapter.

圧  $v_d$  からなるため、 $v_z$  は

$$v_z = L\ddot{q} + R\dot{q} - v_d \quad (7.5)$$

と与えられる。ここで、 $L$ はインダクタンス、 $R$ は抵抗である。式(7.1), (7.3)-(7.5)より支配方程式は

$$\mathbf{M}\ddot{\xi} + \mathbf{K}\xi + \Theta \left( \frac{\Theta^t}{C_p^s} \xi - \frac{q}{C_p^s} \right) = \mathbf{Q}P_f \quad (7.6)$$

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C_p^s} = \frac{\Theta^t}{C_p^s} \xi + v_d \quad (7.7)$$

となる。

### 7.2.2 コンプライアンス

本手法で制振できる振動モードは単一であり、その共振の大きさを評価するため、他の振動モードは近似的に無視できる。そこで、対象を  $i$  次振動モードとすると、式(7.6), (7.7)より、支配方程式は

$$M_i \ddot{\xi}_i + K_i \xi_i + \Theta_i \left( \frac{\Theta_i}{C_p^s} \xi_i - \frac{q}{C_p^s} \right) = Q_i P_f \quad (7.8)$$

$$L_i \ddot{q} + R_i \dot{q} + \frac{q}{C_p^s} = \frac{\Theta_i}{C_p^s} \xi_i + v_d \quad (7.9)$$

となる。ここで、

$$v_d = \alpha \xi_i \quad (7.10)$$

とおくと、式(7.9)は

$$L_i \ddot{q} + R_i \dot{q} + \frac{q}{C_p^s} = \left( 1 + \alpha \frac{C_p^s}{\Theta_i} \right) \frac{\Theta_i}{C_p^s} \xi_i \quad (7.11)$$

となる。さらに無次元化した増幅率

$$\bar{\alpha} = \alpha \frac{C_p^s}{\Theta_i} \quad (\bar{\alpha} > 0) \quad (7.12)$$

を導入すると、式(7.11)は

$$L_i \ddot{q} + R_i \dot{q} + \frac{q}{C_p^s} = (1 + \bar{\alpha}) \frac{\Theta_i}{C_p^s} \xi_i \quad (7.13)$$

となる．ここで， $\bar{\alpha}$ は印加電圧 $v_d$ と圧電素子内で発生する電圧の比を表す．図7.2に*i*次振動モードに関する等価機械モデルを示す．等価機械モデルは動吸振器系に印加電圧 $v_d$ に相当する外力が加えられるモデルになる．この手法では，動吸振器の質量に加えられる制御力によって動吸振器の振動変位が増幅され，制振力が大きくなる．

式(7.8)，(7.13)より無次元化したコンプライアンスは

$$\frac{\xi_i}{\xi_{sti}} = \frac{1}{-g_i^2 + 1 + \beta_i G_{hi}} \quad (7.14)$$

$$G_{hi} = \frac{-\bar{\alpha} f_i^2 - g_i^2 + 2j\zeta_i f_i g_i}{f_i^2 - g_i^2 + 2j\zeta_i f_i g_i} \quad (7.15)$$

$$\xi_{sti} = \frac{Q_i P_f}{K_i} \quad (7.16)$$

$$g_i = \frac{\omega}{\Omega_i} \quad (7.17)$$

$$\Omega_i = \sqrt{\frac{K_i}{M_i}} \quad (7.18)$$

$$\beta_i = \frac{\Theta_i^2}{K_i C_p^S} \quad (7.19)$$

$$f_i = \frac{\omega_{ai}}{\Omega_i} \quad (7.20)$$

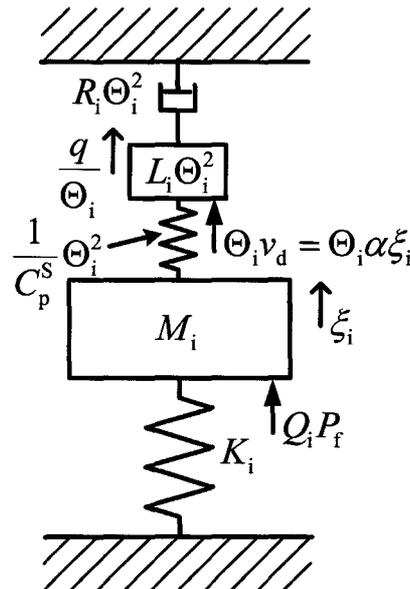


Fig. 7.2 Equivalent mechanical model for the proposed model.

$$\omega_{ai} = \sqrt{\frac{1}{L_i C_p^S}} \quad (7.21)$$

$$\zeta_i = \frac{R_i}{2} \sqrt{\frac{C_p^S}{L_i}} \quad (7.22)$$

となる。式(7.14)より、コンプライアンスの大きさは

$$u_C = \left| \frac{\xi_i}{\xi_{sti}} \right| = \sqrt{\frac{A_i^2 + 4\zeta_i^2 B_i^2}{C_i^2 + 4\zeta_i^2 D_i^2}} \quad (7.23)$$

$$A_i = f_i^2 - g_i^2 \quad (7.24)$$

$$B_i = f_i g_i \quad (7.25)$$

$$C_i = (1 - g_i^2)(f_i^2 - g_i^2) - \beta_i (\bar{\alpha} f_i^2 + g_i^2) \quad (7.26)$$

$$D_i = f_i g_i (1 + \beta_i - g_i^2) \quad (7.27)$$

と与えられる。本手法も受動制振のメカニズムを基礎にしているので、式(7.23)は2章の受動制振でのコンプライアンスと式の構造がほぼ等しい。ここではコンプライアンスを導出したが、モビリティとアクセラランスも同様の方法で導出できる。

### 7.2.3 定点理論を用いた最適調整

本手法の回路の最適調整にも定点理論<sup>(7), (47)</sup>を用いることができる。式(7.23)は抵抗比 $\zeta_i$ の値に関わらず二つの定点を通るので、その2定点の高さがそろえば最適固有振動数比 $f_{opti}$ を求め、そこで最大値となる最適抵抗比 $\zeta_{opti}$ を導出する。

2定点P, Qでの振幅が等しい条件より、最適固有振動数比 $f_{opti}$ が求められ、

$$f_{opti} = \sqrt{1 + \beta_i} \quad (7.28)$$

となる。2定点の加振振動数比 $g_{P,Qi}$ は

$$g_{P,Qi} = \sqrt{(1 + \beta_i) \mp \sqrt{\frac{\beta_i(1 + \beta_i)(1 + \bar{\alpha})}{2}}} \quad (7.29)$$

である。ここで、 $g_{Pi}$ ,  $g_{Qi}$ は定点P, Qにおける加振振動数比である。2定点における振幅は

$$u_C|_{g_i=g_{P,Qi}} = \sqrt{\frac{2}{\beta_i(1 + \beta_i)(1 + \bar{\alpha})}} \quad (7.30)$$

と求められる。最適抵抗比 $\zeta_{opti}$ は2定点P, Qにおける最適抵抗比 $\zeta_{P,Qopti}$ の相加重平均で近似的に

それぞれ与えられ,

$$\zeta_{\text{opt}i} = \frac{1}{2}(\zeta_{\text{Popt}i} + \zeta_{\text{Qopt}i}) \quad (7.31)$$

$$\zeta_{\text{P,Qopt}i} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-A_i A_i' + u_c^2 C_i C_i'}{B_i B_i' - u_c^2 D_i D_i'}} \Bigg|_{g_i = g_{\text{P,Q}i}} \quad (7.32)$$

である。ただし、記号'は $\partial/\partial g_i$ を表す。

最適固有振動数比 $f_{\text{opt}i}$ より、最適インダクタンス $L_{\text{opt}i}$ は

$$L_{\text{opt}i} = \frac{1}{f_{\text{opt}i}^2} \frac{1}{C_p^S} \frac{1}{\Omega_i^2} \quad (7.33)$$

と与えられる。最適抵抗比 $\zeta_{\text{opt}i}$ より、最適抵抗 $R_{\text{opt}i}$ は

$$R_{\text{opt}i} = 2\zeta_{\text{opt}i} \frac{1}{f_{\text{opt}i}} \frac{1}{C_p^S} \frac{1}{\Omega_i} \quad (7.34)$$

となる。振動の評価指標がモビリティやアクセラランスの場合も同様の方法で最適インダクタンスと最適抵抗の算出式を導出できる。

## 7.2.4 本手法の制振性能

定点理論を用いた最適調整では2定点でほぼ最大値になるため、その2定点での振幅を制振性能の尺度として用いることができる。式(7.30)より、制振性能は $\beta_i$ と $\bar{\alpha}$ で決まり、それらの値が大きいほど振動は小さくなる。また、これらの値が大きい場合は制振装置のロバスト性能も向上する。ここで、 $\bar{\alpha}=0$ の場合が受動制振の制振性能に相当し、 $\bar{\alpha}$ の値によって制振性能を調整することができる。

## 7.3 制振対象外の振動モードへの影響

### 7.3.1 センサーの位置と安定性

受動制振では系が不安定になることはない。受動制振ではセンサーと圧電素子の共配置が成立し、デジタルコントローラのように制御電圧が離散的ではなく、無駄時間要素もないためである。本手法もデジタルコントローラを使用しないため、その性能に起因する安定性の低下はない。そのため、図7.1に示したセンサーと圧電素子の位置関係と増幅率が問題となる。制振対

象外の振動モードにとって制振対象の振動モードと異なる点は、インダクタンスと抵抗が最適に調整されていない点と振動モードの形状によっては式(7.10)で与えられる印加電圧の符号が反転する点である。前者が原因で系が不安定になることはないが、後者はスピルオーバを引き起こす主因である。そこで、センサーと圧電素子の位置関係と振動モード形状によって決まる極性が等しい振動モードと異なる振動モードに分けて系の安定性を検討する。

### A 極性が等しい振動モード

$i$ 次振動モードを制振対象として回路を最適調整した場合の $j$ 次振動モードの固有振動数近傍におけるコンプライアンスは次式で与えられる。

$$\frac{\xi_j}{\xi_{stj}} = \frac{1}{-g_j^2 + 1 + \beta_j G_{hi-j}} \quad (7.35)$$

$$G_{hi-j} = \frac{-\bar{\alpha} f_{ij}^2 - g_j^2 + 2j\zeta_j f_{ij} g_j}{f_{ij}^2 - g_j^2 + 2j\zeta_j f_{ij} g_j} \quad (7.36)$$

$$f_{ij} = \frac{\omega_{ai}}{\Omega_j} \quad (7.37)$$

ここで、 $G_{hi-j}$ の分子の定数項が負であるため、 $\bar{\alpha}$ の値によっては系が不安定になる。系が安定である条件は

$$0 < \bar{\alpha} < \frac{1}{\beta_j} \quad (7.38)$$

である。なお、この条件は制振対象の振動モードでも満たさなければならない。式(7.38)が満たされる場合は系が不安定になることはない。また、式(7.36)は速度フィードバック成分を持つため、 $j$ 次振動モードの減衰を付加する働きがある。

### B 極性が異なる振動モード

極性が異なる場合は、式(7.36)が

$$G_{hi-j} = \frac{\bar{\alpha} f_{ij}^2 - g_j^2 + 2j\zeta_j f_{ij} g_j}{f_{ij}^2 - g_j^2 + 2j\zeta_j f_{ij} g_j} \quad (7.39)$$

となる。式(7.39)は前小見出しと逆に $j$ 次振動モードの減衰を低下させる。そのため、 $j$ 次振動モードに関する減衰の合計が負になると不安定になる。ただし、極性が異なる振動モードの固有振動数が $i$ 次振動モードの固有振動数と十分に離れていればほとんど減衰の低下はない。また、

---

j次振動モードの主系減衰が十分大きければ不安定化は起こりにくい。

### 7.3.2 不安定化を回避する方法

極性が異なる振動モードで減衰が不足して系が不安定になる場合があるので、不安定化を回避する方法を以下に述べる。

本手法で最も有効な方法はフィルタを使用する方法である。i次振動モードの固有振動数近傍の信号以外は不必要であるため、ローパスフィルタやバンドパスフィルタを用いて不安定化を招く振動数域のセンサー信号を除去すればよい。ただし、7.3.1.Aで述べたように、制振対象外の振動モードであっても極性が等しければ減衰が付加される働きがあるので、それらの振動数域の信号はできるだけ除去しない方がよい。次に有効な方法としては、センサーと圧電素子の共配置が挙げられる。共配置にすると全ての振動モードで極性が等しくなり、系が不安定になることはない。しかし、実際には共配置が困難な場合が多い。その場合は制振対象の振動モードと固有振動数が近い振動モードで極性が一致するようにセンサーと圧電素子を配置するとよい。制振対象の振動モードの固有振動数と十分に離れている振動モードにはほとんど減衰低下の影響がないためである。

## 7.4 数値計算と実験

### 7.4.1 実験装置と対象の振動モード

本章の実験で用いた実験装置の概略を図 7.3 に示す。図 7.4 に示すように、平板の表と裏に制振用の圧電素子三枚と変位センサー用の圧電素子一枚をそれぞれ貼り付けて実験を行った。ここで、平板 (300mm×400mm×1.0mm) はアルミニウム製で周辺を固定し、圧電素子 (22mm×32mm×0.22mm) はセラミック製で制振用の圧電素子は全て並列に貼り付けた。一般に低い振動数域での制振が重要であるので、制振対象は固有振動数が約 79Hz の基本振動モードとした。なお、低振動数域には他に(1,3)モード、(3,1)モード、(1,5)モードが存在し、固有振動数はそれぞれ約 199Hz、約 294Hz、約 448Hz であったが、センサー用の圧電素子と制振用の圧電素子を図 7.4 のように近い位置に貼り付けたため、それらの振動モードも含めて本実験で不安定化が生じることはなかった。そのため、本実験ではフィルタは使用しなかった。電気機械結合係数は対象とする振動モードの曲率最大の位置に貼り付けると最も大きくなるので、圧電素子は

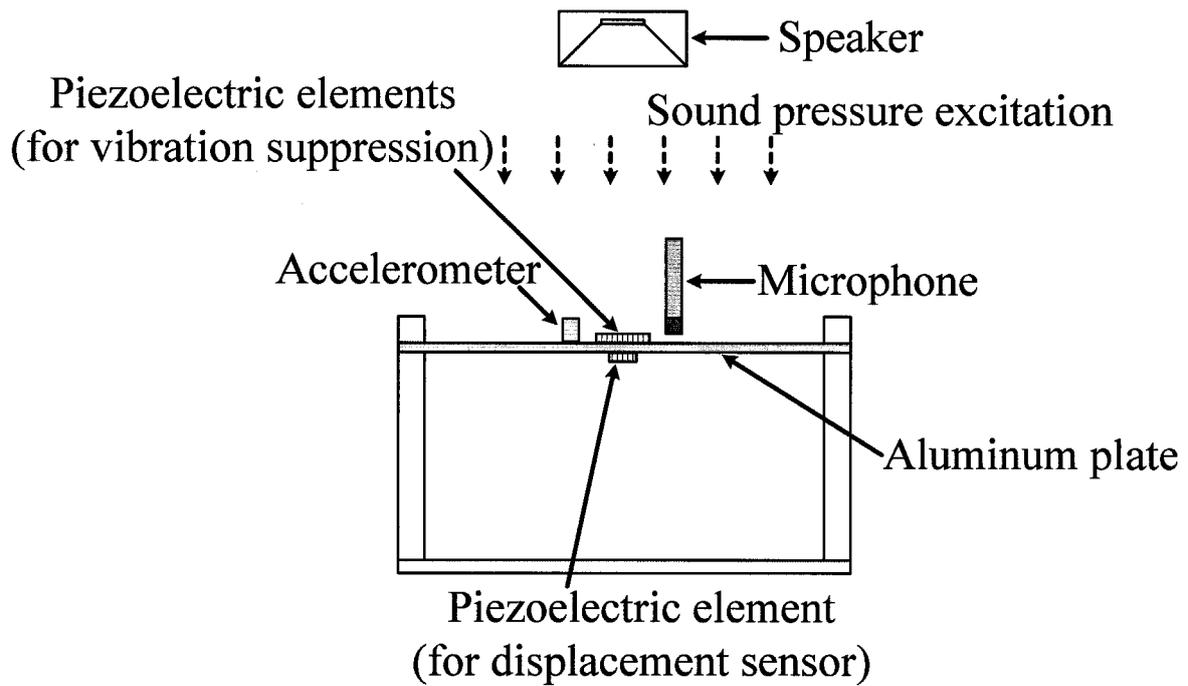


Fig. 7.3 Schematic diagram of the experimental apparatus.

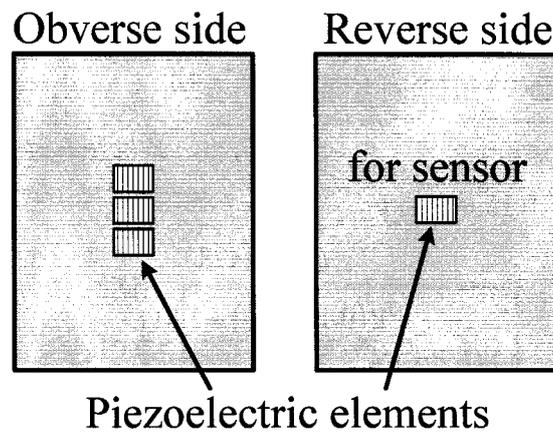


Fig. 7.4 Schematic diagram of the plate.

平板の中央に貼り付けた。インダクタンスには GIC (Generalized Impedance Converter) による合成可変インダクタンスを用いた<sup>(50)</sup>。コイルで最適値を実現するとそのサイズが非常に大きくなるためである。増幅率 $\alpha$ は 1, 5, 10 の三種類とした。

#### 7.4.2 実験方法

図 7.3 のように平板を音圧で加振し、加速度ピックアップとマイクロフォンを用いて平板の振動変位と加振音圧を測定した。ここで、加速度ピックアップは $(x, y) = (0.15\text{m}, 0.15\text{m})$  の位置に設

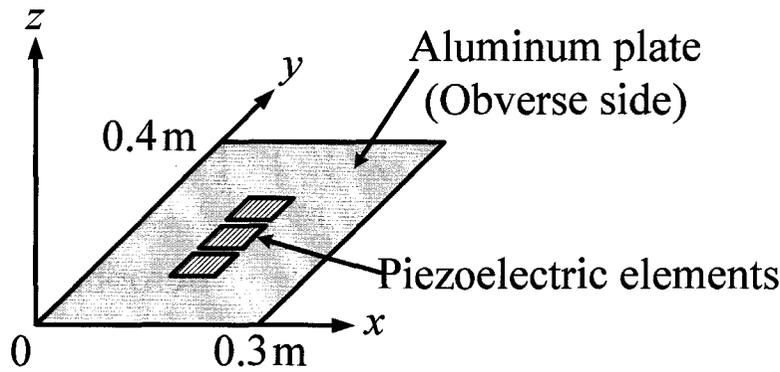


Fig. 7.5 Coordinates of a plate.

置した. 図 7.5 に座標軸の取り方を示す.  $z$  は平板の中立面からの距離である. また, マイクロフォンは  $(x, y, z) = (0.15\text{m}, 0.25\text{m}, 0.010\text{m})$  に設置した.

実験で無次元化したコンプライアンスを求めるには  $\xi$  と  $\xi_{st}$  が必要であり,  $\xi$  は次式で与えられる.

$$\xi = \frac{W(x, y, t)}{\Psi(x, y)} \quad (7.40)$$

ここで,  $\Psi(x, y)$  は平板の振動モードの固有関数である<sup>(51)</sup>.  $\xi_{st}$  は式(7.16)で与えられる.  $W(x, y, t)$  は加速度ピックアップ,  $P_f$  はマイクロフォンで計測し,  $K$  は圧電素子電極間短絡時の共振振動数  $\omega_s$  の二乗とした.  $Q$ ,  $\Psi(0.15, 0.15)$  は

$$Q = 0.1478 \quad (7.41)$$

$$\Psi(0.15, 0.15) = 3.811 \quad (7.42)$$

とした.

### 7.4.3 数値計算と実験の結果

表 7.1 に数値計算で用いた平板と圧電素子の諸元を示す. これらは全て実測値である. 理論解析では主系減衰が小さい系への減衰付加を想定し, 理論式の展開も簡易になるので主系減衰を無視したが, 周波数応答では主系減衰の大きさによって共振ピーク値に差を生じるので, 数値計算では主系減衰  $D_1$  を含めた.

図 7.6, 7.7 に数値計算結果と実験結果を, 表 7.2 に回路の理論最適値を, 表 7.3 に実験での回路の値を示す. ここで, 増幅率  $\bar{\alpha}$  は 1, 5, 10 の三種類とした. 数値計算と実験で制振性能はほぼ等しい.  $\bar{\alpha} = 10$  で実験を行った場合は明確な共振ピークがなく, 基本振動モードの振動はほ

ば完全に低減された。図7.8に $\bar{\alpha}=10$ で実験を行った場合の(1,3)モード、(3,1)モード、(1,5)モードの無次元化したアクセラランスの大きさ $u_A$ を示す。この結果より本手法の極性が等しい振動モードにおける減衰付加効果が確認できる。

Table 7.1 Values of material parameters.

Plate	$M_1$	1.000 kg
	$K_1$	244000 N/m
	$D_1$	23.5 Ns/m
Piezoelectric elements (for vibration suppression)	$C_p^S$	0.137 $\mu$ F
	$\Theta_1$	0.0115 N/V
	$\beta_1$	0.00385
Piezoelectric elements (for sensor)	$C_p^S$	0.0445 $\mu$ F
	$\Theta_1$	0.00366 N/V
	$\beta_1$	0.00121

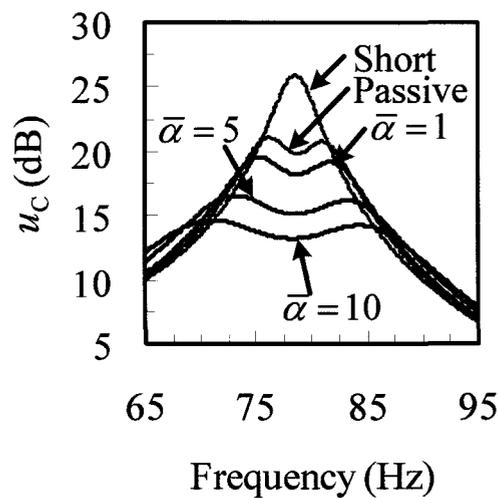


Fig. 7.6 Calculated results of frequency response.

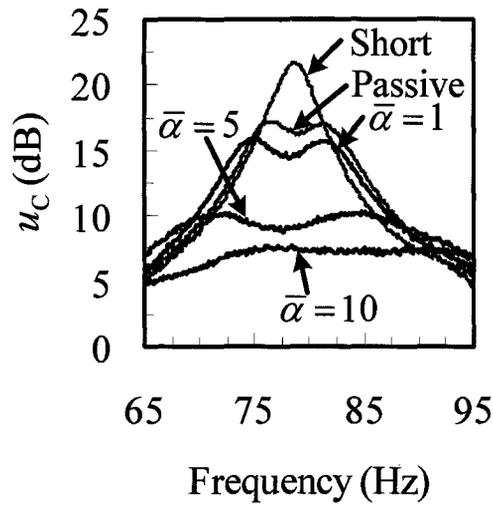


Fig. 7.7 Experimental results of frequency response.

Table 7.2 Calculated optimum values of the LR circuit.

	$L_{\text{opt1}} \text{ (H)}$	$R_{\text{opt1}} \text{ (}\Omega\text{)}$
$\bar{\alpha} = 0 \text{ (Passive)}$	29.8	1140
$\bar{\alpha} = 1$	29.8	1610
$\bar{\alpha} = 5$	29.8	2790
$\bar{\alpha} = 10$	29.8	3790

Table 7.3 Values of the LR circuit in the experiment.

	$L_1 \text{ (H)}$	$R_1 \text{ (}\Omega\text{)}$
$\bar{\alpha} = 0 \text{ (Passive)}$	29.8	781
$\bar{\alpha} = 1$	29.0	928
$\bar{\alpha} = 5$	20.8	2330
$\bar{\alpha} = 10$	6.51	1480

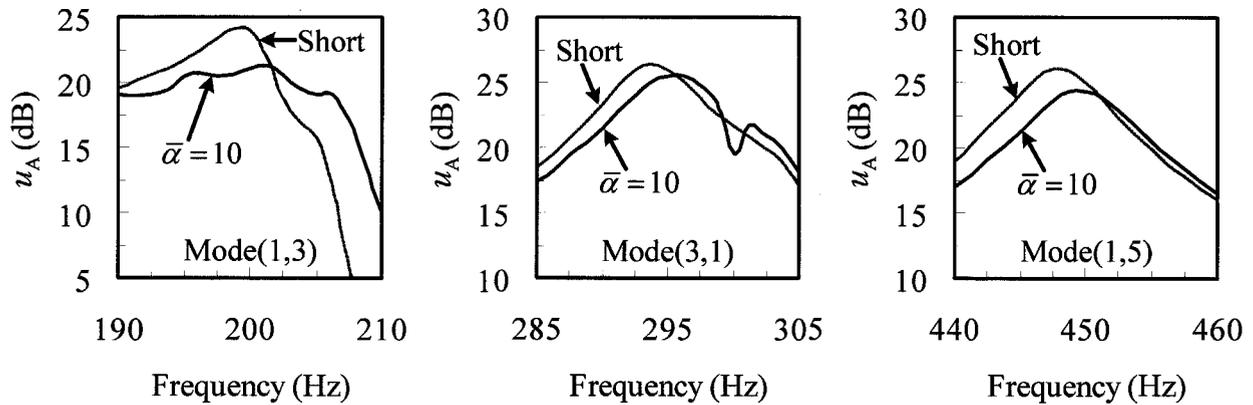


Fig. 7.8 Experimental results of accelerance of other vibrational modes.

## 7.5 結言

受動制振用の LR 回路と主系の振動変位信号を用いたハイブリッド制振の手法を提案した。主系の振動変位に比例した電圧を制振回路に印加することにより付加系の電気共振が増幅され、主系の振動を受動制振よりも大きく低減できることを示した。制振回路の最適値を定点理論にもとづいて導出し、数値計算と実験で理論解析の有効性を確認した。また、系の安定性を解析し、系の不安定化が起きる原因とその回避方法を示した。また、本手法はセンサーと圧電素子の極性の関係によっては制振対象ではない振動モードにおいても減衰を付加する効果があることを示した。



## 第 8 章 二組の圧電素子を用いたハイブリッド多モード制振

### 8.1 緒言

圧電素子を用いてはりや平板等の柔軟構造物の曲げ振動を抑制する方法が注目され、多数の研究が行われている。圧電素子を用いた制振は機械式の動吸振器やアクティブマスダンパに比べて必要なスペースが小さく、圧電素子がアクチュエータとセンサーの両方の機能を持った優れた材料であるためである。圧電素子を用いた制振には、外部から圧電素子に電圧を加える能動制振<sup>(21)-(33)</sup>と、インダクタンスや抵抗を接続することによって機械式の動吸振器のようにふるまわせる受動制振<sup>(8)-(14)</sup>がある。近年は、能動制振の手法としてセンサーとアクチュエータの共配置を実現するセルフセンシングアクチュエータ<sup>(21)-(25), (30)-(32)</sup>が提案され、受動制振の手法として多自由度回路によって複数の振動モードを同時に抑える手法<sup>(34), (35)</sup>が報告される等、それぞれの手法の問題点が解決されつつある。

一般に制振では安定性が最重要であり、能動制振を行う場合は常にその発振の可能性が問題になる。一方、受動制振は安定性には優れるが、大きな制振力を得るには圧電素子の数を増やす必要があり、その貼り付け位置の制限により制振性能には限界がある。そこで、両者を合わせたハイブリッド制振の研究<sup>(16)-(20)</sup>が進んでいる。筆者らも受動制振の制振メカニズムを基礎にした手法を 6 章と 7 章で提案し、制振対象の振動モードにおいて受動制振の安定性と能動制振の制振性能を同時に実現した。しかし、これらの手法で抑えることができる振動モードは単一であり、複数の振動モードの振動が大きい場合には制振性能が不十分になる。一方、複数の振動モードに対して効果のある手法には能動制振と、多自由度回路を用いた受動制振<sup>(34), (35)</sup>がある。しかし、前者には前述の発振の可能性の問題に加えて、各振動モードの制振性能を独立に調整できない問題がある。また、後者には制振対象が複数の振動モードになることで、一つの振動モードあたりの制振性能が低下する問題や、回路が膨大になり、最適調整が困難になる問題がある。そこで、本章ではこれらの問題を解決するため、6 章で筆者等が提案したハイブリッド制振の手法を拡張し、複数の振動モードを任意の性能で抑えることができる手法を提案する。このハイブリッド多モード制振は対象の全ての振動モードにおいて受動制振の制振メカニズムを基礎とするためデジタルのコントローラは不要である。また、各振動モードを抑える共振回路

を並列化することで回路の膨大化と最適調整の複雑化を防ぐ。この装置の回路の最適値を求める理論式を定点理論<sup>(7), (47)</sup>にもとづいて導出し、実験で理論解析の妥当性と提案する手法の有効性を検証する。また、制振対象外の振動モードの安定性については保証されないので、それらの安定性についても検討し、本手法に合った安定性を向上させる方法を提案する。

## 8.2 理論解析

### 8.2.1 支配方程式の導出

図 8.1 に提案するハイブリッド多モード制振のモデルを示す。これは制振対象としての平板と、受動制振用と能動制振用の二組の圧電素子および制御用の電子回路からなる。ここでは平板の表側の圧電素子と裏側の圧電素子をそれぞれ一組にまとめ、表側を受動制振用、裏側を能動制振用として使用する。圧電素子を貼り付けた平板のアクチュエータ方程式とセンサー方程式は次式で与えられる。

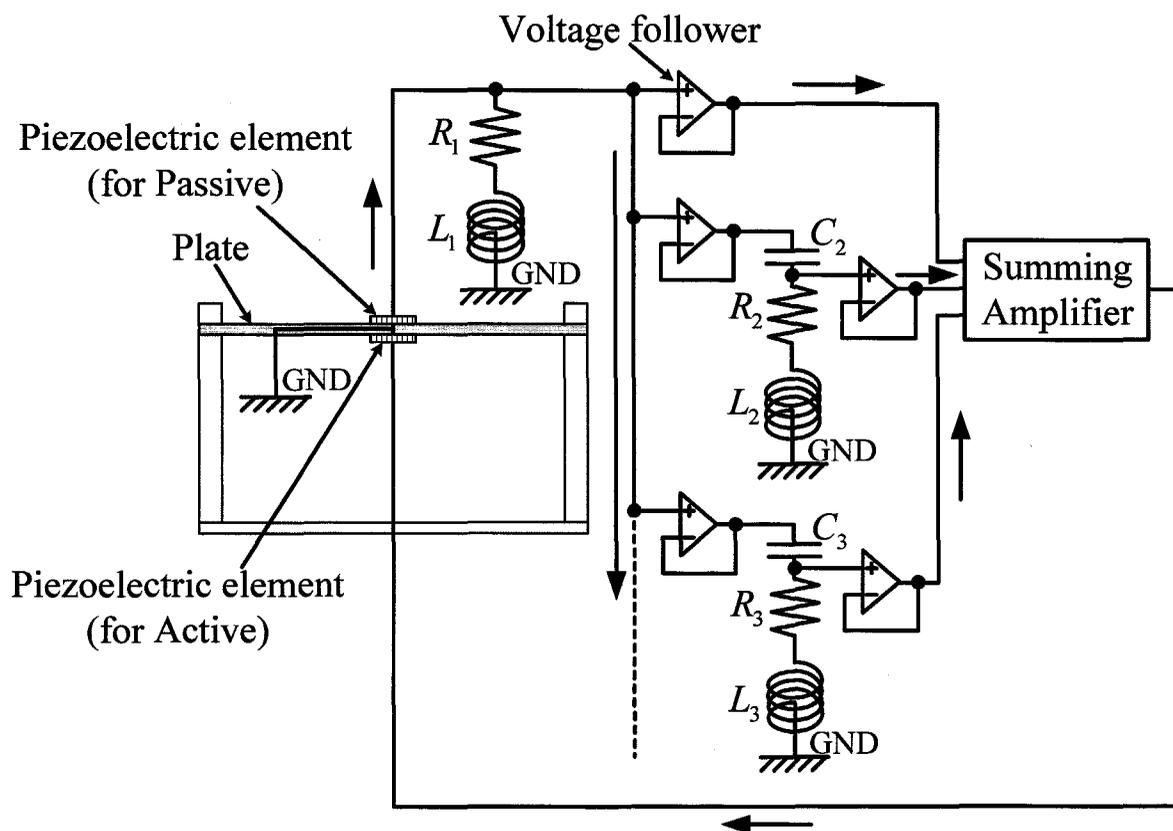


Fig. 8.1 Model of hybrid vibration suppression of multiple vibrational modes.

$$\mathbf{M}\ddot{\xi} + \mathbf{K}\xi - \Theta_P v_{Pa} - \Theta_A v_{Aa} = \mathbf{Q}P_f \quad (8.1)$$

$$\Theta_P^t \xi + C_{pP}^S v_{Ps} = q_P \quad (8.2)$$

$$\Theta_A^t \xi + C_{pA}^S v_{As} = q_A \quad (8.3)$$

ここで、 $\mathbf{M}$  はモード質量行列、 $\mathbf{K}$  はモード剛性行列、 $\Theta$  はモード電気機械結合係数列、 $\mathbf{Q}$  はモード外力影響係数列、 $C_p$  は圧電素子のキャパシタンス、 $\xi$  はモード変位ベクトル、 $v$  は圧電素子電極間の電圧、 $P_f$  は平板に加わる等分布荷重、 $q$  は圧電素子に蓄えられる電荷である。上付き添字 S は一定ひずみ下であることを、上付き添字 t は転置行列を、下付き添字 P, A はそれぞれ受動制振用と能動制振用の圧電素子を、下付き添字 a, s はそれぞれ印加電圧とセンサー電圧を表す。ただし、式(8.2)、(8.3)では二組の圧電素子間の応力の伝達を無視し、一定ひずみ下の圧電素子のキャパシタンス  $C_p^S$  を用いた。実際にはそれぞれの圧電素子が平板に加える応力の一部がもう一組の圧電素子に伝達し、圧電素子のキャパシタンスの値が変化する場合がある。その場合は圧電素子のキャパシタンスを実際の値に補正する必要があるが、その補正方法については後述する。

図 8.1 のように受動制振用の圧電素子（以下、受動圧電素子と称す）では LR 直列回路と接続することにより、圧電効果と逆圧電効果を同時に利用して受動制振を行う。ここで、この受動制振で抑える振動モードは制振対象に含まれる複数の振動モードの中で最も固有振動数の低い振動モード（以下、本章では制振対象ではない振動モードは無視し、この振動モードを 1 次モードと称す）である。式(8.2)より、受動圧電素子の電極間の電圧は

$$v_{Ps} = -\frac{\Theta_P^t}{C_{pP}^S} \xi + \frac{q_P}{C_{pP}^S} \quad (8.4)$$

である。受動圧電素子に接続する外部回路の分圧を  $v_z$  とおくと、電圧のつりあいより

$$v_z + v_{Ps} = 0 \quad (8.5)$$

となる。ここでは、外部回路に LR 直列回路を用いるので、

$$v_z = L_1 \dot{q}_p + R_1 \dot{q}_p \quad (8.6)$$

である。ここで、 $L_1$  はインダクタンス、 $R_1$  は抵抗である。なお、本手法では LR 直列回路の代わりに LR 並列回路を用いることもできる。受動圧電素子では外部回路の逆起電力  $-v_z$  が圧電素子への印加電圧になるので、

$$v_{Pa} = -v_z \quad (8.7)$$

となる。ここで、圧電素子への印加電圧と圧電素子のセンサー電圧はどちらも圧電素子電極間の電圧であるため常に等しく、

$$v_{Pa} = v_{Ps} \quad (8.8)$$

である。

能動制振用の圧電素子（以下、能動圧電素子と称す）では逆圧電効果のみを利用する。すなわち、式(8.3)で与えられる能動圧電素子のセンサー電圧  $v_{As}$  は利用しない。まず、LR 直列回路から受動圧電素子に戻る電圧を抽出し、これを増幅して能動圧電素子に加えることによって 1 次モードを大きく抑える。さらに、その抽出される電圧信号を図 8.1 のように複数の LRC 回路に通して加算し、1 次モード以降の制振対象振動モード（以下、本章では固有振動数の低い方から 2 次モード、3 次モード、と順に称す）を抑える。すなわち一つの LRC 回路が一つの振動モードを抑える。能動圧電素子に印加される電圧は次式で与えられる。

$$v_{Aa} = \alpha_1 v_{Pa} + \sum_{j=2}^n \alpha_j G_j v_{Pa} \quad (8.9)$$

$$G_j = \frac{-\omega^2 L_j + j\omega R_j}{-\omega^2 L_j + j\omega R_j + \frac{1}{C_j}} \quad (j=2, \dots, n) \quad (8.10)$$

ここで、 $\alpha$  は増幅器の増幅率、 $\omega$  は加振振動数、 $L$  はインダクタンス、 $R$  は抵抗、 $C$  はキャパシタンスであり、その下付き添字は対象となる振動モードを表す。n 次モードは制振対象の中で最も固有振動数の高い振動モードである。図 8.1 ではフィルタを使用していないが、フィルタを使用する場合は式(8.9)にフィルタの伝達関数も含めて以降の理論解析を進める必要がある。式(8.4)-(8.7)より電圧  $v_{Pa}$  は

$$v_{Pa} = -G_1 \frac{\Theta_p^t}{C_{pp}^s} \xi \quad (8.11)$$

$$G_1 = \frac{-\omega^2 L_1 + j\omega R_1}{-\omega^2 L_1 + j\omega R_1 + \frac{1}{C_{pp}^s}} \quad (8.12)$$

と表すことができ、圧電素子内部で発生する電圧を二次のハイパスフィルタに通した信号といえる。このハイパスフィルタのカットオフ周波数はほぼ 1 次モードの固有振動数と等しいため、この電圧信号には 1 次モードの固有振動数よりも高い周波数成分がそのまま含まれる。そのため、本章で提案するハイブリッド多モード制振の装置では LRC 回路によって 1 次モードよりも

固有振動数が高い振動モードも同時に制振することができる。なお、圧電素子にはそれ自体の表裏による極性と、平板の振動モードと貼り付け位置で決まる極性があり、二組の圧電素子は振動モード毎に全体として同極性または逆極性になるが、振動モード毎に加算増幅器の極性を制振対象の振動モードの極性に合わせれば、どちらの場合も適切な制振力を加えることができる。

式(8.1), (8.9)より

$$\mathbf{M}\ddot{\xi} + \mathbf{K}\xi - \left[ \Theta_p + \Theta_A \left( \alpha_1 + \sum_{j=2}^n \alpha_j G_j \right) \right] v_{Pa} = \mathbf{Q}P_f \quad (8.13)$$

である。ここで、式(8.10)より  $G_j$  は近似的に

$$G_j \approx \begin{cases} 0 & (\omega \ll 1/\sqrt{L_j C_j}) \\ 1 & (\omega \gg 1/\sqrt{L_j C_j}) \end{cases} \quad (8.14)$$

である。式(8.13), (8.14)より  $i$  次モードに関する運動方程式は

$$\begin{cases} M_1 \ddot{\xi}_1 + K_1 \xi_1 - (\Theta_{p1} + \Theta_{A1} \alpha_1) v_{Pa} = Q_1 P_f & (i=1) \\ M_i \ddot{\xi}_i + K_i \xi_i - (\Theta_{pi} + \Theta_{Ai} \alpha_{\text{sum}}) v_{Pa} = Q_i P_f & (i \geq 2) \end{cases} \quad (8.15)$$

$$\alpha_{\text{sum}} = \sum_{k=1}^{i-1} \alpha_k + \alpha_i G_i \quad (8.16)$$

となる。 $v_{Pa}$  は式(8.11)で与えられるが、各振動モードの固有振動数近傍では近似的に

$$v_{Pa} \approx \begin{cases} -G_1 \frac{\Theta_{p1}}{C_{pP}^S} \xi_1 & (i=1) \\ -\frac{\Theta_{pi}}{C_{pP}^S} \xi_i & (i \geq 2) \end{cases} \quad (8.17)$$

であり、

$$\kappa_i = \frac{\Theta_{Ai}}{\Theta_{pi}} \quad (8.18)$$

と合わせて用いると、式(8.15)は

$$\begin{cases} M_1 \ddot{\xi}_1 + K_1 \xi_1 + (1 + \kappa_1 \alpha_1) G_1 \frac{\Theta_{p1}^2}{C_{pP}^S} \xi_1 = Q_1 P_f & (i=1) \\ M_i \ddot{\xi}_i + K_i \xi_i + \kappa_i \alpha_i G_i \frac{\Theta_{pi}^2}{C_{pP}^S} \xi_i = Q_i P_f & (i \geq 2) \end{cases} \quad (8.19)$$

$$K_{p_i} = K_i + \frac{\Theta_{p_i}^2}{C_{pP}^S} \left( 1 + \kappa_i \sum_{k=1}^{i-1} \alpha_k \right) \quad (8.20)$$

となる。各振動モードの運動方程式にはその振動モードを抑えるための回路の伝達関数 $G_i$ しか含まれないため、各振動モード用の回路の最適調整はほぼ独立する。

## 8.2.2 コンプライアンス

式(8.19)より、無次元化したコンプライアンスは

$$\frac{\xi_i}{\xi_{sti}} = \frac{1}{-g_i^2 + \gamma_i + \beta_{Hi} G_i} \quad (8.21)$$

$$G_i = \frac{-g_i^2 + 2j\zeta_i f_i g_i}{f_i^2 - g_i^2 + 2j\zeta_i f_i g_i} \quad (8.22)$$

$$\gamma_i = \begin{cases} 1 & (i=1) \\ 1 + \beta_{p_i} \left( 1 + \kappa_i \sum_{k=1}^{i-1} \alpha_k \right) & (i \geq 2) \end{cases} \quad (8.23)$$

$$\beta_{Hi} = \begin{cases} \beta_{p_i} (1 + \kappa_i \alpha_i) & (i=1) \\ \beta_{p_i} \kappa_i \alpha_i & (i \geq 2) \end{cases} \quad (8.24)$$

$$\xi_{sti} = \frac{Q_i P_i}{K_i} \quad (8.25)$$

$$g_i = \frac{\omega}{\Omega_i} \quad (8.26)$$

$$\Omega_i = \sqrt{\frac{K_i}{M_i}} \quad (8.27)$$

$$\beta_{p_i} = \frac{\Theta_{p_i}^2}{K_i C_{pP}^S} \quad (8.28)$$

$$f_i = \frac{\omega_{ai}}{\Omega_i} \quad (8.29)$$

$$\omega_{ai} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{L_i C_{pP}^S}} & (i=1) \\ \frac{1}{\sqrt{L_i C_i}} & (i \geq 2) \end{cases} \quad (8.30)$$

$$\zeta_i = \begin{cases} \frac{R_1}{2} \sqrt{\frac{C_{pp}^S}{L_1}} & (i=1) \\ \frac{R_i}{2} \sqrt{\frac{C_i}{L_i}} & (i \geq 2) \end{cases} \quad (8.31)$$

となる．式(8.21)より，コンプライアンスの大きさ  $u_{Ci}$  は

$$u_{Ci} = \left| \frac{\xi_i}{\xi_{sti}} \right| = \sqrt{\frac{A_i^2 + 4\zeta_i^2 B_i^2}{C_i^2 + 4\zeta_i^2 D_i^2}} \quad (8.32)$$

$$A_i = f_i^2 - g_i^2 \quad (8.33)$$

$$B_i = f_i g_i \quad (8.34)$$

$$C_i = (\gamma_i - g_i^2)(f_i^2 - g_i^2) - \beta_{Hi} g_i^2 \quad (8.35)$$

$$D_i = f_i g_i (\gamma_i + \beta_{Hi} - g_i^2) \quad (8.36)$$

である．ここではコンプライアンスを導出したが，モビリティとアクセラランスも同様の方法で導出できる．制振対象の全ての振動モードで LR 回路を用いた受動制振のメカニズムを利用するため，式(8.21)は受動制振でのコンプライアンスと式の構造がほぼ等しい．

受動制振やハイブリッド制振の場合と同様に，LR 回路や LRC 回路は最適調整に使用され，制振性能は式(8.24)で与えられる  $\beta_{Hi}$  で決まる． $\beta_{Hi}$  は増幅器の増幅率  $\alpha_i$  を含むので，増幅率  $\alpha_i$  によって各振動モードの制振性能を任意に調整することができる．なお， $\beta_{Hi}$  において， $\beta_{Pi}$  が受動制振， $\beta_{Pi} \kappa_i \alpha_i$  が能動制振による項である．

### 8.2.3 定点理論を用いた最適調整

定点理論<sup>(7), (47)</sup>とは周波数応答の最大値を最小にする付加系の固有振動数と減衰係数を求める方法のひとつであり，簡便であるため受動制振で機械式動吸振器や回路の最適調整に多く用いられている．式(8.32)は LR 直列回路を用いた受動制振の場合と同様に，抵抗比  $\zeta_i$  の値に関わらず二つの定点を通るので，その 2 定点の高さがそろう最適固有振動数比  $f_{opti}$  を求め，そこで最大値となる最適抵抗比  $\zeta_{opti}$  を導出する．

2 定点 P, Q での振幅が等しい条件より，最適固有振動数比  $f_{opti}$  が求められ，

$$f_{opti} = \sqrt{\gamma_i + \beta_{Hi}} \quad (8.37)$$

となる．2 定点の加振振動数比  $g_{Pi}$ ， $g_{Qi}$  は

$$g_{P,Qi} = \sqrt{(\gamma_i + \beta_{Hi}) \mp \sqrt{\frac{\beta_{Hi}(\gamma_i + \beta_{Hi})}{2}}} \quad (8.38)$$

である。2 定点における振幅は

$$u_{Ci} \Big|_{g_i=g_{P,Qi}} = \sqrt{\frac{2}{\beta_{Hi}(\gamma_i + \beta_{Hi})}} \quad (8.39)$$

と求められる。最適抵抗比  $\zeta_{opti}$  は 2 定点 P, Q における最適抵抗比  $\zeta_{P,Qopti}$  の相加平均で近似的に与えられ、

$$\zeta_{opti} = \frac{1}{2}(\zeta_{Popti} + \zeta_{Qopti}) \quad (8.40)$$

$$\zeta_{P,Qopti} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-A_i A_i' + u_{Ci}^2 C_i C_i'}{B_i B_i' - u_{Ci}^2 D_i D_i'}} \Big|_{g_i=g_{P,Qi}} \quad (8.41)$$

である。ただし、記号 ' は  $\partial/\partial g_i$  を表す。

最適固有振動数比  $f_{opti}$  より、最適インダクタンス  $L_{opti}$  は

$$L_{opti} = \begin{cases} \frac{1}{f_{opti}^2} \frac{1}{C_{pP}^S} \frac{1}{\Omega_1^2} & (i=1) \\ \frac{1}{f_{opti}^2} \frac{1}{C_i} \frac{1}{\Omega_i^2} & (i \geq 2) \end{cases} \quad (8.42)$$

と与えられる。ここでは、2 次モード以降を制振するための各 LRC 回路において、キャパシタンス  $C_i$  が先に与えられると仮定して最適インダクタンス  $L_{opti}$  を求めたが、逆にインダクタンス  $L_i$  を先に与え、式(8.42)より最適キャパシタンス  $C_{opti}$  を求めてもよい。最適抵抗比  $\zeta_{opti}$  より、最適抵抗  $R_{opti}$  は

$$R_{opti} = \begin{cases} 2\zeta_{opti} \frac{1}{f_{opti}} \frac{1}{C_{pP}^S} \frac{1}{\Omega_1} & (i=1) \\ 2\zeta_{opti} \frac{1}{f_{opti}} \frac{1}{C_i} \frac{1}{\Omega_i} & (i \geq 2) \end{cases} \quad (8.43)$$

となる。振動の評価指標がモビリティやアクセラランスの場合も同様の方法で最適インダクタンスと最適抵抗の算出式を導出できる。

## 8.2.4 各振動モードにおける制振性能

定点理論を用いた最適調整では 2 定点でほぼ最大値になるため、その 2 定点での振幅を制振

性能の尺度として用いることができる。式(8.39)より制振性能は  $\beta_{Hi}$  で決まり、その値が大きいほど振動は小さくなる。すなわち、本手法では制振対象の全ての振動モードで  $\beta_{Hi}$  が大きくなるような位置に圧電素子を貼り付けることが望ましい。

### 8.2.5 二組の圧電素子間の応力の伝達が大きい場合

能動圧電素子から受動圧電素子への応力の伝達が十分小さい場合、または、能動圧電素子が加える応力が受動圧電素子で発生する制振力と比例関係にない場合は受動圧電素子のキャパシタンス  $C_{pp}$  は一定ひずみ下でのキャパシタンス  $C_{pp}^S$  であるので、受動圧電素子の等価剛性比  $\beta_{pi}$  は定数になる。また、この場合、式(8.24)より  $\beta_{Hi}$  は増幅率  $\alpha_1$  の一次関数になる。しかし、受動圧電素子で発生する制振力と伝達する応力が比例関係にある場合は一定ひずみの条件が成立せず、その大きさに比例して受動圧電素子のキャパシタンス  $C_{pp}$  が増加する。本手法では応力が伝達する場合、1次モードに関する制振力が比例関係になるため、受動圧電素子の全ての振動モードの等価剛性比  $\beta_{pi}$  が定数ではなく増幅率  $\alpha_1$  の関数になる。増幅率 0 でのキャパシタンス  $C_{pp}$  が  $C_{pp}^S$  であるので、 $C_{pp}$  は次式で与えられる。

$$C_{pp} = C_{pp}^S (1 + k_1 \alpha_1) \quad (8.44)$$

ここで、 $k_1$  は装置に依存して決まる定数であり、 $\kappa_1$  と同符合になる。圧電素子間で応力が伝達し、受動圧電素子のキャパシタンスが変化する場合は式(8.43)までの  $C_{pp}^S$  の代わりに式(8.44)で与えられる  $C_{pp}$  を用いなければならない。この場合、 $\beta_{Hi}$  は応力が伝達しない場合に比べて値が小さくなり、装置の制振性能が低下する。

### 8.2.6 系の安定性と対策

制振対象の振動モードに関しては、式(8.21)、(8.23)より、

$$\kappa_i \sum_{k=1}^{i-1} \alpha_k \geq 0 \quad (8.45)$$

が成立すれば、原理的に受動制振と本章で提案するハイブリッド多モード制振は等しいため、系が不安定になることはない。しかし、6章のハイブリッド制振の場合と同様に、1次モードよりも固有振動数が高い振動モードについては

$$\kappa_i \sum_{k=1}^{i-1} \alpha_k < 0 \quad (8.46)$$

---

となり、スピルオーバーが発生する可能性がある。制振対象の振動モードで式(8.46)が成立する場合は適切に回路を設計することで不安定化を回避できるが、制振対象でない振動モードで式(8.46)が成立する場合、特に大きな増幅率で制振する場合にはスピルオーバーが発生する可能性が高くなる。そこで、スピルオーバーの対策としてこのハイブリッド多モード制振で有効な手法を三つ述べる。最も有効な方法は受動圧電素子と能動圧電素子の共配置である。二組の圧電素子を同一の位置に貼り付けると全ての振動モードで式(8.45)が成り立つため、不安定にはならない。しかし、実際には共配置が困難な場合もある。その場合は二組の圧電素子を近い位置に貼り付ければ、1次モードと固有振動数が近い振動モードで式(8.45)が成立し、不安定化は起こりにくくなる。二つ目の方法は、図 8.1 において加算増幅器の手前にフィルタ回路を組み込む方法である。このハイブリッド多モード制振では制振対象の振動モードの固有振動数近傍で回路を共振させて振動を抑えるため、それ以外の周波数域の電圧信号は不要である。よって、固有振動数近傍の電圧信号のみを通すバンドパスフィルタが有効である。最後の三つ目の方法は、スピルオーバーの発生する振動モードが特定できる場合に限定されるが、その不安定化が起きる振動モードも本章で提案するハイブリッド多モード制振回路で抑えることで不安定化を回避することができる。なお、高い増幅率で制振する場合は不安定化が起きやすいため、一つ目と二つ目の手法の一方、あるいは両方が必須となる。

## 8.3 実験

### 8.3.1 実験装置と対象の振動モード

図 8.2 に実験装置の概略を示す。また、図 8.3 に示すように、平板(300mm×400mm×1.0mm)には表側に一枚、裏側に三枚の圧電素子(22mm×32mm×0.22mm)を貼り付けた。ここで、平板はアルミニウム製で周辺を固定し、圧電素子はセラミック製で全て並列に導電性接着剤で貼り付けた。能動圧電素子 3 枚は一組として扱い、全て同じ入力を加えた。系の不安定化を回避するために受動圧電素子と能動圧電素子は近い位置に配置した。また、全ての制振対象の振動モードで制振性能を高くするために、能動圧電素子の枚数を多くした。一般に低い振動数域での制振が重要であるので、制振対象は固有振動数が約 82Hz, 194Hz, 295Hz の(1,1), (1,3), (3,1)モードの三つとした。ここで、括弧内の数字は振動モードの形状の  $x$  方向と  $y$  方向の腹の数を表す。なお、低振動数域には他に固有振動数が約 448Hz の(1,5)モードが存在したが、制振対象の三つ

の振動モードと圧電素子の極性が等しいため、バンドパスフィルタの有無と無関係に不安定になったり励起したりすることはなかった。インダクタンスには GIC (Generalized Impedance Converter) による合成可変インダクタンス<sup>(50)</sup>を用いた。コイルで最適値を実現するとそのサイズが非常に大きくなるためである。また、実験では(1,1)モードを抑える回路にのみ図 8.4 に示すバンドパスフィルタを使用した。(1,3)モードと(3,1)モードは小さい増幅率で十分な制振性能を得られたが、(1,1)モードは大きい増幅率で制振する必要があったためである。バンドパスフィルタを用いない場合は増幅率の和が 20 以上の場合に高周波数域でスピルオーバーが発生した。

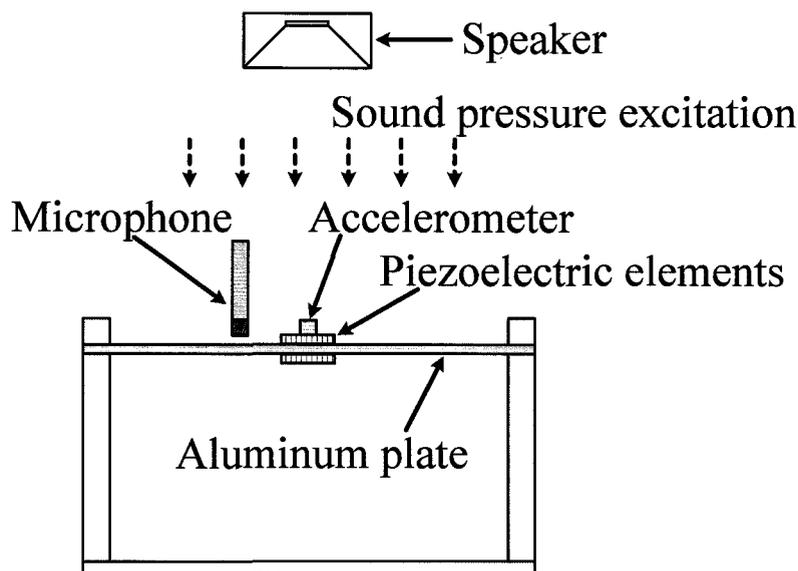


Fig. 8.2 Schematic diagram of the experimental apparatus.

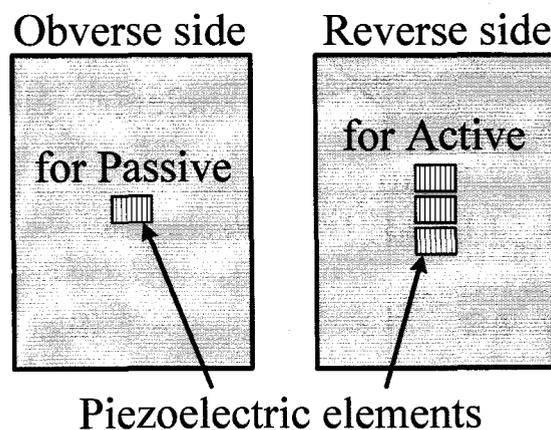


Fig. 8.3 Schematic diagram of the plate.

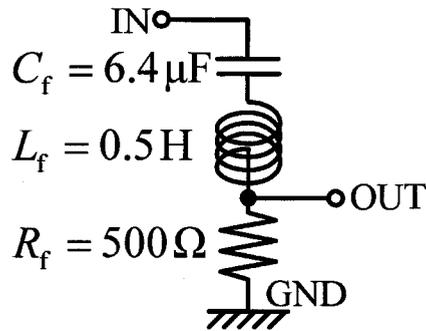


Fig. 8.4 Band-pass filter used in the experiment.

### 8.3.2 実験方法

図 8.2 のように平板を音圧で加振し、加速度ピックアップとマイクロフォンを用いて平板の振動加速度と加振音圧を測定した。ここで、加速度ピックアップは  $(x, y) = (0.125\text{m}, 0.20\text{m})$  の位置に、マイクロフォンは  $(x, y, z) = (0.15\text{m}, 0.15\text{m}, 0.015\text{m})$  の位置に設置した。図 8.5 に座標軸の取り方を示す。  $z$  は平板の中立面からの距離である。実験で計測した伝達関数  $G_E$  は

$$G_E = \frac{\ddot{W}_A}{P_M} \quad (8.47)$$

である。ここで、 $\ddot{W}_A$  は加速度ピックアップの加速度、 $P_M$  はマイクロフォンの音圧である。

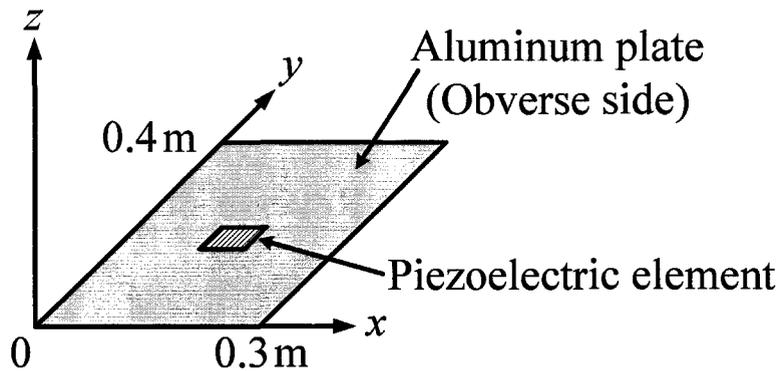


Fig. 8.5 Coordinate of a plate.

### 8.3.3 短絡回路を接続した場合

図 8.6 に四つの圧電素子全てに短絡回路を接続した場合の実験結果を示す。また、表 8.1 に図 8.6 の結果より求めた平板の諸元を、表 8.2 に圧電素子の諸元を示す。ここで、 $D$  はモード減衰係数である。理論解析ではモード減衰係数が小さい系への減衰付加を想定し、理論式の展開も簡易になるのでモード減衰係数を無視したが、周波数応答ではモード減衰係数の大きさによ

て共振ピーク値に差を生じるので、ここでは値を示した。以降の実験では図 8.6 を非制御時の結果として制振性能を比較する。

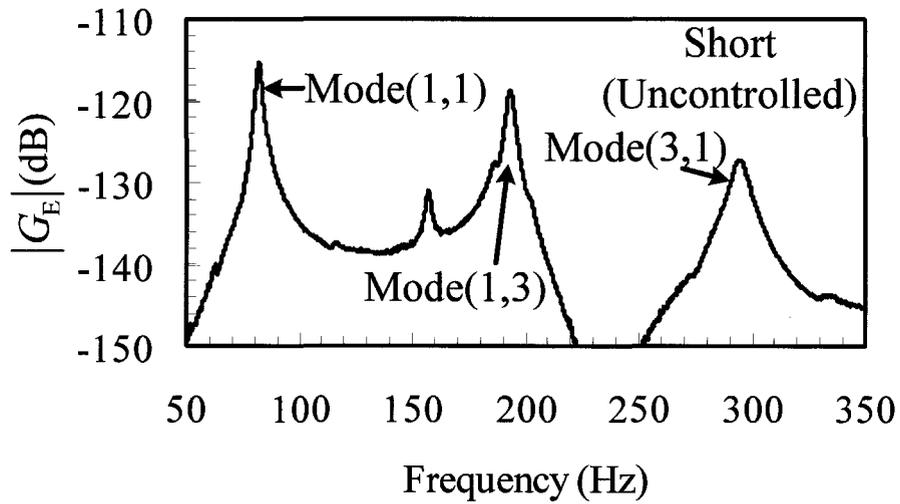


Fig. 8.6 Experimental result of frequency response with a short circuit.

Table 8.1 Modal material parameters of the plate.

Mode(1,1) 82.00 Hz	$M_1$	1.000 kg
	$K_1$	265500 N/m
	$D_1$	18.8 Ns/m
Mode(1,3) 193.7 Hz	$M_2$	1.000 kg
	$K_2$	1480000 N/m
	$D_2$	23.6 Ns/m
Mode(3,1) 294.6 Hz	$M_3$	1.000 kg
	$K_3$	3426000 N/m
	$D_3$	53.8 Ns/m

Table 8.2 Material parameters of the piezoelectric elements.

$\alpha_1 = 0$	$C_{pP}^S$	0.0435 $\mu\text{F}$
$\alpha_1 = 5$	$C_{pP}$	0.0495 $\mu\text{F}$
$\alpha_1 = 20$	$C_{pP}$	0.0784 $\mu\text{F}$
$\alpha_1 = 30$	$C_{pP}$	0.100 $\mu\text{F}$
Mode(1,1)	$\Theta_{p1}$	0.00437 N/V
	$\kappa_1$	2.74
Mode(1,3)	$\Theta_{p2}$	0.0111 N/V
	$\kappa_2$	2.78
Mode(3,1)	$\Theta_{p3}$	0.0174 N/V
	$\kappa_3$	2.58

### 8.3.4 各振動モードを受動的に抑制した場合

図 8.7 に各振動モードを四枚の圧電素子全てと LR 直列回路を用いて受動的に抑制した場合の実験結果を示す。(1,1)モードと(3,1)モードで約 5dB, (1,3)モードで約 7dB の振動低減効果があった。この手法では一つの振動モードしか抑えることができないが、多自由度回路を用いた多

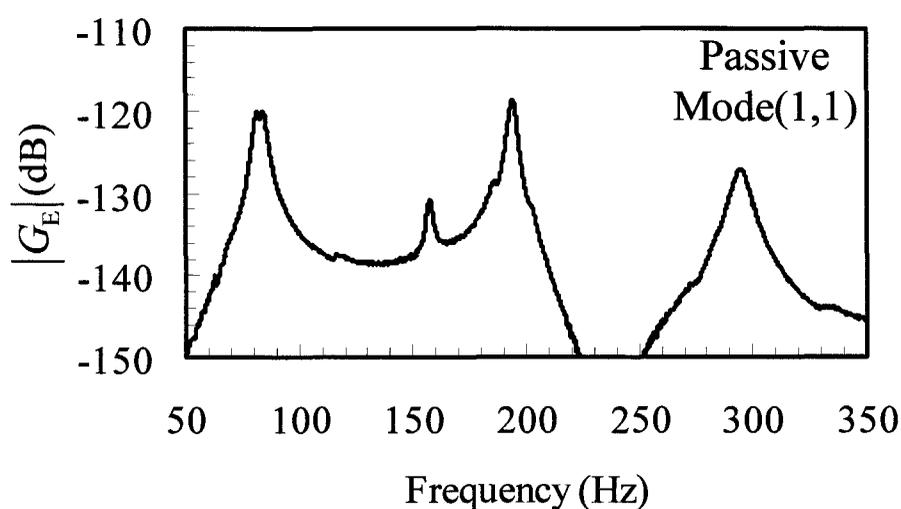


Fig. 8.7 Experimental result of frequency response when the Mode(1,1) was suppressed by passive method.

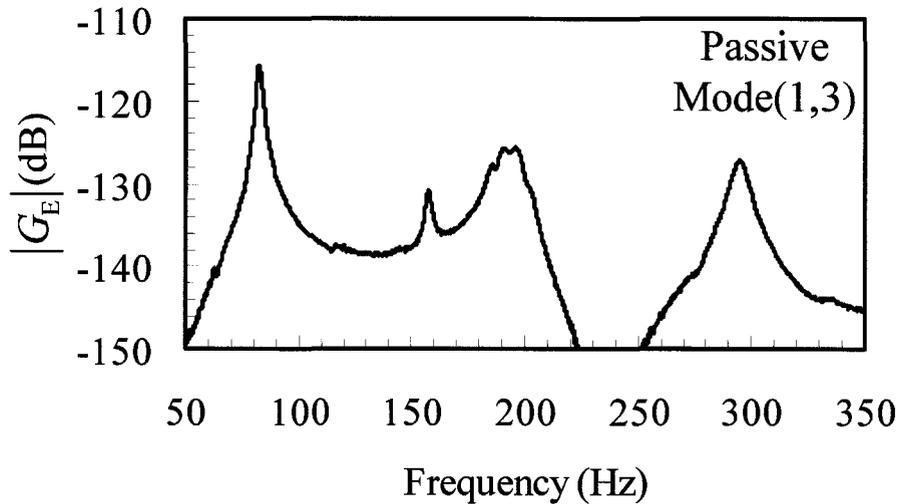


Fig. 8.8 Experimental result of frequency response when the Mode(1,3) was suppressed by passive method.

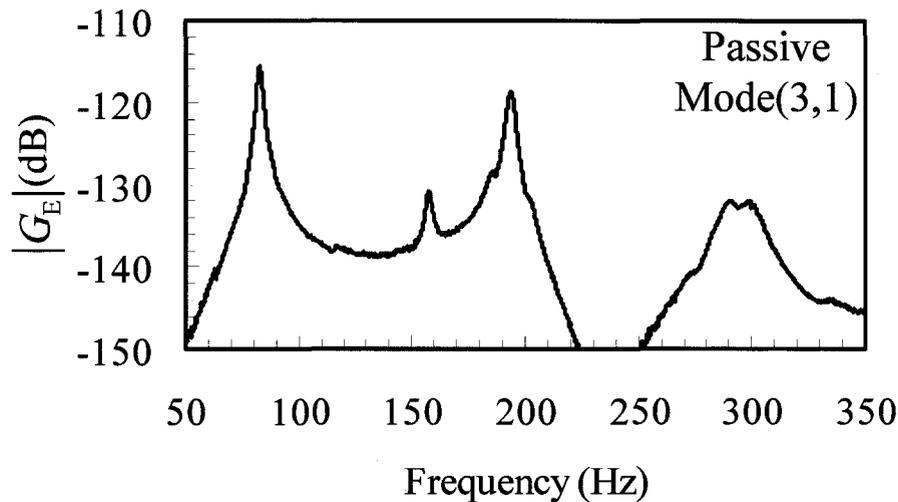


Fig. 8.9 Experimental result of frequency response when the Mode(3,1) was suppressed by passive method.

モード受動制振では各振動モードの制振性能がこれらの結果より低下する。

### 8.3.5 ハイブリッド多モード制振の場合

図 8.10 にハイブリッド制振回路を用いて(1,1)モードのみを制振した場合 (Case 1), 図 8.11, 8.12 に本章で提案するハイブリッド多モード制振回路を用いて(1,1)モードと(1,3)モードを同時に制振した場合 (Case 2) と, (1,1)モード, (1,3)モード, (3,1)モードを同時に制振した場合 (Case 3) の実験結果を示す. 表 8.3, 8.4 に回路の実験値と理論値を示す. ここで, (1,3)モードと(3,1)

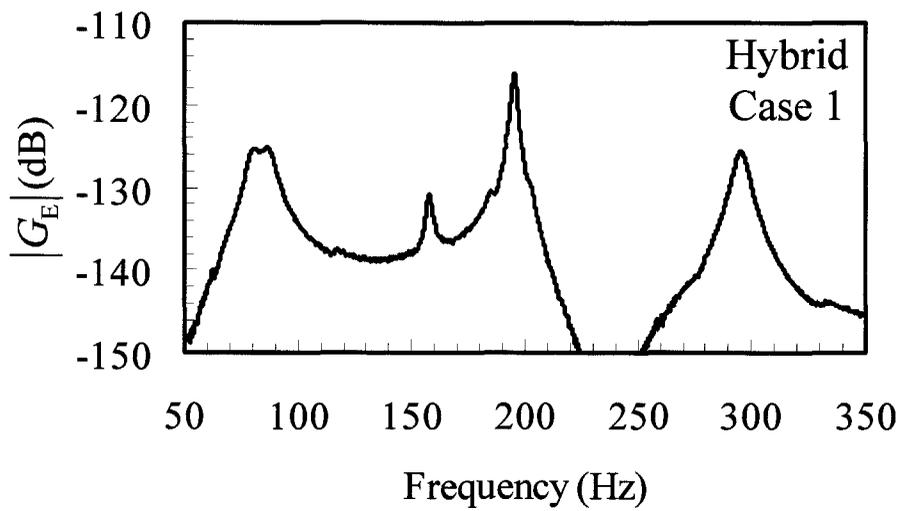


Fig. 8.10 Experimental result of frequency response of Case 1 ( $\alpha_1 = 5$ ,  $\alpha_2 = 0$ ,  $\alpha_3 = 0$ ).

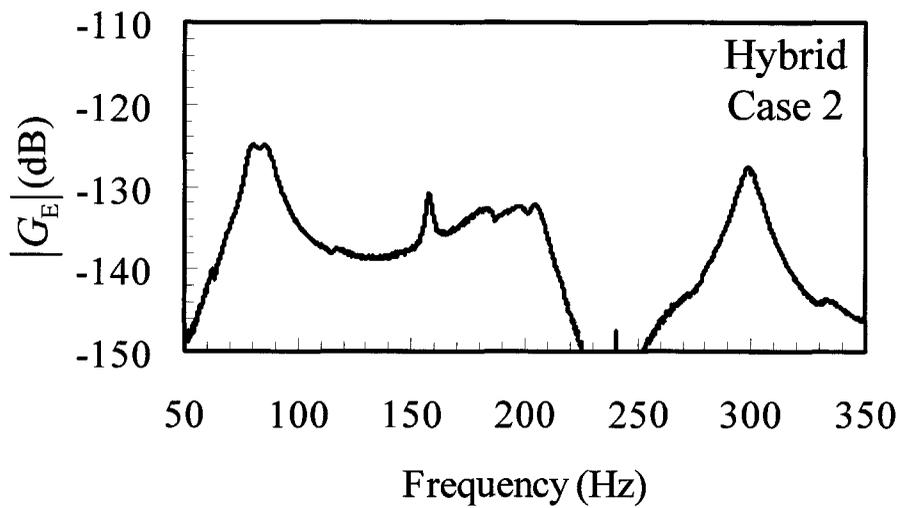


Fig. 8.11 Experimental result of frequency response of Case 2 ( $\alpha_1 = 5$ ,  $\alpha_2 = 5$ ,  $\alpha_3 = 0$ ).

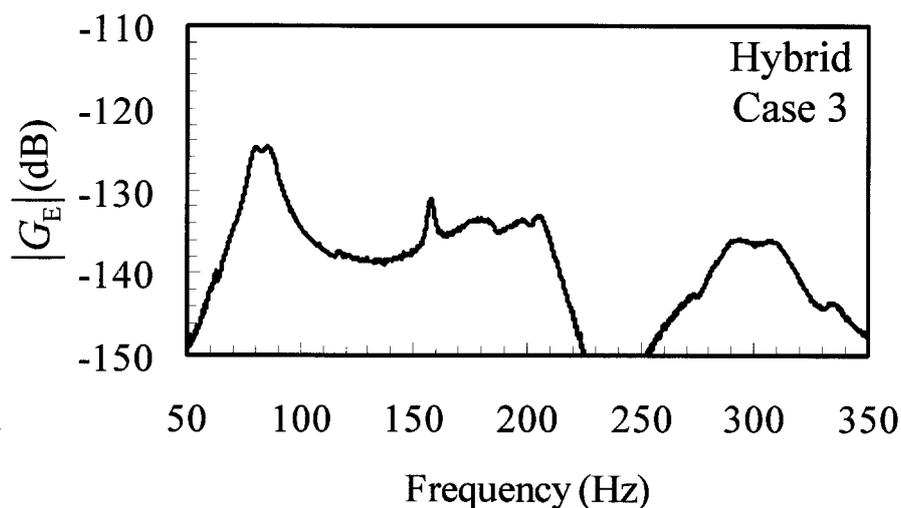

 Fig. 8.12 Experimental result of frequency response of Case 3 ( $\alpha_1 = 5$ ,  $\alpha_2 = 5$ ,  $\alpha_3 = 5$ ).

Table 8.3 Values of the circuit of Case 1-3 in the experiment.

Experiment	Case 1	Case 2	Case 3
$\alpha_1$	5	5	5
$\alpha_2$	0	5	5
$\alpha_3$	0	0	5
$L_1$ (H)	68.5	72.7	74.7
$R_1$ ( $\Omega$ )	4840	5560	5570
$C_{pp}$ ( $\mu\text{F}$ )	0.0495	0.0495	0.0495
$L_2$ (H)	/	2.21	2.15
$R_2$ ( $\Omega$ )		596	627
$C_2$ ( $\mu\text{F}$ )		0.220	0.220
$L_3$ (H)	/	/	10.3
$R_3$ ( $\Omega$ )			2060
$C_3$ ( $\mu\text{F}$ )			0.0220

Table 8.4 Theoretical values of the circuit of Case 1-3.

Theory	Case 1	Case 2	Case 3
$\alpha_1$	5	5	5
$\alpha_2$	0	5	5
$\alpha_3$	0	0	5
$L_1$ (H)	72.9	72.9	72.9
$R_1$ ( $\Omega$ )	6800	6800	6800
$C_{pP}$ ( $\mu$ F)	0.0495	0.0495	0.0495
$L_2$ (H)	/	2.92	2.92
$R_2$ ( $\Omega$ )		675	675
$C_2$ ( $\mu$ F)		0.220	0.220
$L_3$ (H)		/	12.4
$R_3$ ( $\Omega$ )			4310
$C_3$ ( $\mu$ F)			0.0220

モードを抑えるための LRC 回路では最初にコンデンサの値を決定し、式(8.42)、(8.43)よりインダクタンスと抵抗の最適値を求めた。受動制振よりも制振性能を高くするために、ここでは増幅率は全て 5 とした。これらの結果より制振する振動モードの数が増加しても各振動モードの制振性能は低下しないことが確認できる。

図 8.12 に示した三つの振動モードの同時制振において、(1,3)モードと(3,1)モードに比べて(1,1)モードの制振性能が不足しているため、 $\alpha_1$  を 5 から 30 に変更し、(1,1)モードの制振性能を高める実験を行った (Case 4)。図 8.13 に結果を示す。表 8.5 に回路の実験値と理論値を示す。この結果より、各振動モードの制振性能を任意に調整できることが確認できる。なお、この実験では(1,1)モードに用いたバンドパスフィルタの影響による減衰の低下と  $C_{pP}$  の変化が原因で、(1,3)モードと(3,1)モードの制振性能が数 dB 低下したが、 $\alpha_2$  と  $\alpha_3$  の値を順に調整することによって(1,1)モードの制振性能を変化させることなく(1,3)モードと(3,1)モードの制振性能を独立に調整できるので問題にはならない。

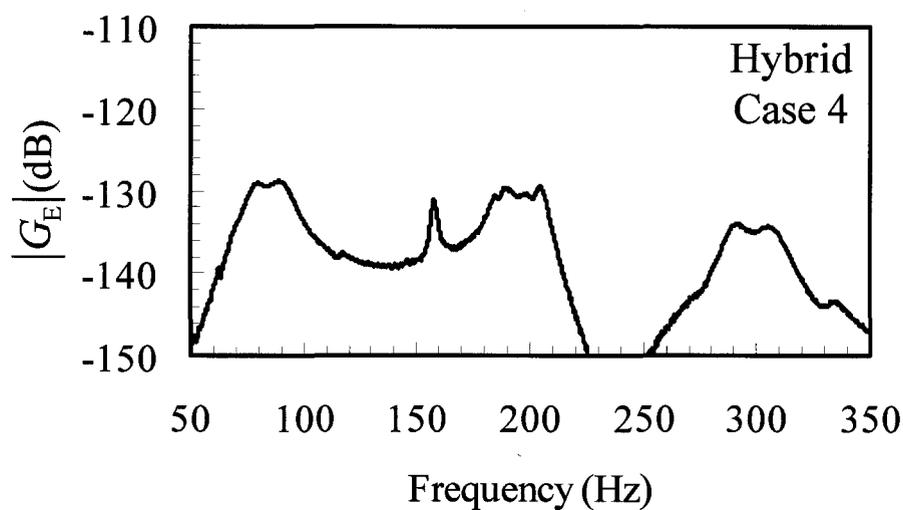

 Fig. 8.13 Experimental result of frequency response of Case 4 ( $\alpha_1 = 30$ ,  $\alpha_2 = 5$ ,  $\alpha_3 = 5$ ).

Table 8.5 Values of the circuit of Case 4.

	Experiment	Theory
$\alpha_1$	30	30
$\alpha_2$	5	5
$\alpha_3$	5	5
$L_1$ (H)	36.1	33.5
$R_1$ ( $\Omega$ )	4570	5330
$C_{pP}$ ( $\mu\text{F}$ )	0.100	0.100
$L_2$ (H)	2.38	3.00
$R_2$ ( $\Omega$ )	490	483
$C_2$ ( $\mu\text{F}$ )	0.220	0.220
$L_3$ (H)	10.9	12.8
$R_3$ ( $\Omega$ )	2220	3120
$C_3$ ( $\mu\text{F}$ )	0.0220	0.0220

表 8.6 に、実験装置の諸元を用いて理論的に求めた無次元化したコンプライアンス  $\xi_i/\xi_{sti}$  の各振動モードにおける振動低減量を示す。ここで、 $\xi_i$  はモード減衰比であり、振動低減量は非制御時の結果と比較した値である。ただし、受動制振やハイブリッド多モード制振では主系のモード減衰係数を無視し、近似的に定点の振幅を最大振幅とした。なお、ハイブリッド多モード制振での定点の振幅は式(8.39)より求めることができる。また、受動制振の結果は図 8.7-8.9 の実験結果と同様に一つの振動モードを抑えた場合の結果である。受動制振やハイブリッド多モード制振による振動低減量は図 8.7-8.13 に示した実験結果とよく一致しており、理論解析の有効性が確認できる。

Table 8.6 Theoretical amount of reduction of peaks at each vibration mode.

	Mode(1,1)	Mode(1,3)	Mode(3,1)
$\xi_i$	0.0182	0.00970	0.0145
Passive	3.69 dB	9.86 dB	6.37 dB
$\alpha_1 = 5$			
$\alpha_2 = 5$	9.14 dB	15.1 dB	11.5 dB
$\alpha_3 = 5$			
$\alpha_1 = 30$			
$\alpha_2 = 5$	13.8 dB	12.0 dB	8.39 dB
$\alpha_3 = 5$			

## 8.4 結言

圧電素子とアナログ回路を用いたハイブリッド多モード制振回路を提案した。この手法では各振動モードを抑える回路を並列化することでそれぞれの回路の最適調整と制振性能の調整が独立し、抑える振動モードの数が増加しても各振動モードの制振性能は低下しないことを示した。定点理論にもとづいて回路の最適値を導出し、実験によりこれらの理論解析の妥当性と本手法の有効性を確認した。

また、系の安定性を解析し、不安定化の回避に有効な手法を提案した。実験で 1 枚と 3 枚に

分けた二組の圧電素子を近い位置に貼り付け，増幅器の増幅率が大きい回路にバンドパスフィルタを適用することでスピルオーバを回避できることを示した。

---

## 第9章 結論

本論文では圧電素子を用いたはりや平板等の曲げ振動の抑制を取り上げ、以下の結果を得た。

2章では圧電素子とLR直列回路またはLR並列回路を用いた受動制振で、定点理論に則した最適抵抗値を導出した。また、振動の評価指標がコンプライアンスの場合だけではなく、モビリティやアクセラランスで評価する場合の回路の最適値も新たに求めた。LR直列回路を用いる場合とLR並列回路を用いる場合を比較し、制振性能と最適インダクタンスの値はどちらの場合もほぼ等しいことと、最適抵抗値が大きく異なることを解析的に示した。数値計算と実験を行い、これらの解析結果の妥当性を確認した。この結果、圧電素子とLR回路を用いた受動制振の回路の最適値と制振性能が理論的に説明された。

3章では圧電素子を用いた能動制振と受動制振の等価機械モデルと等価電気モデルを示し、元の制振システムと理論的に一致することを証明した。また、複数の圧電素子を用いて制振する場合についても、圧電素子を一組にまとめて使用する場合とそれぞれに制御器や回路を接続する場合に分けて等価モデルの導出方法を示した。以降の章で新しい手法を提案する場合に、必要に応じて等価機械モデルを合わせて図示し、等価モデルを用いれば制振のメカニズムが容易に理解でき、これまでに提案されている機械式の制振装置の知見を活用できることを示した。

4章では圧電素子の電気機械結合係数と等価剛性比を実験で高精度に求める新しい手法とその値の算出式を提案した。従来の方法ではこれらの値が小さいために精度が不十分になる場合でも、数値計算と実験の結果がほぼ一致する高精度な値を求められることを理論と実験の両方で示した。また、この手法は主系減衰や使用するインダクタンスや圧電素子が持つ抵抗成分によって精度が低下する場合があるため、その精度の低下を抑制する方法として負性抵抗接続法と周波数応答重ね合わせ法を提案し、これらの有効性についても実験で検証した。本研究で用いた実験装置の圧電素子の諸元はこの手法で全て求めたため、いずれの場合も数値計算と実験の結果がよく一致し、それぞれの手法とその理論解析の妥当性の検証に大いに貢献した。

5章では機械式の二重動吸振器に相当するモデルを圧電素子と電子回路で提案した。機械式の二重動吸振器には並列型と直列型があり、5章ではその両方に相当するモデルを示した。数値計

---

算と実験により、ノミナルモデルで回路を最適に調整した場合は直列二重動吸振器に相当する回路の制振性能が高く、主系の固有振動数の変化を考慮して装置のロバスト性を向上させた回路調整を行う場合は並列型、直列型ともに従来の一重動吸振器に相当する回路よりも制振性能が高いことを示した。

6章では圧電素子とLR回路を用いた受動制振の制振メカニズムを応用し、圧電素子を二組に分けてその制振力を増幅するハイブリッド制振の手法を提案した。回路の最適値を定点理論にもとづいて導出し、理論的に装置内の増幅器と制振性能の関係を明らかにした。また、実験によりこれらの理論解析の妥当性を検証した。この手法では増幅器を用いて制振力を高めるため系が不安定になる場合がある。そこで、不安定化の原因とそれを防ぐ手法を提示し、実験に適用することで容易に不安定化を回避できることを示した。また、二組の圧電素子間の応力の伝達が大きくなると、受動制振用の圧電素子のキャパシタンスが増加するため制振性能の低下につながることを示した。

7章では主系の振動変位信号を用いたハイブリッド制振手法を提案した。この手法においても回路の最適値を定点理論にもとづいて導出し、制振性能と装置内の増幅器の関係を理論的に解明した。また、系の安定性についても解析し、変位センサーと圧電素子の極性の関係によっては制振対象外の振動モードにおいても減衰付加効果があることを示した。数値計算と実験によりこれらの理論解析の妥当性とこのハイブリッド制振手法の有効性を確認した。

8章では6章で提案したハイブリッド制振手法を基礎に、圧電素子とアナログ回路によるハイブリッド多モード制振の手法を提案した。この手法では各振動モードを抑える回路を並列化することでそれぞれの回路の最適調整が独立し、抑える振動モードの数が増加しても各振動モードの制振性能は低下しないことを示した。定点理論にもとづいて回路の最適値を導出し、実験によりこれらの理論解析の妥当性とこの手法の有効性を検証した。6章で提案したハイブリッド制振の場合と同様に装置内の増幅率が大きい場合は制振対象外の振動モードでスプルーオーバーが発生する可能性があるが、バンドパスフィルタを用いることで制振対象外の振動モードへの影響を小さくすれば不安定化を回避できることを実験で示した。

以上のように圧電素子を用いた受動制振を中心に、従来の研究では解決されていなかった問題に取り組み、それぞれに対して新しい手法等を提案した。しかし、さらなる性能の向上やブレイクスルーが必要である。ただし、いかなる革新的な手法であっても、その原理やメカニズ

ムは基礎的な知見の組み合わせで成り立っていることが多い。本研究で得た知見が今後の圧電素子を用いた制振の発展の礎石となることを期待し、広く実用化される日が来ることを願って本論文を締めたい。



---

## 参考文献

- (1) 早坂嘉雄・吉川昭吉郎, 音響振動論, (1974), 丸善.
- (2) 時田保夫・森村正直, 精密防振ハンドブック, (1987), 日経印刷.
- (3) 時田保夫・森村正直, 防振制御ハンドブック, (1992), フジ・テクノシステム.
- (4) 長松昭男・ほか 8 名, ダイナミクス・ハンドブック, (1993), 朝倉書店.
- (5) 飯田一嘉・ほか 3 名, 現場実務者と設計者のための実用 騒音・振動制御ハンドブック, (2000), エヌ・ティー・エス.
- (6) 内野研二, 圧電/電歪アクチュエータ, (1986), 森北出版.
- (7) デン・ハルトック, 機械振動論, (1960), コロナ社.
- (8) N. W. Hagood, and A. Von Flotow, "Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 146, No. 2 (1991), pp. 243-268.
- (9) 何信宗・ほか 2 名, 圧電素子によるはりの曲げ振動の受動制振, 日本機械学会論文集 (C 編) 66 巻 643 号 (2000), pp. 737-743.
- (10) Robert L. Forward, "Electronic Damping of Vibrations in Optical Structures", *Applied Optics*, Vol. 18, No. 5 (1979), pp. 690-697.
- (11) 藤田隆史・ほか 4 名, ピエゾ素子を用いたスマート構造によるパッシブ微振動制振の基礎的研究, 日本機械学会論文集 (C 編) 66 巻 644 号 (2000), pp. 1097-1101.
- (12) 瀧上唯夫・ほか 2 名, ピエゾ素子を用いたパッシブ制振による鉄道車両の弾性振動低減, 日本機械学会論文集 (C 編) 68 巻 674 号 (2002), pp. 3029-3036.
- (13) Chul H. Park, and Daniel J. Inman, "A Uniform Model for Series R-L and Parallel R-L Shunt Circuits and Power Consumption", *Proceeding of SPIE Conference on Smart Structures and Integrated Systems*, Vol. 3668, (1999), pp. 797-804.
- (14) 高木賢太郎・ほか 4 名, 圧電素子を用いたパッシブ制振におけるロバスト性能指標に基づくシャント回路素子値の最適化, 日本機械学会論文集 (C 編) 69 巻 688 号 (2003), pp. 3183-3189.

- 
- (15) 高木賢太郎・ほか4名, 圧電素子を用いたシャントダンピングのための実験的パラメータ同定法, 日本機械学会論文集 (C編) 70巻690号 (2004), pp. 445-452.
  - (16) Gregory S. Agnes, “Development of a Modal Model for Simultaneous Active and Passive Piezoelectric Vibration Suppression”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 6, (1995), pp. 482-487.
  - (17) M. S. Tsai, and K. W. Wang, “On the Structural Damping Characteristics of Active Piezoelectric Actuators with Passive Shunt”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 221, No. 1 (1999), pp. 1-22.
  - (18) Kazuhiko Adachi, Yoshifumi Awakura and Takuzo Iwatsubo, “Hybrid Piezoelectric Damping for Structural Vibration Suppression”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 15, (2004), pp. 795-801.
  - (19) 安達和彦・ほか2名, 圧電素子を用いた受動/能動混成型制振システムの設計に関する研究, 日本機械学会論文集 (C編) 65巻636号 (1999), pp. 3102-3107.
  - (20) 安達和彦・ほか2名, 圧電素子を用いた構造物の受動/能動混成型制振システムの設計に関する研究, 日本機械学会論文集 (C編) 66巻652号 (2000), pp. 3867-3873.
  - (21) Jeffrey J. Dosch, and Daniel J. Inman, “A Self-Sensing Piezoelectric Actuator for Collocated Control”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 3, (1992), pp. 166-185.
  - (22) 瀧上唯夫・ほか2名, 仮想ブリッジ回路に基づくセルフセンシング・アクチュエータを用いたはりの軌跡制御, 日本機械学会論文集 (C編) 64巻624号 (1998), pp. 2931-2938.
  - (23) 何信宗・ほか2名, セルフセンシング・ピエゾアクチュエータによるはりのハイブリッド振動制御, 日本機械学会論文集 (C編) 66巻645号 (2000), pp. 1537-1543.
  - (24) 大嶋和彦・ほか2名, セルフセンシング・アクチュエータを用いたはりのロバストな制振制御, 日本機械学会論文集 (C編) 62巻604号 (1996), pp. 4499-4506.
  - (25) 大嶋和彦, 圧電素子のセルフセンシング・アクチュエーションとその応用, システム制御情報学会誌 44巻5号 (2000), pp. 281-288.
  - (26) 梶原逸朗・上原学, スマート構造における圧電アクチュエータ形状と制御系の同時最適設計, 日本機械学会論文集 (C編) 69巻684号 (2003), pp. 2093-2100.
  - (27) 梶原逸朗・ほか3名, スマート構造における圧電アクチュエータ形状/配置と制御系の同時最適設計, 日本機械学会論文集 (C編) 68巻674号 (2002), pp. 2925-2932.

- 
- (28) 西垣勉・ほか2名, 圧電フィルムによるはり振動の検出と制御, 日本機械学会論文集 (C編) 63巻615号 (1997), pp. 3728-3734.
- (29) 西垣勉・ほか2名, 圧電フィルムセンサ/アクチュエータによるはりの振動制御, 日本機械学会論文集 (C編) 65巻633号 (1999), pp. 1937-1945.
- (30) 西垣勉・ほか2名, 厚さの異なる圧電フィルムを用いたセルフセンシングアクチュエータの提案 (第1報), 日本機械学会論文集 (C編) 67巻655号 (2001), pp. 612-619.
- (31) 西垣勉・ほか2名, 厚さの異なる圧電フィルムを用いたセルフセンシングアクチュエータの提案 (第2報), 日本機械学会論文集 (C編) 67巻655号 (2001), pp. 620-625.
- (32) 西垣勉・ほか2名, 圧電フィルム積層型セルフセンシングアクチュエータの開発, 日本機械学会論文集 (C編) 69巻680号 (2003), pp. 874-881.
- (33) 奥川雅之・堀康郎, 圧電素子を用いたスマート柔軟片持ち梁の自己調整問題, 日本機械学会論文集 (C編) 69巻680号 (2003), pp. 858-865.
- (34) Shu-Yau Wu, "Method for Multiple Mode Piezoelectric Shunting with Single PZT Transducer for Vibration Control", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 9, (1998), pp. 991-998.
- (35) A. J. Fleming, S. Behrens, and S. O. R. Moheimani, "Optimization and Implementation of Multimode Piezoelectric Shunt Damping Systems", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 7, No. 1 (2002), pp. 87-94.
- (36) 江川幸一, 知的 (スマート) 材料・構造, 日本機械学会誌 99巻929号 (1996), pp. 239-245.
- (37) A. J. Fleming, S. Behrens, and S. O. R. Moheimani, "Reducing the Inductance Requirements of Piezoelectric Shunt Damping Systems", *Smart Materials and Structures*, Vol. 12, (2003), pp. 57-64.
- (38) Chul H. Park, and Daniel J. Inman, "Enhanced Piezoelectric Shunt Design", *Shock and Vibration*, Vol. 10, (2003), pp. 127-133.
- (39) Joseph J. Hollkamp, and Thomas F. Starchville, Jr., "A Self-Tuning Piezoelectric Vibration Absorber", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 5, (1994), pp. 559-566.
- (40) S. Behrens, A. J. Fleming, and S. O. R. Moheimani, "A broadband controller for shunt piezoelectric damping of structural vibration", *Smart Materials and Structures*, Vol. 12, (2003), pp. 18-28.

- 
- (41) 瀧上唯夫・ほか2名, ピエゾ素子を用いた鉄道車両の弾性振動低減, 日本機械学会論文集 (C編) 71巻704号 (2005), pp. 1254-1262.
- (42) C. Richard, D. Guyomar, D. Audigier, and G. Ching, “Semi-Passive Damping Using Continuous Switching of a Piezoelectric Device”, *Proceedings of the SPIE Smart Structures and Materials Conference*, Vol. 3672, (1999), pp. 104-111.
- (43) C. Richard, D. Guyomar, D. Audigier, and H. Bassaler, “Enhanced Semi Passive Damping Using Continuous Switching of a Piezoelectric Device on an Inductor”, *Proceedings of the SPIE Smart Structures and Materials Conference*, Vol. 3989, (2000), pp. 288-299.
- (44) 高木賢太郎・ほか5名, 圧電素子を用いたスイッチング LR シャントダンピングにおける回路素子値最適化, 日本機械学会論文集 (C編) 71巻704号 (2005), pp. 1193-1200.
- (45) Junjiro Onoda, Kanjuro Makihara and Kenji Minesugi, “Energy-Recycling Semi-Active Method for Vibration Suppression with Piezoelectric Transducers”, *AIAA Journal*, Vol. 41, No. 4 (2003), pp. 711-719.
- (46) Kanjuro Makihara, Junjiro Onoda, and Kenji Minesugi, “Low-Energy-Consumption Hybrid Vibration Suppression Based on an Energy-Recycling Approach”, *AIAA Journal*, Vol. 43, No. 8 (2005), pp. 1706-1715.
- (47) J. Ormondroyd, and J. P. Den Hartog, “The Theory of the Dynamic Vibration Absorber”, *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, Vol. 50, No. 7 (1928), pp. 9-22.
- (48) 長松昭男, モード解析, (1985), 培風館.
- (49) 谷口修, 振動工学ハンドブック, (1976), 養賢堂.
- (50) 堀敏夫, アナログフィルタの回路設計, (1998), 総合電子出版社.
- (51) C. Rajalingham, R. B. Bhat, and G. D. Xistris, “Vibration of Rectangular Plates by Reduction of the Plate Partial Differential Equation into Simultaneous Ordinary Differential Equations”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 203, No. 1 (1997), pp. 169-180.
- (52) 岩浪孝一・背戸一登, 複合動的吸振器により制振された振動絶縁器の研究, 日本機械学会論文集 (C編) 47巻415号 (1981), pp. 283-291.
- (53) 岩浪孝一・背戸一登, 2個の複合動的吸振器の最適設計法とその効果, 日本機械学会論文集 (C編) 50巻449号 (1984), pp. 44-52.

- 
- (54) 安田正志・潘公宇, 直列二重動吸振器の最適設計と制振効果, 日本機械学会論文集 (C 編) 69 巻 688 号 (2003), pp. 3175-3182.
- (55) 潘公宇・安田正志, 多重動吸振器のロバスト最適設計法, 日本機械学会論文集 (C 編) 71 巻 712 号 (2005), pp. 3430-3436.



---

## 本論文に関連した既発表論文

1. 山田啓介・松久寛・宇津野秀夫・朴正圭, 圧電素子と LR 回路を用いた受動制振の定点理論による最適設計, Optimum Design of Passive Vibration Suppression Using Piezoelectric Elements and LR Circuit, 日本機械学会論文集 (C 編) 71 巻 707 号 (2005), pp. 2187-2194.
2. 山田啓介・松久寛・宇津野秀夫・朴正圭, インダクタンスを用いた圧電素子の電気機械結合係数の高精度な測定法, Precise Measuring Method of Electromechanical Coupling Coefficient of Piezoelectric Element, 日本機械学会論文集 (C 編) 71 巻 710 号 (2005), pp. 2896-2903.
3. 山田啓介・松久寛・宇津野秀夫・朴正圭, 圧電素子を用いた柔軟構造物のハイブリッド制振に関する研究, Hybrid Vibration Suppression of Flexible Structures Using Piezoelectric Elements, 日本機械学会論文集 (C 編) 72 巻 716 号 (2006), pp. 1145-1153.
4. 山田啓介・松久寛・宇津野秀夫, 圧電素子を用いた柔軟構造物のハイブリッド多モード制振, Hybrid Vibration Suppression of Multiple Vibrational Modes of Flexible Structures Using Piezoelectric Elements, 日本機械学会論文集 (C 編) 採録決定.
5. 山田啓介・松久寛・宇津野秀夫, 圧電素子を用いた制振システムの等価機械モデルと等価電気モデル, Equivalent Mechanical and Electrical Models of the Vibration Suppression System Using Piezoelectric Elements, 日本機械学会論文集 (C 編) 投稿中.
6. 山田啓介・松久寛・宇津野秀夫, 圧電素子と電子回路を用いた二重吸振器による受動制振, Passive Vibration Suppression by Piezoelectric Elements and Dual-Inductance Circuit, 日本機械学会論文集 (C 編) 投稿中.
7. Keisuke Yamada, Hiroshi MATSUHISA, Hideo UTSUNO, and Jeong Gyu PARK, Optimum Design of Hybrid Vibration Suppression Using Piezoelectric Elements, *Proceedings of the First International Symposium on Advanced Technology of Vibration and Sound*, Hiroshima, Japan, 2005, pp. 133-137.
8. Keisuke Yamada, Hiroshi MATSUHISA, Hideo UTSUNO, and Jeong Gyu PARK, Passive Vibration Suppression in Flexible Structures Using Piezoelectric Elements and LR Circuit,

---

*Proceedings of the 11th Asia Pacific Vibration Conference*, Langhawi, Malaysia, 2005, pp. 525-530.

9. Keisuke Yamada, Hiroshi MATSUHISA, Hideo UTSUNO, and Jeong Gyu PARK, Precise Measurement Technique of the Electromechanical Coupling Coefficient of Piezoelectric Elements, *Proceedings of the 8th International Conference on Motion and Vibration Control*, Daejeon, Korea, 2006, MA1-3.

---

## 謝辞

本研究を進めるにあたり，ご指導並びにご鞭撻を賜りました京都大学大学院工学研究科松久寛教授に心より感謝の意を表します．先生には公私に渡って非常にお世話になるとともに，その斬新で無駄のない研究や外交のスタイルから数多くのことを学びました．今後に生かしたいと思っています．

京都大学大学院工学研究科宇津野秀夫助教授には，研究を進める過程の要所において貴重なご助言並びにご指導を賜りました．心より感謝を申し上げます．振動工学だけではなく音響や波動の視点を与えていただき，また，時には企業人の姿勢を垣間見せていただきました．

朴正圭氏には，氏の助手時代を含め，公私に渡ってご指導並びにご協力をいただきました．厚く御礼申し上げます．私がこの研究に取り組むきっかけを与えていただきました．

上西甲朗氏，劉延慶氏，奥山智尚氏，Lovely Son 氏，澤田勝利氏には，研究や実験に関する議論の相手をしていただき，多くの助言をいただきました．深く感謝を申し上げます．日々の議論によって理解が深まること大でした．

振動工学研究室の先輩，同輩，後輩の皆様にも研究の遂行に際して数々のご協力をいただきました．感謝を申し上げます．

また，学部時代と修士時代を中心とする友人達にはこの三年間，ずいぶん励ましていただきました．その差は本当に大きかったと思います．ありがとうございました．

最後に，常に大学での研究生活を支え，励ましてくれた両親と兄妹に感謝の意を表します．

