構造物基礎の地震応答に関する研究

昭和44年3月

土　岐　憲　三

構造物基礎の地震応答に関する研究

昭和44年3月

土　岐　憲　三

構造物基礎の地震応答に関する研究

目　　次

緒　論

第1章　序　論

第2章　本論文の概要

第1編　水中構造物の地震応答 …… 1

第1章　概　説 …… 1

第2章　柱状構造物に作用する地震時動水圧 …… 3

(1) 地震時動水圧に関する基礎式 …… 3

(2) 円柱に作用する動水圧 …… 5

(3) 動水圧の周波数応答 …… 11

(4) 仮想質量とその分布 …… 15

(5) 仮想質量に関する模型実験 …… 19

(6) 地震時動水圧の近似計算式 …… 26

第3章　水中構造物の振動特性 …… 29

(1) 周波数応答 …… 29

(2) 仮想質量 …… 35

(3) 模型振動実験 …… 38

第4章　水の振動減衰効果 …… 45

(1) 水中構造物に作用する流体抵抗 …… 45

(2) 模型振動実験 …… 48

第５章　水中構造物の耐震設計に関する考察 …… 53

第６章　結　　言 …… 56

参 考 文 献 …… 58

第２編　地盤と地中構造物の地震応答 …… 59

第１章　概　　説 …… 59

第２章　地盤の震動観測例 …… 63

(1)　震動観測の概要 …… 63

(2)　観 測 結 果 …… 67

(3)　地中深度と速度スペクトル …… 68

(4)　地盤種別と加速度スペクトル …… 72

(5)　地震波の伝播速度 …… 74

第３章　砂質土における弾性波の伝播速度 …… 79

(1)　土 の 弾 性 波 速 度 …… 79

(2)　力学モデル …… 80

(3)　実験装置と実験方法 …… 88

(4)　弾性波速度と有効垂直応力の関係 …… 91

(5)　弾性波速度と間げきの関係 …… [illegible]

第４章　地中構造物に作用する地震力 …… 98

(1)　表層地盤内の地震波 …… 98

(2)　表層地盤内の散乱波 …… 105

(3)　構造物による地震波の散乱 …… 107

(4)　構造物に作用する地震力 …… 112

第５章　地中構造物の地震応答 …… 121

第６章　地中構造物の耐震設計に関する考察 …… 133

第7章　結　　言 …… 136
参考文献 …… 138

第3編　地震動の模擬とこれに対する構造物の応答 …… 141
第1章　概　　説 …… 141
第2章　強震記録とその模擬 …… 145
(1)　強震波形の不規則性 …… 145
(2)　地震動の非定常性 …… 151
(3)　定常確率過程による地震波形の模擬 …… 156
(4)　模擬地震波形の発生 …… 160
(5)　非定常確率過程による地震波形の模擬 …… 166
第3章　非定常確率過程入力に対する構造物の応答 …… 173
(1)　構造物の応答 …… 173
(2)　応答の評価 …… 178
(3)　確率量をパラメーターとする応答スペクトル …… 181
第4章　結　　言 …… 188
参考文献 …… 190

結　　論 …… 193

緒　　　　論

第1章　序　　論

地震は，何時，何処で，如何なる規模で起こるかを予測できない天災であり，古来より人々はこれに怖れを抱きかつ多くの震害を被ってきたが，近代になり構築物や諸施設が大規模になるにつれ，これらを地震から積極的に守り，被害を軽減する必要性が高まり，そのための努力を払ってきた。そしてこれが近代科学と結びついて一つの学問の体系を成す契機となったのが１９２３年の関東大震災であるとされている。このように耐震工学の歴史は浅いと同時に学問体系としても他の工学分野とは異なった面を持っている。すなわち，地震時における地盤や構造物の動的挙動がきわめて局地的な環境状態の支配下にあることによる現象の多様性と，耐震工学の最も特徴的な側面である未来のある時点において予測できない状態を伴う自然現象をその対象にしなければならないという宿命を持っていることとが,現象の観察によって得られる具体的な事実の認識から一般的法則を導くという帰納法的な観点に立つことを妨げ，方法論的考察が先行する演繹的な学問研究の方法がとられる点である。

こうした耐震工学上の最初の方法論として登場するのが，いわゆる震度法であり，現在もなおこれがわが国をはじめとする地震国といわれる国々の今日の耐震設計の根幹を成す一つの考え方である。そして以後の耐震工学はこの震度法を中心として進展したのであり，基準値の設定とその検討，振動論的観点に立脚した批判と修正などがその主たる動向であったと思われる。

一方，大規模な地震から構造物を守ることをその第一義とする耐震工学の進展のためには，激震時における地動の記録や構築物に作用する地震力に関する情報の必要性が痛感され，アメリカ合衆国では１９３２年にはすでに西部沿岸地域において強震計（Strong-Motion Accelerograph）が設置され始め，１９４０年にCalifornia 南部に発生したImperial Valley地震において，今日最も代表的な強震記録の一つとされているEl Centroでの強震記録が得られている

のである。そして，これが次の時代における新しい方法論を生み出す基礎ともなったのであるが，わが国ではこうした強震観測はようやく１９５５年にＳＭＡＣ委員会により実施されるようになり，昭和４３年３月現在すでに４００余台のＳＭＡＣ強震計が全国各地に配置されるに至ったのである。

耐震工学の発展の次のステップは地震動に対する構造物の応答解析の概念が新しくもたらされたことであろう。すなわち，１９４３年にＭ．Ａ．Biotが提唱し，Ｇ．Ｗ．Housnerがその後に進展させた応答スペクトルの概念は，地震動を特定のものに固定させておいて，構造物の特性を固有振動数と減衰定数に集約させ，その応答量の最大値で地震動に対する構造物の安全性を評価するという，まったく新しい方法論に基づくものであったため，構造物は特定のものを対象として異なる周期を持つ地動に対する振動性状を検討するという方法に立脚していたそれまでの耐震工学には大きな刺激となり，その進むべき方向を示唆したものであった。そして，１９５６年にアメリカ合衆国のCalifornia州，Berkeleyで開催された世界地震工学会議においてＤ．Ｅ．Hudsonが応答スペクトルの概念と振動学におけるModal Analysisとを結合させた新しい耐震設計の在り方を示し，これが震度法で処理できない場合に対して行なわれる応答解析を加味した耐震設計法の根本思想となっていると解される。耐震設計の基準に関しても，構造物の周期に応じて考えるべき地震力を変化させるという，応答を考慮した耐震規定が最初にアメリカ合衆国で取り入れられて以来，わが国においても各機関による耐震設計基準がこのような方向に向いつつある。こうしたことはすべて応答スペクトルの概念をその基調としており，ここに方法論としての応答スペクトルの意義が存在するものと考えられる。

上記の世界地震工学会議で提起された構造物の非線型挙動の問題はその後活発な研究活動が続けられ，４年後に東京・京都で開催された第２回の同会議ではその開花期ともいうべき時代を迎えたのであるが，その多くは構造物を支持する地盤表面の運動が規定されることを前提としたものであった。そしてこの時期の電子計算機の急速な進歩発達によって地表面上にある構造物については，弾性，非弾性を問わずその運動様式と数値による抽象さえ適切に行なえば，その応答を知

ることはもはや容易であるという段階に達し，ここにおいて入力たる地震動の設定の重要さに関心が向けられ始めた。構造物の応答はほとんどが設定する地震動によって決定されてしまうことはもはや今日では常識となっており，それであるがゆえに，構造物を支持している地盤の運動がきわめて重要であることが多くの研究者によって指摘され，構造物基礎や地盤そのものの運動を無視した構造物の応答解析はあり得ないとされ，耐震工学に関連したすべての研究が構造物基礎や地盤との相互作用を考慮する方向に向いつつあるといっても過言ではなかろう。また，１９６４年の新潟地震において建造物に重大な被害が生じたが，いずれもその基礎や基礎地盤の地震時における不安定性に原因したことが明らかになって以来，基礎地盤を構成する土そのものの動的挙動やその特性を明らかにしようとする動きが強まり，構造物と基礎地盤とをその接点として耐震工学と土質工学の両分野が相接近してこの問題を明らかにしようとする機運があるといえよう。

一方，地震動の非予測性，不規則性を考えるとき，地震動に対する構造物の応答を確定量として取り扱うことはあまり意味を持たないと考えられる。地震動とこれに対する構造物の応答のこのような側面から，これを確率現象として把握する試みが，１９５６年にＥ．Rosenbluethらによってこれまでとは違った新しい方法論として提起された。その後，このような観点に立脚した地震動の解釈とこれに対する構造物の応答解析は活発化しているとはいえ，耐震工学の分野における基本理念を変革する考え方にまで発展しているとはいえず，実際の構造物の耐震設計との結びつきが十分ではない。これは複雑な振動系を対象とした構造解析学や振動学に基づいた地震応答解析の手法が応答スペクトルという応答の評価方法と結合することにより，耐震工学の新しい一分野を開き耐震設計における基本理念の一つになったのと対照的である。地震動やこれに対する構造物の応答という観点からは，これらを確率過程とみなす考え方にはほとんど異論がないと思われるにもかかわらずこのような状態にあるのは，非線型系に対する適用性の困難さもその一因であろうが，最も重要な原因は適切な応答の評価法が確立されていないためであると考えられる。そして，この応答の評価法に関していろいろな方法論についての検討が行なわれているのが耐震工学のうちの確率過程を基調と

した分野の現在の姿であろう。

以上は耐震工学の発展の跡に関する私見であり，現在の耐震工学は構造物とそれを支持する地盤の地震時における挙動や相互作用の究明，地震応答解析における入力の表現法と出力の評価などをその中心として進展しつつあることを述べたものである。本論文は，このような耐震工学の流れとその指向する所を念頭において，著者がこれまでに行なってきたいくつかの研究を整理し，改めて検討を加えたものである。

第2章　本論文の概要

本論文はその周囲を水や地盤で取り巻かれている構造物基礎の地震応答解析とそのための入力としての地震動の模擬と応答の評価について論じたものであり，全部で3編から成りそれら各編の概要について述べるとおよそ次のとおりである。

第1編では構造物の基礎が水中にある場合を対象としており，ここでは水中にある物体に作用する地震時動水圧に関する基礎方程式から出発して，水中橋脚のような構造物基礎に作用する動水圧の算定と振動特性に関する解析ならびに地震応答解析において重要な役割を持つ減衰作用に関する検討を行なう。これらの理論解析はいずれも模型振動実験によりその結果の検証をしつつ進展させ，最後に水中構造物の耐震設計法に関する考察を行ない，一般の構造物と同様な震度法に類した設計法と動的解析と同様な設計法によることが可能なこととその方法とについて論述する。

次いで第2編においては地盤および地中にある構造物基礎の地震応答解析をその対象としている。まず，松代群発地震における地盤の震動応答の関係，横波の伝播速度と震動性状との関連などについて検討し，続いて地盤を構成する媒質の一つである砂質土について，その弾性波動伝播速度を間げき率の関数として表示できるような力学モデルの提示を行ない，その結果を超音波を用いたパルス法による実験的研究により検討する。また，弾性地盤内にある構造物による地震波の

散乱と，その結果として構造物に作用する振動圧の評価を，構造物を支持する基盤の弾性をも考慮して検討し，表層地盤や振動圧の地震応答に及ぼすその影響を吟味し，しかる後基盤に支持され表層を経て地表面上の地上部分へと続く構造物の振動解析法について論述する。以上の内容に基づいて地中構造物の耐震設計法に関する考察を述べて，最後の結論を導く。

第3編では構造物の地震応答解析における入力である地震動そのものの特性を，過去に得られた代表的な強震記録について再検討し，これらが確率過程として表示できるという認識と構造物や構造物基礎における入力地震動はその地盤や基盤の震動特性に適合したものでなければならないという観点から，任意の時間特性，周波数特性を有する確率過程による地震動の模擬を行なう。さらに，このような確率過程入力に対する構造物の応答の評価の新しい方法として，安全率に相当する確率量をパラメーターとする応答スペクトルを提示し，設計計算における適用について述べる。

最後に，以上の各編における研究結果を総括して，それらの関連性，得られた成果，残された問題点などについて簡潔に述べて結論とする。

第1編　水中構造物の地震応答

第1章　概　　説

水中で運動する物体には，その運動加速度に比例した抵抗が作用することは古くから知られており，流体力学上の問題としてもいろいろな観点から研究されてきたが，船の航行時における流体の慣性抵抗や港湾構造物に作用する波力などの実際的な問題に関連した研究も行なわれてきた。このような流体の慣性抵抗を水と接する構造物の地震動に対する応答と結びつけたのはH.M.Westergaard[1)]であり，彼は鉛直な壁面を持ったダムが水平方向の地震動によって運動をし，その上流面において一様な水深を持つ貯水池と接する場合を対象として，ダム表面に作用する地震時動水圧の解析を行なった。その結果に基づいて，地震時動水圧に関する近似計算式が提示され，今日もなお簡便な実用計算式として慣用されている。このような，ダムに作用する地震時動水圧に関しては，貯水池の自由水面に発生する表面波の影響をも考慮した詳細な研究が畑野正[2)]によって行なわれ，小坪清真は地震時動水圧の非定常応答や曲率が一定であるアーチダムの問題[3)]にまで発展させた。また，P.W.Werner とK.J.Sundquist[4)]やL.S.Jacobsen[5)]らは2次元領域におけるWestergaardの解析を3次元領域に拡張して，各種の境界条件下にある流体系についての解析を行なった。

これらの研究はいずれも，構造物は剛体としての運動をするものとみなしているが，水と接する構造物が地震動のような外力を受けて弾性変形をする場合には，構造物には外力として作用している動水圧がこの弾性変形の影響を受けて構造物と水との相互作用により連成振動を生じることになる。畑野正[6)]は重力ダムについてこのような問題を論じ，小坪清真[7)]は地盤の卓越周期との関係を検討し，A.K.Chopra[8)]は同様な問題について不規則な地震動に対するダムの応答を近似的な手法を用いて解析した。

一方，周囲を水で取り巻かれている水中構造物の動水圧応答はダムの**などの壁状構造物やあるいは**滞水構造物とは違い，また構造物としての振動特性も異なるも

のと考えられる。このような水中構造物の水との連成振動については理論的ならびに実験的な研究が行なわれ，水中構造物の振動特性には仮想質量の概念が重要な役割を持つことが指摘されている。すなわち，桜井彰雄[9]はエネルギー法，著者ら[10]はModal Analysis法を用いて，弾性変形を考慮した仮想質量の概念を導入することにより，水中構造物の振動特性，特に水中では固有振動周期の伸長する現象がよく説明されることを示した。一方，P.W. Clough[11]は空気中における固有振動周期を水中におけるそれと同じにするために必要であった重錘の質量から直接に仮想質量を算定した。しかるに，構造物の水中における自由振動に関してはこの仮想質量によりその挙動をよく説明することができるが，地震時の水中構造物のようにその下端において強制変位を受ける場合の応答は仮想質量の概念だけでは説明できない。

また，構造物の振動を論ずるに当たっては，振動減衰が重要な役割を果たすが，水中構造物の振動減衰に及ぼす水の影響については，振動物体に作用する水の粘性抵抗の解析的評価がなされていないために理論的な解析は行なえず，ただ仮想質量についての模型実験における観察により，水の減衰効果はあまり期待できないことが個々の場合について述べられているにすぎない。

そこで，本編では水中構造物の振動を，それに作用する外力の評価とその応答ならびに減衰性状に関する検討など一貫した地震応答の解析を行ない，これらと実験結果とを対比しつつ水中構造物の耐震設計について論ずる。まず，第2章では動水圧に関する波動方程式に基づいて，剛体運動をする円柱に作用する動水圧とその周波数応答，仮想質量に関する検討，断面形状と仮想質量との関係およびそれらの解析結果に基づいた動水圧の近似計算式などについて述べる。次いで第3章では水中における構造物の弾性変形に及ぼす水の影響についての解析を進め，変形を考慮した構造物の仮想質量の評価を行ない，その結果を模型振動実験により検討する。また第4章では水の振動減衰効果の大きさについて比較し，これを模型振動実験により検討を行なう。最後に第5章では以上の解析結果に基づいて，水中構造物の耐震設計に関する基本的方針について論じようとするものである。

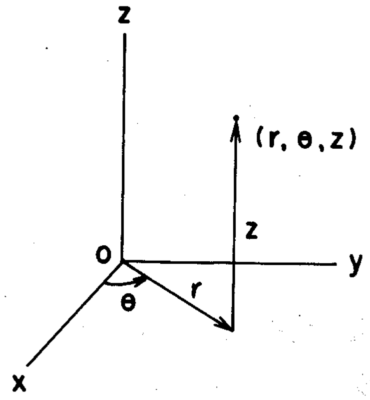
第２章　柱状構造物に作用する地震時動水圧

(1)　地震時動水圧に関する基礎式

Fig.1･1 に示すような円筒座標（ r, θ, z ）において，水の流れに関する速度ベクトルを $\boldsymbol{v}$，圧力を p，粘性係数を μ^*として，外力がポテンシャル F で与えられるものとすれば Navier Stokes の方程式は

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\nabla)\boldsymbol{v}+\frac{1}{\rho}\mathrm{grad}\,p+\mathrm{grad}\,F-\mu^*\nabla^2\boldsymbol{v}=0 \tag{1･2･1}$$

と書かれる。ただし ρ は水の密度である。



Fig･1･1

また水の流れに関する連続の式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\mathrm{div}(\rho \boldsymbol{v})=0 \tag{1･2･2}$$

で与えられる。一方，圧力 p と密度 ρ との関係を表わす示性方程式は，水の体積弾性率を K とすれば

$$\frac{dp}{d\rho}=\frac{K}{\rho} \tag{1･2･3}$$

と書ける。

いま，水の流れが非回転であるとすれば

$$\boldsymbol{v}=\mathrm{grad}\,\phi \tag{1･2･4}$$

で定義される速度ポテンシャルを導入することができ，これを式（１・２・１）に代入し，密度 ρ は圧力の関数として積分を行なえば

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial \phi}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{\partial \phi}{r\partial \theta}\right)^2+\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2\right\}+F+\int\frac{dp}{\rho}-\mu^*\nabla^2\phi=C \tag{1･2･5}$$

が得られる。ここに C は積分定数であり，上式において第４項は圧力に関する積分を含むが，示性方程式（１・２・３）を用いれば容易に

$$\int \frac{dp}{\rho} = -\frac{K}{\rho} \tag{1·2·6}$$

である。この関係を用いて式（１・２・５）を時間 t に関して微分すれば

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\left(\frac{\partial \phi}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{r \partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2\right\} + \frac{K}{\rho^2}\frac{\partial \rho}{\partial t} - \mu^* \nabla^2\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right) = 0 \tag{1·2·7}$$

となる。ただし，ここでは F および C は時間に関係しない量と考える。一方，連続の式（１・２・２）においては密度の場所的な変化と流速との積は微小量と考えてよく，ここで速度ポテンシャル ϕ を適用すれば

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla^2 \phi = 0 \tag{1·2·8}$$

が得られる。式（１・２・７）と式（１・２・８）とから $\partial\rho/\partial t$ を消去すれば，速度ポテンシャル ϕ の満足すべき方程式として次式を得る。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\left\{\left(\frac{\partial \phi}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{r \partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2\right\} = \frac{K}{\rho}\nabla^2 \phi + \mu^* \nabla^2\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right) \tag{1·2·9}$$

上式は明らかに非線型の偏微分方程式であって，厳密には上式を解かねばならない。しかるに，ここでは一定の水深を持つ水域において，地震動によって運動する構造物に作用する動水圧を対象としているから，構造物と水域とから構成される振動系の代表尺度としては，振動周期 T，水深 H，水底での静水圧 $\rho g H$ などを考えることができ，これらの量を用いて式（１・２・９）の各項の大きさを比較するための式に書き改めると

$$\frac{H}{T} + gT = \frac{K}{\rho}\frac{T}{H} + \frac{\mu^*}{H} \tag{1·2·10}$$

となる。μ^* は粘性係数であり一般に非常に小さな値であり，g は重力の加速度，K/ρ は水中での音速の２乗を表わすから，著しく水深が浅く運動がゆるやかでない限りは式（１・２・１０）の左辺第２項と右辺第２項は他の項に比較して微小な量である。したがって，この場合には式（１・２・９）は次式のようになる。

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}=\nabla^2\phi \qquad (1\cdot2\cdot11)$$

ただし　　$c^2=K/\rho$

式（１・２・１１）は伝播速度が c で与えられる波動方程式であるから，地震時動水圧は三次元の領域における波動伝播の問題として取り扱えばよいことになる。また，対象とする系の境界条件に適合した速度ポテンシャル ϕ から，水中の任意点での圧力 p は式（１・２・３），（１・２・５），（１・２・６）を組み合わせて得られるが，上記の理由により微小量と時間に独立な量とを省略すれば

$$p=\rho\frac{\partial\phi}{\partial t} \qquad (1\cdot2\cdot12)$$

により容易に算定することができる。

(2)円柱に作用する動水圧

水底において鉛直に固定された半径 a の円柱が半無限に拡がる水深 H の水中に孤立して，その固定端に水平方向の強制変位を受けて運動している状態を考える。Fig.１・２のように円柱の固定端に円筒座標の原点を定め，運動の方向を $\theta=0$ の方向とするとき，速度ポテンシャル ϕ の満足すべき境界条件式は

$$z=0\,;\ \frac{\partial\phi}{\partial z}=0 \qquad (1\cdot2\cdot13)$$

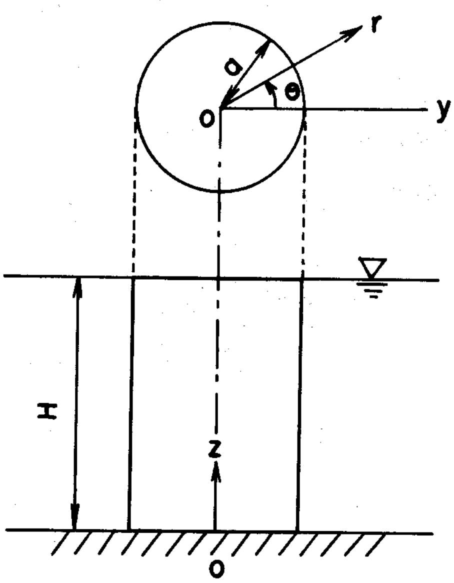


Fig.1.2

$$z=H\,;\ g\frac{\partial\phi}{\partial z}+\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}=0 \qquad (1\cdot2\cdot14)$$

$$\theta=0,\ \pi\,;\ \frac{\partial\phi}{r\partial\theta}=0 \qquad (1\cdot2\cdot15)$$

$$r=a\,;\ \frac{\partial}{\partial\theta}\left\{\left(\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)\cos\theta-\left(\frac{\partial\phi}{r\partial\theta}\right)\sin\theta\right\}=\frac{\partial y}{\partial t} \qquad (1\cdot2\cdot16)$$

などである。残る一つの境界条件は動径方向には半無限であることから境界値としては決定することができない。しかしながら，円柱はその周囲を取り巻く水に対しては振動源であるから円柱表面には圧力波が発生するが，この圧力波は有限域に境界が存在しない限り発散波のみであって反射波は存在し得ない。また圧力波として伝播し得ない場合であれば，圧力の大きさは円柱からの距離に比例して減衰しなければならない。このような制約が解に課せられており，これが解を決定するのに用いられる。したがって剛な円柱に作用する動水圧の解析は時間とともに変動する境界条件の下に波動方程式を解くことに帰着される。

いま，円柱下端の運動，すなわち基盤の強制変位 y が

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=-kg\exp(i\omega t) \qquad (1\cdot2\cdot17)$$

なる関係で表わされる調和振動である場合を考える。このときには水も円振動数 ω の調和振動をすることから，境界条件式（１・２・１３）～（１・２・１６）と発散波の条件を満足する，式（１・２・１１）の解は一般に次式で表わされる。

$$\phi(r,\theta,z\,;t)=\sum_{n=1}^{\infty}\Bigg[\sum_{m=1}^{s}C_1H_n^{(2)}(\lambda_m r)\cos\alpha_m z+\sum_{m=s+1}^{\infty}C_2K_n(\lambda_m r)\cos\alpha_m z+C_3H_n^{(2)}(\lambda_0 r)\cosh\alpha_0 z\Bigg] \qquad (1\cdot2\cdot18)$$

ここに，$H_n^{(2)}$ は n 次の第２種 Hankel 関数，K_n は n 次の変形 Bessel 関数である。m，n は正整数である。また，

$$\lambda_m=\left(\frac{\omega^2}{c^2}-\alpha^2{}_m\right)^{1/2} \qquad (1\cdot2\cdot19)$$

$$\lambda_m{}'=\left(\alpha_m{}^2-\frac{\omega^2}{c^2}\right)^{1/2} \qquad (1\cdot2\cdot20)$$

$$\lambda_0=\left(\frac{\omega^2}{c^2}+\alpha_0{}^2\right)^{1/2} \tag{1·2·21}$$

α_m，α_o は固有値であって，それぞれ

$$\tan \alpha_m H+\frac{\omega^2}{\alpha_m g}=0 \tag{1·2·22}$$

$$\tan \alpha_m H-\frac{\omega^2}{\alpha_m g}=0 \tag{1·2·23}$$

の根である。s は $\omega^2/c^2-\alpha_m>0$ の成り立つ最大の正整数 m の値である。積分定数 C_1，C_2，C_3 は円柱の運動を規定する境界条件式（１・２・１６）により決定される。

基盤の運動が式（１・２・１７）で表わされる場合には，これを式(1·2·16)に用いることにより積分定数が決定し，水中の任意点における動水圧 $p(r,\theta,z;t)$ は次式のようになる。

$$\begin{aligned}p(r,\theta,z;t)=8k\rho g a\Bigg[&-\sum_{m=1}^{s}\frac{1}{\lambda_m a}\frac{\sin 2\alpha_m H}{\sin 2\alpha_m H+2\alpha_m H}\frac{H_1{}^{(2)}(\lambda_m r)}{H_0{}^{(2)}(\lambda_m a)-H_2{}^{(2)}(\lambda_m a)}\cos\alpha_m z\\&+\sum_{m=s+1}^{\infty}\frac{1}{\lambda'_m a}\frac{\sin\alpha_m H}{\sin 2\alpha_m H+2\alpha_m H}\frac{K_1(\lambda_m' r)}{K_0(\lambda_m' a)+K_2(\lambda_m' a)}\cos\alpha_m z\\&-\frac{1}{\lambda_0 a}\frac{\sinh\alpha_0 H}{\sinh 2\alpha_0 H+2\alpha_0 H}\frac{H_1{}^{(2)}(\lambda_0 r)}{H_0{}^{(2)}(\lambda_0 a)-H_2{}^{(2)}(\lambda_0 a)}\cosh\alpha_0 z\Bigg]\cos\theta\exp(i\omega t)\end{aligned} \tag{1·2·24}$$

ところで，第２種の n 次のHankel関数は変数 x の十分大きい値に対して

$$H_n{}^{(2)}(x)\cong\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\exp\left\{-i\left(x-\frac{\pi}{4}-\frac{n\pi}{2}\right)\right\} \tag{1·2·25}$$

と近似表示できることから，式（１・２・２４）中に含まれる第１項および第3項は動径 r の正の方向にそれぞれ速度 ω/λ_m および ω/λ_0 で伝播する波動であることがわかる。しかるに λ_m と λ_o はともに振動数の関数であるから，こ

の波動の伝播速度は振動数に関係し，弾性地盤内を伝播するLove 波などと同様に分散性の波動である。またλ_mおよびλ_oは式（１・２・１９）および式（１・２・２１）により与えられるから，λ_mに対する波動の伝播速度は水中での音速より速い速度を持ち，λ_oに対しては逆の関係にあることが明らかである。

式（１・２・２４）の第１項で表わされている分散性の波動が出現するための条件は式（１・２・１９）のλ_mが実数であることであり，それは

$$\frac{w^2}{c^2}>\alpha_m^2 \qquad (1\cdot2\cdot26)$$

が満足されている場合である。このような条件の成立する限界円振動数をω_cとすれば，式（１・１・２２）を用いることにより，ωc は

$$\tan\frac{\omega_c H}{c}+\frac{\omega_c c}{g}=0 \qquad (1\cdot2\cdot27)$$

を満足しなければならない。しかるに上式の第２項は一般にはきわめて大きな値をとるからωc の最小値は十分な精度で

$$\omega_c=\frac{\pi c}{2H} \qquad (1\cdot2\cdot28)$$

と表わすことができる。このωc は明らかに水深Hの一様な水の層の持つ基本固有円振動数に一致している。これを振動数　と水深Hとの関係で示したのがFig.1・３であり，図中の直線より右上の領域でこのような分散性の波動伝播が生じる。しかしながら，このような条件の満足されるのは水深と振動数の組み合わせからしてきわめて稀な場合であると考えてもよかろう。

次に，式（１・２・２４）の右辺第２項に現われる変形Bessel関数は実関数であるから，円柱の運動と水中に生じる動水圧とは位相差がなく，水中に発生する動水圧はその全域にわたって同位相の挙動をすることを示している。このことは，この種の圧力波は定常波の状態にあり，波動の動径方向への伝播は生じないことを意味している。この現象が生じるのは式（１・２・２０）から明らかなようにλ'_mが実である場合であり，これは

$$\omega^2<c^2\alpha_m^2 \qquad (1\cdot2\cdot29)$$

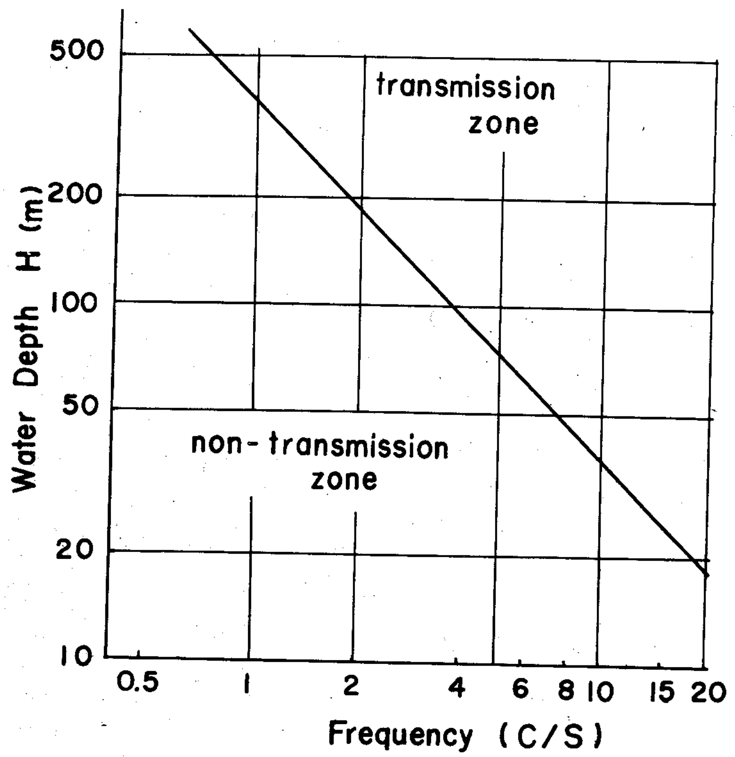


Fig.1·3 Transmissibility of pressure wave

が成立することと同等である。この関係が満足されないωの最小値は式（1・2・28）のωc に一致し，振動数がこのωc より小さな圧力波は波動としては伝播することができないことを示している。このような意味において，上述の限界振動数は音響学における cut off frequency に対応するものであることがわかる。

式（1・2・24）の第3項は水の表面に発生する表面波の影響を表わす項であって，水面に生じた波が伝播することによって水中に発生する水圧を表わしており，これは水深が非常に浅く，波長が長くない限り省略してもよい。この表面波の影響を考慮しない場合の水面での境界条件式は式（1・2・14）の代りに

$$z=H;\quad \frac{\partial\phi}{\partial t}=0 \qquad (1\cdot2\cdot30)$$

を用いればよく，このときの固有値α_mは

$$\alpha_m=\frac{2m-1}{2H}\pi \quad (m=1, 2, \cdots) \tag{1·2·31}$$

で与えられることになる。　**そこで**，以下の解析においては表面波の影響は省略するものとする。

次に，円柱表面の単位長さ当りに作用する動水圧の運動方向成分の合力P_yおよび これと直角方向の成分P_Xは式（１・２・２４）から容易に計算することができる。すなわち

$$P_x=-\int_0^{2\pi} p(a, \theta, z\,;t)\sin\theta\, a d\theta=0 \tag{1·2·32}$$

$$\begin{aligned}P_y&=-\int_0^{2\pi} p(a, \theta, z\,;t)\cos\theta\, a d\theta\\&=kg\rho\pi a^2\Big[\sum_{m=1}^{s}\frac{4}{\lambda_m a}\frac{(-1)^{m-1}}{\alpha_m H}\frac{H_1{}^{(2)}(\lambda_m a)}{H_0{}^{(2)}(\lambda_m a)-H_2{}^{(2)}(\lambda_m a)}\cos\alpha_m z\\&-\sum_{m=s+1}^{\infty}\frac{4}{\lambda_m' a}\frac{(-1)^{m-1}}{\alpha_m H}\frac{K_1(\lambda_m' a)}{K_0(\lambda_m' a)+K_2(\lambda_m' a)}\cos\alpha_m z\Big]\exp(i\omega t)\end{aligned} \tag{1·2·33}$$

したがって，円柱の単位長さ当りに作用する動水圧は円柱の断面積とその運動加速度との積に比例することが明らかであり，その量は振動数ωのみならず円柱の形状を表わすa/Hにも関係することがわかる。また，上の式（１・２・３３）の第１項は複素関数であるHankel関数を含んでいることから，式（１・２・２８）で表わされる限界振動数よりも大きな振動数で運動する円柱の表面に作用する動水圧は円柱の運動に対して位相差を生じる。すなわち，この位相角ε_mは

$$\tan\varepsilon_m=\frac{\{Y_0(\lambda_m a)-Y_2(\lambda_m a)\}J_1(\lambda_m a)-\{J_0(\lambda_m a)-J_2(\lambda_m a)\}Y_1(\lambda_m a)}{\{J_0(\lambda_m a)-J_2(\lambda_m a)\}J_1(\lambda_m a)+\{Y_0(\lambda_m a)-Y_2(\lambda_m a)\}Y_1(\lambda_m a)} \tag{1·2·34}$$

で表わされる。ここに$Y_n(x)$, $J_n(x)$はそれぞれBessel関数およびNeuman関数である。このような位相差が生じることは，振動減衰の効果があることを

示唆しているが，これは圧力波が放射状に伝播することによって起こるエネルギー逸散によることは明らかである。

(3) 動水圧の周波数応答

水中の任意点での動水圧式（１・２・２４）および円柱表面に作用する動水圧式（１・２・３３）のいずれも振動数ωの関数であることから，動水圧に及ぼす振動数の影響すなわち周波数応答を検討する必要がある。

まず，振動数ωが$\alpha_m c$に等しいときには式（１・２・１９），(1・2・20)から明らかなように，λ_mとλ'_mとが同時に０となる。このような場合には式（１・２・２４）の第１項および第２項はともに不定になる可能性がある。ダムなどの壁状構造物や滞水構造物では，このような場合には動水圧の大きさが無限大となり共振状態が起こるとされている。本編で取り扱っている水中に孤立している水中構造物においてもこのような共振現象が存在するかどうかは周波数応答に関して重要な問題であり検討を要する。式（１・２・２４）において，表面波の影響を考慮する場合にはその第３項をも検討しなければならないが，λ_0はその定義からして０にはなり得ないから，第１項および第２項のλ_mとλ'_mとを含む部分についてのみ考えればよい。

まず第１項については，Hankel関数には

$$H_2^{(2)}(x)=\frac{2}{x}H_1^{(2)}(x)-H_0^{(2)}(x)$$

なる漸化式があるから

$$\frac{H_1^{(2)}(\lambda_m r)}{H_0^{(2)}(\lambda_m a)-H_2^{(2)}(\lambda_m a)}=-\frac{1}{2}\cdot\frac{H_1^{(2)}(\lambda_m r)/H_1^{(2)}(\lambda_m a)}{1-\lambda_m a H_0^{(2)}(\lambda_m a)/H_1^{(2)}(\lambda_m a)} \quad (1\cdot2\cdot35)$$

と書ける。また，Hankel関数については，

$$\lim_{\lambda_m\to0}\frac{H_1^{(2)}(\lambda_m r)}{H_1^{(2)}(\lambda_m a)}=\frac{a}{r} \quad (1\cdot2\cdot36)$$

$$\lim_{\lambda_m \to 0} \frac{(\lambda_m a) H_0^{(2)}(\lambda_m a)}{H_1^{(2)}(\lambda_m a)} = 0 \qquad (1\cdot2\cdot37)$$

なる関係を導くことができる。したがって式（１・２・２４）の第１項のλ_mを含む部分については

$$\lim_{\lambda_m \to 0} \frac{1}{\lambda_m a} \cdot \frac{H_1^{(2)}(\lambda_m r)}{H_0^{(2)}(\lambda_m a) - H_2^{(2)}(\lambda_m a)} = -\frac{a}{2r} \qquad (1\cdot2\cdot38)$$

となる。また第２項については，変形Bessel関数の漸化式

$$K_2(x) = \frac{2}{x} K_1(x) + K_0(x)$$

を用いると，λ'_mを含む項は

$$-\frac{1}{\lambda_m' a} \frac{K_1(\lambda_m' a)}{K_0(\lambda_m' a) + K_2(\lambda_m' a)} = -\frac{1}{2} \frac{\dfrac{K_1(\lambda_m' r)}{K_1(\lambda_m' a)}}{1 + \lambda_m a \dfrac{K_0(\lambda_m' a)}{K_1(\lambda_m' a)}} \qquad (1\cdot2\cdot39)$$

と変形できる。また，変形Bessel関数についても先のHankel関数におけると同様に

$$\lim_{\lambda_m' \to 0} \frac{K_1(\lambda_m' r)}{K_1(\lambda_m' a)} = \frac{a}{r} \qquad (1\cdot2\cdot40)$$

$$\lim_{\lambda_m' \to 0} \frac{(\lambda_m' a) K_0(\lambda_m' a)}{K_1(\lambda_m' a)} = 0 \qquad (1\cdot2\cdot41)$$

なる関係式を導くことができ，結局

$$-\lim_{\lambda_m' \to 0} \frac{1}{\lambda_m' a} \frac{K_1(\lambda_m' r)}{K_0(\lambda_m' a) + K_2(\lambda_m')} = -\frac{a}{2r} \qquad (1\cdot2\cdot42)$$

が得られる。この結果は第１項に対して得た結果に合致している。以上のように，$\lambda_m = \lambda'_m = 0$ に対しては式（１・２・２４）で表わされた動水圧は有限値にとどまり，圧力振幅が無限大となるような共振現象は存在しないことが明らかにされた。水中に孤立している場合には構造物の周囲に沿っての水の流れが可能であり，そのために動水圧の共振現象が存在しないものと考えられ，これは円以外の断面形状を持つ構造物についても同様であろうと推察される。

次に，周波数応答を検討するために，動水圧の周波数伝達関数を導く。すな

わち周波数伝達関数は式（1・2・17）において

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=-\delta(t) \tag{1・2・43}$$

とした場合の動水圧の2乗として与えられるが，これを得るためには式（1・2・11）の波動方程式，式（1・2・12）の圧力方程式，式（1・2・13）〜（1・2・16）の境界条件式および式（1・2・43）をすべてFourier変換した後，これまで行なったと同様な演算を遂行すればよい。このようにして，円柱の単位長さ当りに作用する動水圧に関する周波数伝達関数は，表面波の影響を省略すれば次式のようになる。

$$|G(\omega\,;z)|^2=\rho^2\pi^2a^4\left|\sum_{m=1}^{s}\frac{4}{\lambda_m a}\frac{(-1)^{m-1}}{\alpha_m H}\frac{H_1^{(2)}(\lambda_m a)}{H_0^{(2)}(\lambda_m a)-H_2^{(2)}(\lambda_m a)}\cos\alpha_m z\right.$$

$$\left.-\sum_{m=s+1}^{\infty}\frac{4}{\lambda_m' a}\frac{(-1)^{m-1}}{\alpha_m H}\frac{K_1(\lambda_m' a)}{K_0(\lambda_m' a)+K_2(\lambda_m' a)}\cos\alpha_m z\right|^2 \tag{1・2・44}$$

上記の周波数伝達関数の水底での値の数値計算結果の1例をFig.1・4に示した。この図は，横軸はωc，縦軸は$\rho^2\pi^2a^4$で除した無次元量を用いてあり，パラメーターは円柱の細長さを表わすa/Hである。すなわち，横軸は水深Hの水の層の基本固有円振動数に対する系の運動の振動数を表わしており，この値が1，3，5，…においては，1，2，3次…………の固有円振動数に一致することを意味している。したがって横軸の値が1以下の振動数に対しては，先のFig.1・3の直線より左下の領域にあり，1以上に対しては水深と振動数との関係が直線より右上の領域に入る部分のあることを示している。そしてこの場合にはエネルギー逸散による振動減衰の生じることは既に述べたが，このため，高次の共振振動数に対しても振幅が無限大となるような共振現象は存在しないことも明らかに示されている。このような振動減衰の効果は，より細長い場合に顕著であることもわかる。しかるに，実際の地震動の卓越振動数と水深との組み合わせを考える場合には横軸の座標が1を越える場合はまれであるから，このような場合には動水圧は振動数に対して単調に増加すると考えてよか

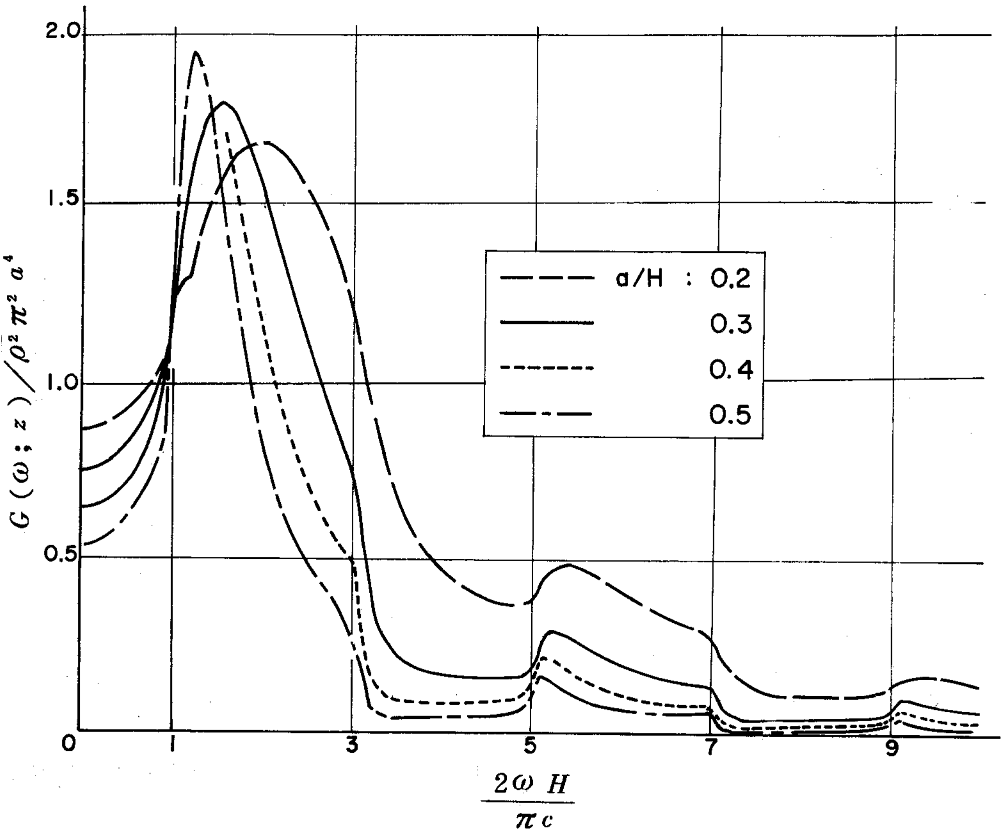


Fig.1.4 Frequency response function at bottom

ろう。なお，地動の運動を定常な確率過程であり，そのパワースペクトル密度を$S_A(\omega)$とすればそれに対する動水圧応答のパワースペクトル密度$S_p(\omega)$は

$$S_p(\omega)=|G(\omega)|^2S_A(\omega) \qquad (1\cdot2\cdot45)$$

で与えられる。したがって，地震動を定常確率過程とみなした場合の動水圧応答に関係する諸量は上の式（１・２・４４）および式（１・２・４５）に基づいて容易に算出することができる。

(4) 仮想質量とその分布

円柱の運動の振動数と水深との関係がFig. 1・3の直線より左下の領域にある場合の，円柱単位長さ当りに作用する動水圧の最大振幅を$P_y{}^*$ とすれば

$$P_y{}^* = -kg\rho\pi a^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{\alpha_m H} \cdot \frac{4}{\lambda'_m a} \frac{K_1(\lambda'_m a)}{K_0(\lambda'_m a)+K_2(\lambda'_m a)} \cos \alpha_m z \qquad (1\cdot2\cdot46)$$

で与えられる。ここで，

$$M(z\,;\,a/H) = \rho\pi a^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{\alpha_m H} \cdot \frac{4}{\lambda'_m a} \frac{K_1(\lambda'_m a)}{K_0(\lambda'_m a)+K_2(\lambda'_m a)} \cos \alpha_m z \qquad (1\cdot2\cdot47)$$

と書けば，この値は一般に正の値をとるから$P_y{}^*$ は円柱の運動に対しては抵抗力として作用することを表わしている。しかるに，式(1・2・47)の$M(z\,;\,a/H)$ は質量の次元を有すること，式(1・2・46)のkg は円柱の運動の加速度振幅を表わすことから，水中で加速度運動をする円柱は，質量が$M(z\,;\,a/H)$ だけ増加した円柱が空気中で運動する場合と同等であることになる。このような見かけ上の質量の増加量が付加質量あるいは仮想質量と称されるものであり，無限に長い円柱の完全流体中の仮想質量は$\rho\pi a^2$である。しかるに，ここに得た仮想質量分布$M(z\,;\,a/H)$は水の自由表面と水の圧縮性を考慮していることにより，水面からの深さ，水深と円柱半径の比，振動数などの影響によって変化する値であることを示している。

いま，水の圧縮性を考慮しないものとすれば，無限に長い円柱についての仮想質量は式(1・2・47)の$M(z\,;\,a/H)$ において$z=0$，$H\to\infty$とした極限値であることは容易に示し得る。

次に式(1・2・47)の仮想質量分布を円柱の排除した水の質量で除したものを仮想質量分布係数と呼ぶものとし，これをC_v と表わすと，

$$C_v = M(z\,;\,a/H)/\rho\pi a^2 \qquad (1\cdot2\cdot48)$$

と書ける。この仮想質量分布係数の鉛直方向の形状を水の圧縮性の影響を無視して図示したのがFig. 1・5である。図中のパラメーターは円柱の細長さを表

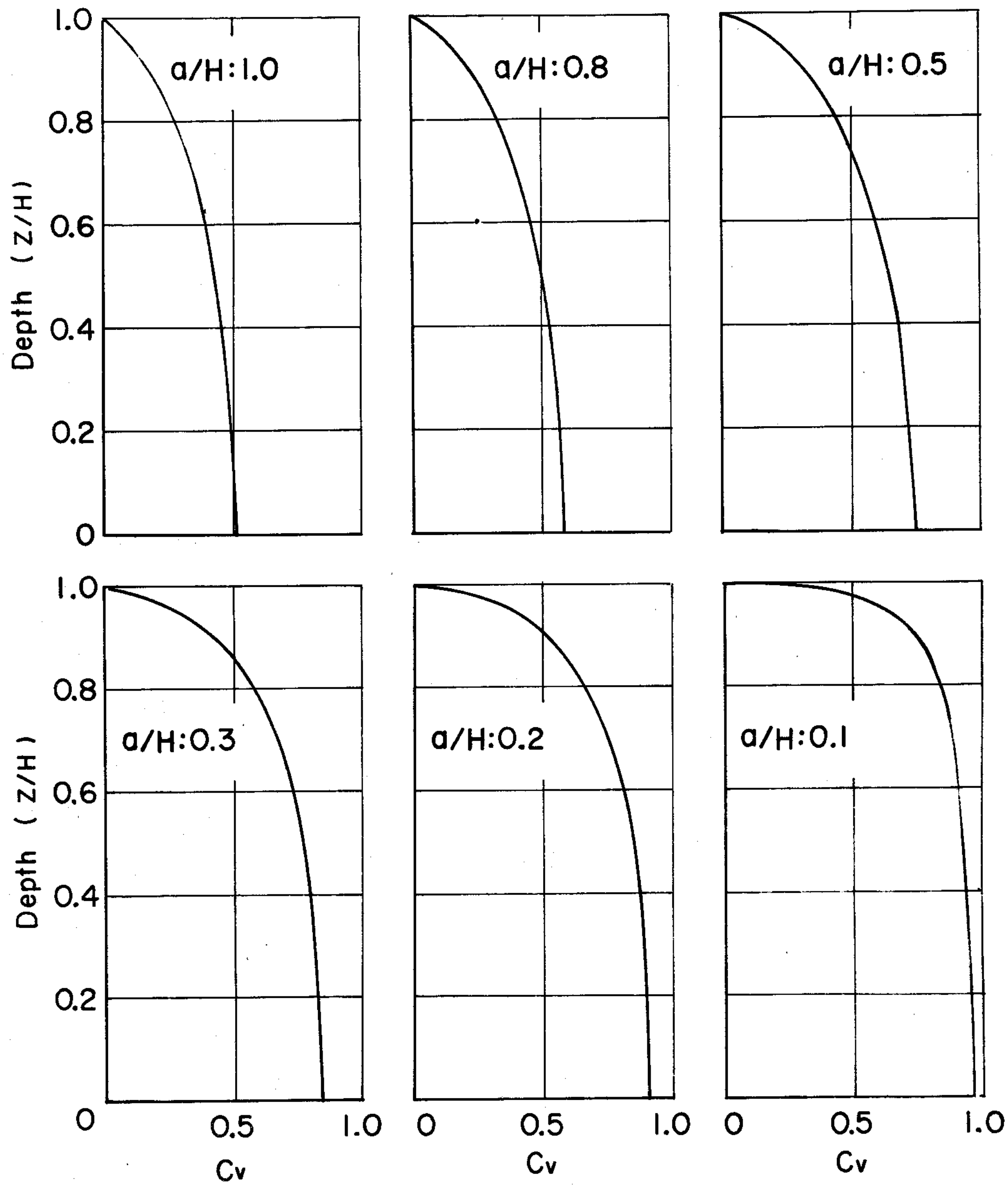


Fig.1.5 Dependence of virtual mass distribution coefficient on a/H

わす a/H であり，細長い円柱では２次元解析によるものに漸近すること，仮想質量，換言すれば動水圧は水底で最大値をとることなどがわかる。さらに，$z=0$ すなわち水底での仮想質量分布係数の値を a/H の関数として示したのが Fig.1・6 である。この図からは，水底での仮想質量分布係数は 1.0 を越え

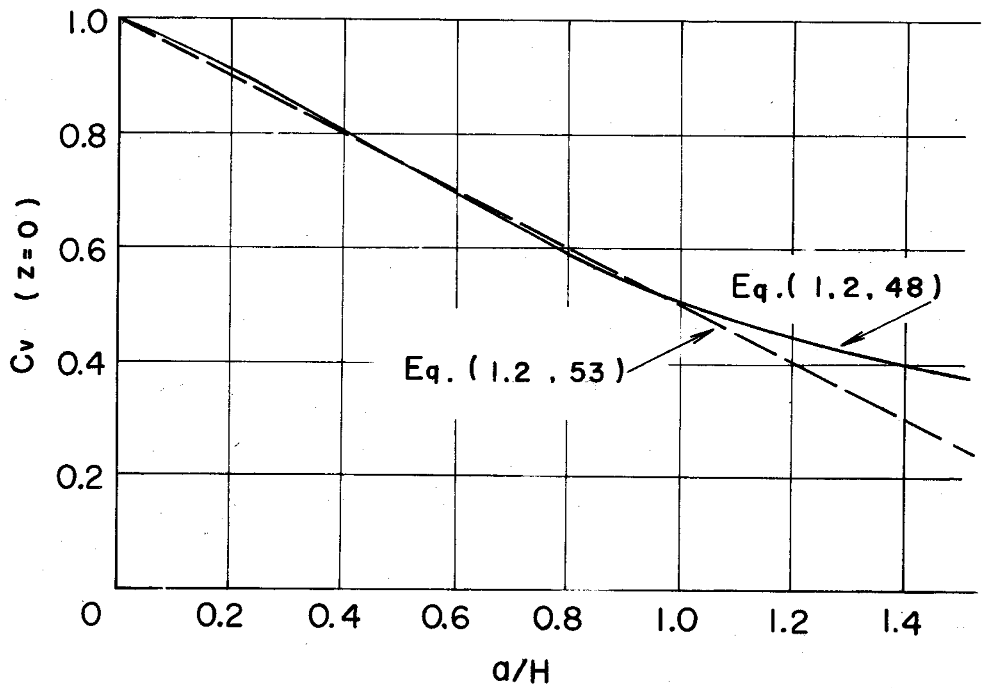


Fig.1・6　Relation between a/H and virtual mass distribution coefficient at bottom.

ないこと，すなわち円柱の仮想質量はその排除した水の質量を最大値とし，その形状が太短かくなるにつれて，この値は単調に減少することがわかる。

次に，地震時動水圧に関しては最も著名であり，またダムや水中構造物の外力算定に際してもしばしば用いられる Westergaard の動水圧式との比較検討を行なう。すなわち，Westergaard の動水圧式は壁状構造物表面の単位面積当りに作用する動水圧を表わしているため，これを柱状構造物に適用するに際しては振動方向に直角な面への投影面積を乗じて用いられる。したがって半径 a の円柱の場合には，その単位長さ当りに作用する動水圧 P_w は

$$P_W=\frac{7}{4}k\rho gaH\sqrt{1-\frac{z}{H}} \qquad (1\cdot2\cdot49)$$

となる。これを円柱についての解析結果である式（１・２・４６）の数値計算結果と対比したのがFig.1・7である。この図は円柱が太短かくなると動水圧の鉛直方向の分布形状は壁状構造物に対するそれに漸近することを示している。また，Fig.1・8　は円柱の単位長さ当りに作用する動水圧の水底での値を比較したものであり，a/H の増大とともに動水圧の大きさもWestergaardによる値に漸近することがわかる。本来，式（１・２・４９）は壁状構造物に作用する地震時動水圧に関する解析結果を近似表示した公式であるため，水底に

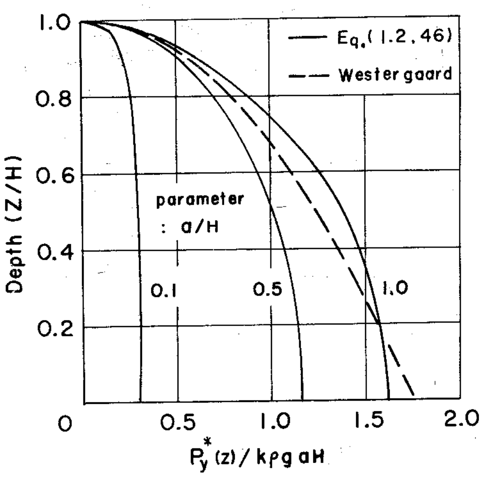


Fig.1.7 Vertical distribution of dynamic water pressure.

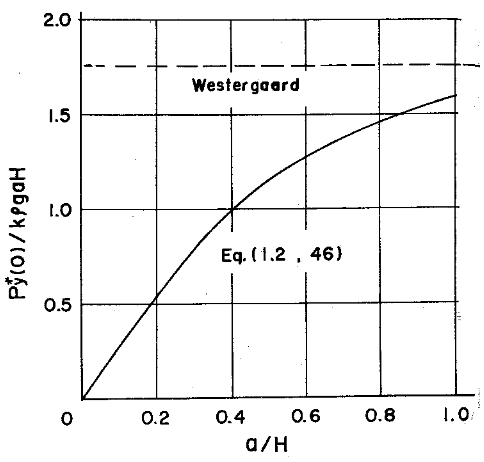


Fig.1.8 Dynamic water pressure at bottom.

おける動水圧の大きさは円柱の場合と一致しないが，この慣用公式の基になっている解析結果と比較すると，$a/H\rightarrow\infty$に対する値は円柱についての結果である $P_y{}^*$ と合致する。したがって，ここに得た円柱に関する解析結果において，$a/H\rightarrow\infty$の場合がWestergaardによる壁状構造物に対する結果に対応しているといえよう。

以上のように，ここで取り扱った円柱に作用する動水圧の問題では水平方向の

拡がりや自由表面のみならず水の圧縮性をも考慮した3次元領域に対する解析であり，その結果において振動数の及ぼす影響を無視し，かつ $a/H \to \infty$ としたものが壁状構造物に対する動水圧を表わし，また $a/H \to 0$ とすることにより完全流体内における無限に長い円柱の仮想質量を導くことができる。したがって，ここに得た結果はこの二つの場合をその両極端として包含する解であるといえる。

(5) 仮想質量に関する模型実験

これまでに行なった解析はすべて円柱を対象としたものであるが，円形以外の断面形状を持つ構造物に作用する動水圧やその仮想質量の評価は非常に困難であり，特に長方形断面の角柱については理論解析が行なえず，このような場合については実験による検討にまたねばならない。ここでは，円柱模型で理論解析結果の検討を行なうとともに，長方形断面や小判型断面を持つ模型柱を用いて振動実験を行なって，円柱についての実験結果との対比，動水圧あるいは仮想質量に及ぼす形状の影響についての考察を進めた。

水中で加速度運動をする物体の仮想質量を M_v，体積を V，仮想質量係数を α とすれば，

$$M_v = \alpha \rho V \tag{1·2·50}$$

と書くことができる。この仮想質量係数は物体の排除した水の質量に対する仮想質量の比を表わし，無限に長い円柱の場合には1であるが，一般にはその形状や境界条件によって異なった値をとる。これまで解析を行なってきたような，水中に直立して水面に達している円柱の場合にはこの M_v は式（1・2・48）で表わされる仮想質量分布係数の0～H間の平均値である。このような仮想質量 M_v は次のような方法で測定することができる。すなわち，剛な模型の柱を1自由度の振動系とみなしうる運動ができるような機構で支持し，空気中で自由振動をさせる。このときの固有振動周期 T_a と模型の質量 M_a および模型を支持するばねのばね定数 k の間には，減衰定数を h_a とするとき次のような周知の関係がある。

$$T_a=\frac{2\pi}{\sqrt{1-h_a{}^2}}\sqrt{\frac{M_a}{k}}$$

また，同一の模型を水中で同様な条件下で自由振動させると，ばね定数 k は水中でも不変であるから，水中での固有振動周期 T_w ，模型の見かけ上の質量 M_w ，減衰定数 h_w の間には同様に

$$T_w=\frac{2\pi}{\sqrt{1-h_w{}^2}}\sqrt{\frac{M_w}{k}}$$

が成り立つ。見かけの質量 M_w は模型の質量 M_a と仮想質量 M_v との和と考えられるから次式が成立する。

$$\left(\frac{T_w}{T_a}\right)^2=\frac{1-h_a{}^2}{1-h_w{}^2}\frac{\rho_0 V+\alpha\rho V}{\rho_0 V} \qquad (1\cdot2\cdot51)$$

ここに，ρ_0 は模型の密度である。しかるに，減衰定数 h_a ，h_w はいずれも微小な値であり，上式においてはそれらの２乗値は無視することができる。したがって，仮想質量係数 α は

$$\alpha=\frac{\rho_0}{\rho}\left\{\left(\frac{T_w}{T_a}\right)^2-1\right\} \qquad (1\cdot2\cdot52)$$

となり，水中と空気中での固有振動周期の比と模型と水の密度の比から算出することができる。

ⅰ）模型と実験方法

模型はメタアクリル酸（アクリライト）およびポリエステル系合成樹脂（ニトロンＰ）により作成した。模型は４グループに分類され，各グループには３系列の模型が属している。すなわち，各グループは円型断面を持つＣ模型（円柱），模型の振動方向と直角な面への投影面積がＣ模型と同一である模型群をＡ系列，Ｃ模型と等しい断面積を有する模型群をＢ系列とした。模型の前面幅を d ，奥行き幅を b とするとき，Ａ系列では d/b が 0.5，１，２，３，４，Ｂ系列では d/b が１，２，３，４である模型を含み，これらの合計１０個の模型から一つのグループが構成されている。また同一グループ内では模型の長さは同一である。

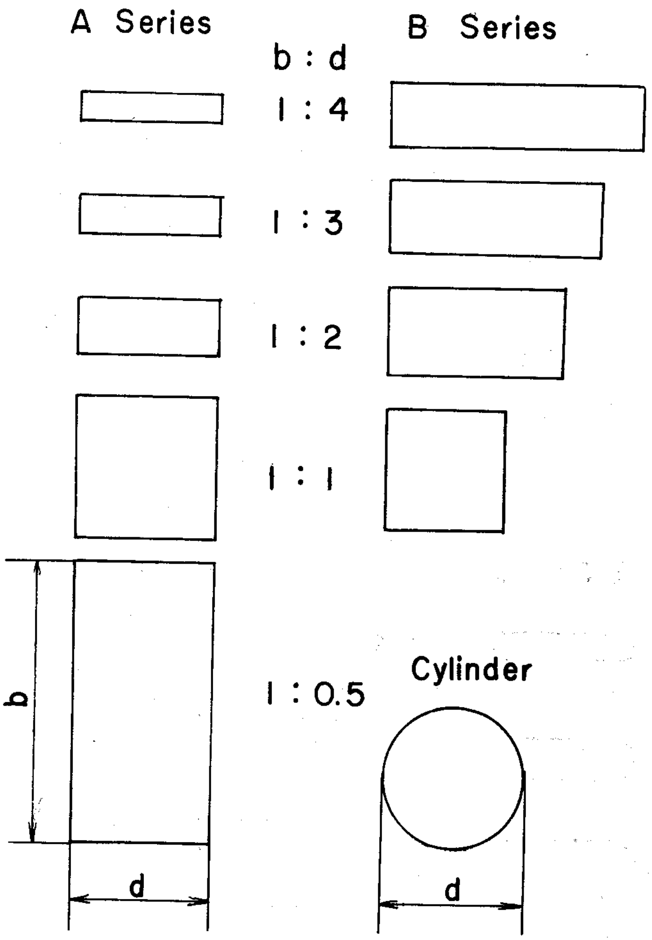


Fig.1.9 Cross sectional shape of models.
(Group Ⅰ, Ⅱ, Ⅳ)

グループⅠ，Ⅱ，Ⅳに属する模型の断面形状をFig.1・9に，その寸法をTable 1・1に示した。グループⅡは模型の規模による影響を調べるのが目的であり，模型の各辺の長さをグループⅠの対応する模型寸法の2倍にしてある。グループⅢは隅角の影響を知るために，模型の両側に半円柱をつけて小判型断面にしたものであるが，その断面形状はFig・1・10に，寸法をTable 1・1に示した。以上の3グループはいずれも模型の下端に板ばねを

Table 1・1 Dimension of Models.

Series / Group	No	A 0.5	A 1	A 2	A 3	A 4	B 1	B 2	B 3	B 4	C	Length
I	d	50	50	50	50	50	44.3	62.6	76.8	88.4	50	150
	b	100	50	25	16.7	12.5	44.3	31.3	25.6	22.1	–	
II	d		100	100	100	100	88.6	125.2	153.6	176.8	100	300
	b		100	50	33.4	25	88.6	62.6	51.2	44.2	–	
III	d	50		50	50	50		66	79.8	92	50	150
	b	100		25	16.5	12.5		33	26.6	23	–	
IV	d	50	50	50	50	50	44.3	62.6	76.8	88.4	50	150
	b	100	50	25	16.7	12.5	44.3	31.3	25.6	22.1	–	

(unit : ㎜)

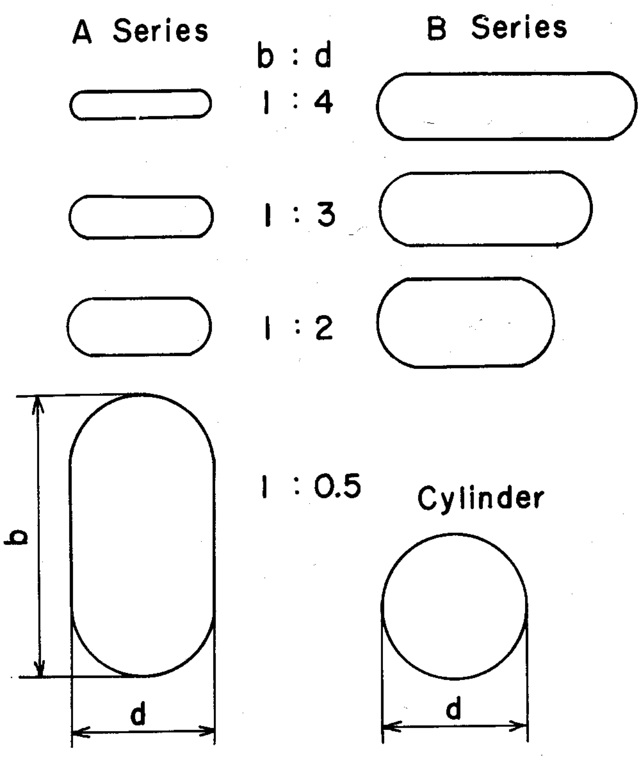


Fig.1・10 Cross sectional shape of models (Group Ⅲ)

埋め込み，ばねの他端を水底に固定して水中で自由振動をさせた。したがって，振動様式は微小振幅ではあるが並進動揺振動と考えられ，振動様式の違いによる影響を検討するために作成したのが模型グループⅣである。このグループの模型にはその上下両端に板ばねをとりつけ，これを水底と水面上の2点で固定したが，その寸法はグループⅠと同一である。これらの振動様式をFig.1・11に示した。

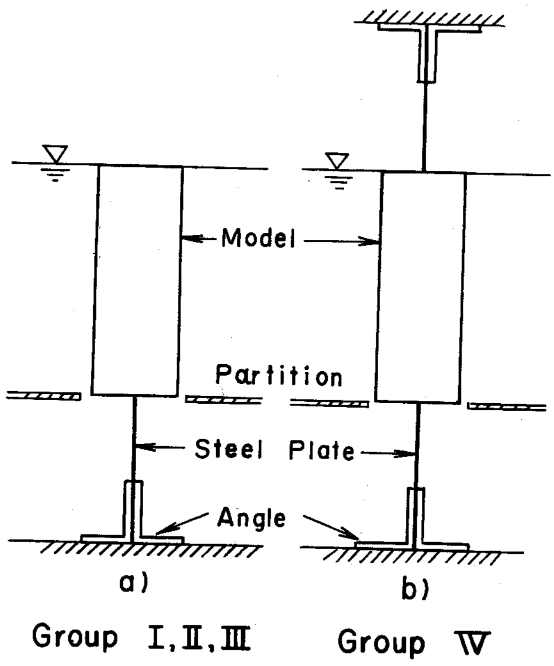


Fig.1.11 Support of models.

以上の合計37個の模型について，空気中および水中での固有振動周期の測定を行なったが，それは板ばねに接着した電気抵抗線ひずみ計によるひずみの時間的変動から算出した。

ii）実験結果

グループⅠ〜Ⅳの模型群について測定した空気中および水中での固有振動周期比から算定した仮想質量係数 α を，模型の前面幅 d と奥行き幅 b との比との関係として示したのがFig・1・12である。各図中にはA系列とB系列についての測定値を同時に表示したが，C模型の円柱は d/b が1.0としてプロットしてある。円柱についての仮想質量係数はどのグループに対しても1.0以下であり，0.58〜0.62のほぼ一定値を示している。また，円柱以外の模型についての仮想質量係数は明らかに d/b ，すなわち模型の偏平さ

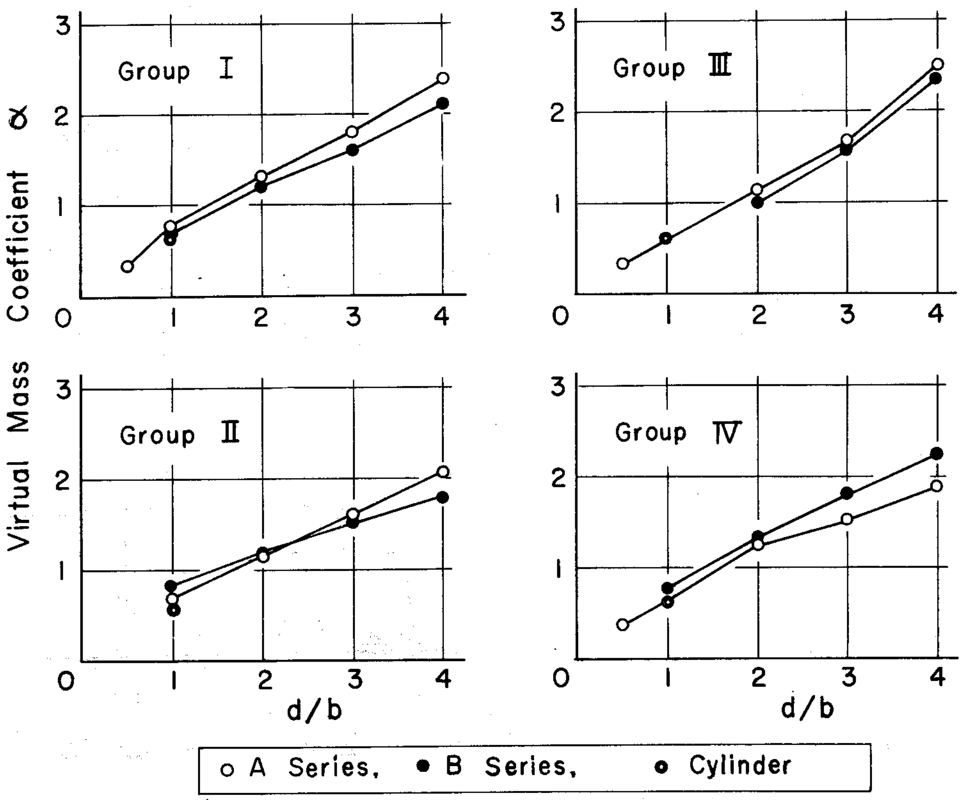


Fig.1.12　Virtual mass coefficient.

に比例的であり，この比例定数は模型柱の規模や断面形状，振動様式にかかわらず，ほぼ似通った値である。d/b が 1.0 の場合は正方形断面*の柱であり，これらの仮想質量係数は円柱についての値よりやや大きめではあるがほとんど同一の値とみなしてよい。したがって，仮想質量係数に及ぼす断面の種類や振動様式の影響は小さく，断面の偏平さが最も大きな影響を持つ要因といえよう。

次に，各模型における仮想質量を式（１・２・５０）から算出して，d/b

* グループⅢでは円柱になる。

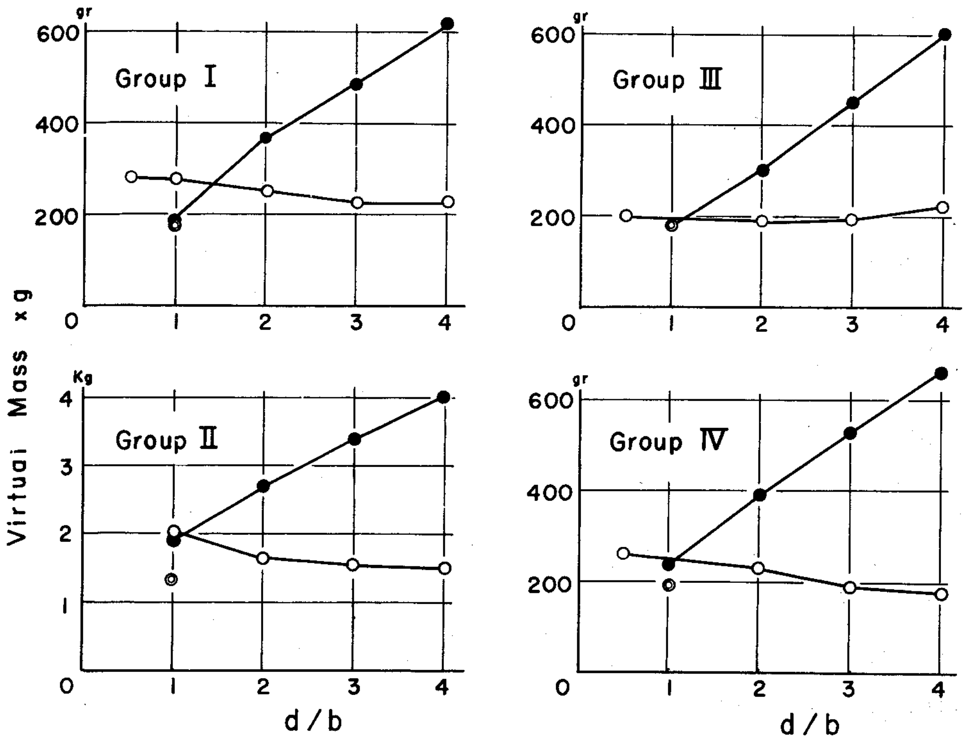


Fig.1.13　Virtual mass

に対してプロットするとFig.1・13のようになる。B系列では仮想質量の大きさは d/b に比例的であるが，A系列ではほぼ一定に近い値を示している。前述のように，A系列は同一グループ内では振動方向に直角な面への投影面積が一定であり，B系列では d/b が変化しても体積あるいは断面積は一定である。したがって，全般的な傾向としては仮想質量の大きさは前面幅 d の2乗に比例し，奥行き幅 b の影響は2次的であることがわかる。

また，グループⅢ以外のA系列はいずれも前面幅 d はそのグループに属する円柱の直径と等しいが，仮想質量の大きさは d/b の増大，すなわち偏平になるほど円柱の仮想質量に漸近することがわかる。しかるに，グループⅢ

では d/b にかかわらず，ほぼ一定値を示しており，かつその値は円柱の仮想質量に近く，他の3グループとは違った傾向が見受けられるが，これは明らかに偶角部を除いたことによる効果が現われたものと解される。

以上の実験から，偏平な角柱の仮想質量は振動方向に直角な面への投影面積が同じである円柱の仮想質量に等しいことがわかる。また，奥行き幅に比例して仮想質量はやや増大する傾向が認められるが，これは構造物の規模の増大とともに減少するものと考えてよい。また，模型の最大寸法はたかだか30cm程度に過ぎないが，前章までの解析においても明らかなように水の圧縮性を無視しうる場合には動水圧に関係する諸量はすべて構造物と水深との比だけで表示できるから，水の圧縮性が問題とならない程度の規模の構造物と地震動の周期に対しては，ここに得られた結果を適用しうるものと考えてよい。

(6) 地震時動水圧の近似計算式

円柱に作用する動水圧は式(1・2・46)で表わされるが，さらに水の圧縮性を無視しうる場合にはこの式中の λ'_m は α_m に置き換えられる。しかるに，この場合にも動水圧はなお a/H の関数であって，この値によって大きさや分布形状が変化し，実際の水中構造物の外力設計の計算式としては数値計算が繁雑すぎる。そこで，これを簡単な関数で表現するとともに円以外の断面形状を持つ柱状構造物に対しても適用しうる近似計算式を導いた。

動水圧を円柱の単位長さが排除する水の慣性力で除したものは仮想質量分布係数であり，その水底での値は先にFig.1・6 に実線で示した。この理論曲線を直線で近似したのが同図中の破線であり，$a/H<1$ の範囲内ではかなりよい近似を与えている。すなわち，

$$\frac{|P_y{}^*|_{z=0}}{k\rho g\pi a^2}\cong 1-\frac{a}{2H} \qquad (a/H<1) \qquad (1\cdot2\cdot53)$$

と書ける。次に，Fig.1・5において，水底での値を同一にしてその分布形状を比較するとFig.1・14のようになる。この図中には2次曲線と3次曲線を同

時に示したが，細い円柱に対してはより高次曲線がよい近似を与えることがわかる。しかるに，実際の水中構造物では $a/H > 0.1$ の場合が多いので，ここではこれを3次曲線で近似する。すなわち

$$P_y^* \propto \left(1-\frac{z}{H}\right)^{1/3}$$

$$(1.0 > a/H > 0.1) \qquad (1\cdot2\cdot54)$$

となる。上式を先の式（1・2・53）と組み合わせることにより式（1・2・47）は次式で近似される。

$$P_y^* = k\rho g\pi a^2\left(1-\frac{a}{2H}\right)\left(1-\frac{z}{H}\right)^{1/3}$$

$$(1.0 > a/H > 0.1) \qquad (1\cdot2\cdot55)$$

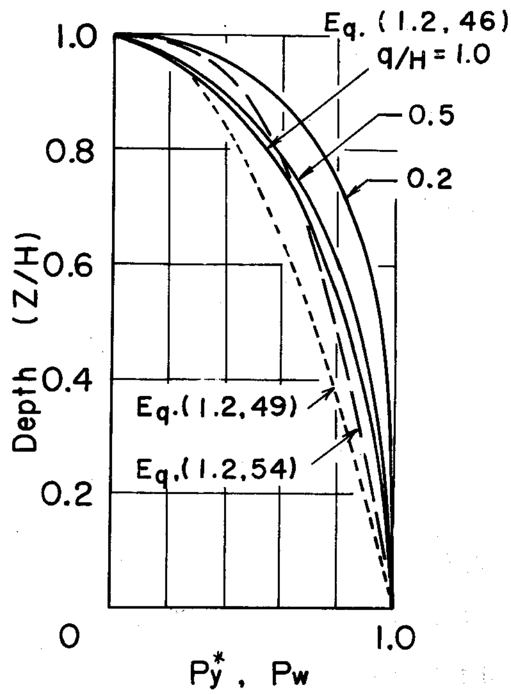


Fig. 1.14 Comparison of vertical distribution of dynamic water pressure.

次に円形以外の断面形状の柱についても，鉛直方向の分布と細長さの影響については式（1・2・55）の表現を踏襲し，これに形状係数 C_S を乗じて表わすものとする。

$$P_s = C_s k\rho g A\left(1-\frac{d}{4H}\right)\left(1-\frac{z}{H}\right)^{1/3} \qquad (1\cdot2\cdot56)$$

ここに，Aは中実断面積である。

上式のような表現を用いれば，形状係数 C_S は円柱の仮想質量係数に対するその他の断面を持つ柱の仮想質量係数の比として与えられる。このような形状係数 C_S を先に述べた模型実験結果において，前面幅 dが $2a$ に等しいA系列

について算出して図示したのが Fig・1・15 である。この図によれば C_s は明らかに d/b に比例的であり，近似的には

$$C_s \cong 0.9\frac{d}{b}+0.1(\pm 0.3) \qquad (1\cdot2\cdot57)$$

と表わすことができ，図中の直線は上式を示したものである。しかるに，実際の構造物では d/b の値が 3 を越えることはまれであり，通常は 1～2 程度であろう。また，上の式（1・2・57）をさらに簡単にして

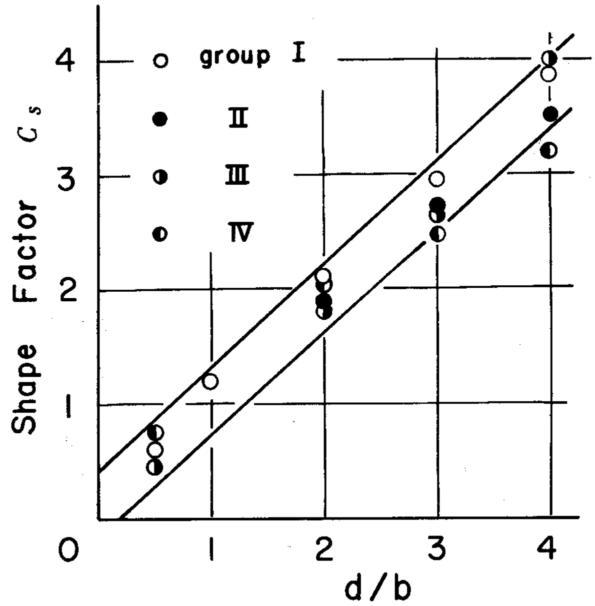


Fig.1・15　Shape factor C_s

$$C_s=\frac{d}{b} \qquad (1\cdot2\cdot58)$$

と表わすことも場合によっては許されるであろうが，この場合には中実の角柱では断面積は db であるから式（1・2・56）より P_s は前面幅 d の 2 乗に比例し，奥行き長さ b には無関係になる。これは前項において述べた内容に合致している。

章　水中構造物の振動特性

周波数応答

水中構造物に作用する動水圧はその表面の運動加速度に比例するから，構造の弾性変形に動水圧が関与し，動水圧と構造物の変形とは連成作用を生じるとになる。以下においてはこの連成効果に着目して振動特性を解析する。

いま，Fig.1.16　に示すように水底において固定され，その頂部がちょう水面に一致している円柱が下端に強制変位を受けている場合を考える。このき強制変位量を$y_0(t)$,円柱の弾性形量を$y_d(z, t)$とすれば，円柱静止座標からの変位量$y(z, t)$は易に

$$y(z, t)=y_0(t)+y_d(z, t) \tag{1·3·1}$$

書ける。また円柱の弾性変形に関る微分演算子を$L(y_d)$とすれば，動方程式は

$$L(y_d)+\rho_0 A\frac{\partial^2 y_d}{\partial t^2}=-\rho_0 A\frac{\partial^2 y_0}{\partial t^2}+P_y(z, t) \tag{1·3·2}$$

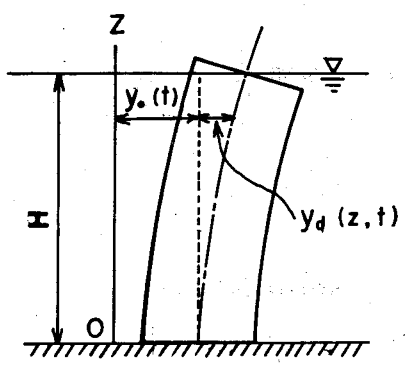


Fig.1.16

書ける。上式中の$Py(z, t)$は動水圧を表わし，左辺第1項は対象とするに応じた微分表式を用いるものとする。

いま，円柱の固定されている基盤が，円振動数ωの調和運動をしているものとすれば，円柱の弾性変形量$y_d(z, t)$は

$$y_d(z, t)=Y(z)\exp(i\omega t) \tag{1·3·3}$$

表わしてもよい。これから円柱表面における振動速度が計算され，前章におると同様にして円柱表面の単位長さ当りに作用する動水圧$P_y(z, t)$が次式のように得られる。

$$P_y(z,t)=\omega^2\rho\pi a\Big[\sum_{m=1}^{s}\frac{4}{\lambda_m H}\cdot\frac{H_1^{(2)}(\lambda_m a)}{H_0^{(2)}(\lambda_m a)-H_2^{(2)}(\lambda_m a)}\int_0^H\left\{\frac{kg}{\omega^2}+Y(\zeta)\right\}$$
$$\times\cos\alpha_m\zeta d\zeta\cos\alpha_m z$$
$$-\sum_{m=s+1}^{\infty}\frac{4}{\lambda'_m H}\cdot\frac{K_1(\lambda'_m a)}{K_0(\lambda'_m a)+K_2(\lambda'_m a)}\int_0^H\left\{\frac{kg}{\omega^2}+Y(\zeta)\right\}$$
$$\times\cos\alpha_m\zeta d\zeta\cos\alpha_m z\Big]\exp(i\omega t) \qquad (1{\cdot}3{\cdot}4)$$

i) $\pi/2H\geqq\omega/c$ の場合

この場合には式（1・3・4）の第1項は現われないから $s=o$ であり，$P_y(z, t)$ は

$$P_y(z,t)=-k\rho g\pi a^2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^{m-1}}{\alpha_m H}\cdot\frac{4}{\lambda'_m a}\frac{K_1(\lambda'_m a)}{K_0(\lambda'_m a)+K_2(\lambda'_m a)}\cos\alpha_m z\exp(i\omega t)$$
$$-\rho\omega^2\pi a^2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{\lambda'_m a}\frac{K_1(\lambda'_m a)}{K_0(\lambda'_m a)+K_2(\lambda'_m a)}\frac{1}{H}\int_0^H Y(\zeta)$$
$$\times\cos\alpha_m\zeta d\zeta\cos\alpha_m z\exp(i\omega t) \qquad (1{\cdot}3{\cdot}5)$$

と書ける。上式の第1項は円柱の並進運動によるものであり，式（1・2・33）に相当し，第2項は弾性変形による動水圧を表わしている。

式（1・3・3）と式（1・3・5）とを式（1・3・2）に用いれば時間項を消去でき，周波数領域における空間変数 z についての議論が行なえる。したがってこの場合には次式が得られる。

$$L[Y(z)]=\rho_0 A\omega^2 Y(z)-\rho_0 Akg$$
$$-\rho\pi a^2 kg\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^{-m}}{\alpha_m H}\frac{4}{\lambda'_m a}\frac{K_1(\lambda'_m a)}{K_0(\lambda'_m a)+K_2(\lambda_m' a)}\cos\alpha_m z$$
$$-\rho\pi a^2\omega^2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{\lambda'_m a}\frac{K_1(\lambda'_m a)}{K_0(\lambda'_m a)+K_2(\lambda'_m a)}\cdot\frac{1}{H}\int_0^H Y(\zeta)$$
$$\times\cos\alpha_m\zeta d\zeta\cos\alpha_m z \qquad (1{\cdot}3{\cdot}6)$$

この式は微分項$L[Y]$と同時に$Y[z]$に関係する積分項をも含んでおり，一種の微積分方程式となっている。このことから，動水圧の作用下において振動する構造物の弾性変形は feed back 系を構成することがわかる。

次に，同次方程式

$$L[Y(z)]-\rho_0 A\omega^2 Y(z)=0 \tag{1·3·7}$$

を考えると，この式は運動が式（1・3・2）で記述されるような水中構造物が空気中にある場合の固有値および固有関数を与える。このような固有関数は直交関数族を形成するから，$Y(z)$の満足すべき境界条件に適合する固有値k_μと固有関数$\eta(k_\mu z)$とを選択すれば未知関数$Y(z)$を次式のように表示できる。

$$Y(z)=\sum_{\mu=1}^{\infty} A_\mu \eta(k_\mu z) \tag{1·3·8}$$

ここにA_μは未定定数であり，一般座標上の振幅を表わす。すなわち

$$A_\mu=\int_0^H \eta(k_\mu \zeta) Y(\zeta) d\zeta \tag{1·3·9}$$

である。次に，式（1・3・6）に$\eta(k_\mu z)$を乗じて$0\sim H$で積分を行なう。

いま，円柱は曲げ振動が卓越するものとすれば

$$L[Y(z)]\equiv EI\frac{d^4Y}{dz^4} \tag{1·3·10}$$

であり，このとき

$$\int_0^H L[Y(\zeta)]\eta(k_\mu \zeta)d\zeta = k_\mu{}^4\int_0^H Y(\zeta)\eta(k_\mu\zeta)d\zeta$$

であることから，$\eta(k_\mu z)$を

$$\int_0^H \{\eta(k_\mu \zeta)\}^2 d\zeta = H \tag{1·3·11}$$

なるように選んでおけば，結局次式が得られる。

$$(p_\nu^2/\omega^2 - 1)A_\nu = \frac{kg}{\omega^2}\psi_\nu + \sum_{\mu=1}^{\infty}\Omega_{\mu\nu}A_\mu \tag{1·3·12}$$

ここに，

$$p_\nu^2 = \frac{EIk_\nu^4}{\rho_0 A} \tag{1·3·13}$$

$$\begin{aligned}\psi_\nu = &\frac{1}{H}\int_0^H \eta(k_\nu \zeta)d\zeta \\ &+ \frac{\rho\pi a^2}{\rho_0 A}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^{m-1}}{\alpha_m H}\frac{4}{\lambda'_m a}\frac{K_1(\lambda'_m a)}{K_0(\lambda'_m a)+K_2(\lambda'_m a)}\frac{1}{H}\int_0^H \eta(k_\nu \zeta)\cos\alpha_m \zeta d\zeta\end{aligned} \tag{1·3·14}$$

$$\begin{aligned}\Omega_{\mu\nu} = &\frac{\rho\pi a^2}{\rho_0 A}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{\lambda'_m a}\frac{K_1(\lambda'_m a)}{K_0(\lambda'_m a)+K_2(\lambda'_m a)}\frac{1}{H}\int_0^H \eta(k_\mu \zeta)\cos\alpha_m \zeta d\zeta \\ &\times\frac{1}{H}\int_0^H \eta(k_\nu \zeta)\cos\alpha_m \zeta d\zeta\end{aligned} \tag{1·3·15}$$

である。円柱がせん断振動をする場合あるいは曲げとせん断の両者を考慮しなければならない場合には微分演算子$L[Y(z)]$をそれらに対応したものに置き換えればよい。

式(1・3・12)をA_νに関して解けば弾性変形量を決定できるが，この式は右辺第2項が存在すること，すなわち動水圧によって各規準振動形間の連成が生じているため，これを厳密に解くことは困難である。しかるに，ここで対象としている振動数ωは$\pi c/2H$より小さい場合であり，このような場合

には高次の規準振動形の影響は小さいものと考えてもよい。したがって，

$$p_\nu < \frac{\pi c}{2H}$$

を満足する範囲の規準振動を考えておけば十分であり，このような次数νの値をNとすれば，式（１・３・１２）は次のようなN元の連立１次方程式となり，これを解くことはきわめて容易である。

$$\sum_{\nu=1}^{N}\left[\left(\frac{p_\nu^2}{\omega^2}-1\right)\delta_{\mu\nu}-\Omega_{\mu\nu}\right]A_\mu=\frac{kg}{\omega^2}\psi_\mu \qquad (\mu=1,2,\dots N) \qquad (1\cdot3\cdot16)$$

ここに$\delta_{\mu\nu}$はKronecker の delta 記号である。

）$\pi/2H$ ＜ω/c の場合

この場合には式（１・３・４）の第１項が現われるから，この項も考慮の対象にしなければならない。したがって式（１・３・４）および（１・３・３）を式（１・３・２）に代入すれば，Y（z）に関する微積分方程式が得られ，ここにおいて前項と同様な演算を遂行すれば，結局式（１・３・１６）に応対して次式が得られる。

$$\sum_{\mu=1}^{N'}\left[\left(\frac{p_\nu^2}{\omega^2}-1\right)\delta_{\mu\nu}-\Omega_{\mu\nu}{}^*-i_{\mu\nu}\widetilde{\Omega}_{\mu\nu}\right]A_\mu=\frac{kg}{\omega^2}(\psi_\mu{}^*+i\widetilde{\psi}_\mu) \qquad (1\cdot3\cdot17)$$

ここに，$N' \gg N$であり，

$$\begin{aligned}\Omega_{\mu\nu}{}^* = &-\sum_{m=1}^{s}\frac{\rho\pi a^2}{\rho_0 A}\frac{4}{\lambda_m a}\frac{a_m}{A_m{}^2+B_m{}^2}\frac{1}{H}\int_0^H\eta(k_\mu\zeta)\cos\alpha_m\zeta d\zeta\\ &\times\frac{1}{H}\int_0^H\eta(k_\nu\zeta)\cos\alpha_m\zeta d\zeta\\ &+\sum_{m=s+1}^{\infty}\frac{\rho\pi a^2}{\rho_0 A}\frac{4}{\lambda'_m a}\frac{K_1(\lambda'_m a)}{K_0(\lambda'_m a)+K_2(\lambda'_m a)}\frac{1}{H}\int_0^H\eta(k_\mu\zeta)\cos\alpha_m\zeta d\zeta\\ &\times\frac{1}{H}\int_0^H\eta(k_\nu\zeta)\cos\alpha_m\zeta d\zeta \qquad (1\cdot3\cdot18)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widetilde{\Omega}_{\mu\nu} = &-\sum_{m=1}^{s}\frac{\rho\pi a^2}{\rho_0 A}\frac{4}{\lambda_m a}\frac{b_m}{A_m{}^2+B_m{}^2}\frac{1}{H}\int_0^H\eta(k_\mu\zeta)\cos\alpha_m\zeta d\zeta\\ &\times\frac{1}{H}\int_0^H\eta(k_\nu\zeta)\cos\alpha_m\zeta d\zeta \qquad (1\cdot3\cdot19)\end{aligned}$$

$$\psi_\mu{}^* = \frac{1}{H}\int_0^H \eta(k_\mu\zeta)d\zeta - \sum_{m=1}^{s}\frac{\rho\pi a^2}{\rho_0 A}\frac{4}{\lambda_m a}\frac{a_m}{A_m{}^2+B_m{}^2}\frac{1}{H}\int_0^H \cos\alpha_m\zeta d\zeta$$

$$\times\frac{1}{H}\int_0^H \eta(k_\mu\zeta)\cos\alpha_m\zeta d\zeta$$

$$+\sum_{m=s+1}^{\infty}\frac{\rho\pi a^2}{\rho_0 A}\frac{4}{\lambda'_m a}\frac{K_1(\lambda'_m a)}{K_0(\lambda'_m a)+K_2(\lambda'_m a)}\frac{1}{H}\int_0^H \cos\alpha_m\zeta d\zeta$$

$$\times\frac{1}{H}\int_0^H \eta(k_\mu\zeta)\cos\alpha_m\zeta d\zeta \qquad (1\cdot3\cdot20)$$

$$\widetilde{\psi_\nu} = -\sum_{m=1}^{s}\frac{\rho\pi a^2}{\rho_0 A}\frac{1}{\lambda_m a}\frac{a_m}{A_m{}^2+B_m{}^2}\frac{1}{H}\int_0^H \cos\alpha_m\zeta d\zeta\int_0^H \eta(k_\nu\zeta)\cos\alpha_m\zeta d\zeta \qquad (1\cdot3\cdot21)$$

$$\left.\begin{aligned} A_m &= J_0(\lambda_m a) - J_2(\lambda_m a) \\ B_m &= Y_0(\lambda_m a) - Y_2(\lambda_m a) \\ a_m &= A_m J_1(\lambda_m a) + B_m Y_1(\lambda_m a) \\ b_m &= B_m J_1(\lambda_m a) - A_m Y_1(\lambda_m a) \end{aligned}\right\} \qquad (1\cdot3\cdot22)$$

である。式（１・３・１７）から決定されるA_μは明らかに複素数であり，この場合には振動減衰効果のあることを示しているが，これは動水圧の動径方向への波動伝播現象が生じ，その結果として圧力波によるエネルギー逸散現象が生じるためである。

以上のように，系に作用する外乱の周波数帯によって，水中における円柱の振動数特性が異なることが明らかであり，特に，$\omega>\pi c/2H$ であるような円振動数を持った調和的外乱に対しては波動伝播によるエネルギー逸散が生じ，円柱の振動に対しては減衰効果を有することが明らかになった。しかるに，このような現象が現われるのは水深と外乱の振動数とがFig.1・3 の右上半領域にある場合であり，現実の構造物においてしばしば遭遇するとは考えられない。一方，$\omega<\pi c/2H$ なる場合には，式（１・３・１６）のA_μの係数を要素とする行列式

$$\det\left|\left\{\left(\frac{p_\nu}{\omega}\right)^2-1\right\}\delta_{\mu\nu}-\Omega_{\mu\nu}\right|=0 \qquad (1\cdot3\cdot23)$$

を満足するωに対してはA_{μ}を決定することができず，動水圧は円柱の振動に対しては減衰効果を発揮しないことを示している。

c) 仮　想　質　量

水中にある円柱状構造物の周波数応答を知るには，式（1・3・16）あるいは式（1・3・17）を解かねばならないが，特定の周波数帯域内での応答に対してはその帯域外に固有振動数を持つ規準振動の影響は小さいものと考えてよい。したがって空気中における基本円振動数付近以下の帯域を問題にする場合には２次以上の高次の影響を無視することも許される。この場合には，式（1・3・23）において　$\mu=\nu=1$　とすることにより水中での共振円振動数p_1^*と空気中における基本円振動数p_1との間には

$$(p_1^*)^2=\frac{p_1^2}{1+\Omega_{11}} \qquad (1\cdot3\cdot24)$$

が成立する。P_1は式（1・3・13）で与えられるから，P_1^*は曲げ振動に関して

$$(p_1^*)^2=\frac{EIk_1^4}{\rho_0 A(1+\Omega_{11})} \qquad (1\cdot3\cdot25)$$

と書ける。上式中の$\rho_0 A$は円柱の単位長さ当りの質量であるから，水中での共振振動数に関しては，質量が見かけ上（$1+\Omega_{11}$）倍になった円柱が空気中にある場合と同等であることになる。換言すれば円柱の質量が単位長さ当りに$\rho_0 A\Omega_{11}$だけ増えたものと考えてよいことになる。この$\rho_0 A\Omega_{11}$が弾性変形を考慮した場合の仮想質量であって，その性質からしてΩ_{11}を仮想質量係数と称することができる。このΩ_{11}は半径aの円柱に対しては次式のように書き表わされる。

$$\Omega_{11}=\frac{\rho\pi a^2}{\rho_0 A}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{\lambda'_m a}\frac{K_1(\lambda'_m a)}{K_0(\lambda'_m a)+K_2(\lambda'_m a)}\left\{\frac{1}{H}\int_0^H \eta(k_1\zeta)\cos\alpha_m\zeta d\zeta\right\}^2 \qquad (1\cdot3\cdot26)$$

水中における共振周期の算定に当っては，弾性変形を考慮した仮想質量はきわめて有効であるが，強制振動に関係する応答量の評価や検討に適用することは許されない。なぜならば，この仮想質量はその誘導過程からも明らかなように，弾性変形による付加的動水圧を変形量を重みとして平均し，これを運動加速度で除したものとして定義される。したがって，構造物の弾性変形を考慮する場合の水中での運動を仮想質量の考えで取り扱うことは，弾性変形による付加的動水圧のみを運動慣性に関係する質量効果として評価し，構造物の変形の基準位置の並進運動によって生じる水の質量効果を無視することになるからである。

次に，仮想質量係数Ω_{11}の評価と水中での共振周期についての考察を行なう。いま，簡単のため，円柱は曲げ振動をするものとすれば，固有関数$\eta(k_1\ z)$が決定し，式(1・3・26)の積分項が計算される。この結果を用いて，仮想質量係数Ω_{11}の質量比$\rho\pi a^2/\rho_0 A$に対する比と円柱の細長さを表わすa/Hとの関係として表わすとFig.1・17に示したようになる。この

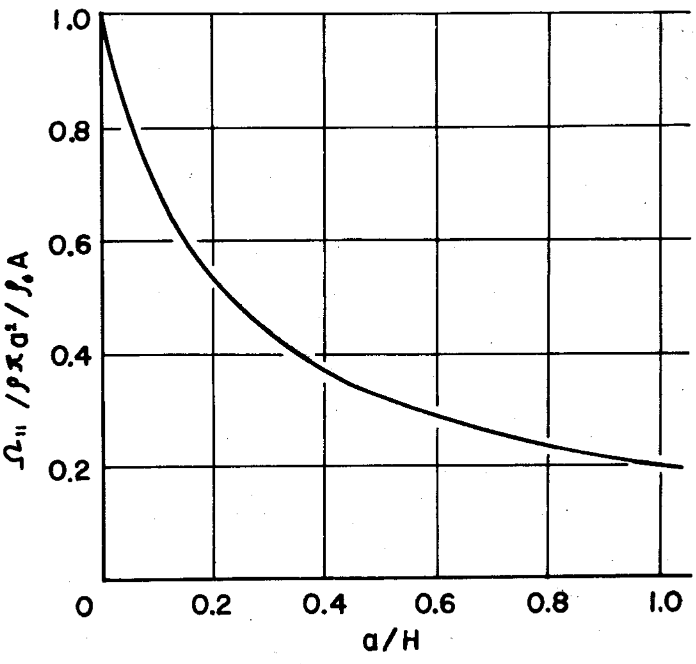


Fig.1・17 Relation between a/H and virtual mass coefficient・

図は変形を考慮した仮想質量は a/H の減少関数であり，一定値ではないことを示している。したがって水中での共振振動数は空気中にある場合の $1/\sqrt{1+\Omega_{11}}$ 倍になることからして，円柱が細長いほど固有振動数の低下，すなわち固有振動周期の伸長が大きいと結論できる。この空気中と水中との周期比を，細長比 a/H と円柱の質量に対する排除した水の質量の比とを用いて表わしたのがFig.1・18である。円柱が中実である場合にはパラメータ

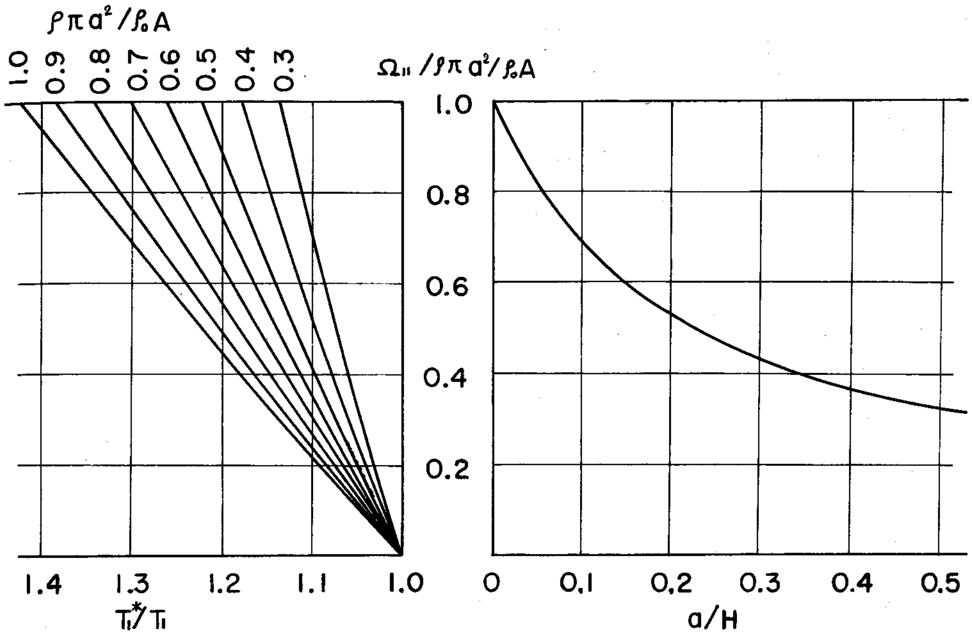


Fig.1・18 Ratio of natural period versus a/H

ーの質量比は密度比 ρ/ρ_0 に置き換えられる。したがって，これまでに述べた諸条件が満たされる場合には，円柱の幾何学的条件だけで水中と空気中での固有振動周期比を知ることができることになる。

(3) 模型振動実験

i) 模型と実験装置

模型の本体はアクリライト製の長さ1,000 ㎜ の円筒であり，その直径が76 ㎜， 45 ㎜， 35 ㎜ の3種類について測定用と使用する電気抵抗線ひずみ計の温度保償用の2種類の合計6個の模型を作製した。これらの諸元をTable 1·2 に示した。

Table 1·2 Dimension of models

Model	Length	Outer diameter	Inner diameter	Area	Moment of inertia
I	1,000 mm	76mm	70mm	688mm²	5.7×10^{5} mm⁴
II	1,000	45	40	334	7.6×10^{4}
III	1,000	35	30	207	2.9×10^{4}

Young's modulus 2.8×1.0^{4} kg/cm² (10°C)
Specific gravity 1.20 gr/cm³

これらの模型のうち，測定用の模型には円筒の内面に電気抵抗線ひずみ計を接着した後，固定端を振動版に固定し，自由端には水の流入を防ぐ処置をした。また，これと同一規格の温度保償用の模型にはその外面にひずみ計を接着し，円筒内に水を満たした。ひずみ計は模型の下端から5 ㎝の点を第1の測点とし，上方に20 ㎝間隔でひずみ計を接着し，合計5測点を設けた。使用したひずみ計はゲージ長10 ㎜のポリエステルベースのものであり，円筒の剛性に及ぼす影響は無視しうるものと考えてよいことはいうまでもない。

実験に使用した水槽は幅150㎝，奥行き幅100㎝，高さ120㎝ の木製水槽であり，水槽底面には厚さ5 ㎜ の合成樹脂を張った。実験時の模型の運動を理論解析に対応させるためには模型の底部において水平1方向のみの変位を許し，左右動や動揺振動を防止しなければならない。そこで，模型をと

りつけるべき振動版（４０cm×４０cm×２cm）を合成樹脂で作製し，この版を水槽底面との間に数個のローラーを置いてなめらかに水平移動ができるようにし，さらに版の左右動や動揺を防ぐための装置を付設した。

この版に振動を与える方法として，水槽の側面の軸受け穴を通してシャフト鋼棒により振動版と振動台とを直結した。これらの模型と実験装置の概略図をFig.1·19 に示した。

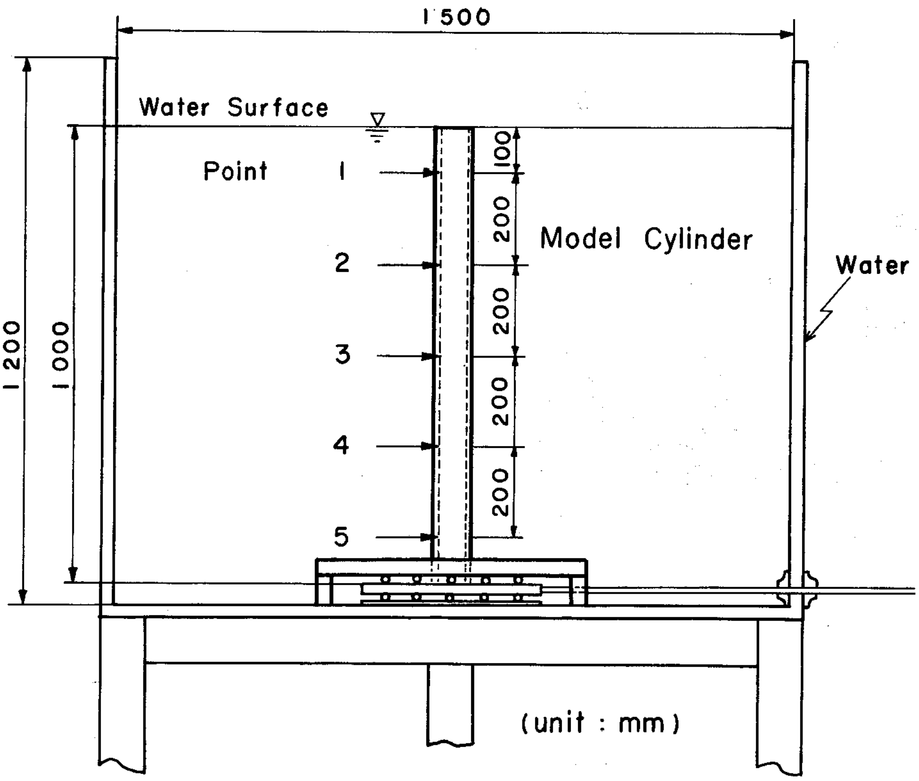
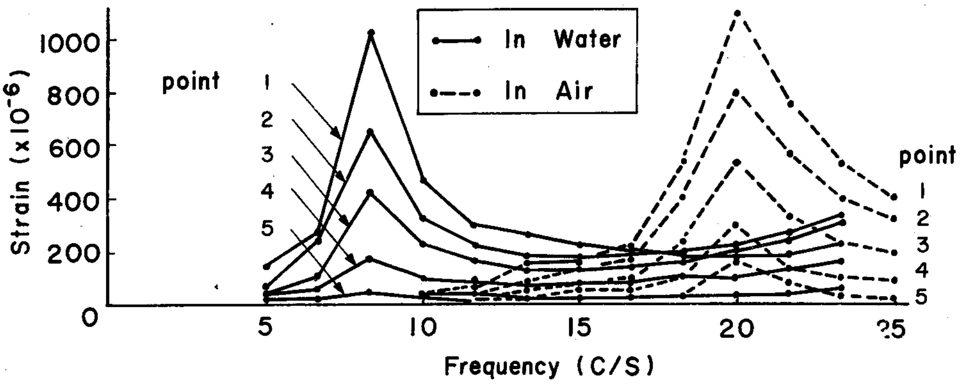


Fig.1·19　Experimental model and water tank

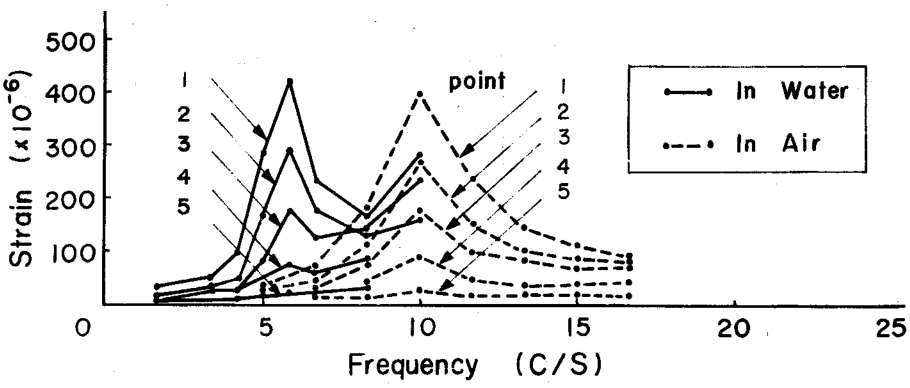
ii)　実験結果とその考察

模型Ⅰ，Ⅱ，Ⅲについて，振動版に与える強制振幅とその振動数および水深を変化させ，各測点における応答ひずみの測定を行なった。その結果の１

例をFig.1・20に示した。同図のa)，b)とも強制振幅は1㎜であり，それぞ



a) Model I



b) Model Ⅲ

Fig.1・20 Frequency response curves of models

れ空気中と満水時の周波数応答を対比してある。縦軸は測定ひずみ量であるから，測定値は各測点での曲げ応力度に比例的な量として考えてよい。

空気中と水中における周波数応答曲線を比較すると，水中での周波数応答曲線の共振振動数は空気中でのそれより低周波数域への移行を示しているが，応答曲線特に共振振幅そのものの大きさにはほとんど差異がないと見なしてよい。すなわち，水は模型の共振振動数を低下させる効果は大きいが，その

最大応答量や共振振動数を中心とする応答曲線の形状にはほとんど影響を与えないことを示唆するものである。これは換言すれば，水の質量作用は顕著であるが，減衰作用は無視しうる程度に小さいことを示している。このような減衰性状を比較するために行なった自由振動実験のうち，模型Ⅰについての測定記録から，振動回数と記録紙上の振動振幅との関係を図示したのがFig.1・21である。測定値を連ねた直線が水中でも空気中においても大差ないことは，水の減衰作用が模型の振動減衰にはほとんど効果を持たないことを示している。このような水の減衰効果とその評価については第4章で検討する

模型Ⅰの空気中での自由振動実験結果ではその固有振動周期は0.05 sec と測定されたが，Fig.1・20の周波数応答曲線においても共振振動数は約20 c/s 前後と判断され，これは自由振動実験によるものと一致している。模型Ⅱについても同様であり，自由，および強制振動に対してそれぞれ0.09 sec，0.1sec が測定された。これらの測定値をTable 1・3 に示した。なおこの表の末尾の欄の値は周期比の理論値に対する，理論と実験値の差の比を示している。

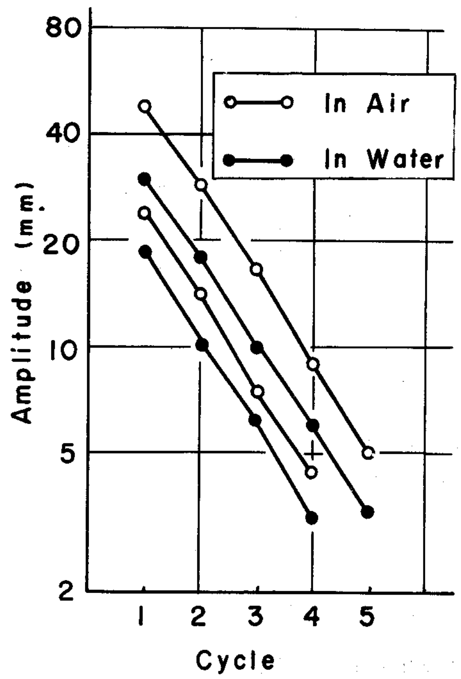


Fig.1・21　Cycles versus amplitude of free vibration

次に，水中での模型Ⅰ，Ⅱ，Ⅲの共振振動周期を求めると，それぞれTable 1・3 に示したように0.12 sec，0.155 sec，0.18 sec である。また，空気中での固有振動周期に対する水中での共振周期比を同表中の第3

Table 1·3 Natural period in air and resonance period in water of models.

		(1) Natural period	(2) Resonance period in water	Ratio of (2) to (1)	Difference
Model I	Experiment	0.05 sec	0.12 sec	2.40	0.5%
	Theory	0.047	0.114	2.41	
Model II	Experiment	0.09	0.155	1.85	7.5
	Theory	0.081	0.160	2.01	
Model III	Experiment	0.10	0.182	1.82	5.2
	Theory	0.095	0.182	1.92	

欄に示したが，模型Ⅰの周期比が最大である。しかしながら，この結果から太い円筒ほど水中での共振周期の伸長率が大であると結論することはできない。なぜならば共振周期の増大は水の質量作用によるものであり，それは構造物あるいは模型の質量との関連において考えねばならないからである。模型ⅠとⅢとを比較すれば，排除する水の質量に対する模型の質量の比はそれぞれ0.182，0.316であり，模型Ⅰの方が水の質量作用を受けやすいことを示している。

ここで，先に得た理論解析結果との比較対照を行なう。まず，模型Ⅰについては，$H=100cm$，$a=3.8cm$ であるから $a/H=0.038$ である。また模型の重量に対する排除した水の重量比から

$$\rho\pi a^2/\rho_0 A=5.50$$

が得られる。これらの値を用いて，式(1・3・26)を図化したFig.1·17から仮想質量係数Ω_{11}を求めることができる。すなわち

$$\Omega_{11}=5.50\times0.86=4.84$$

さらに，この値に1を加えた値の平方根が固有振動周期T_1に対する水中での共振周期T_1^*の比を表わすから

$$T_1^*/T_1=\sqrt{1+4.84}=2.41$$

となる。しかるに，模型Ⅰについての実測値によるこの比の値は2.4 0 であり，両者はよく合致している。

同様な演算を模型Ⅱ，Ⅲについて行なった結果を先のTable 1・3 の第3欄に掲げた。この表の第4欄には理論値と実測値による周期比の差を示したが，このような差異は構造物と水という二つの振動媒体から成る運動系であることや理論解析と模型実験における設定条件が完全には対応していないことに起因しているものと考えられる。

また，水中における模型の頂部の振動たわみに関する周波数応答曲線をFig.1・22に示した。縦軸は模型下端での強制振幅1㎜に対する頂部での振動たわみの比を，横軸は水中での固有振動数に対する強制振動数の比を表わ

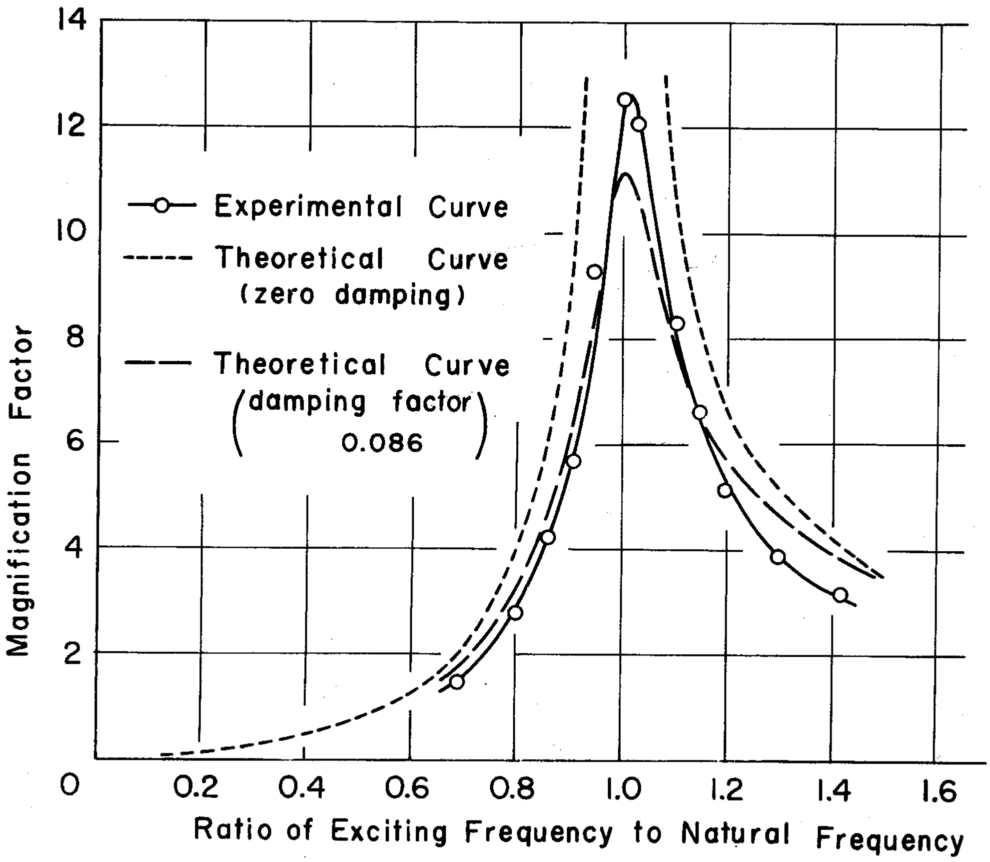


Fig.1・22 Frequency response curves of Model I in water.

している。同図中の理論曲線は式（1・3・16）において$N=1$としたものであり，破線で示した理論曲線は減衰を考慮した場合でありFig.1・21に示した自由振動実験による振動振幅の対数減衰率から算出した減衰定数0.086を用いた。この図から基本固有振動数付近，あるいはそれ以下の振動数に対しては高次振動の影響がほとんどないこと，空気中での減衰定数を用いて水中における周波数応答を推測しうることなどがわかる。

第4章　水の振動減衰効果

(1)　水中構造物に作用する流体抵抗

静水中を一定速度で運動する物体には，その速度の2乗に比例する抵抗が作用することは周知の事実であり，このような抵抗は主として物体の後流域における造渦抵抗あるいはそのはくりにより発生するものとされている。しかるに水中で微小振幅の振動をする物体の場合には相対変位量が小さくかつ一定流速が保持されないため，渦が十分に発達するに至らないことにより，物体の振動減衰に対する貢献度は低いものと推察される。流速の小さな場合，あるいは Reynolds 数の小さな場合には流速に比例する抵抗力が作用することも知られており，これは物体表面における粘性摩擦によるものと考えられる。しかしながら，水中で振動する物体においては流速の大きさと方向とが時間的に変動するが，このような場合に対しては上述のいずれを考えればよいか，あるいはこのような定常流における流体力の表式とは違ったものを用いねばならないかに関しては不明な点が多い。そこで，ここでは水の粘性に起因する抵抗をこの速度に比例する抵抗と速度の2乗に比例する抵抗の二つに分け，その振動減衰への貢献度についての検討を行なう。

一方水深と構造物の振動数との関係が Fig.1・3 の右上半の領域にある場合には波動としてのエネルギー逸散による減衰作用が現われることは既に述べたが，このような条件が満足されるのは，きわめて特殊な場合であり，現実の構造物についてはほとんど期待し得ない種類のものである。また，一般の構造物基礎では遊隙や他の物体との機械的な摩擦などがない限り，粘性減衰に近い減衰特性を示すものとされている。水中にある場合にもこうした減衰抵抗は作用するが，これは内部構造に起因するものであるから水中においてもその特性は変化しないものと考えてよい。

前章までの解析では水中で振動する柱状構造物には加速度に比例する抵抗が作用し，これは一般には質量として評価しうることを示した。したがって水中で自由振動をする柱状構造物の運動はこれらの振動減衰力や抵抗力を考慮すれ

ば次式のように書ける。

$$L[y]+\rho_0 A\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+c^*\frac{\partial y}{\partial t}+c^{**}\mathrm{sgn}\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2+\rho_0 AM_v\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0 \qquad (1\cdot4\cdot1)$$

ここに，c^*，c^{**} はそれぞれ速度および速度の２乗に比例する抵抗の係数であり，M_v は仮想質量係数である。c^* は構造減衰と水との相対速度に関係する量との和と考えられ，量的に表示することは困難であるが，c^{**}は通常

$$c^{**}=\frac{\rho C_D A}{2} \qquad (1\cdot4\cdot2)$$

と表わされる。C_Dは抗力係数と称され，実験的に定められる。

式（１・４・１）は非線型の微分方程式であるが，微小時間内に各抵抗がなす仕事量を考える場合には，これは調和振動とみなすことが許される。そこで，振動振幅をY，円振動数をωとすると各抵抗が$1/4$周期間になす仕事量はそれぞれ

$$J(\dot{y}^2)=\int_0^{T/4}c^{**}\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2\frac{\partial y}{\partial t}dt=\frac{2}{3}C_D\rho a\omega^2 Y^3 \qquad (1\cdot4\cdot3)$$

$$J(\dot{y})=\int_0^{T/4}c^*\frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial y}{\partial t}dt=\frac{\pi c^*\omega Y^2}{4} \qquad (1\cdot4\cdot4)$$

$$J(\ddot{y})=\int_0^{T/4}\rho_0 AM_v\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\frac{\partial y}{\partial t}dt=\frac{1}{2}\rho_0 AM_v\omega^2 Y^2 \qquad (1\cdot4\cdot5)$$

となる。ここで $J(\ddot{y})$に対する $J(\dot{y}^2)$の比をとると

$$\frac{J(\dot{y}^2)}{J(\ddot{y})}=\frac{4}{3}\frac{C_D}{\pi M_v}\cdot\frac{\rho}{\rho_0}\frac{Y}{a} \qquad (1\cdot4\cdot6)$$

と書ける。抗力係数C_D は Reynolds 数が10^2～10^5 程度の範囲に対しては２～１の値をとり，仮想質量係数M_v はρ/ρ_0 程度の大きさであることから，上の比の値は$Y/2a$程度になる。Yは振動振幅，$2a$は構造物の直径を表わすから，$Y/2a$ の値は通常の構造物の規模に対しては10^{-2}～10^{-4}程度の値を考えてよい。

次に，$J(\ddot{y})$に対する$J(\dot{y})$の比は

$$\frac{J(\dot{y})}{J(\ddot{y})}=\frac{\pi}{M_v}\frac{\alpha^*}{\omega} \tag{1·4·7}$$

となる。ここに，

$$\alpha^*=\frac{c^*}{2\rho_0 A} \tag{1·4·8}$$

である。式（１・４・７）の右辺のα^*/ωは減衰定数に相当する量であるから，左辺の比の値は10^{-1}～10^{-2}程度になり，先の$J(\dot{y}^2)/J(\ddot{y})$と比較すると10～10^2倍の値になることがわかる。

以上のことから，水中で振動する柱状構造物に働く抵抗は加速度に比例する抵抗，すなわち動水圧によるものが最大であり，速度の２乗に比例する抗力はこれと比較するときわめて小さなものと考えられる。速度に比例する抵抗は両者の中間に位置するが，構造減衰ならびに水との相対速度による抵抗の定量的表現が困難であるので，これを解析的に表現できない。しかしながら，水の粘性に起因する抵抗がすべて構造物との相対速度に比例し，かつ水中における振動減衰は構造減衰とこの水による抵抗との和であるという仮定のもとではこれを推定することは可能である。すなわち，式（１・４・１）において速度の２乗に比例する項を省略し，かつ基本振動形による自由振動を考えれば，これは１自由度の振動系の運動方程式になるから，減衰抵抗は減衰定数により評価できる。

水中と空気中における減衰定数をそれぞれh^*，h_a，減衰係数をc^*，c_aと表わせば前章において導入した仮想質量係数Ω_{11}を用いることにより，

$$\frac{h^*}{h_a}=\frac{1}{\sqrt{1+\Omega_{11}}}\frac{c^*}{c_a} \tag{1·4·9}$$

が得られる。しかるに，仮想質量係数Ω_{11}と水中および空気中における固有振動周期T_1との間には式（１・３・２４）から次式の関係が導かれる。

$$T_1{}^* = \sqrt{1+\Omega_{11}}\,T_1 \qquad (1 \cdot 4 \cdot 10)$$

この関係を式（1・4・9）に用いると結局

$$\frac{h^*}{h_a} = \frac{c^*/c_a}{T_1{}^*/T_1} \qquad (1 \cdot 4 \cdot 11)$$

が得られる。この式は水中において減衰係数が c_a から c^* に増大しても，水中では固有振動周期が伸びることにより，構造物の減衰はみかけ上は小さな効果しか持たないことを示すものである。

ここで，水の存在によって増加する減衰係数を c_w とすれば

$$c^* = c_w + c_a \qquad (1 \cdot 4 \cdot 12)$$

と書けるから，これを式（1・4・11）に用いれば結局次式が得られる。

$$c_w = c^* - c_a = c_a\left\{\left(\frac{h^*}{h_a}\frac{T_1{}^*}{T_1}\right) - 1\right\} \qquad (1 \cdot 4 \cdot 13)$$

この式は水中および空気中において減衰定数と固有振動周期とを測定すれば，水の粘性に基づく抵抗の粘性減衰としての評価が可能なことを示している。

(2) 模型振動実験

前節で検討した水の減衰抵抗に関する模型振動実験を実施した。この実験は野外実験であり，橋りょう架設工事現場の仮締切り工事によってできた面積が約１００㎡の貯水池を利用して行なった。この貯水池の中央部付近に柱状構造物の模型として２本の鋼管と１本のコンクリート管をそれぞれ約２ｍ離して配置し，それらの下端を固定して直立させた。使用した模型の諸元を Table 1・4 に示した。

Table 1・4 Dimension of models

	Length	Outer diameter	Inner diameter
Steel pipe A	1,970	220	210
Steel pipe B	1,990	80	72
Concrete pipe	2,050	200	120

(unit：mm)

これらの模型には電気抵抗線ひずみ計をそれらの下端近くの表面に接着した後，防水処理してあり，また模型の頂部には非接着型の小型加速度変換器を取り付けた。実験は貯水池の水深を数段階に変化させ，各模型の自由振動周期と減衰定数とを求めた。

i) 固有振動周期

各模型についての自由振動記録から求めた固有振動周期と水深との関係をTable 1·5 に示した。また，Fig.1·23は空気中に対する水中での固有振動周期の比T_1^*/T_1の値を縦軸に，横軸には模型全長に対する水深Hの比をとって，各模型についての測定値を記したものである。いずれの模型も水中において固有振動周期が増大していることは明らかであるが，その割合は水深と直線関係にはなく，特に水深が$\ell/2$ 以上の場合にこの増大

Table 1·5 Natural period of models in water

Depth H	0	$\ell/3$	$2\ell/3$	ℓ
Steel pipe A	0.023	0.023	0.025	0.031
Steel pipe B	0.065	0.065	0.069	0.079
Concrete pipe	0.050	0.051	0.054	0.063

ℓ : length (unit:sec)

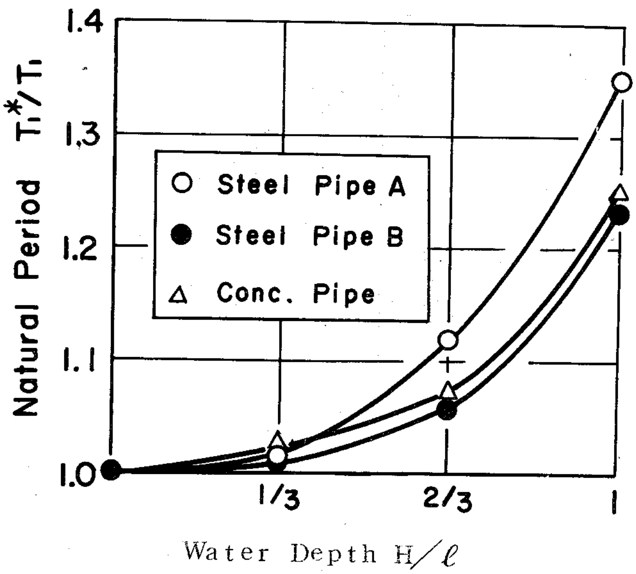
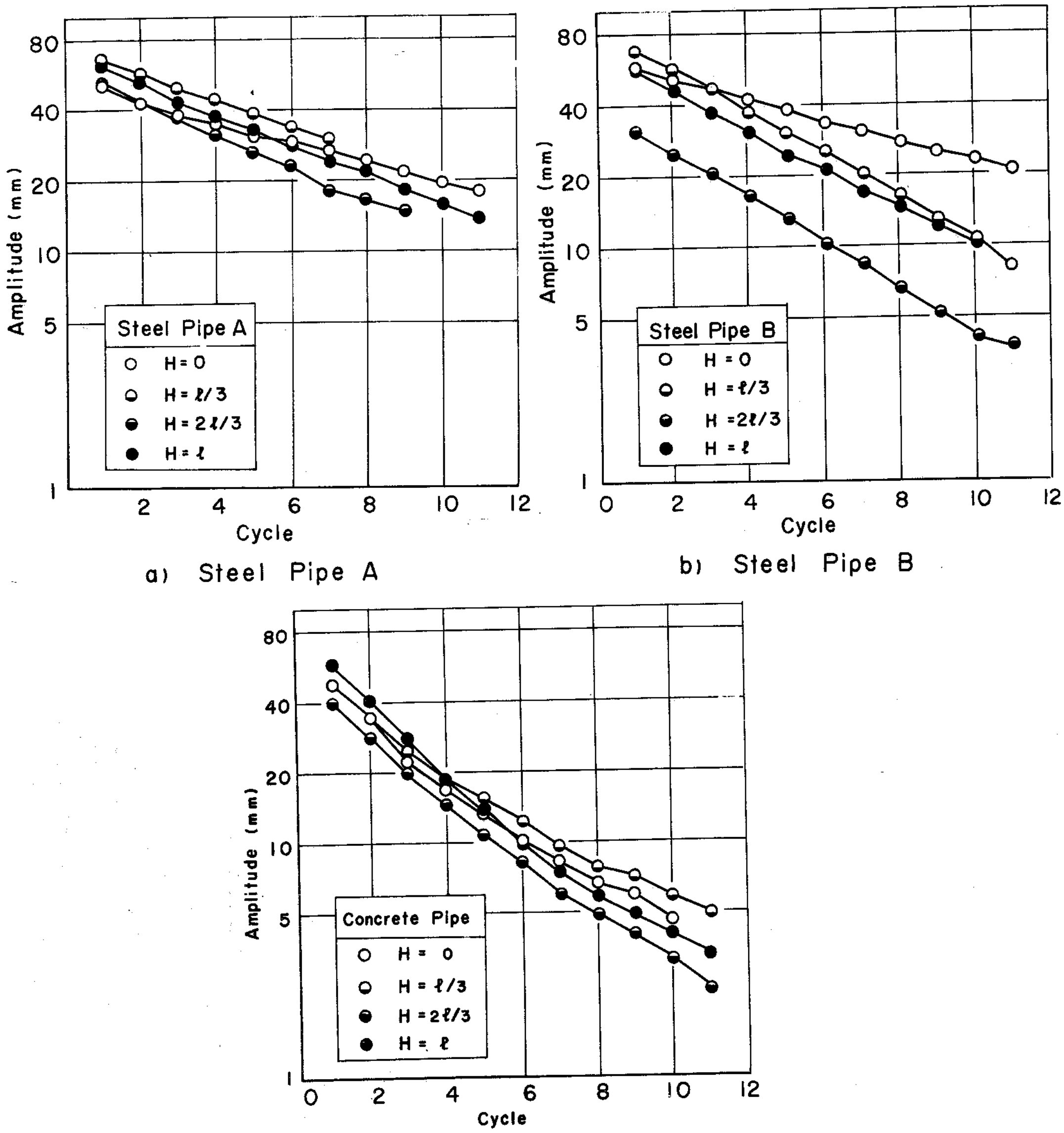


Fig.1·23 Relation between water depth and ratio of natural period

率が著しいことがわかる。このような傾向が現われるのは頂部に近い部分ほど振動振幅が大きいことに原因していることは明らかである。

ii) 減衰定数

各模型の自由振動記録波形から，振動回数と記録紙上の振幅との関係を，水深Hをパラメーターとして示したのがFig.1・24 である。この両者の関係



a) Steel Pipe A

b) Steel Pipe B

c) Concrete Pipe

Fig.1・24 Cycles versus amplitude of free vibration

はいずれの図においても片対数紙上でほぼ直線関係にあることから振動振幅は指数的に減衰する，換言すれば粘性減衰が支配的であることを示している。したがって，測定値を連ねた直線のこう配のみに注目すればよいが，鋼管Bの空気中での測定値を除けばいずれの模型についても，水深の大きさにかかわらずほぼ一定のこう配であり，振動減衰に関しては水はほとんど寄与していないことを示している。

次に，Fig.1･24から減衰定数を算出し，図示したのがFig.1･25である。この図は，減衰定数は模型によってその大きさは異なるが，水深の影響は比較的小さいことを示しており，固有振動周期に及ぼす水の影響を表わして

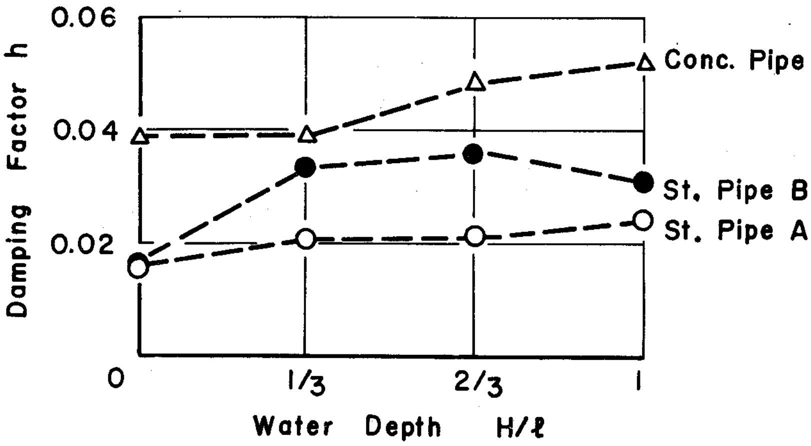


Fig.1･25 Relation between water depth and damping factor

いるFig.1･23と比較するとその差異が明りょうである。

以上の実験結果から，満水状態と水のない状態とを対象として，式(1･4･13)に基づいて水による減衰係数 c_w とを計算し，これを各模型の半径との関係として示したのがFig.1･26である。この図は模型の周長と減衰係数との間の直線的な比例関係の成立を示唆しており，これは水と構造物の相対速度によって発生する流体抵抗は表面抵抗であり，水との接触面積

に比例することと合致している。このことは式(1・4・13)の誘導に際して用いられた関係式(1・4・9)〜(1・4・12)の妥当性をも裏づけていると考えてよかろう。

以上のように，水中で振動する構造物には，水による表面抵抗が作用して振動減衰抵抗は増大するが，水の質量作用によりその効果が相殺されて構造物を取り巻く水は振動減衰に関してほとんど寄与しないと結論することができる。

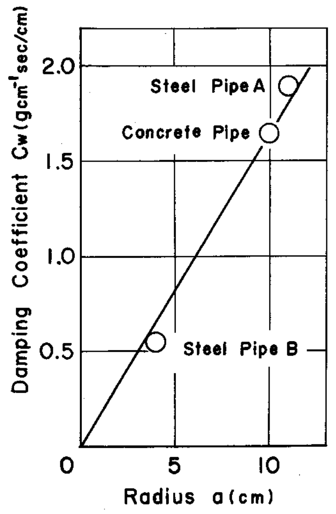


Fig.1・26 Relation between radius of models and damping factor

第5章　水中構造物の耐震設計に関する考察

水中にある柱状構造物が地震動のような振動外力を受けて運動する場合に作用する各種の流体力についての検討を行なった。その結果，水の質量作用が最も著しく，構造物の固有振動周期が空気中にある同一の構造物より低下すること，水の振動減衰作用は質量作用により相殺され，実質的な効果は持たないことなどが明らかになった。しからば，これらの結果を実際の水中構造物の耐震設計にどのように反映させるかが重要な問題となり，本章ではこのような点について検討を行なう。

水中にある構造物が，それに作用する地震力を勘案して弾性変形を考慮する必要の認められない場合には，構造物は単に水中で運動する剛体とみなされ，考えるべき問題はその表面に作用する動水圧の評価に集約される。この動水圧はすでに第2章において検討したように，水の圧縮性の影響を受けるが，その程度は構造物の形状や寸法比，水深と振動数との関係から決定され，水深が浅い場合や振動数が低い場合には水の圧縮性の影響は小さく，構造物の幾何学的条件のみから動水圧の性状を知ることができる。このような取り扱いが可能なのは Fig.1・3 の左下半の領域であり，同図中の境界線から離れるほど，その妥当性が増すが，これは圧力波が水面と水底との間を往復する時間に比較して構造物の振動周期がきわめて長い場合であると換言できる。このような場合には，円柱状構造物であれば式(1・2・46)から単位長さ当りに作用する動水圧を計算することができるから，これを構造物に作用する慣性力と同位相を持った外力として考えることが可能である。これは，空気中にある構造物の耐震設計法と対比すれば，いわば震度法に相当するものである。また，構造物の最大径が水深より小さい場合には，式(1・2・55)や式(1・2・56)の近似式を用いて上記と同様な外力算定を行なうことも可能である。

次に，構造物の弾性変形をも考慮した動的解析を行なわねばならない場合には，変形量が流体力に影響を与え，また流体力が変形量に関与することから，この両者の間に形成される feed back 系を解析の対象としなければならない。動的解

析に基づく設計を行なう場合であっても，水中での固有周期の伸長や周波数特性だけが問題となる場合には，これまでに行なった定常振動解析結果を用いて検討することができる。

まず，構造物が水中にある場合と空気中とで最も異なるのは，水中ではその固有振動周期が伸びることである。固有振動周期が長くなることが構造物の耐震性の観点から望ましいかどうかは，構造物の種類・規模やその目的によって異なるが，水中にあるような構造物は一般には基礎構造物である場合が多いと考えてよく，このような構造物においては固有振動周期が増大するのは望ましくないと考えられる。このような観点からは固有振動周期の増大率を小さくすべきであり，その方策としてはFig.1・18からも明らかなように，太短くてかつその排除した水の重量に対して橋脚の自重の大なるものが望ましい。構造物の排除する水の量はその外周で規定され，自重は断面積により決定されるから中空断面の井筒状の構造物は水の影響を受ける度合が大であり，耐震的には不利な構造といえよう。

次に，地震波形に対する水中構造物の応答計算を行ない，これに基づいて設計計算を行なう必要のある場合には，水と構造物の非定常振動を解析的に取り扱わねばならない。そのためには，式（1・2・11）で表わされた波動方程式の半無限領域における過渡解を必要とするが，水底において固定されて水面に達している構造物を振動源とする動水圧の非定常応答を得ることは非常に困難である。しかるに，構造物の規模がよほど大きいか，あるいは地震動の卓越周期が小さくない限りは水の圧縮性の影響は省略でき，動水圧を単に水の慣性抵抗として評価することが可能になるから，このような振動系の非定常応答も比較的容易になる。この場合には式（1・2・20）より，$\lambda_m=\alpha_m$となるから式（1・3・4）は次式のように表わされる。

$$P_y(z;t)=-\rho\pi a^2\frac{d^2y_0(t)}{dt^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^{m-1}}{\alpha_m H}\frac{4}{\alpha_m a}\frac{K_1(\alpha_m a)}{K_0(\alpha_m a)+K_2(\alpha_m a)}\cos\alpha_m z$$
$$-\rho\pi a^2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{\alpha_m a}\frac{K_1(\alpha_m a)}{K_0(\alpha_m a)+K_2(\alpha_m a)}\frac{1}{H}\int_0^H\frac{\partial^2 y_d(\zeta;t)}{\partial t^2}$$
$$\times\cos\alpha_m\zeta d\zeta\cos\alpha_m z \qquad (1\cdot5\cdot1)$$

この表式を式（１・３・２）に用いれば，第３章におけると同様に微積分方程式となる。そこで，式（１・３・７）から導かれる固有関数を一般座標として振動たわみ $y_d(z;t)$ を

$$y_d(z;t)=\sum_{\mu=1}^{\infty}\varphi_\mu(t)\eta(k_\mu z) \tag{1·5·2}$$

と表わすことにより，$\varphi_\mu(t)$ に関する微分方程式が得られる。この式は慣性項において規準振動間の連成を生じるが，この点を除いては一般の構造物の振動解析において現われる方程式と同形であり，それらの解析の手法やその成果を用いることができる。

一方，仮想質量の概念は水の影響をすべて質量に換算して，後は空気中にある場合と同様な考え方で構造物に作用する地震力やその運動を処理することができ，水中構造物の地震応答解析や耐震設計にはきわめて有力であるが，これには二つの種類があることに留意し，その取り扱いを誤ってはならない。すなわち，その第一は第２章(4)に述べたように，構造物の並進運動によって生じる水の慣性抵抗を単に質量に変換したものであり，その第二は第３章(2)に述べた構造物の弾性変形に関係する仮想質量である。しかし，この両者はまったく無関係ではなく，式（１・３・５）に両者のもとの形が現われている。この式の右辺第二項を質量に変換した後に変形量を重みとして平均したのが後者の弾性変形に関する仮想質量である。しかるに，式（１・３・５）の第一項は剛な構造物の並進運動による動水圧を，第二項は弾性変形による付加的動水圧を表わしているのであるから，構造物を剛であるとみなせる場合には第一の慣性抵抗に関する仮想質量を，また自由振動や固有振動周期に及ぼす影響だけを知るのが目的である場合には弾性変形に関する仮想質量を考えればよいが，地震時における構造物の運動のように必ず強制変位を伴う場合には，この両者を考慮しなければならないことは明らかであろう。

第6章　結　　言

本編では以上のように，水中構造物が剛体として運動する場合に作用する地震時動水圧の評価とその検討，このような動水圧と構造物の弾性変形との相互作用に関する考察，構造物の地震応答に重要な役割を果たす振動減衰に及ぼす水の影響などに関して理論的解析ならびに実験による比較検討を行なったが，その結果を要約すると以下のようである。

1) 構造物の振動周期がこれを取り巻く水の層の基本振動周期より小さい場合には，動水圧の圧力波としての水平方向への伝播は起きない。また，この場合構造物に作用する動水圧は慣性抵抗として取り扱うことができる。

2) 水中に孤立している柱状構造物，特に円柱においては壁状の構造物におけるような動水圧の共振という現象は存在しない。

3) 動水圧が慣性抵抗の形をとる場合には，これをいわゆる仮想質量に変換できるが，この値は水深が無限大の場合に最大値をとり，自由表面を有する一般の場合には水底に向って増大するような鉛直分布を示す。また，水の圧縮性の影響を無視できる場合には，円柱の仮想質量の大きさとその分布は水深と半径の比だけで表示することができる。

4) 水中構造物においては，その細長さによって動水圧あるいは仮想質量の大きさのみならず鉛直方向の分布形状が変化する。

5) 構造物と水とは一つの feed back 系を構成し，その結果構造物の弾性変形を考慮する場合には慣性項における連成が生じ，空気中にある同じ構造物とは違った固有振動周期を持つ。

6) 水中における固有振動周期は空気中にある場合よりも増大し，その比率の近似値は弾性変形によって生じる動水圧をその変形量を重みとして平均したものにより求めることができる。

7) 水中構造物の周波数応答はその固有振動数が低周波数域に移動する点を除けば，空気中にある場合と大差なく，したがって周波数領域における最大応答も空気中にある場合と同程度であると考えてよかろう。

8) 水の存在によって構造物の振動減衰抵抗は増大するが，水の持つ質量作用によりその効果が相殺されるため，構造物を取り巻く水は振動減衰に対して見かけ上ほとんど寄与しない。

9) 水中構造物の耐震設計法は一般の構造物の耐震設計法における震度法に対応する方法と動的解析による方法とに分けて考えることができる。特に，後者において地震波形に対する逐次応答計算を要する場合には，水の圧縮性の影響が無視しうる限り空気中の場合と同様な手法を用いることができ，そこに水の慣性抵抗を考慮した解析を行なえばよい。

本編では水中構造物に作用する地震力とその応答における構造物と水との相互の関連を明らかにするために簡単な設定条件のもとに解析を進めたが，実際の構造物において遭遇するであろう種々の設定条件に対しても，ここに述べた解析方法やその成果を準用することにより，それらの動的挙動や地震応答特性を検討することが可能であろうと考えられる。

参　考　文　献

) Westergaard, H.M.: Water Pressures on Dams during Earthquakes, Trans. ASCE, Vol. 98, 1933, pp. 418 ~ 434.

) 畑野 正:重力堰堤に作用する地震力の影響（その３），土木学会論文集，第5号，昭２５，pp. 83 ～ 90.

) 小坪清真：アーチダムに働く地震時動水圧，土木学会論文集，第４４号，昭３２，pp. 28 ～ 37.

) Werner, P.W., and Sundquist, K.J.: On Hydrodynamic Earthquake Effects, Trans. of American Geophysical Union, Oct. 1949, pp. 636 ~ 657.

) Jacobsen, L.S.: Impulsive Hydrodynamics of Fluid inside a Cylindrical Tank and of Fluid Surrounding a Cylindrical Pier, Bull. of Seis. Soc. of Am., Vol. 39, 1949, pp. 48 ~ 56

) 前出(2)

) 小坪清真：重力ダムの耐震性，土木学会論文集，第５５号，昭３３.

) Chopra, A.K.: Reservoir-Dam Interaction during Earthquakes, Bull. of Seis. Soc. of Am., Vol. 57, 1967, pp. 657 ~ 687.

) 桜井彰雄：水中に立てられた柱状構造物の振動，土木技術，第１６巻，第6号，昭３６，pp.11 ～ 17.

後藤尚男，土岐憲三：水中橋脚の振動と耐震設計に関する基礎的研究，土木学会論文集，第１００号，昭３８，pp.1 ～ 8.

Clough, R.W.: Effects of Earthquakes on Underwater Structures, Proc. of 2nd World Conference on Earthquake Engineering, Vol. II, 1960, pp.815～831.

Goto, H., and Toki, K.: Vibrational Characteristics and Asismic Design of Submerged Bridge Piers, Memoirs of the Faculty of Eng., Kyoto Univ., Vol. 27, Part 1, 1965, pp. 17 ~ 30.

第2編　地盤と地中構造物の地震応答

第1章　概　　　説

軟かい地盤層を貫いてより堅固な基盤に支持されている構造物やその基礎が地震動を受けて運動する場合には，基盤から受ける強制地震力のほかにその周囲を取り巻いている表層からも地震力を受けることは明らかである。このような表層地盤とその中にある構造物の運動を研究する方法としては，これを大きく二つに分類することができよう。その第1は表層地盤をバネと質量に変換して得られる多自由度の振動系に置換し，この振動系と構造物基礎およびその上部構造との連成振動を取り扱う方法である。このような手法は古くから用いられ種々の問題に適用されたが，それらを集大成したものとしてJ．Penzien[1)]らの研究を挙げられよう。こうした研究では対象とする振動系はdiscrete systemになり,種々の解析や地震応答解析には膨大な数値計算を要するが，最近のdigital computerの急速な発達により計算時間も飛躍的に短縮され，いかなる振動系が対象であってもdiscrete modelの設定さえ可能であれば容易に地震時の挙動やその特性を解明できる段階にまで到達している。たとえば，表層地盤がいくら多くの層から構成されており，かつその力学特性も大幅に変化している場合であっても，このような表層下部にせん断波が入射した場合の表層の応答は，比較的容易に知ることができる。[2)]しかしながら，このような方法ではモデル化の方法やそれに伴う諸定数，たとえばバネや付加質量の大きさをいかに評価するかという点が大きな問題として残されている。特に，表層の振動によって発生する質量効果をどのように見積るかによって系の応答が左右されるにもかかわらず，この表層の質量作用すなわち表層地盤の仮想質量の合理的な評価の方法は現在までには確立されていないといえよう。またバネ力の評価は一般的に地盤反力係数の概念で処理されることが多いが，これは周知のとおり接触面積などにより単位面積当りの地盤反力が影響されることから，モデル化における区分数の影響を直接に受けることになる。このように解析の対象としている振動系の数値化に際して種々の問

題点が生じるのであるが，これに関して前述のようにdigital computerの発達によりきわめて多量の数値計算を遂行することができることから，parametric surveyが可能であり，それらのうちからもっとも確からしい結果についてさらに検討を進めるという方法が考えられている。

このような数値化に関する問題以外には，discrete systemとして表層を表示する研究ではそのいずれもが，水平方向には単位幅を対象としており地盤の水平方向の拡がりは考慮されていないことも重大な問題といわざるを得ない。こうした点はPenzienの研究を進展させたI．M．Idriss[3]らの研究においてもまったく同様である。しかるに，現実の地盤と構造物との関係は，基盤から直立する構造物を表層地盤が取り巻いている状態にあり，構造物と地盤の3次元的な拡がりを考慮に入れる必要がある。なぜならば，すでに水中構造物の地震応答において明らかにしたように，構造物が運動することによってその周囲を取り巻く振動媒体には慣性抵抗が発生し，これが質量作用を持つことになるが，このような現象は水平方向の拡がりを考えることによって初めて考慮の対象とすることができるのであり，水平方向には単位幅，単位奥行だけを考えた地盤とそれに接する構造物とで構成される振動系の概念では処理できない現象である，このような問題点を勘案して，地表層の水平方向への拡がりを考慮したdiscrete systemによる地震応答解析も最近行なわれ初めており，その成果が期待されている。

次に，第2の方法は構造物基礎を支持する基盤や基盤の上部にある表層，さらに構造物自身などをすべて連続体としてその振動解析あるいは地震応答解析を進める方法である。このような解析方法により構造物と地盤の両者の振動特性を検討する場合にも対象とする振動系をできるだけ簡単なモデルに置き換える必要があるが，多くの場合は構造物は地表面上にある円形基礎や長方形基礎あるいは地中に直立するはりやせん断棒として抽象され，一方地盤は弾性体として取り扱われる。このような手法による振動解析が早くから行なわれ，かつ，詳細な研究が行なわれているのは地表面上にある基礎の振動であり[4), 5)]これは半無限弾性地盤上の1点に振動力が作用したときの地盤内部の挙動を調べることに始まり，拡がりを持った基礎との相互作用なども明らかにされつつある。また，半無限弾性体

上の構造物や基礎の振動を論ずる際に，soil prism[6]の概念が用いられる場合もあるが，これは構造物や基礎底面の鉛直下方の有限領域を考え，これを基礎と同位相の運動をする質量とする考えである。以上のような，いくつかの考え方はいずれも主として堅固な地盤上の建築物や機械基礎を対象としたものであり，その大きさに比較して根入れ部分が相対的に長い構造物基礎を対象とする場合には適当でない。

一方，深い基礎を有する構造物の多くはその地盤が上部構造物を支持するのに十分でない場合であるから，そのような基礎はより堅固な基礎にまで達しているのが通常である。したがって解析の対象とする振動系も堅固な基礎上に拡がる表層地盤とその中にある構造物とから構成されることになるが，地盤を弾性体と考えれば，そこには必ず波動の伝播の問題が関与し，互に接する弾性体内の波動と構造物による散乱とを同時に考慮しなければならなくなり，その取り扱いがきわめて複雑になり，解析にもいろいろな困難さが伴う。そこで地震時における地中構造物の挙動を調べることが主要な目的である場合には，基盤は剛体として取り扱われるのが通常であるが，一方地盤の運動を検討する際には表層と基盤の両者を弾性体と考えるのが適当であるとされている。このように，基盤と表層ならびに構造物の3者を同時に振動する媒体と考えた解析が行なわれていないのが現状であろう。このような振動系を対象として，田治見[7]は詳細な研究を行なっているが，この場合にも，基盤は剛体として取り扱われている。

また，地盤を弾性体として表示し，その振動を論じる場合にはそれは弾性体内の波動伝播の問題に置換されることは上述のとおりであるが，これは換言すれば地盤の諸特性をすべて弾性波動の伝播速度に集約していることになる。したがって，この場合には地盤の種別や振動特性と弾性波動との関係が明らかにされている必要がある。しかるに，この問題はより軟弱な地盤では横波の速度が遅くなる傾向にあることが経験的に知られている程度であり，これを地盤やそれを構成する土の力学的性質や物理定数との関係において，解析的に表示することはあまり行なわれていない。多種多様にわたる地盤や土をすべて包含するような統一的な表示は望むべくもないが，地盤種別と地震時の地盤や構造物の応答との関係につ

いて parametric survey を行なうには，なんらかの仮定や近似のもとに，弾性波動と地盤や土の力学特性との関係を明らかにし，かつ解析的に表示する必要があろうと思われる。

ところで，現在わが国で考えられている最も大規模な構造物基礎は本州四国連絡橋の橋脚や橋台であろう。このような構造物基礎の耐震設計法に関しては，土木学会の本州四国連絡橋技術調査委員会による耐震設計指針[8]によれば，構造物基礎のうち水中構造物についてはすでに第1編で述べた研究成果も取り入れられており，外力算定法やその理論的背景も明瞭にされている。しかるに地中構造物に関しては，動的応答を考慮する立場が取られているが，それはあくまで静的な均合状態を基調としたものであり，構造物と地盤との相互作用を動力学的立場から検討する考え方に立脚していない。しかるに，構造物は必ず地盤に支持されており，そして地震時にはその地盤が構造物を震動させることを考えるとき・地盤の震動を無視した地中構造物の地震応答解析やその耐震設計法には疑問を持たざるを得ない。

地中構造物の耐震設計のこのような現状にかんがみ，本編では地中構造物の地震時における挙動を地盤の震動特性との関連において把握することを主眼として地震波動ならびにそれに関与する伝播速度について検討し，しかる後弾性地盤内にある地中構造物の地震応答解析の手法について論じる。まず，第2章では実地震による地盤の震動観測について述べ，観測結果に基づいて地盤種別や地盤内の深度と震動特性との関係について検討を行なう。次いで第3章では地盤を構成する土のうち特に砂質土について，その弾性波動の伝播速度と力学特性との関係を表示するモデルに関する検討と，超音波を用いた実験結果との対比を行なう。また第4章では基盤および表層地盤をともに弾性体と考えた場合の表層内における波動の伝播について検討を行なった後，そのような地盤中にある地中構造物に作用する地震力の評価法について述べ，少数の数値計算結果を示す。さらに，第5章では，そのような地中構造物の振動解析の手法について述べ，地震に対する応答について論じるものである。そして，第6章で，すでに明らかにした水中構造物と対比しつつ，地中構造物の耐震設計に関する問題について考察する。

2章　地盤の震動観測例

震動観測の概要

地震時における地盤の震動性状を観測することはきわめて重要なことであるが，地震予知がようやく端緒に着いたばかりといえる現在では，地盤の類別や地表面からの深さによる震動特性をある程度の規模と実地震動において観測するには多くの制約があり，十分には行なわれていない。こうした意味において，昭和４０年８月に始まり，４１年４月にその最盛期を迎えた松代群発地震は，地震動および地震時の地盤や構造物の震動特性に関する多くの情報と観測の機会を与えたといえよう。以下においては，昭和４１年６月から１年半余にわたって実施された観測結果[9)10)]を基にして，地震時における地盤の震動特性に関する検討を行なう。

現地で実施された震動観測は，その方法，対象，計測方式などにより，次の２通りにわけられる。

1) 地盤表層内の震動速度の観測

地盤表層内の震動の観測にはボーリング孔の底部に埋設した地中地震計をピックアップとして用いた。この地中地震計は水平２成分，上下１成分を内蔵し，外形は直径６４㎜，長さ２００㎜の円筒状になっている。その固有振動数は３ c/s であり，またその感度は１８ mv/kine であるため直流増幅器を通じて７チャンネルのデータレコーダーに収録した。

2) 地盤表面での震動加速度の観測

この観測はピックアップ，起動器，直流増幅器，制御器および３チャンネルデータレコーダーから構成されている電磁式強震計を用いて実施した。ピックアップは0.2 c/s から３０ c/s までは一様な感度を持つ加速度換振器であり，この装置は起動感度５ gal の起動器からの信号を受けた後，１～２分間の地震動を収録できる。

以上の２通りの観測を実施した地点の概略をFig.2・1に示した。このうち地盤表層内の震動速度の観測は下記の３地点で実施した。

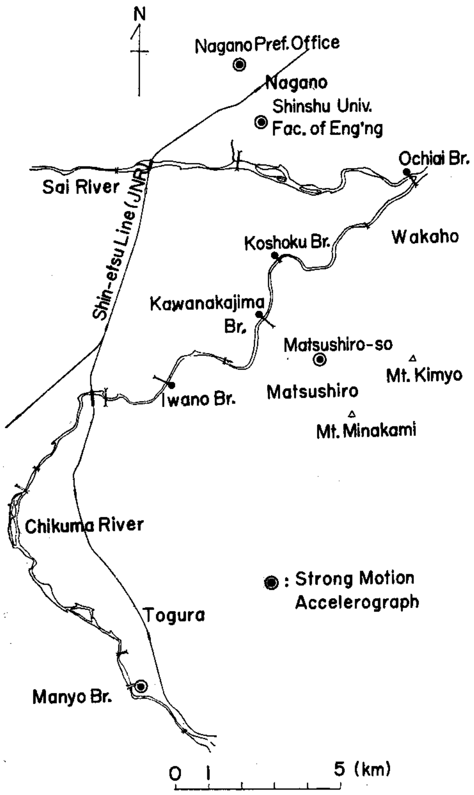
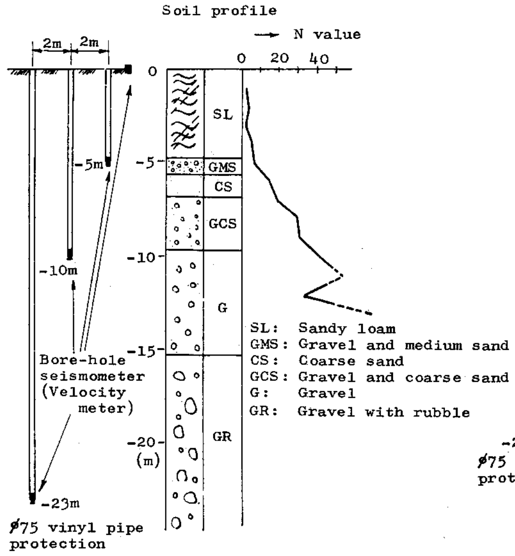


Fig.2・1 Location of earthquake observation sites.

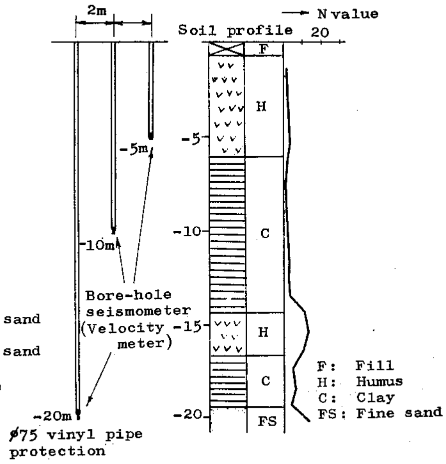
岩野橋右岸：長野県埴科郡松代町（現在長野市内）
国民宿舎松代荘：同　上
更埴橋左岸：長野県埴科郡更北村（現在長野市内）
また，地盤表面での震動加速度の観測は上記松代荘のほか，
信州大学工学部構内：長野市若里
万葉橋右岸：長野県埴科郡戸倉町
長野県新庁舎：長野市南長野
の合計４地点で行なった。

各観測点での観測方法とその地盤の概況は下記のとおりである。まず，岩野橋右岸に設けた観測点では高水敷に，地表面からそれぞれ５ｍ，１０ｍ，２３ｍの深さまで３本のボーリングを行なって地盤構成を調査した後，その中に地中地震計を設置して地表面と合わせて合計４点での震動を同時観測した。ボーリングによる地質柱状図，Ｎ値分布，地震計の配置はFig.2・2(a)に示したが，この図にみるように地表面下５ｍから１５ｍまでは次第に硬くなり，それ以上はＮ値が５０以上と推定される硬い砂礫地盤である。ここでは，４個の地中地震計の１２成分のうちから適宜成分の切換えを行ない，２日間にわたり合計４０時間の連続観測を実施した。

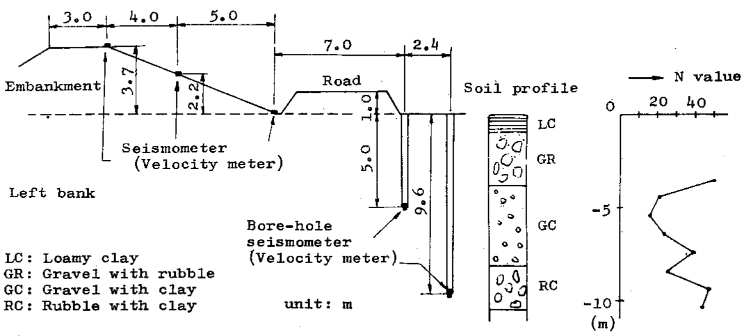
松代荘の観測点では建物の前庭にFig.2・2(b)に示したようにボーリング



(a) Iwano Bridge



(b) Matsushiro-so



(c) Koshoku Bridge

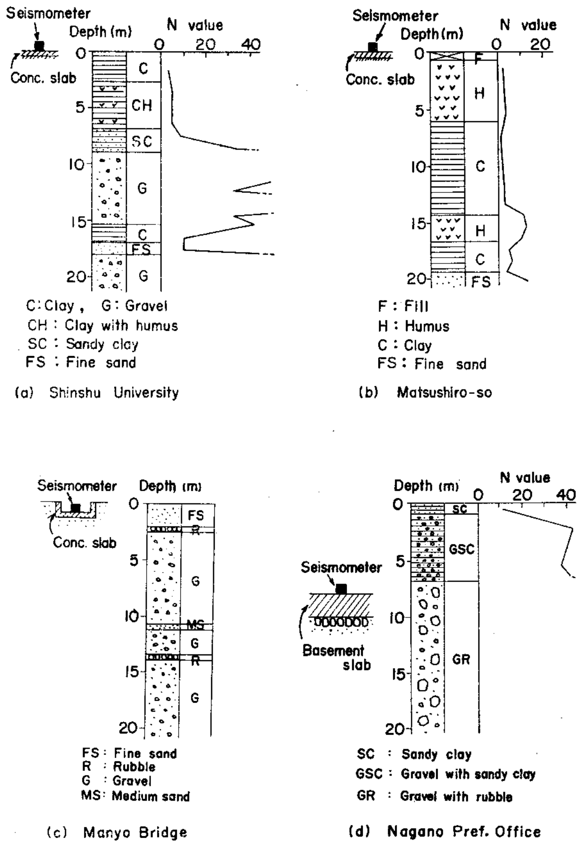
Fig.2・2
Soil profiles and arrangements of bore-hole seismometers.

を行ない，地中の３点に地中地震計を設置した。この観測点はFig.2・2 (b)にみるようにそのほとんどがN値５以下の軟かい粘土質地盤であり，軟弱地盤の一種とみなせよう。ここでは，ピックアップとしては上記の地中地震計を用いたが，記録方式は起動器を通じてデータレコーダーに収録する方式を

とり，約２カ月間にわたって観測した。

更埴橋左岸の観測点は地盤内部および土構造物である堤防での震動観測を目的として選定したが，ボーリングによる地盤構成や換振器はFig.2・2 (c)に示したとおりである。

一方，地盤表面での震動加速度の観測を行なった地点の柱状図および加速度変換器の設置の概要をFig.2・3 に示した。まず最初に，このような観測を実施した信州大学工学部構内では，L.G.平屋建の実験室内の厚さ３０㎝の床コンクリート上に換振器を設置したが，その地盤の上に厚さ８m程度の軟かい粘土地盤がのったものである。松代荘の柱状図はFig.2・3 (b) に示したが，換振器の設置場所はボーリング孔から約２５m離れた位置にある物干場の床コンクリート上である。また，戸倉町の万葉橋観測点では千曲川の旧河川敷であった堤内地にある家屋内の半地下のコンクリート造貯蔵庫に換振器を設置したが，その地点から約３０m



Fig・2・3

Soil profiles and arrangements of bore-hole seismometers.

離れた場所でのボーリング結果がFig.2・3(c)であり，河川敷によくみられる砂礫地盤である。最後の長野県新庁舎の観測点は，地上１０階，地下１階の庁舎の地下１階の床上に換振器を設置したが，Fig.2・3(d)にみるように，この地点は硬い砂礫地盤から構成されていることがわかる。なお換振器の設置位置は地下約８ｍ付近であり，自然地盤を掘削して建設された建物の基礎に直結しているものと考えられるが，その周辺の地盤がこの建物の影響を受けているであろうことから，地盤だけの震動とはみなせないであろう。

2) 観 測 結 果

震動観測によって収録した地震の数は数百に達したが，地盤表層内での震動速度の観測は比較的短時間であったため観測した地震はいずれも規模は小さく，震度階Ⅱ程度のものであり，震動速度も最大で約１ kine程度であった。一方，震動加速度の観測は強震観測装置を用いた数個月間にわたる観測であったので，いずれの観測点においてもmagnitudeが５近い地震が観測され，観測した地震のうちの最大加速度は２４０ galに達している。これらの多数の地震記録のうち，本章における解析に供した加速度記録に関するデータをTable 2・1に掲げた。

Table 2・1 Data of earthquakes treated herein

Station	No	Earthquake		JMA Intensity Scale		Magnitude	Component	Maximum Acceleration
		Date	Time	Matsushiro	Nagano			
hinshu Univ.	S 02	1966. 6.21	22：05	Ⅲ	Ⅳ	4.5	N 17 E	94 gal
	S 04	1966. 7.10	15：43	Ⅳ	Ⅳ	4.4	N 17 E	83
atsushiro-so	M 14	1966. 9.27	4：03	Ⅳ	Ⅳ	4.6	EW NS	141 121
	M 15	1966. 9.27	19：22	Ⅲ	Ⅲ	4.4	EW NS	107 57
anyo Bridge	T 05	1967. 2. 8	18：49	Ⅱ	Ⅲ	4.2	EW NS	241 106
	T 07	1967. 3. 2	3：39	Ⅲ	Ⅲ	4.8	EW NS	75 69
agano Pref.Office	N 01	1967. 6.24	1：31	Ⅲ	Ⅲ	4.8	EW	17
	N 03	1967.10.14	4：48	Ⅴ	Ⅳ	4.8	EW NS	45 38

岩野橋および更埴橋では連続観測を行なったから，得られた記録には初期微動も明瞭に認められ，これらの約３０個の地震記録について初期微動継続時間を読み取って頻度を調べた結果，その大部分は0.9～1.2 secであり，観測された地震の震源距離はほぼ１０㎞以内であろうと推測され，明らかに近地地震であることを示していた。また，このような連続観測によって得られた地震動はそのほとんどが震度階Ⅱ以下のものであったが，その継続時間は６～７ sec前後の地震が多く，特に主要動と思われる部分は２～３ secのものが多数であった。

Table2・1はいずれも強震観測装置による震動加速度の測定結果であるが，いずれもmagnitudeが４～５程度の地震動であるにもかかわらず，最下欄の長野県庁を除いた他の観測点では１００～２４０galに達する加速度が記録されている点が注目される。一般に，地盤が堅固な場合には軟弱な場合と比較すると震動加速度が大きくなるとされているが，長野県庁の観測点は建物の地階ではあるが，その基礎地盤はFig.2・3(b)に明らかなように他のいずれの観測点よりも堅固であり，このような一般論では，これを説明することができない。

各観測点で収録した地震動の記録は多数にのぼるが，各観測点ごとに揺れの大きな地震，あるいはその観測点での代表的な地震動による記録の約１００成分をデータとして処理した。すなわち磁気テープから再生した記録波形はその主要動の４ないし１０ sec間の部分を１００．１２５および１６０ c/sのsampling frequencyでA－D変換した後，１波形につき４００ないし１６００のデータをdigital computerにより処理した。

(3) 地中深度と速度スペクトル

Fig.2・4は岩野橋の観測点で得られた地盤震動の記録から求めたフーリエスペクトルの例である。これは１回の地震における，地盤内の深さ方向の４個所での同時観測結果から計算したものであるが，この図にみるように地盤の深さ方向におけるスペクトルの形にはほとんど変化はなく，そのピークはいずれの測点についても８ c/s 前後にみられる。また地表面下２３ｍ，１０ｍ，５ｍ

に対するスペクトル振幅もほとんど差異はなく，地下５ｍから地表面の間で振幅が急激に増大していることが認められる。この傾向は同じ地震のＥ－Ｗ成分についても，また他の地震についてもほとんど同じ傾向を示している。

Fig. 2・5は岩野橋における５回の地震によって得られたスペクトルの平均値を，地表面と地下２３ｍについて示したものである。地表面と地下２３ｍのスペクトルはかなりよい相似を示しており，５ c/s と８ c/s のピークも一致しているが，ただ地下２３ｍでは７ c/s 付近にある深い谷が地表面においては認められない点が異なっている。そこで，地下２３ｍに対する地表面でのスペクトル振幅の倍率を求めてFig.2・6 に示した。同図中において，太い実線はFig. 2・5に示した５回の地震によるスペクトルの比，細い実線はFig. 2・4に示したスペクトルの比，破線は別の地震によるスペクトル比であり，点線は細い実線で示したスペクトル比に対応する地震記録を時間軸上で数値積分して得られる変位記録について再びフリーエスペクトルを計算して求めたスペクトル比を表わしている。この図によれば１，７，１５，１８ c/s にピークが認められるが，７ c/s 前後のピーク以外はもとのスペクトルの振幅が小さい部分であるからあまり問題にする必要がなく，結局この地点では特に７ c/s 前後の波動成分が増幅されやすいことが示されている。

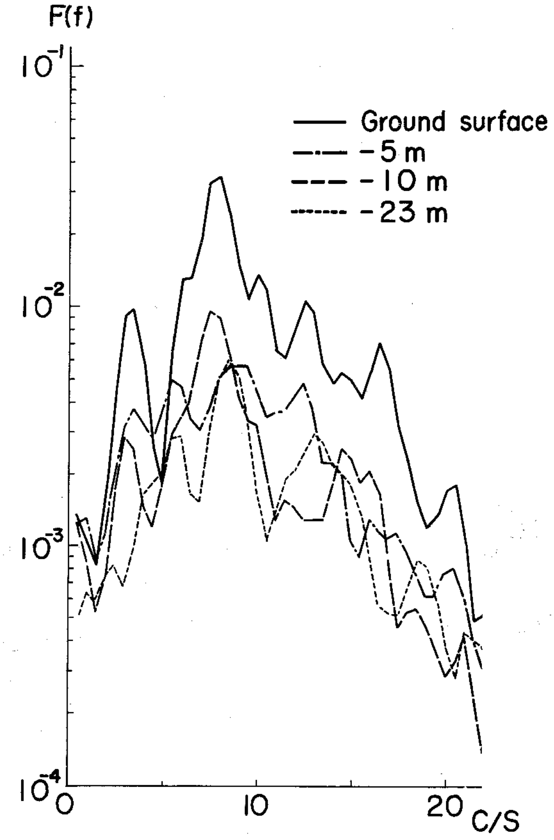


Fig. 2・4　Velocity spectra (Iwano bridge)

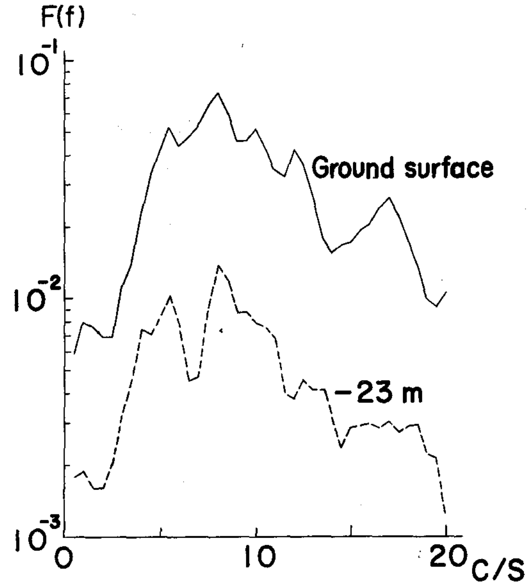


Fig.2・5 Velocity・spectra averaged for five earthquakes (Iwano bridge).

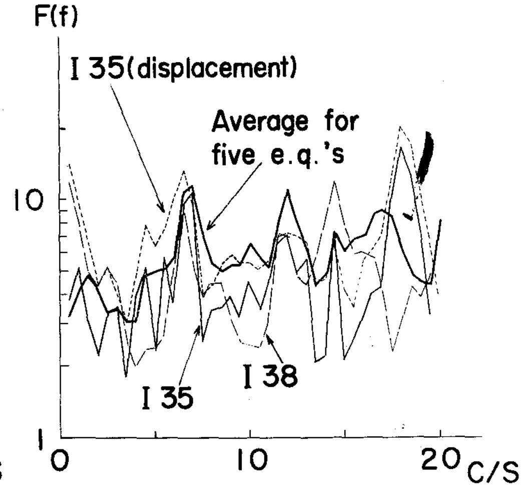


Fig.2・6 Magnification of spectra (Iwano bridge).

松代荘において観測した地震記録についてのスペクトルをFig.2・7に示した。この観測点でのスペクトルはどの地震についてもほぼ似たスペクトル図を持ち，先の岩野橋におけるそれとは相当に違った形をしている。すなわちそのピークは3～7 c/s 付近にみられ，16 c/s 付近からは急にレベルが低くなっている。このように松代荘では岩野橋に比較して震源距離が短い地震が多いと考えられるにもかかわらず，スペクトルのピークが低い振動数でみられることはFig.2・2(b)より明らかなように，松代荘

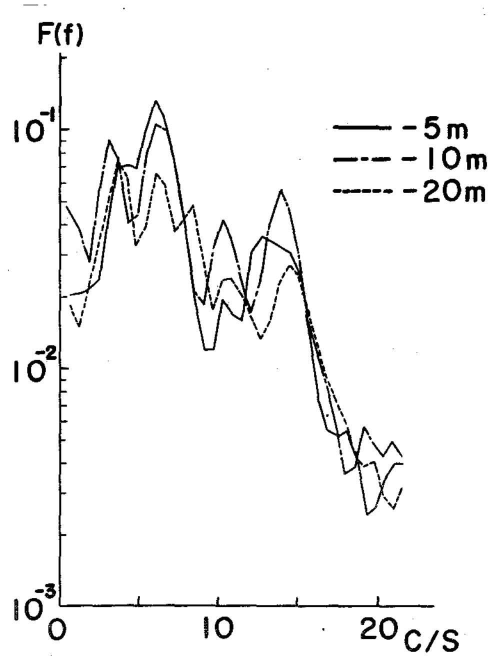


Fig.2・7 Velocity spectra (Matsushiro-so).

は相当に軟かな地盤であることに起因すると考えられ，地盤の軟かい場所では低振動数の震動が卓越しやすいという既知の事実と一致している。また，Fig. 2・8 は別の地震に対してのフーリエスペクトルである。一方，地下５ｍと１０ｍ，２０ｍでのスペクトルのレベルを比較すると，これらの間にはほとんど差異が見られず，深さによる震動振幅の変化が小さいことを示している。先の岩野橋での解析結果においても地下５ｍ，１０ｍ，２３ｍにおいてのスペクトル振幅にそれほど大きな差が認められなかったことを考え合わせると，

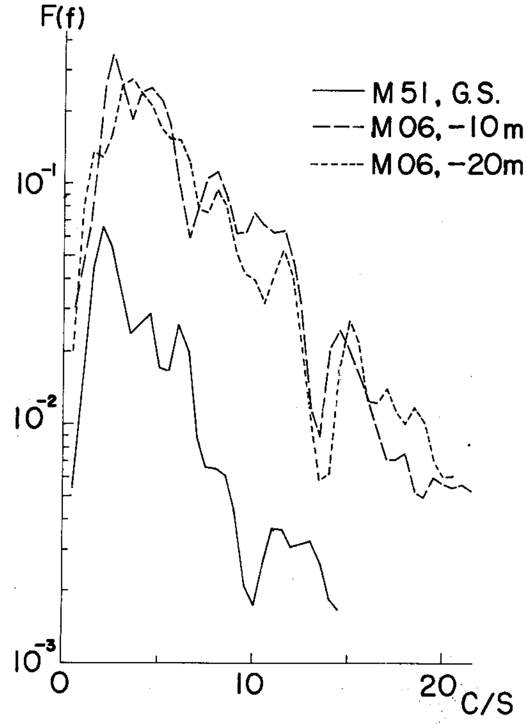


Fig. 2・8 Velocity spectra (Matsushiro-so).

結局地盤による震動振幅の増幅作用は地盤が軟弱であっても地下の深い部分では小さく，地表面に近い数ｍ程度の部分で大きく増幅されているものと考えられ，構造物あるいは構造物の基礎に及ぼす地震力を考えるに際しては興味ある示唆を与えている。

地盤表層内における震動振幅に関するこうした傾向は，土構造物である堤防をも含む更埴橋の観測点での結果においても明らかに認められる。すなわち Fig. 2・9 は更埴橋の観測点において，堤防と地中での同時記録から得たスペクトル図であるが，同図にみるように，地下１０ｍと地表面ののり尻まではほとんど同じスペクトルを有しているが，のり肩では相当の増幅作用を受けていることがわかる。この堤防はのり尻とのり肩の高低差が 3.7 ｍ程度であるにもかかわらず，卓越振動数の付近では約１０倍近い増幅作用を受けていることは注目される。

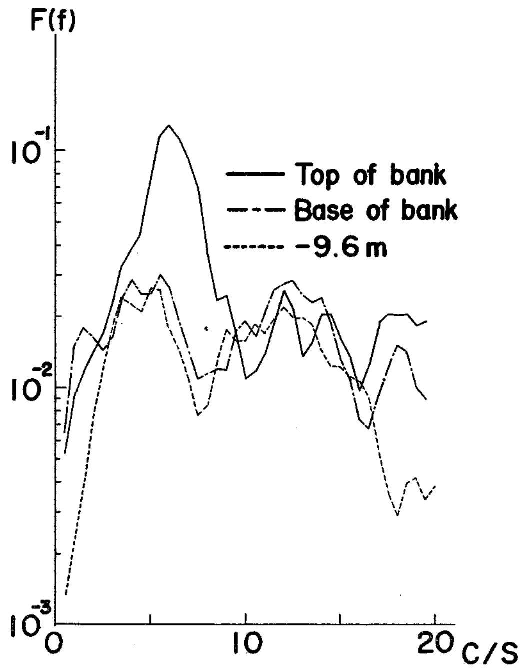


Fig. 2・9　Velocity spectra (Koshoku bridge).

(4)　地盤種別と加速度スペクトル

4観測点で実施した地盤表面での震動加速度の測定記録から，加速度スペクトルを算出して図示したのがFig. 2・10〜Fig. 2・13である。まず，Fig. 2・10は信州大学工学部で観測した震度階Ⅳに相当する地震記録のスペクトルであり，どちらの地震についても3.5 c/sに共通の卓越振動数を示している。いずれも10 c/s以上の振動数成分は激減しているが，特にS02の地震では2.5 c/s〜6 c/sの間にそのほとんどの勢力が集中していることがわかる。

Fig. 2・11は松代荘で観測した二つの地震について直交する両成分のスペクトルを同時に示したものである。方向成分によって多小の相違はあるが，全体としては1.5 c/s〜6 c/sの間においてかなり平坦なスペクトルを持っている。また，M14のNS成分以外は10 c/s以上の振動数成分に対しては先の信州大学での測定値よりも一層スペクトル振幅が減少している。M14のNS成分も10 c/s以上のスペクトルの振幅は5 c/s前後に比較して1/4以下にすぎない。したがって，この観測点での加速度スペクトルは7 c/s以下の振動数に対してほぼ平坦なスペクトルを持っているといえよう。

一方，砂礫地盤である万葉橋観測点での二つの地震記録に対する加速度スペクトルがFig. 2・12である。この図では3〜5 c/s，8〜10 c/sにかけての比較的高い振動数でピークを示す地震が多く，特に6〜10 c/sの振動数成分が高レベルを維持しているのが他の観測点での結果と異なっており，10 c/s以

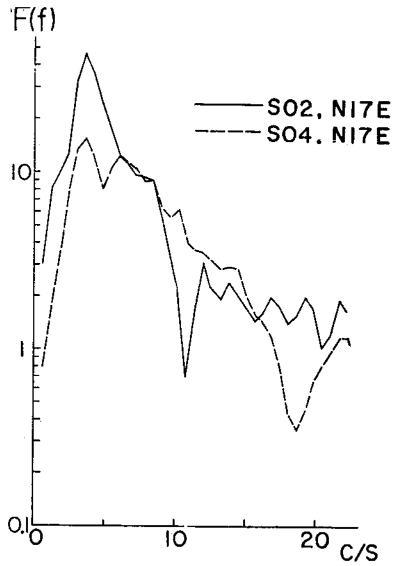


Fig. 2・10 Acceleration spectra (Shinshu univ).

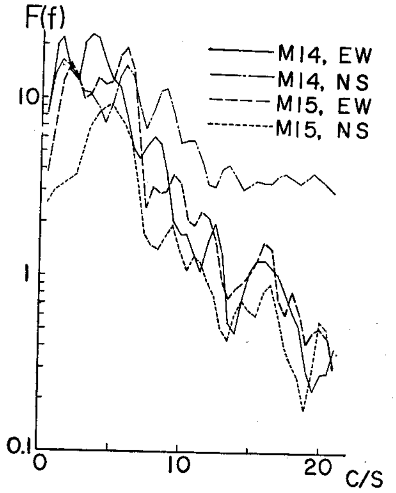


Fig. 2・11 Acceleration spectra (Matsushiro-so).

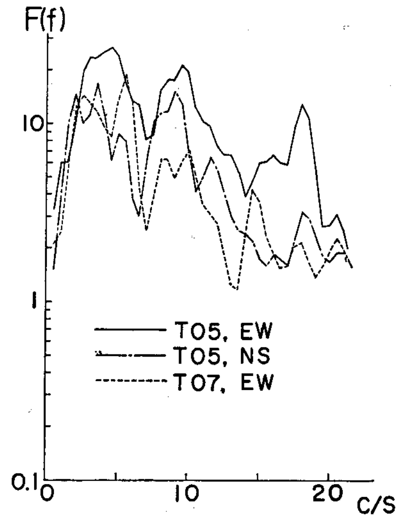


Fig. 2・12 Acceleration spectra (Manyo bridge).

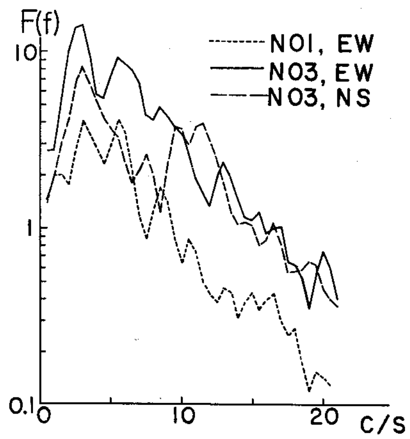


Fig. 2・13 Acceleration spectra (Nagano pref. office).

上の振動数成分のスペクトル振幅の減衰もあまり顕著でない。

Fig. 2・3 に示した柱状図によれば，松代荘，信州大学構内，万葉橋観測点の順に地盤は軟らかいものと考えられ，これは上述のスペクトルにおいて，そのピークの振動数の低い順に対応しており，表層付近の地盤の軟らかい場所ほど低振動数の震動が卓越しやすいという傾向をよく示している。

また，建物の地階に観測点を設けた長野県庁でのスペクトルはFig. 2・13 に示されているが，Fig. 2・3 (d)に見るようにここの地盤は堅固であるにもかかわらず，そのスペクトルは 3 c/s 前後をピークとして振動数が高くなるにつれてスペクトル振幅は指数的に減少する傾向を示している。これは観測点が建物の地階にあって基盤に近接していても，この建物に対しては入力である基盤の運動には建物の影響が feed back されているためであり，観測される震動も基盤と地上部をも含めた建物全体とで構成される振動系の運動の結果であることから，得られるスペクトルは地盤が堅固であっても高振動数成分が減少する結果になるものと推測される。したがってこの観測点で得られたのはもはや基礎地盤の震動スペクトルとは考えられない。

(5) 地震波の伝播速度

地盤の種類や地表面からの深さによって震動特性がどのように変化するか，あるいは地盤内における震動の伝播の状況などを記録波形について求めた相関関数により検討した。

Fig. 2・14は岩野橋で観測した地震記録の自己相関関数を示したものであり，先のFig. 2・4のフーリエスペクトルを求めたのと同一の地震に対する結果である。したがって先述したように，地表面と地中の 4 点での同時記録したものについての計算結果であるが，地下 1 0 m では比較的周期性がはっきりしているにもかかわらず，それより 5 m だけ地表面に近い場所ではやや不規則な波動が多くなっていることがわかる。すなわち，この記録例では地下 2 3 m の深い場所で周期が約 0.1 2 sec 程度の周期性のある波が観測され，測点が地表面に近づくにつれて不規則な成分が次第に卓越して，最後に地表では再び周期化され

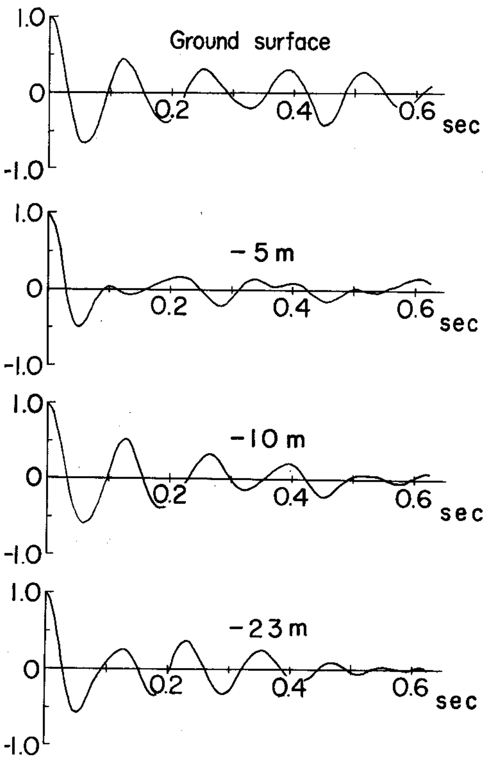


Fig. 2・14 Auto correlation functions (Iwano bridge).

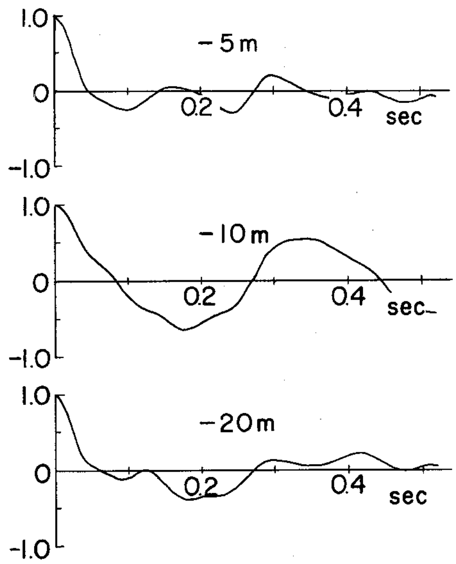


Fig. 2・15 Auto correlation functions (Matsushiro-so)

ていることになる。

地盤が軟弱な松代荘での記録についての自己相関関数の例を**Fig.2・15**に示した。この場合は先のスペクトル図の場合と同様に，地盤の硬い岩野橋での観測結果に対するそれより長周期の成分が卓越していることは明らかであり，波形の面からは岩野橋での例ほど周期成分が明瞭でないことがわかる。また，Fig. 2・16 は更埴橋観測点での観測結果に対するものであり，地下約１０mから地表面ののり尻まではかな

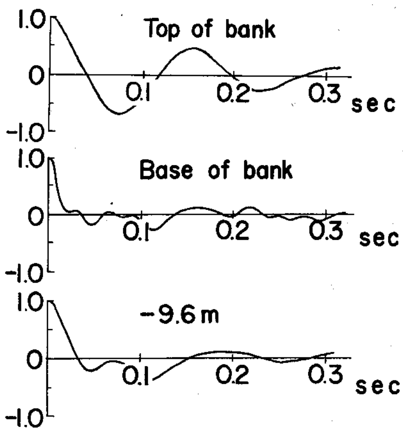


Fig. 2・16 Auto correlation functions (Koshoku bridge)

り不規則性を持った地震動が堤防の頂部に至る間に著しく周期化されることを示しており，土構造物においても一般の構造物と同様に地震波のfilter作用のあることが認められる。

次に，地盤中の深さ方向に異なる2点での同時観測記録から両者間の相互相関関数を計算した結果をFig.2・17，Fig.2・18に示した。相互相関関数は2点における同時観測記録をずらせた波形の対応する時刻での振幅を互に乗じて適当な時間だけ積分を行なって求められるから，最初のピークに対する遅延時間が2点間を波動が伝播するのに要する時間と考えられるので，この時間を読み取ってこの値で2点間の距離を除したものが2点間の横波の平均伝播速度 v_s であるとみなしてよい。Fig.2・17 は岩野橋の観測点の地表面と地下5 m，地下5mと地下10 m，地下10 mと地下23 m，地表面と地下23 mの各2点での同時記録から算出した結果であり，v_sの値はそれぞれ170m/sec，240m/sec，560m/sec，240 m/secとなっている。すなわちこの測定の範囲内ではFig.2・2 (a)の柱状図と対応させて考えると，地表面近くの軟かい場所では170m/sec程度の伝播速度であり，深い場所になるにしたがって次第に伝播速度は速くなり，地下の硬い場所では500m/sec以上に達することがわかる。また地表面と地下23 mの2点について求めた v_s の値240m/secはこの2点間の平均的な値を示しているものと考えられよう。他の地震についても地表面と地下23 mの2点につい

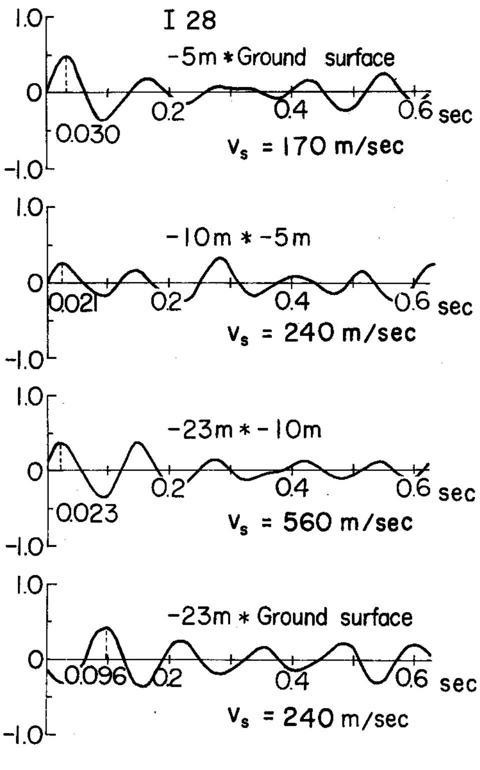


Fig.2・17 Cross-correlation funcions (Iwano bridge).

て同様な計算をした結果では v_s＝２００m/sec，２１０m/sec などの値が得られたが，これらの値はこのような比較的硬い砂礫地盤の値としてはほぼ妥当であろう。

また，松代荘についての同様な解析を行なった結果がFig.2・18であるが，地下５mと地下１０m，地下１０mと地下２０m，地下５mと地下２０mについて，それぞれ v_s＝７４m/sec，１００m/sec，８７m/secである。この場合には地盤が地表面近くから地下２０mまでほぼ一様な軟弱層であることから，深さ方向における伝播速度の差が小さく，またその値も先の岩野橋での値より小さくなっている。地下５mと地下20mの２点間について他の地震について調べた結果でもやはり８７m/secという値が得られた。

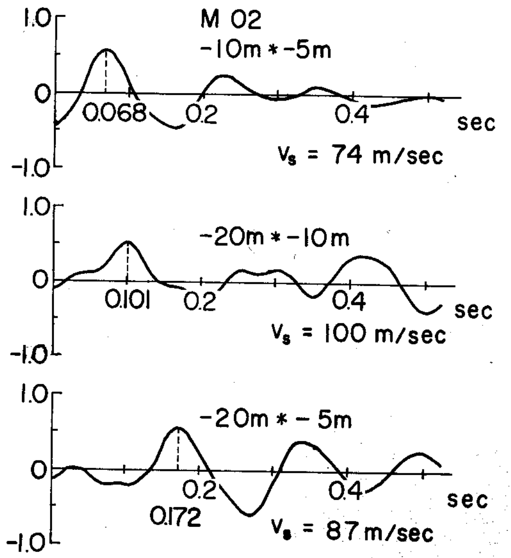


Fig.2・18 Cross correjation functions (Matsushiro-so)

以上のような解析結果はいずれも地盤の軟かさと横波の伝播速度との間の密接な関係を示唆しており，砂礫地盤，粘土質地盤のいずれにおいても，軟らかい地盤ほど横波の伝播速度が低下することを示している。こうした地盤の硬軟の度合と横波の伝播速度の関係はすでに知られているところであるが，それらの測定の多くは板たたき法や常時微動のようなきわめて震動エネルギーの小さな方法によるものであり，これは縦波に比較して横波の測定が困難であることに原因している。ここに得た結果はいずれもmagnitude ４～５の実地震によるものであるが，常時微動などによる推定値もこれにほぼ近い値であり，よい対応を示している。

次に，卓越振動数と横波の伝播速度との関係について検討を行なう。地表面における震動の周波数特性はほとんど地表面近くの弾性的性質の変化の少ない

層によって決定されるとされているが，この卓越振動数を f_p とすれば層厚 H と横波の伝播速度 v_s との間には

$$f_p \cong \frac{v_s}{4H} \tag{2·1·1}$$

の関係がある。いまFig. 2・5に示した岩野橋での速度スペクトルの卓越振動数を8 c/sとし，Fig. 2・17から得た地表面と地下5 mとの間の平均伝播速度170m/secを上式に用いると，層厚 H は5.3 mとなり，これはFig. 2・2(a)の地盤図において地盤の硬さが変わる深さに相当する。また，Fig. 2・4に示したスペクトル図においても地下5 mと地表面間での震動レベルが急激に増大していることなどを勘案すれば結局，この地点の震動特性は地盤の硬さが急変する地下5 m付近を基盤として，その上に比較的軟かい表層の載っている一層地盤により類推することができ，この区間内において震動振幅が増幅されていることを示している。同様な推算を松代荘の場合について行なうと，Fig. 2・11では卓越振動数は岩野橋ほど明瞭でないが，これを3 c/sとし，伝播速度としてFig. 2・18から74 m/secを用いると層厚は約6 mとなる。このように地震時の地表面の震動はそのほとんどが地表面近くの数 m の深さの部分に支配されることを示しており，これはまた，地下約8 mの地点に観測点のある長野県庁の観測点での最大加速度が，地震の規模は他の観測点におけるそれらと同程度であるにもかかわらず非常に小さいことを十分に説明しているものと考えられる。これらのことは，構造物や地盤の地震に対する応答を考える際に，地表面で得られた地震動を構造物の基盤での入力と考えることの危険性を物語るものである。

第3章　砂質土における弾性波の伝播速度

(1) 土の弾性波速度

地盤の震動特性はその種別によって異なり，これは地盤中における波動の伝播速度と密接な関係にあることが，前章に述べた実地震時の震動観測結果でも明らかである。したがって地震時の地盤の運動を解析的に取り扱う場合には地盤中の波動の伝播速度と地盤種別との関係が明らかにされており，かつ，これの解析的表示が可能である必要がある。しかるに地盤を構成する土は多様であり，また同一種類の土に対しても外的攪乱とその状態により複雑な応答を示し，これを統一的に解析表示することは不可能に近いが，地盤そのものや地盤中の構造物の振動を論ずるに当っては，なんらかの方法で土の物理定数を用いて波動の伝播速度を表示する必要に迫られる。そこで，最も簡単には，地盤を弾性体あるいは粘弾性体として表示することが通常行なわれるが，このような場合にも地盤の種別や力学特性と弾性波速度の関係が与えられない限りは地盤の弾性定数そのものか，これと等価な弾性波の速度を仮定しなければならなくなる。

本来，土は連続な媒質ではなく，粒状体の集合体であり，そこに流体や気体が介在していくつかの異なった相から構成　される媒質である。このような媒質中における波動の伝播は完全弾性体におけるそれより複雑な様相を呈することは当然であるが，これを解析的に取り扱う理論の代表的なものとしては粒状媒質理論と多孔性媒質理論が挙げられよう，前者は主として縦波の伝播速度の応力依存性を説明するものであり，後者は孔げきの存在による波動伝播速度の変化を主な内容としている。これらの理論はいずれも，岩石における波動の伝播を対象にしており，粒状媒質理論[11),12)]では体積変化を伴う縦波に関する検討が主であって，横波についての議論はあまり行なわれず，また流体相が存在してもせん断弾性係数が一定であるとか，あるいはPoisson 比が不変であるというような考え方が便宜的に用いられている。

一方，M.A. Biot[13),14)] に代表される多孔性媒質の理論では一つの確定した状態における四つの弾性定数が測定可能な値として与えられたとき，孔げきを満た

す水と周囲の実質部分とのcouplingの現象を取り扱うものである。したがって媒質の全体に占める孔げきの割合が変化すれば，それに応じた弾性定数が既知であるという条件下における議論であり，孔げき率の変化による媒質の弾性定数の変化をも含めた波動の伝播の現象を取り扱うものではない。こうした点はF. Gassmann[15]やJ. Geertsma[16]らによる研究においても同様である。また最上[17]による粒状体の力学は確率論的見地から粒状体の応力と変形，内部摩擦角などの問題を微視的に検討しようとするものであり，地震波動のように媒質をmass として取り扱う場合の適用性には問題がある。

しかるに，土のような媒質では，孔げき率，すなわち間げき率が変われば，それに伴って媒質全体の力学特性や波動の伝播速度なども変化するものと考えられ，間げき率や有効応力と弾性波動とは直接的な関係にあるとみなしてよい。地盤や構造物の地震時における挙動を解明する際には，このような間げき率や有効応力など，地盤の特性を決定する諸量と弾性波速度との関係が必要となる。このような問題に関しては古くから実験的な研究がなされており，粘性土については石本・飯田[18]は含水比と弾性定数との関係を多くの試料の波動の伝播速度から求め，弾性定数は含水比の増加とともに減少するという結果を示した。また砂質土についてはB.O.Hardin と F.R.Richart[19]が詳細な実験を行ない，横波速度は間げき比の増加に対して直線的に減少し，また間げきを満たす水の存在もまた横波速度をやや減少させる傾向にあると報告している。しかるに，これらはいずれも実験的な結果にとどまり，そのような現象の存在を理論的に裏づけたり，それらを説明する力学モデルを設定することは，まだ十分には行なわれていない。そこで以下においては，このような問題について力学モデルを提示し，かつ実験によりそれの検討を行なう。

(2) 力学モデル

いま，土は土粒子を構成物質とする骨格とその空げきを占める流体とから構成されており，土の単位体積中に占める流体の割合，すなわち間げき率をβとする。したがって，土の体積V_b中の骨格の体積をV_s，流体の体積をV_fとすると

き，βは

$$\beta=\frac{V_f}{V_b}=\frac{V_f}{V_s+V_f} \tag{2·3·1}$$

で与えられる。この場合，土は均質，等方性を持つものとし，βの値は土のいかなる部分においても同一である，すなわち考える土の体積の大きさにかかわらず骨格と流体の部分が分離しないものと仮定する。このような仮定は，土の内部を伝播する波動の波長に比較して空げきの大きさは十分に小さいことから一般に容認されよう。

いま，水で飽和した間げき率βの土の微小直方体を考える。このとき，この直方体の一つの面内において水の占める割合はその面積をβ倍したものである。直交座標x_j($j=1$，2，3)において，x_j方向の水の流れの速度を

$$v^f{}_j=\frac{\partial u^f{}_j}{\partial t} \tag{2·3·2}$$

と表わす。ただし，u^f_jはx_j方向への水の変位量である。この水の密度をρ_fとすれば，質量保存則より，次のような連続の式が成立する。

$$\sum_j\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_f\beta v^f{}_j)+\frac{\partial}{\partial t}(\rho_f\beta)=0 \tag{2·3·3}$$

ここで取り扱うのは，波動による水の運動であり，v^f_jは小さな値と考えてよいから，さらにβやρ_fの divergent との積で表わされる項は省略することができる。したがって上式は

$$\rho_f\beta\sum_j\frac{\partial v^f{}_j}{\partial x_j}+\rho_f\frac{\partial\beta}{\partial t}+\beta\frac{\partial\rho_f}{\partial t}=0 \tag{2·3·4}$$

と書き改めることができる。

一方，水の密度ρ_fと作用する圧力pとの間には次式の示性方程式が成立する。

$$\frac{d\rho_f}{\rho_f}=\frac{dp}{K} \tag{2·3·5}$$

ただし，Kは水の体積弾性係数である。上式の圧力pを用いて式(2・3・4)を

書き改めると次式が得られる。

$$\beta\sum_j\frac{\partial v^f{}_j}{\partial x_j}+\frac{\beta}{K}\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{\partial\beta}{\partial t}=0 \tag{2·3·6}$$

上式は間げき率βの時間的変化により，水圧pが変化することを示している。しかるに，この間げき率の変化は骨格の体積変化に比例する量と考えてよいから，上式の第3項は骨格の体積変化を用いて表わし得る。すなわち，

$$\beta\sum_j\frac{\partial v^f{}_i}{\partial x_j}+\frac{\beta}{K}\frac{\partial p}{\partial t}+C\frac{\partial}{\partial t}\sum_j\frac{\partial u^s{}_j}{\partial x_j}=0 \tag{2·3·7}$$

ただし，Cは定数であり，$u^s{}_j$は骨格のx_j方向への変位量である。ここで上の式(2・3・7)を時間に関して積分し，時間だけに関係する項を0とすれば，結局上式は次式のように書き改められる。

$$p=-K\sum_j\frac{\partial u^f{}_j}{\partial x_j}-Q\sum_j\frac{\partial u^s{}_j}{\partial x_j} \tag{2·3·8}$$

この式は，水の体積変化と骨格の体積変化に比例して水圧が発生することを表わしている。そこで，これらの軸方向ひずみをそれぞれ，$e^f{}_j$，$e^s{}_j$と表わし，圧力pを応力σに書き改めると，結局次式が得られる。

$$\sigma=K\sum_j e^f{}_j+Q\sum_j e^s{}_j \tag{2·3·9}$$

一方，骨格に作用する応力$\sigma^s{}_j$は骨格部分の軸ひずみ$e^s{}_j$と弾性定数$C^s{}_{ij}$との積のほかに，水の部分に発生する水圧の影響を受けるが，この比例係数をQ'とすれば，次式が得られる。

$$\sigma^s{}_i=\sum_j C^s{}_{ij}e^s{}_j+Q'\sum_j e^f{}_j \tag{2·3·10}$$

しかるに，K，Q，$C^s{}_{ij}$，Q'はいずれも弾性定数と考えられるが，土を等方性を持ったものとすれば，この係数マトリックスは対称でなければならない。すなわち，

$$\begin{vmatrix} C^s_{11} & C^s_{12} & C^s_{13} & Q' \\ C^s_{21} & C^s_{22} & C^s_{23} & Q' \\ C^s_{31} & C^s_{32} & C^s_{33} & Q' \\ Q & Q & Q & K \end{vmatrix}$$

が対称であるためには

$$Q=Q' \tag{2·3·11}$$

でなければならない。

次に，単位面積当りに作用する応力の分配を考える。いま土の単位面積当りに働く応力 σ^b_i は骨格の単位面積当りに作用する応力 σ^s_i と水の部分の応力 σ が，それぞれが単位面積中に占める割合に比例的であるとすれば次式が成り立つ。

$$\sigma^b{}_i=(1-\beta)\sigma^s{}_i+\beta\sigma \tag{2·3·12}$$

上式に，式（2・3・9），（2・3・10）を用いれば

$$\sigma^b{}_i=\sum_j[\{(1-\beta)C^s{}_{ij}+\beta Q\}e^s{}_j+\{(1-\beta)Q+\beta K\}e^f{}_j] \tag{2·3·13}$$

が得られる。ただし，上式には式（2・3・11）の関係を用いてある。また，せん断応力に関しては，土の単位面積に作用するせん断応力 τ^b_i はすべて，骨格によって受け持たれていると考えれば，単位面積中に占める骨格の部分の割合はその（1－β）倍であるから，

$$\tau^b{}_i=(1-\beta)\tau^s{}_i \tag{2·3·14}$$

となる。ここに，τ^s_i は骨格に作用しているせん断応力である。この τ^s_i は剛性率 μ と骨格のせん断ひずみ γ^s_i との積で与えられるから，式（2・3・14）は次式のように書ける。

$$\tau^b{}_i=(1-\beta)\mu\gamma^s{}_i \tag{2·3·15}$$

次に，式（2・3・1）を書き改めると，

$$\left.\begin{array}{l} V_b=V_s+V_f \\ V_f=\beta V_b \end{array}\right\} \qquad (2\text{・}3\text{・}16)$$

となり，これより容易に

$$\frac{dV_b}{V_b}=(1-\beta)\frac{dV_s}{V_s}+\beta\frac{dV_f}{V_f} \qquad (2\text{・}3\text{・}17)$$

が得られる。いま考えている土は等方性を持ったものとしているから，上式の体積変化は軸ひずみ e_i^b ， e_i^s ， e_i^f を用いて表わすことができる。すなわち，

$$e^b{}_i=(1-\beta)e^s{}_i+\beta e^f{}_i \qquad (2\text{・}3\text{・}18)$$

この式は変形に関して軸ひずみ量の満足しなければならない条件式である。弾性波動が土中を伝播する場合には骨格と水とが一様な応力を受けて変形すると考えられるが，そのときの応力の分配は式（2・3・13）で表わされた。そこでいま，変形に関しては骨格と水との軸ひずみが等しいと仮定すると

$$e^s{}_i=e^f{}_i \qquad (2\text{・}3\text{・}19)$$

である。この場合には変形に関する条件式（2・3・18）から，土の軸ひずみは当然骨格と水の軸ひずみに等しくなる。すなわち

$$e^b{}_i=e^s{}_i=e^f{}_i \qquad (2\text{・}3\text{・}20)$$

である。そこで，この関係を式（2・3・13）に用いると

$$\sigma^b{}_i=\sum_j\{(1-\beta)C^s{}_{ij}+\beta K+Q\}e^b{}_j \qquad (2\text{・}3\text{・}21)$$

が得られる。ここで，上の弾性定数を $C^b{}_{ij}$ と書き表わせば，上式から

$$C^b{}_{ij}=(1-\beta)C^s{}_{ij}+\beta K+Q \qquad (2\text{・}3\text{・}22)$$

が得られる。また，せん断応力に関しては，式（2・3・20）と同様に骨格部

分のせん断ひずみが土のせん断ひずみに等しいと考えれば，

$$\gamma^s{}_i=\gamma^b{}_i \qquad (2{\cdot}3{\cdot}23)$$

であり，土の剛性率をGと書き表わすと式（2・3・15）から容易に

$$G=(1-\beta)\mu \qquad (2{\cdot}3{\cdot}24)$$

が得られる。

式（2・3・22）において，Qは骨格と水とのcouplingを表わす定数であり，これは適当な条件を設定すれば，式（2・3・9），（2・3・10）から実験的に定められる量である。いま骨格と水とが体積変化を生じる場合にも間げき率βは時間的に変化しないものと仮定すれば，式（2・3・6）の，第3項は0となり，これを式（2・3・8）と対比することから，

$$Q=0 \qquad (2{\cdot}3{\cdot}25)$$

である。

一方，式（2・3・22）の$C^s{}_{ij}$はλ，μをLaméの定数とすれば，

$$C^s{}_{ij}=\lambda+2\mu\delta_{ij} \qquad (2{\cdot}3{\cdot}26)$$

である。ここにδ_{ij}はkroneckerのdelta 記号である。したがって，この式を式（2・3・22）に用いれば，

$$C^b{}_{ij}=(1-\beta)\lambda+\beta K+2(1-\beta)\mu\delta_{ij} \qquad (2{\cdot}3{\cdot}27)$$

となる。ここで，$\bar{\lambda}$，$\bar{\mu}$を

$$\bar{\lambda}\equiv(1-\beta)\lambda+\beta K \qquad (2{\cdot}3{\cdot}28)$$

$$\bar{\mu}\equiv(1-\beta)\mu \qquad (2{\cdot}3{\cdot}29)$$

と定義すれば，式（2・3・27）は式（2・3・26）とまったく同形であり，

かつ剛性率に関する式（2・3・29）は式（2・3・24）と同一である。したがって，この場合には Lamé の定数が $\bar{\lambda}$，$\bar{\mu}$ で与えられる弾性体と同様に取り扱うことができることを示している。換言すれば，骨格と水とが受け持つ応力比はそれぞれの体積比に等しく，かつそれぞれの体積ひずみが等しくて，かつ独立である場合には，全体としての弾性率は間げきがない場合の弾性率と水の弾性率とにより，式（2・3・28），（2・3・29）のように表わされることになる。

一方，密度に関しては，土の密度を ρ_b ，骨格の密度を ρ_s ，水のそれを ρ_f と書けば，明らかに次式が成り立つ。

$$\rho_b=(1-\beta)\rho_s+\beta\rho_f \tag{2·3·30}$$

したがって，この場合には運動方程式から，縦波，横波の伝播速度をそれぞれ v^b_l ，v^b_t と表わせば，次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned}(v^b_l)^2&=\frac{(1-\beta)(\lambda+2\mu)+\beta K}{\rho_b}\\(v^b_t)^2&=\frac{(1-\beta)\mu}{\rho_b}\end{aligned}\right\} \tag{2·3·31}$$

また，Poisson 比 ν^b についても，式（2・3・28），（2・3・29）から

$$\nu^b=\frac{1}{2}\cdot\frac{(1-\beta)\lambda+\beta K}{(1-\beta)(\lambda+\mu)+\beta K} \tag{2·3·32}$$

となる。上の3式および，式（2・3・30）の関係から当然のことながら，間げき率 β が 0 の場合には上の弾性波速度は骨格を形成する媒質の弾性速度に等しく，間げき率が 1 の場合には横波の速度は 0 であり，縦波の速度は水のそれに一致する。また，Poisson 比は間げき率が 1 の場合には 0.5 であり，間げき率の減少とともに骨格の Poisson 比に近づくことがわかる。ρ_f/ρ_s ，v^f_l/v^s_l のいくつかの値について，v^b_l/v^s_l，v^b_t/v^s_t と間げき率 β との関係を図示したのが Fig.2・19 である。

以上においては，間げき率 β が 0 の場合には土はすべて骨格を形成する媒質

だけとなり，間げきは存在しなくなる。しかるに，実際の土ではある拘束圧のもとでの最小の間げき率は0とはなり得ない。したがって，弾性波速度に及ぼす間げきの影響を表わすには，この最小の間げき率β_{min}の状態に対する弾性定数を骨格の弾性定数と考えることができる。一方間げき率βが1の場合にはすべてが水になるが，実際にはもっと小さな間げき率において，土粒子間の接触圧がなくなる状態や，横波が伝播し得なくなる状態に達することが考えられこの状態では密度が水より大きな流体と同等であろうと思われる。そこで，この状態における間げき率を最大間げき率β_{max}とすれば，横波速度は0であり，体積弾性率は水のそれに等しいとする近似が許されよう。このような最大間げき率β_{max}と最小間げき率β_{min}とを用いれば，有効間げき比に相当する相対間げき率ともいうべきβ_eなる量を考えることができる。

$$\beta_e \equiv \frac{\beta-\beta_{min}}{\beta_{max}-\beta_{min}} \qquad (2\cdot3\cdot33)$$

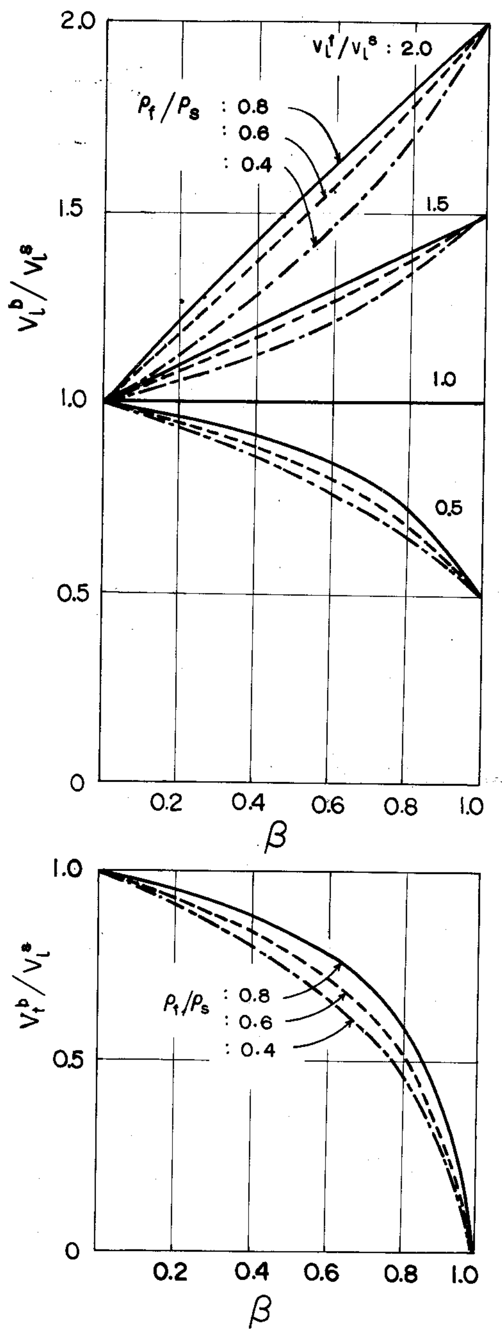


Fig. 2·19 Relationship between wave velocity and porosity.

上式で定義されるβ_e は0と1の間で変化する量であり，これを式(2・3・31)および式(2・3・32)に用いればよい。すなわち，

$$
\left.\begin{aligned}
(v^b{}_l)^2 &= \frac{(1-\beta_e)(\lambda+2\mu)+\beta_e K}{(1-\beta)\rho_s+\beta\rho_f} \\
(v^b{}_t)^2 &= \frac{(1-\beta_e)\mu}{(1-\beta)\rho_s+\beta\rho_f} \\
\nu^b &= \frac{1}{2}\cdot\frac{(1-\beta_e)\lambda+\beta_e K}{(1-\beta_e)(\lambda+\mu)+\beta_e K}
\end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot3\cdot34)
$$

となる。したがってβがβ_{max} の場合には横波速度は0であり縦波の速度は密度がρ_bで体積弾性率がKである流体のそれに等しく，β_{min} に対しては密度がρ_b で弾性定数がλ，μの弾性体のそれらと同じである。

以上により，これまでに述べたような仮定が許される場合には，最小間げき率とそのときの弾性定数，最大間げき率，水の体積弾性係数，土粒子と水の密度とが与えられれば，弾性波速度を間げき率の関係として表示することができる。

(3) 実験装置と実験方法

前節に述べた弾性波速度と間げき率との関係は，結果的には土のせん断弾性係数が間げきが増すにつれて直線的に減少するという仮定に基づいている。そこで，このような仮定のもとに得られた結果あるいはその仮定の妥当性をいくつかの砂試料について検討した。

岩石や土のような媒質の波動伝播速度の測定法には自由振動周期による方法，強制振動による共振法など，試料の固有振動を利用した方法もあるが，本実験で用いたのは超音波による pulse 法であり，超音波が試料内を通過するに要した時間から，その波動伝播速度を推定することができる。使用した超音波発生装置は横波の発振周波数が63 KHZ，縦波の発振周波数は50 KHZであり，発振周波数と掃引周波数とが同期しているため，試料内を通過するに要する時間はオシロスコープ上の透過波の静止像から読み取ることができる。試料の両端には発振振動子と受振振動子を密接させ，これらを三軸圧縮試験装置に入れて水圧あるいは空気圧による側圧をかけ，弾性波速度に及ぼす側圧の影響をも検討した。これらの実験装置の概要をFig.2・20に示した。

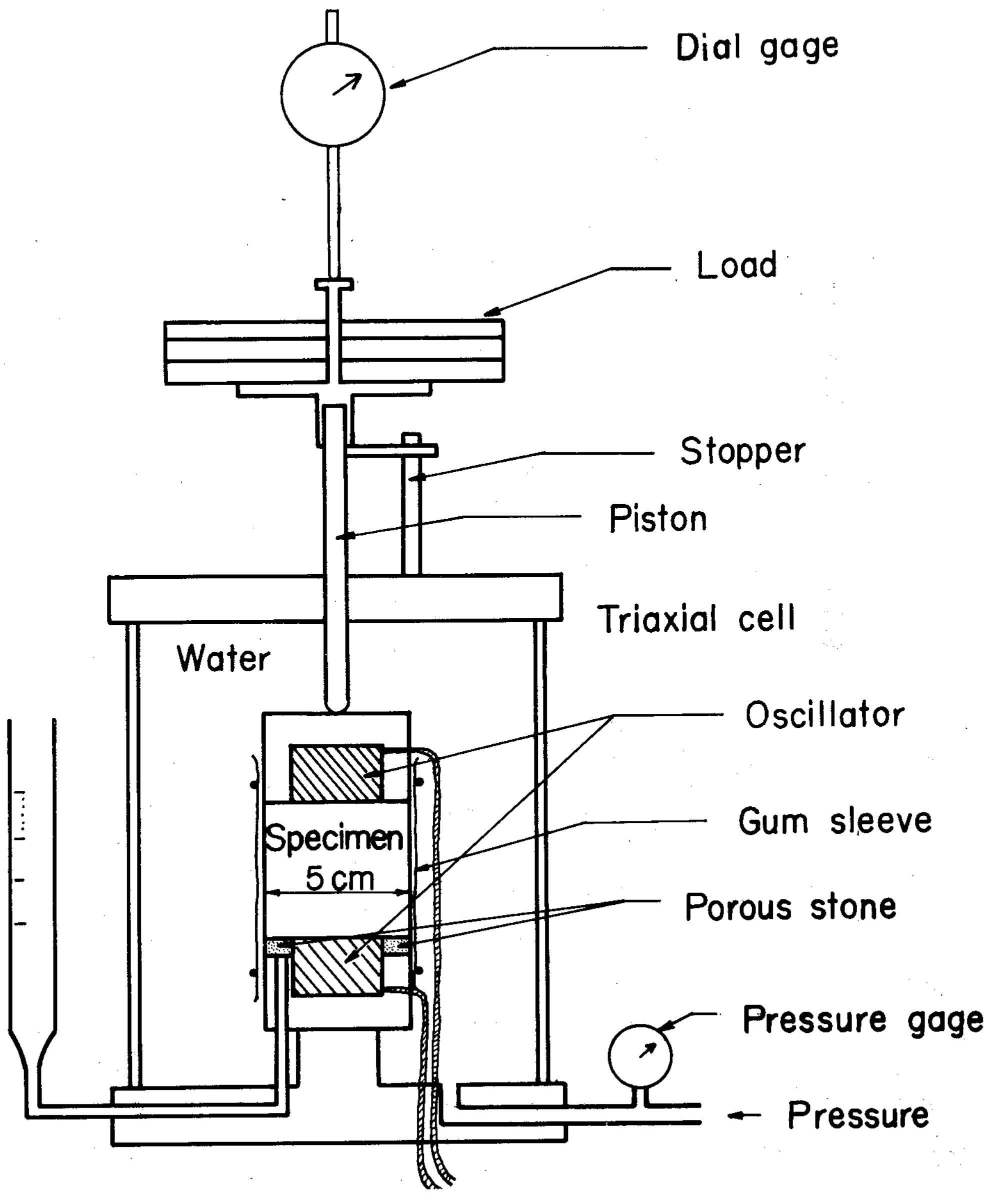


Fig. 2・20 **Experimental** devices.

次に，実験に用いた試料はその粒径分布曲線がFig. 2・21であるような3種類の砂である。試料№1と№2は同じ種類の砂で，土粒子比重はともに2.65である。ただ，試料№2は№1の粒径の粗い部分を,底にサンドペーパーを敷いた箱の中に入れ，これを振動ふるい分け試験機で約24時間振動を与えたものであり，№1と№2の均等係数はそれぞれ2.25と3.44である。試料№3は豊浦の標準砂であり，比重は2.64，均等係数は1.28である。

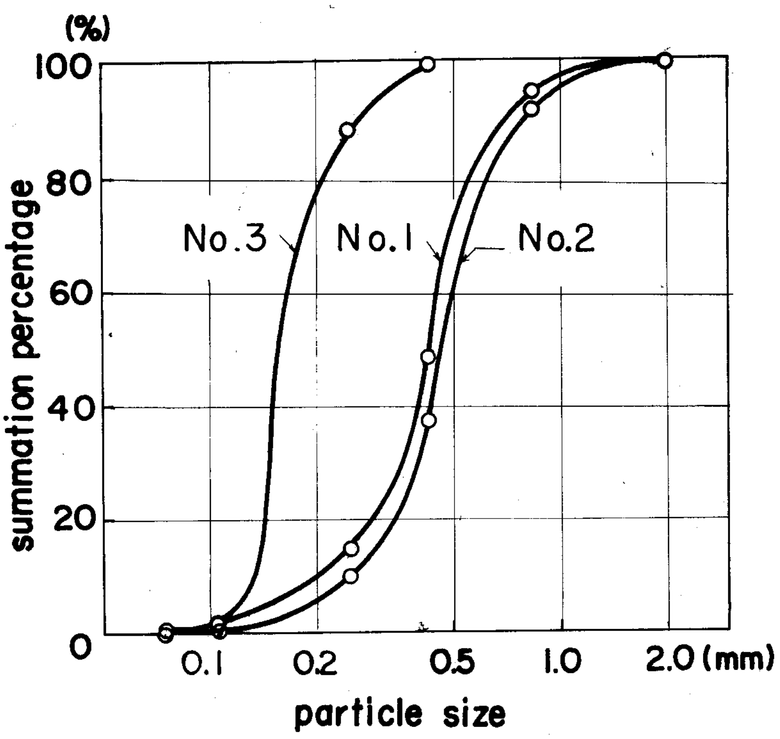


Fig.2・21　Particle size distribution curve.

供試体は円柱状であり，その両端は振動子に接し，側面はゴムスリーブで包まれている。この供試体の直径はいずれも5㎝であり，高さは2㎝と5㎝のものを使用した。実験は横波の伝播速度については乾燥状態と飽和状態の場合，縦波については乾燥状態を対象として行なった。いずれの実験においても，側圧を0～7Kg／㎠の範囲内で変化させ，増圧および減圧の各段階で，試料内をpulse が透過するに要する時間と試料の鉛直方向の変位量を測定した。また，飽和砂の場合には試料内は排水状態であり，したがって波動の伝播に伴って発生する水圧上昇の影響を無視すれば側圧は有効垂直応力に等しいものと考えてよい。

また，この実験では間げき率あるいは間げき比を広範囲に変化させる必要があり，そのために，供試体を成形する際にゴムスリーブ内の砂の突固め回数を変えて，いろいろな間げき比を持つ試料を得た。しかし，実験時には側圧を作

用させるため，乾燥状態ではもちろん，飽和状態でも排水を許していることから，側圧の大きさによって間げき比が変化する。したがって，間げき比は各側圧段階における変形量から算出した。また，密度はこの間げき比と砂粒子の密度とから，側圧の各段階に対して求めた。

(4) 弾性波速度と有効垂直応力の関係

Fig.2・22は乾燥砂における横波の伝播速度v_tと側圧p_eとの関係を示した

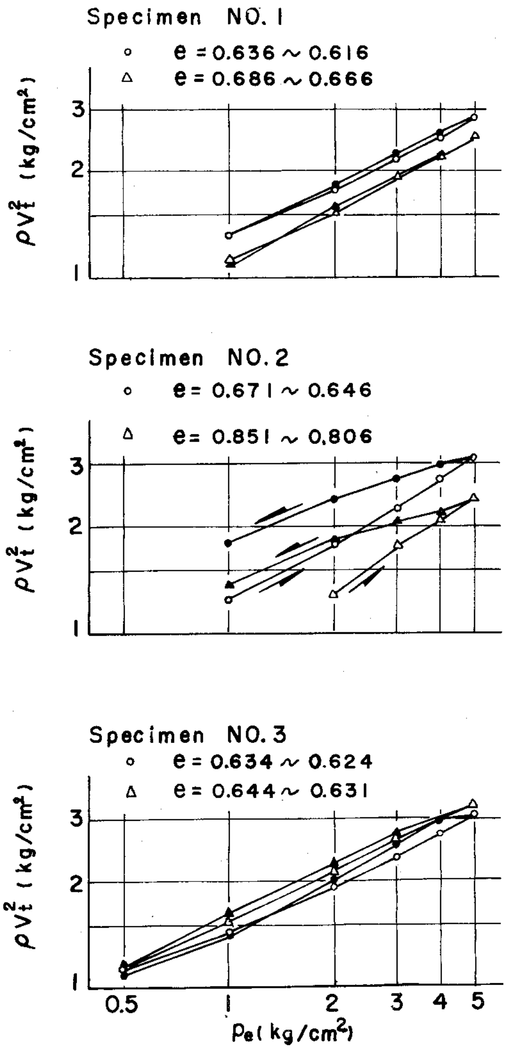
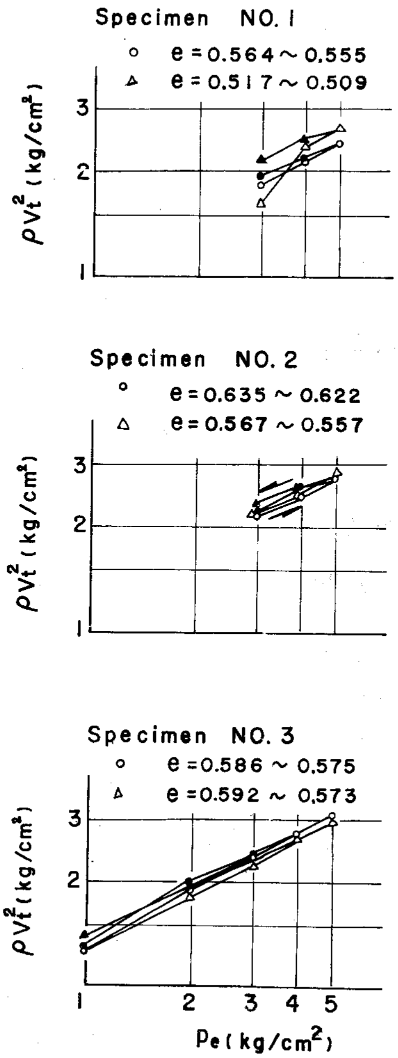


Fig.2·22 Dependence of ρv_t^2 on p_e (Dry sand).



Fig·2·23 Dependence of ρv_t^2 on p_e (Saturated sand).

ものであり，３種類の砂試料について，それぞれ二つの供試体に対する測定結果を示してある。これらの図中には側圧の増減に伴う間げき比の最大値と最小値をも併記してある。図の縦軸は側圧の各段階において測定した伝播速度と密度とから求まる弾性定数を表わしているが，これは上述のように有効垂直応力に等しいと考えてよい。また，飽和砂についての同様な内容を持った図をFig. 2·23に示した。

これらの図はいずれも，実験結果が両対数紙上においてほぼ直線関係に近く，せん断弾性係数が有効垂直応力のべき乗に比例的であることを表わしている。そこで，これらの測定値を連ねた折線のこう配の平均値を求めると，乾燥状態では試料No. 1, 2, 3の順に０.５１，０.４８，０.４６程度であり，飽和砂の場合には同じく０.４９，０.５２，０.５４であった。したがって，この実験で使用した試料砂については，乾燥，飽和のいずれの状態においても，間げき率の変化が小さい限りは，せん断弾性係数μ'は有効垂直応力p_eの約１／２乗に比例的であるといえよう。すなわち，

$$\mu' = \rho v_t^2 \propto p_e^{1/2} \tag{2·3·35}$$

である。

せん断弾性係数に及ぼす有効垂直応力の影響を，波動の伝播速度の測定から検討する試みは，いろいろな方法で行なわれているが，共振法を用いて詳細な実験を実施したB.O. HardinとF.R. Richart[9]らの結果においても，せん断弾性係数は側圧のほぼ１／２乗に比例するとされている。したがって，砂については間げき比が変わらない限りは，せん断弾性係数は有効垂直応力の平方根に比例し，これは砂粒子の粒径や形状にはほとんど無関係であり，また乾燥・飽和の状態による影響も小さいものと考えてよかろう。

一方，乾燥砂についての縦波速度と側圧との関係を示したのがFig. 2·24である。なお図中の縦軸は弾性定数の次元で表わしてある。No. 2の試料における側圧0.5 kg/cm²に対する測定値を除いては，いずれもρv_l^2と側圧との間の関係はべき乗に比例するであろうことを示している。そこで，両対数紙上の測定

値を連ねた折線を近似する直線のこう配を求めると，試料№ 1, 2, 3 の順に 0.4 8，0.5 0，0.4 8 程度の値が得られる。したがって，この場合も先の横波の場合と同様に

$$\rho v_l^2 \propto p_e^{1/2} \qquad (2\cdot3\cdot36)$$

とすることが許されよう。しかるに，Lamé の定数 λ' は

$$\lambda' = \rho(v_l^2 - 2v_t^2)$$

で与えられるから，式（2・3・35）と式（2・3・36）の関係から

$$\lambda' \propto p_e^{1/2} \qquad (2\cdot3\cdot37)$$

となり，結局，砂の弾性定数については先にせん断弾性係数に対して述べた結論がそのままあてはまることになる。

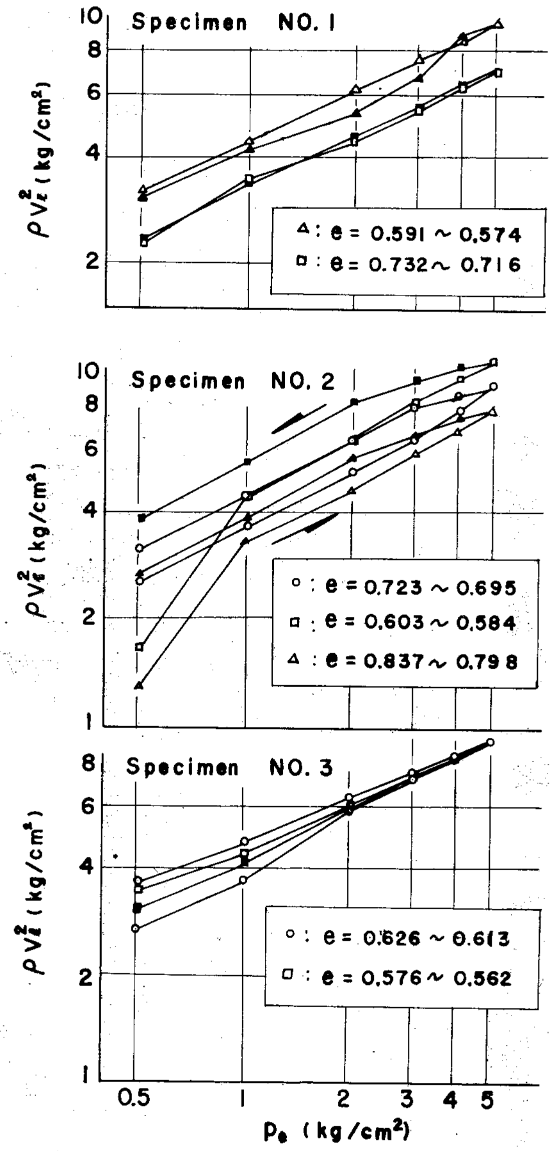


Fig. 2・24 Dependencce of ρv_l^2 on p_e (Dry sand)

(5) 弾性波速度と間げきの関係

Fig. 2・25 は横波の伝播速度と密度とで求まるせん断弾性係数と間げき比との関係を示したものである。まず，側圧が 1 Kg／cm² の場合には乾燥砂に対する測定値が多いが，これは飽和砂に対しては測定できない場合が多かったため

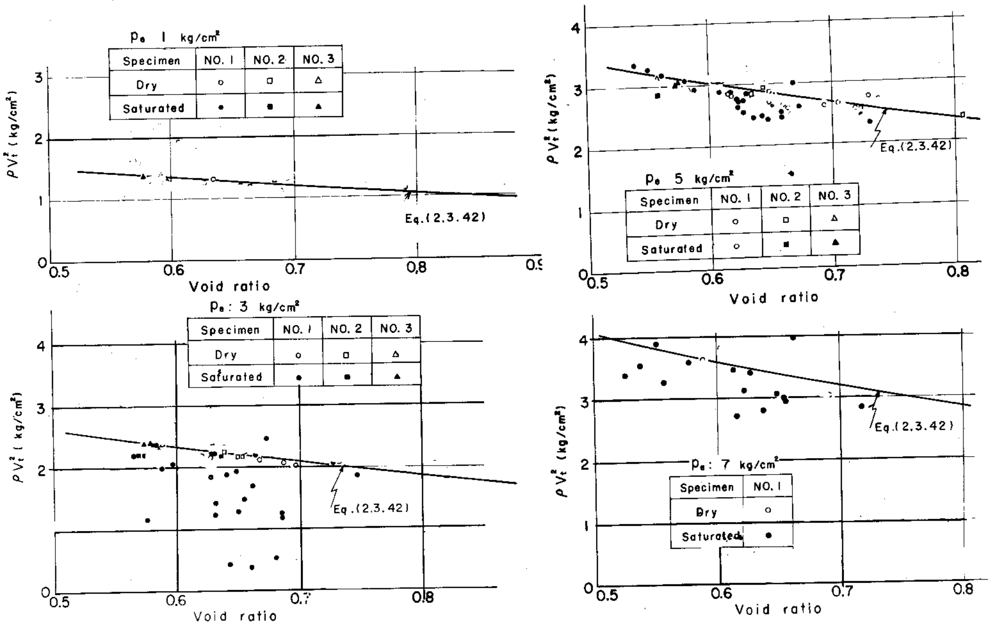


Fig.2·25 Relationship between ρv_t^2 and void ratio.

である。しかし，側圧を2 Kg／cm² 程度にすると，間げき比が0.7～0.75の場合に対しても横波が測定され，側圧3 Kg／cm² に対しては図に示したような結果が得られた。この場合には，乾燥砂に対してよりも，飽和状態におけるほうが，測定値のちらばりの範囲が広く，この程度の側圧に対してはせん断弾性係数あるいは横波に及ぼす水の影響があることを示している。しかるに，側圧を増圧して5 Kg／cm²にした場合には，乾燥状態と飽和状態の差異が少なくなっていることがわかる。このような傾向は側圧が7 Kg／cm² の場合でも同様である。

一方，せん断弾性係数と間げき比の関係は，乾燥状態についてはほぼ一定の傾向が認められる。すなわち，間げき比が0.5～0.9程度の範囲内では，せん断弾性係数は間げき比に対してほぼ直線関係にあることがわかる。飽和状態の場合，5 Kg／cm² 程度以上の側圧に対しては乾燥砂とほぼ同様な傾向にあると言えるが，それ以下の側圧に対しては，間げき比の増大に対するせん断弾性係数の低下が乾燥砂よりも顕著であると考えられる。しかしながら，これらの一連の実

験に用いた試料は高さ2㎝の円柱であり，側圧の増減に伴う間げき比の変化は試料の微小な変形量や排水量から測定したため，測定値にはかなりの誤差の含まれていることを認めねばならない。

次に，本実験を実施した目的である理論解析結果との比較検討を行なう。前節に述べた理論解析では，間げき率がβであるときのせん断弾性係数を式(2・3・29)で表わしたが，これを最小間げき率に対するせん断弾性係数を骨格のそれと考えれば，結局式（2・3・34）になる。これをさらに書き改めれば

$$\mu' \propto \beta_{max} - \beta$$

となる。一方，せん断弾性係数と側圧の間には一定の比例関係があることを先に述べたが，式（2・3・35）の比例関係は間げき率が一定である場合には成り立つのであるから，式（2・3・35）と上の式とは互に独立であると考えてよい。したがって，この両者の関係から

$$\mu' = C_1(\beta_{max} - \beta)p_e^{1/2} \qquad (2\cdot3\cdot38)$$

が得られる。ここに，C_1は比例定数である。この定数C_1とβ_{max}とは実験結果から定めねばならず，確定値として与えることはできない。そこでいまFig. 2・25を参照してC_1を4,200㎏/㎠，β_{max}を0.7とすれば

$$\mu' = 4{,}200(0.7 - \beta)p_e^{1/2} \qquad (2\cdot3\cdot39)$$

となる。この場合のμ'とβの関係を先のFig. 2・25に示した。これらの図から，式（2・3・39）はいずれの実験結果に対しても間げき比とせん断弾性係数の関係をかなりよく表わしていることがわかる。この式（2・3・39）は砂粒子間に作用する応力に関係なく，せん断弾性係数と間げき率とが直線関係にあるという仮定に基づいている。そしてこれらの実験結果はいずれも異なる側圧に対しても間げき比の増大に対してせん断弾性係数が減少する傾向を示すことは，理論解析で設定した仮定が乾燥砂のせん断弾性係数に関してはほぼ妥当なことを示しているものと考えてよかろう。飽和砂の場合にも側圧が高い場合

には乾燥砂におけると大差ないが，低い側圧に対してはやや異なり，最大間げき率すなわち，横波速度が0に近くなるときの間げき率が乾燥砂の場合より低下する傾向にある。そして，この場合にはβ_{max}が有効垂直応力の関数になることから，もはや間げき率と有効応力のせん断弾性係数に及ぼす影響は独立ではないから，式(2·3·38)のような表示は許されなくなる。しかしながら，ここでは弾性定数と間げきとの関係を主眼にしており，その点に関する限りは，飽和砂の場合にも間げき率の増加に対してせん断弾性係数が低下することは明らかであろう。

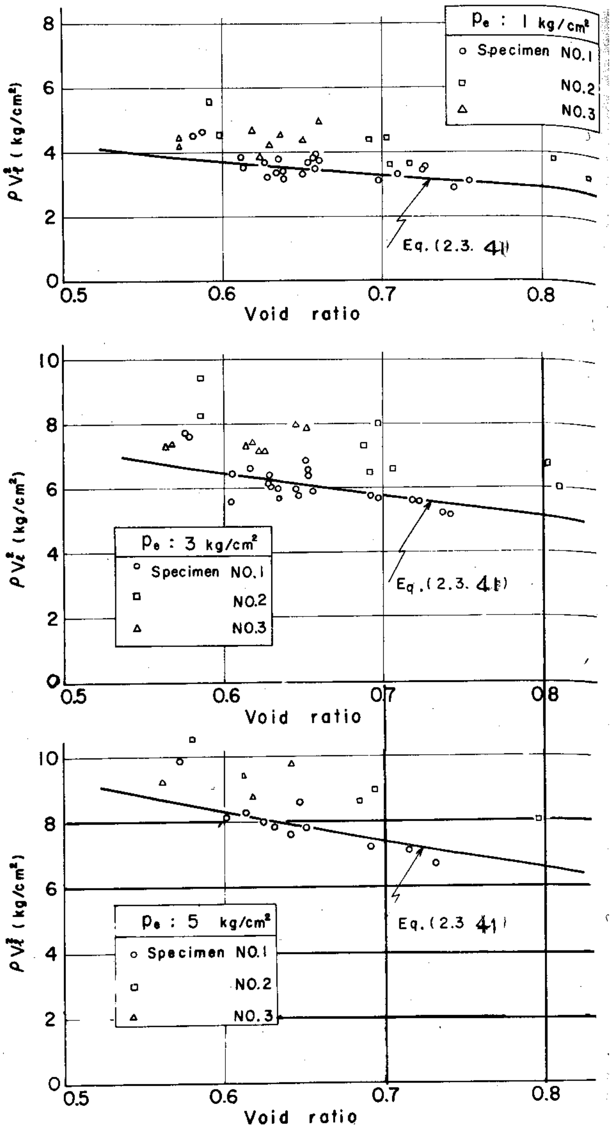


Fig.2·26 Relationship between ρv_l^2 and void ratio.

次に，縦波に関する測定結果について検討を行なう。Fig.2·26は乾燥砂における縦波の伝播速度と間げき比の関係を示したものである。数多くの実験のうち，側圧が1，3，5 Kg/cm²の場合についての測定値を掲げたが，いずれもρv_l^2は間げき比の増大に対して減少する傾向が共通に見られる。そこで，横波に対して行なったと同様に，理論解析結果について検討する。すなわち，乾燥砂の場合には式(2·3·34)において，水の体積弾性係数Kを0とすれば，せん断弾性係数の場合と同様に

$$\rho v_l^2 \propto \beta_{max} - \beta$$

であり，また式（２・３・３６）の関係があるから，結局

$$\rho v_l^2 = C_2(\beta_{max}-\beta)p_e^{1/2} \qquad (2\cdot3\cdot40)$$

が得られる。ここにC_2は定数である。β_{max}としては，すでにせん断弾性係数の場合に検討したとおり，0.７程度であると判断されるからFig.２・２６の実験結果を参照してC_2を１1,５００Kg/cm²とすると結局

$$\rho v_l^2 = 11{,}500(0.7-\beta)p_e^{1/2} \qquad (2\cdot3\cdot41)$$

が得られる。この関係を示したのがFig.２・２６中の曲線である。この式（２・３・４１）の関係はその誘導過程から明らかなように，間げき率の増加に対する弾性定数の直線的減少を仮定しており，これらの実験結果はこうした仮定の妥当性を裏付けているものと考えてよかろう。飽和砂に関しては超音波を用いた方法では横波の測定であったため，実験的に確認はされていないが，含水比の増大につれて縦波速度は水のそれに近づくという実験例[20]もあり，これは式（２・３・３４）の持つ内容に合致している。

以上はすべて砂質土を対象にしたものであったが，粘性土の場合にはさらに粘着力という新しい要素を考慮しなければならないし，また透水性に対する配慮も必要であり，より複雑な問題が関連すると考えられ，別の観点から，波動伝播のモデルを設定しなければならないであろう。また，ここに述べた実験は理論解析結果あるいはその過程で設定した仮定の妥当性を直接にあるいは間接的に検討することが目的であり，解析結果による力学モデルにおける各種の定数を定めるための実験は，さらに数多くの種類の砂質土について実施されねばならないことはいうまでもない。

第4章　地中構造物に作用する地震力

(1)　表層地盤内の地震波

地震時における地盤や構造物の運動を考える際には，Fig.2.27のように軟かい表層がより堅固な基盤の上に拡がっており，この基盤は剛であるとの仮定のもとに解析が行なわれる場合が多い。

しかしながら，このような地盤と構造物の地震時の運動を取り扱う場合，基盤を剛体であると仮定することには二つの問題点が存在するものと考えられる。

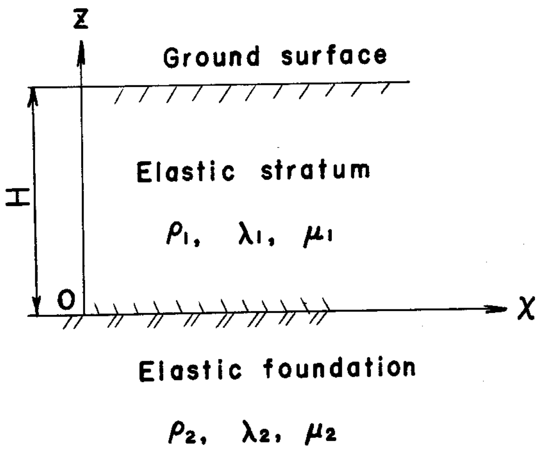


Fig.2.27　Schematic representation of ground

その第1は，基盤を剛体とすることにより，表層内での震動エネルギーの基盤への逸散を無視することである。金井[21]によって指摘されたように，基盤が弾性を持つことによって生じる波動の逸散減衰あるいは放射減衰は，基盤と表層の弾性の差が小さいほど著るしく，地盤だけの振動や地表面にある構造物の震動に関しては，地盤の持つ内部減衰よりも，このような波動の逸散による減衰作用が卓越するとされている。地盤の震動に密接な関係を持ち，重要な影響を及ぼす基盤の弾性は，地盤中にある構造物の運動を考える際にも無視することはできないであろう。

基盤を剛体と考えることによって生ずる第2の問題点は，基盤は場所に無関係にまったく同一の水平方向の運動をすることになる点である。表層あるいは表層と基盤の水平方向の拡がりを考えずに鉛直方向の震動の差異を解析の対象とする際には，水平方向の場所的な位相関係は問題にならないから，このような仮定も許されるが，地盤中での構造物の震動を考える際には地盤や基盤の三

次元的な拡がりを無視することはできない。このように，地盤の水平方向の拡がりを考慮すると，地震波は基盤内の下方から来襲するものとしても，場所によって地震波の到達時間が異なることからして，基盤のあらゆる場所において運動が同一であるという仮定は成立しなくなる。特に，同位相の伝播の波長に比較して構造物の長さを代表する尺度が無視できない場合には，このような水平方向への波動の伝播を無視することはできないであろう。

一方，地震動によって発生する地震波はP波，S波のような実体波のほか，地表面付近を伝播し，それゆえ震動勢力も大きないわゆる表面波も存在することは周知のとおりである。この表面波の代表的なものとしてはRayleigh 波，Love 波などがあり，それぞれ伝播の機構や運動の様式は異なるが，特に地表面付近で観測される地震動にはLove 波が多く見られることもよく知られている。このLove 波は堅固な基盤の上に地表層がある場合にはじめて存在しうる性質を持ち，S波よりやや遅い伝播速度で地表層内を伝播する。したがって，この場合にもやはり地盤内の場所によって，その運動は異なり，一様な運動はしないことになる。

地震動の主要動であるS波とLove 波のいずれも基盤内および表層内を伝播しうる性質を持つ以上，地震時における地盤とそれに取り巻かれている構造物の応答を考える場合には，基盤の弾性および，それと表裏一体の関係にある入力地震波の伝播性が考慮されねばならない。以下においては，このような問題について検討を行なう。

いま，表層と基盤とはともに弾性振動をするものと仮定すれば，z 軸を鉛直軸とする直交座標系（ x, y, z ）におけるそれぞれの運動方程式は次式で表わされる。

$$\left.\begin{aligned} \rho_1 \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}_1}{\partial t^2} &= (\lambda_1+\mu_1)\,\mathrm{grad}\,\Delta_1+\mu_1\nabla^2\boldsymbol{u}_1 \\ \rho_2 \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}_2}{\partial t^2} &= (\lambda_2+\mu_2)\,\mathrm{grad}\,\Delta_2+\mu_2\nabla^2\boldsymbol{u}_2 \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot4\cdot1)$$

ここに，$\boldsymbol{u}_1$，$\boldsymbol{u}_2$ は表層と基盤内の変位ベクトル，ρ，λ，μ は密度，Lamé の定数であり，添字1は表層，添字2は基盤でのそれらを表わす。ここで u, v, w，

をそれぞれ x, y, z 方向の変位とする。このとき

$$u_1 = u_2 = w_1 = w_2 = 0 \qquad (2\cdot4\cdot2)$$

である　**横波を考えると**　，式（２・４・１）は

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} \\ \frac{1}{c_2^2}\frac{\partial^2 v_2}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial z^2} \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot4\cdot3)$$

となる。ここに，c_1 ,c_2は表層と基盤の横波の伝播速度である。表層と基盤で，波数ベクトル（k_{1x}, k_{1z}）（k_{2x}, k_{2z}）を有する平面波はそれぞれ次式で表わされる。

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= f_1(k_{1x}x + k_{1z}z - \omega t) \\ v_2 &= f_2(k_{2x}x + k_{2z}z - \omega t) \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot4\cdot4)$$

平面波　f_1 ,f_2 の変位 v_1, v_2が運動方程式（２・４・３）を満足するためには

$$\left.\begin{aligned} k_{1x}^2 + k_{1z}^2 &= \frac{\omega^2}{c_1^2} \\ k_{2x}^2 + k_{2z}^2 &= \frac{\omega^2}{c_2^2} \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot4\cdot5)$$

でなければならない。

いま，Fig.2・28に示すように，基盤の下方から射出角 e で基盤面 $z=0$ に入射する振幅A_0の平面波を考える。この入射波はＳＨ波であり，基盤面で反射される振幅A_2のＳＨ波と表層内への屈折ＳＨ波とを生じる。したがって，基盤内での変位は式（２・４・４）と（２・４・５）とから

$$v_2 = A_0 \exp[ik_2(x\cos e + z\sin e - c_2 t)] + A_2 \exp[ik_2(x\cos e - z\sin e - c_2 t)]$$

$$(2\cdot4\cdot6)$$

と書ける。また表層内においても同様にして，

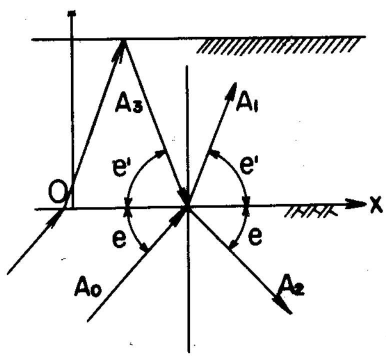


Fig.2・28
SH waves in surface stratum and foundation

$$v_1 = A_1 \exp\left[ik_1(x\cos e' + z\sin e' - c_1 t)\right] + A_3 \exp\left[ik_1(x\cos e' - z\sin e' - c_1 t)\right] \qquad (2\cdot4\cdot7)$$

となる。表層と基盤層との境界では両層の変位とせん断応力が連続でなければならず，また表層の自由表面 $z=H$ ではせん断応力は 0 である。これらの境界条件から

$$k_1 c_1 = k_2 c_2 \qquad (2\cdot4\cdot8)$$

$$k_1 \cos e' = k_2 \cos e \qquad (2\cdot4\cdot9)$$

でなければならず，また振幅はそれぞれ

$$\left.\begin{aligned} &A_0 + A_2 = A_1 + A_3 \\ &(A_0 - A_2)\mu_2 k_2 \sin e = (A_1 - A_3)\mu_1 k_1 \sin e' \\ &A_1 \exp(ik_1 H \sin e') = A_3 \exp(-ik_1 H \sin e') \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot4\cdot10)$$

を満足しなければならない。上式を解けば

$$\left.\begin{aligned} \frac{A_1}{A_0} &= \frac{2}{(1+\beta)+(1-\beta)\exp(2ik_1 H \sin e')} \\ \frac{A_3}{A_0} &= \frac{2\exp(2ik_1 H \sin e')}{(1+\beta)+(1-\beta)\exp(2ik_1 H \sin e')} \\ \frac{A_2}{A_0} &= \frac{(1-\beta)+(1+\beta)\exp(2ik_1 H \sin e')}{(1+\beta)+(1-\beta)\exp(2ik_1 H \sin e')} \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot4\cdot11)$$

ただし

$$\beta = \frac{\mu_1 k_1 \sin e'}{\mu_2 k_2 \sin e} \qquad (2\cdot4\cdot12)$$

である。上記の諸式から表層内での変位振幅 v_1 を求めれば次式のようになる。

$$v_1 = \frac{2A_0 \cos\{k_1(H-z)\sin e'\}}{\sqrt{\cos^2(k_1 H \sin e') + \beta^2 \sin^2(k_1 H \sin e')}} \exp\{ik_1(x\cos e' - c_1 t) + i\gamma\} \qquad (2\cdot4\cdot13)$$

ただし

$$\tan\gamma = \beta \frac{\sin(k_1 H \sin e')}{\cos(k_1 H \sin e')} \qquad (2\cdot4\cdot14)$$

である。

いま，式（２・４・６）の第１項で表わされる入射波が円振動数ωを持つときには，表層内の変位振幅 v_1 は

$$v_1=\frac{2A_0\cos\left\{\frac{\omega H}{c_1}\sqrt{1-\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2\cos^2 e}\left(1-\frac{z}{H}\right)\right\}\exp\left[i\left\{\frac{\omega\cos e}{c_2}x-\omega t+\gamma\right\}\right]}{\sqrt{\cos^2\left\{\frac{\omega H}{c_1}\sqrt{1-\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2\cos^2 e}\right\}+\beta^2\sin^2\left\{\frac{\omega H}{c_1}\sqrt{1-\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2\cos^2 e}\right\}}} \quad (2\cdot4\cdot15)$$

ただし

$$\beta=\frac{\rho_1 c_1\sqrt{1-\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2\cos^2 e}}{\rho_2 c_2\sqrt{1-\cos^2 e}} \quad (2\cdot4\cdot16)$$

となる。上式は表層内における波動が，入射波の振幅A_0,射出角e，波長と表層および基盤内の密度，横波の伝播速度，層厚Hとによって完全に決定できることを示している。

以上の解析過程およびその結果である式（２・４・１５）の示すように,基盤内を伝播して来たSH波が表層と基盤の境界面に入射する場合には，境界面における波動の反射屈折現象によって，表層内においては鉛直方向の重複反射の現象のみならず，水平方向にも入射波の横波の速度より見かけ上の伝播速度が大きな波動伝播が生じることがわかる。この見かけ上の伝播速度をc_aと表わすと，これは

$$c_a=c_2/\cos e=c_1/\cos e' \quad (2\cdot4\cdot17)$$

であり，境界面への入射角度によって変化することが明らかであり，境界面に対して直角に鉛直下方から入射する場合はこの見かけ上の伝播速度は無限大となり，境界面の全域が同一の運動をし，境界面に対して浅く入射する場合には表層内には水平方向に波動が伝播するのと同様な効果を持つが，その運動方向が進行方向と直角な水平面内であるから，運動方向と進行方向に関してはLove波と同様な関係にあることになる。

表層内での最大振幅は円振動数ωが

$$\omega\cong\frac{c_1}{H\sqrt{1-\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2\cos^2 e}}\cdot\frac{\pi}{2}(2m-1) \quad (m=1,2,\cdots) \quad (2\cdot4\cdot18)$$

のときに生じる。c_2が無限大であるか，あるいは鉛直下方から入射する場合には，上式の右辺は表層の固有円振動数に一致するが，基盤内での横波の速度が有限であり，境界面へ浅い角度で入射する場合には固有円振動数が高くなることになる。しかしながら，c_1/c_2の2乗値は一般にきわめて小さな値と考えてよく，したがって固有振動数に及ぼす入射角の影響は小さいものとみなしてよい。一方，このとき最大振幅は有限値にとどまるが，これは基盤内への波動の逸散減衰によるものとして知られているところであり，地表面での最大振幅v_{H},pは近似的に

$$v_{H,p}=\frac{2A_0}{\beta} \qquad (2\cdot4\cdot19)$$

で与えられることは式(2・4・15)より明らかであろう。これを入射波の振幅A_0に対する比率として表わすと

$$\frac{v_{H,p}}{A_0}=\frac{2\rho_2c_2\sin e}{\rho_1c_1\sqrt{1-\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2\cos^2 e}} \qquad (2\cdot4\cdot20)$$

である。入射波が鉛直下方から来る場合には，表層と基盤層の密度はあまり違いがないことから，この振幅の倍率は表層と基盤との横波速度比の2倍で近似されるが，射出角が小さい場合にはこの比の値が減少することは式(2・4・20)から明らかである。Fig.2.29は式(2・4・15)に基づいて，地表面および基盤との境界面の変位振幅の周波数応答曲線を射出角eをパラメーターとして描いたものである。これらの図は地盤の振幅は基盤と表層の横波の速度比によって変化するのみならず，境界面への射出角の影響を受けることを示している。また，Fig.2.30は地表面での最大振幅と射出角の関係を示したものであり，射出角が$\pi/4$程度になれば，かなりの減衰効果を持つことがわかる。このように境界面へ浅い角度で入射する場合に表層内における変位振幅の増幅度が小さいのは，入射波のほとんどが境界面で反射されて,表層内へ屈折して透過する成分が減少することによるものである。

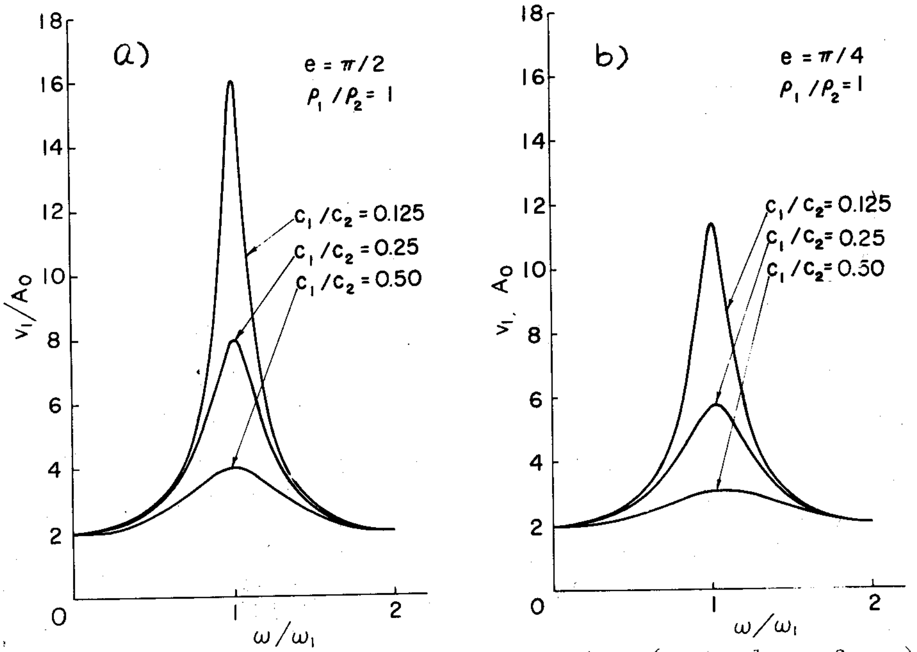


Fig.2·29 Magnification factor of stratum (ground surface)

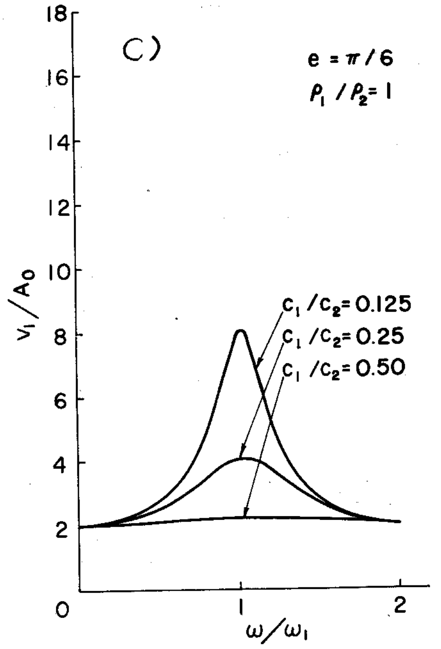


Fig.2·29 c

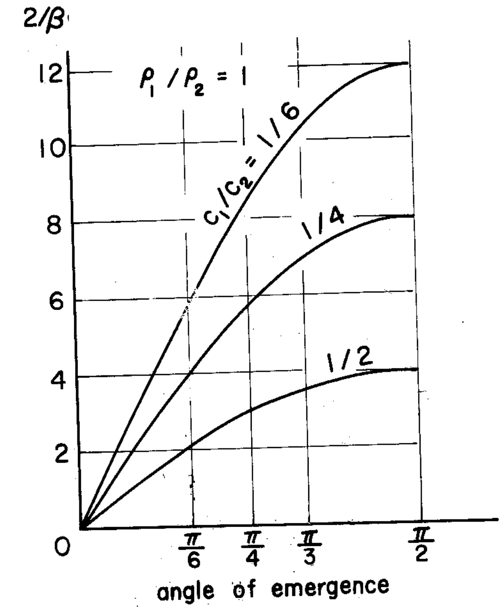


Fig.2·30

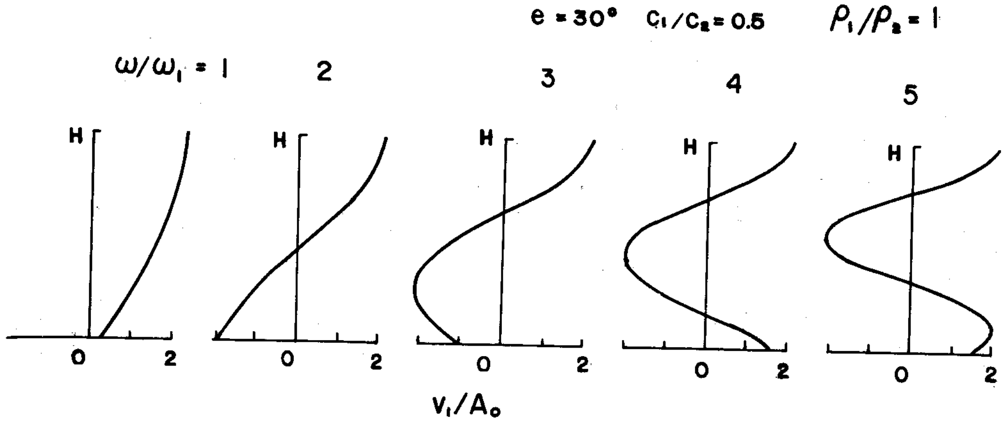


Fig.2.31 Amplitude distribution curve of surface stratum

Fig.2.31は表層地盤の振動振幅を示したものであり，基本固有振動数ω_1に対する入射波の振動数ωの比をパラメーターとした。したがって，ω/ω_1が1,3,5はそれぞれ第**1次**，**2次**，**3次**の共振振動数に一致した場合である。鉛直下方から入射する場合には，これらの共振振動数における基盤面の変位は0となるが，この図中では1～2の値を示しているのは，入射波の射出角が$\pi/6$であることによるものである。

(2) 表層地盤内の散乱波

地表面から表層を経て基盤にまで達している構造物は，基盤から伝達される地震動により表層内で運動をし，その結果構造物表面から波動を放射すると同時に，表層内を伝播して来た地震波を散乱させる。したがって地震時における地中構造物の挙動を明らかにするためには，まず地盤と構造物とで構成される振動系の運動を波動伝播の見地から検討する必要があろう。

基盤および表層に入射する地震波は前節において検討したように，一般には水平面内で運動をする横波，すなわちSH波が多いと考えてよい。このようなSH波は構造物表面で反射された場合に，再びSH波となって表層内を伝播すると同時に，構造物表面と入射波の運動の方向とが完全に平行でない限りは，運動が水平面内にあるような縦波をも生じることは明らかである。しかるに，その周囲を水や土で取り巻かれているような構造物では，構造物の表面は必ず閉合する

から，いずれかの面において反射P波が発生することになる。

表層内で運動する構造物の表面から放射される波動に関しても同様であり，鉛直方向の変位成分を無視する場合にはやはりSH波とP波とが発生することは明らかである。

次に，構造物表面で放射あるいは反射された波動がどのような伝播をするかについて検討しなければならない。いま，構造物表面で発生したSH波の表層内での変位を v_1，基盤内での変位を v_2 とすれば，表層内では地表面と基盤面とで反射が行なわれるが，基盤内では基盤面での屈折波だけが存在することから，

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= [B_1 \exp(if_1 z) + B_2 \exp(-if_1 z)] \exp\{ik(x-ct)\} \\ v_2 &= B_3 \exp(f_2 z) \exp\{ik(x-ct)\} \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot4\cdot21)$$

と書ける。ここに，f_1，f_2, k はいずれも波数であり，c は x 方向への伝播速度である。

式(2・4・21)は運動の方程式(2・4・3)を満足しなければならないから，

$$\left.\begin{aligned} k^2 + f_1^2 &= \frac{k^2c^2}{c_1^2} \\ k^2 - f_2^2 &= \frac{k^2c^2}{c_2^2} \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot4\cdot22)$$

の関係が成り立つ。一方，基盤面では前節の入射波の場合と同じ境界条件が成立しなければならないことから，次式の関係が得られる。

$$\left.\begin{aligned} & B_1 + B_2 = B_3 \\ & i\mu_1 f_1 (B_1 - B_2) = \mu_2 f_2 B_3 \\ & B_1 \exp(if_1 H) - B_2 \exp(-if_1 H) = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot4\cdot23)$$

上式において，B_1，B_2，B_3を消去すれば結局，

$$\mu_1 f_1 \sin f_1 H = \mu_2 f_2 \cos f_1 H \qquad (2\cdot4\cdot24)$$

となる。この式はLove波の振動数方程式と同じであり，これを式(2・4・22)を用いて書き改めると

$$\tan f_1 H = \frac{\mu_2}{\mu_1} \; \frac{\sqrt{1 - c^2/c_2^2}}{\sqrt{c^2/c_1^2 - 1}} \qquad (2\cdot4\cdot25)$$

となることから，

$$c_2>c>c_1 \tag{2・4・26}$$

でなければならない。したがって構造物表面で発生したＳＨ波はLove 波としての性質を持つことになる。しかるに，変位振幅B_1の波動の入射角を iとし，境界面での臨界角をi_0とすれば，式（２・４・２６）から

$$\sin i=\frac{c_1}{c}>\frac{c_1}{c_2}=\sin i_0 \tag{2・4・27}$$

であるから，結局入射角が臨界角より大きく，したがって，基盤面では全反射が行なわれることになり，表層内の波動エネルギーは基盤へは逸散しないことを示している。一方，構造物表面で放射・反射された縦波は，鉛直方向の変位成分を考慮しない場合には波動としては常に水平面内で伝播する。したがって鉛直方向の波数ベクトルは０であって基盤面での波動の反射屈折の現象は生じないことは明らかである。

(3) 構造物による地震波の散乱

表層地盤内への入射地震波および構造物による散乱波についての検討に基づいて，表層地盤中にある円柱状構造物周辺における地盤の震動ならびに構造物に作用する地震力に関する検討を行なう。

まず，直角座標系（x，y，z）において，式（２・４・１５）のように表わされたＳＨ波を，これとz軸を共有する円筒座標系（r，θ，z）に書き改める。式（２・４・１５）で表わされる波動は式（２・４・１７）で表わされる伝播速度c_aでxの正の方向に伝播する波動であるから，円筒座標系での伝播方向は$\theta=0$での動径方向に一致する。したがって，

$$v_1=V(z)\exp\left[ik(r\cos\theta-c_at)\right]\exp(i\tau) \tag{2・4・28}$$

$$V(z)=\frac{2A_0\cos\left\{\frac{\omega H}{c_1}\sqrt{1-\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2\cos^2 e}\left(1-\frac{z}{H}\right)\right\}}{\sqrt{\cos^2\left\{\frac{\omega H}{c_1}\sqrt{1-\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2\cos^2 e}\right\}+\beta^2\sin^2\left\{\frac{\omega H}{c_1}\sqrt{1-\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2\cos^2 e}\right\}}} \tag{2・4・29}$$

$$k=\omega/c_a \tag{2・4・30}$$

である。この式（2・4・28）において，exp（$ikr\cos\theta$）の部分に対して Jacobiの展開公式を用いれば

$$v_1=V(z)\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m i^m J_m(kr)\cos(m\theta)\exp(-ikc_a t+i\gamma) \qquad (2\cdot4\cdot31)$$

となる。ただし

$$\varepsilon_m=\left\{\begin{array}{ll}1 & (m=0)\\ 2 & (m\neq 0)\end{array}\right\} \qquad (2\cdot4\cdot32)$$

である。また$J_m(x)$はm次のBessel関数である。上式のv_1は進行方向に直角な水平方向の変位成分であるから，これを円筒座標系における動径方向変位v_1^rと接線方向変位v_1^θとに書き改める。すなわち，

$$\begin{aligned}v_1^r&=v_1\sin\theta\\&=\frac{1}{2}V(z)\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m i^m J_m(kr)[\sin(m+1)\theta-\sin(m-1)\theta]\exp(-ikc_a t+i\gamma)\end{aligned}$$

しかるに，

$$\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m i^m J_m(kr)\sin(m+1)\theta=\sum_{m=1}^{\infty}\varepsilon_{m-1}i^{m-1}J_{m-1}(kr)\sin m\theta$$

$$\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m i^m J_m(kr)\sin(m-1)\theta=\sum_{m=-1}^{\infty}\varepsilon_{m+1}i^{m+1}J_{m+1}(kr)\sin m\theta$$

であるから，

$$v_1^r=V(z)\sum_{m=1}^{\infty}i^{m-1}\{J_{m-1}(kr)+J_{m+1}(kr)\}\sin(m\theta)\exp(-ikc_a t+i\gamma)$$

となる。さらに，上式の変形を行なうと結局

$$v_1^r=V(z)\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m i^{m-1}m\frac{J_m(kr)}{kr}\sin(m\theta)\exp(-ikc_a t+i\gamma) \qquad (2\cdot4\cdot33)$$

が得られる。

また，接線方向変位v_1^θは

$$\begin{aligned}v_1^\theta&=v_1\cos\theta\\&=\frac{1}{2}V(z)\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m i^m J_m(kr)[\cos(m+1)\theta+\cos(m-1)\theta]\exp(-ikc_a t+i\gamma)\end{aligned}$$

であるが v_1^r におけると同様な演算を行なうと，

$$v_1^\theta=V(z)[iJ_1(kr)+\sum_{m=1}^{\infty}i^{m-1}\{J_{m-1}(kr)-J_{m+1}(kr)\}\cos(m\theta)]\exp(-ikc_at+i\gamma)$$

が得られ，さらに途中の計算過程を省略して結局次式に到達する。

$$v_1^\theta=V(z)\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m i^{m-1}\frac{\partial J_m(kr)}{\partial(kr)}\cos(m\theta)\exp(-ikc_at+i\gamma) \qquad (2{\cdot}4{\cdot}34)$$

これらの式（２・４・３３），（２・４・３４）が入射ＳＨ波の円筒座標における動径および接線方向の変位を与える。

一方，表層内に構造物がある場合に，表層内を伝播する波動がそこを通過する際には構造物表面では波動の反射が行なわれ，散乱波が生じる。また，表層中の構造物が基盤から伝達される地震動によって運動する際にも同様に散乱波が生じる。そして，この場合に生じるのは水平面内で運動するような縦波と横波であることはすでに前節に述べた。このような散乱波の運動は直角座標系においては式（２・４・１）を満足しなければならない。これを円筒座標系における運動方程式に変換した後，地表面でのせん断応力と基盤面での変位が０であるような解を求めると，動径方向と接線方向の変位成分は次式で表わされる。

$$v_s^r=\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left[A_{n,l}n\frac{H_n^{(1)}(k^*r)}{r}+B_{n,l}\frac{\partial H_n^{(1)}(h^*r)}{\partial r}\right]\sin\alpha_l z\begin{Bmatrix}\cos n\theta\\ \sin n\theta\end{Bmatrix}\exp(-i\omega t) \qquad (2{\cdot}4{\cdot}35)$$

$$v_s^\theta=\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left[A_{n,l}\frac{\partial H_n^{(1)}(k^*r)}{\partial r}+B_{n,l}n\frac{H_n^{(1)}(h^*r)}{r}\right]\sin\alpha_l z\begin{Bmatrix}-\sin n\theta\\ \cos n\theta\end{Bmatrix}\exp(-i\omega t) \qquad (2{\cdot}4{\cdot}36)$$

ここに，$H_n^{(1)}(kr)$ ：n 次の第１種 Hankel 関数

$$(k^*)^2=\left(\frac{\omega}{c_1}\right)^2-\alpha_l^2,\quad (h^*)^2=\left(\frac{\omega}{v_p}\right)^2-\left(\frac{c_1}{v_p}\right)^2\alpha_l^2,$$

$\alpha_l=\dfrac{2l-1}{2H}\pi,$　　　v_p ：表層内の縦波の伝播速度

である。また $A_{n,l}$, $B_{n,l}$ は未定定数であり，構造物表面での変位の連続条件から決定される。

いま，構造物としてはFig.2.32のように半径 a の剛な円柱を考え，これが基盤上で直立し，表層を経て地表面上に達している場合を考える。この円柱の動径方向と接線方向の変位量を v_c^r, v_c^θ とすれば，変位の連続条件から

$$\left.\begin{aligned}[v_1^r]_{r=a}+[v_s^r]_{r=a}=v_c^r\\ [v_1^\theta]_{r=a}+[v_s^\theta]_{r=a}=v_c^\theta\end{aligned}\right\}\qquad(2\cdot4\cdot37)$$

の各式が成立していなければならない。構造物は剛体であるとすれば，基盤を弾性体と考える限りは，構造物底面と基盤面との間には何らかの相対変位を生じるはずである。この量は構造物の基盤への根入れの状態，構造物と基盤との剛性の相異，運動の状態など多くの要因の影響下にあることが考えられ，円柱の変位量すなわち v_c^r, v_c^θ を一般的に表示することは困難である。しかるに，ここで問題としているのは，構造物の運動の大きさの評価ではなく，それに作用する地震力であり，構造物の移動量の大小はその特性に影響を与えるものではないから，ここでは構造物の運動は基盤面上にある座標原点を通る y 軸上の運動と等しいものと仮定する。このとき，v_c^r, v_c^θ はそれぞれ

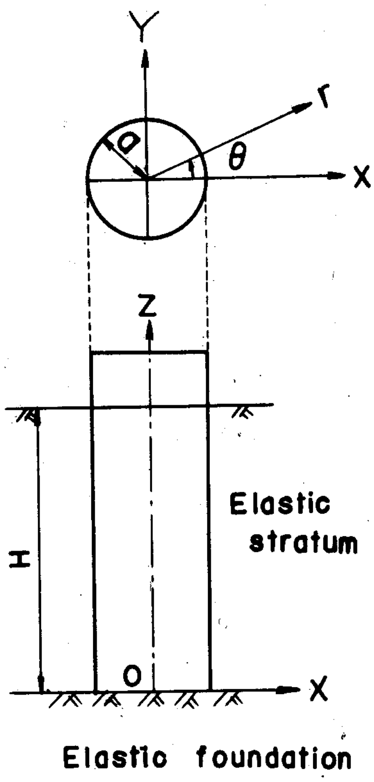


Fig.2.32 Formulation of system

$$\left.\begin{aligned}v_c^r=V(0)\sin\theta\exp(-ikc_at+i\gamma)\\ v_c^\theta=V(0)\cos\theta\exp(-ikc_at+i\gamma)\end{aligned}\right\}\qquad(2\cdot4\cdot38)$$

となる。

式（２・４・３３），（２・４・３４）の v_1^r ，v_1^θ，式（２・４・３５）（２・４・３６）の v_S^r ，v_S^θ，式（２・４・３８）の v_C^r ，v_C^θ を式（２・４・３７）に代入すると，時間を含む項の比較から，

$$\omega = kc_a \tag{2·4·39}$$

でなければならず，また接線方向の周期性から，

$$m = n \tag{2·4·40}$$

が得られる。また $\sin\alpha_l z$ は $0 \sim H$ 間で

$$\int_0^H \sin\alpha_l' z \cdot \sin\alpha_l z dz = \begin{cases} 0 & (\alpha_l \neq \alpha_{l'}) \\ H/2 & (\alpha_l = \alpha_{l'}) \end{cases} \tag{2·4·41}$$

なる直交関数族を形成するから，ここで，

$$\frac{1}{H}\int_0^H V(z)\sin\alpha_l z dz \equiv I_l(\omega) \tag{2·4·42}$$

で表示される量 $I_l(\omega)$ を用いれば，式（２・４・４１）の直交性を利用して未定係数 $A_{m,l}$ ，$B_{m,l}$ を決定できる。

$$\begin{aligned} A_{m,l} = \frac{2\exp(i\gamma)}{\Lambda_{m,l}(k^*, h^*)}\Bigg[& I_l(\omega)\varepsilon_m i^{m-1}\left\{\frac{\partial H_m^{(1)}(h^*a)}{\partial a}\frac{\partial J_m(ka)}{\partial(ka)} - m^2\frac{H_m^{(1)}(h^*a)}{a}\frac{J_m(ka)}{ka}\right\} \\ & -\frac{V(0)\delta_{m,1}}{\alpha_l H}\left\{\frac{\partial H_m^{(1)}(h^*a)}{\partial a} - m\frac{H_m^{(1)}(h^*a)}{a}\right\}\Bigg] \\ B_{m,l} = \frac{2\exp(i\gamma)}{\Lambda_{m,l}(k^*, h^*)}\Bigg[& I_l(\omega)\varepsilon_m i^{m-1} m\left\{\frac{\partial H_m^{(1)}(k^*a)}{\partial a}\frac{J_m(ka)}{ka} - \frac{H_m^{(1)}(k^*a)}{a}\frac{\partial J_m(ka)}{\partial(ka)}\right\} \\ & -\frac{V(0)\delta_{m,1}}{\alpha_l H}\left\{\frac{\partial H_m^{(1)}(k^*a)}{\partial a} - m\frac{H_m^{(1)}(k^*a)}{a}\right\}\Bigg] \end{aligned} \tag{2·4·43}$$

ここに，

$$\Lambda_{m,l}(k^*, h^*) = m^2\frac{H_m^{(1)}(k^*a)}{a}\frac{H_m^{(1)}(h^*a)}{a} - \frac{\partial H_m^{(1)}(k^*a)}{\partial a}\frac{\partial H_m^{(1)}(h^*a)}{\partial a} \tag{2·4·44}$$

$$\delta_{m,1} = \begin{cases} 1 & (m=1) \\ 0 & (m \neq 1) \end{cases} \tag{2·4·45}$$

である。

このようにして得られた式（２・４・４０），（２・４・４２）～（２・４・４５）を式（２・４・３５），（２・４・３６）に用いれば，表層での散乱波を決定できる。

(4) 構造物に作用する地震力

動径方向および接線方向変位が v^r, v^θであるとき，表層内での動径方向の直応力 σ とそれに直角な方向のせん断応力 τ とは次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned}\sigma&=\lambda_1\Delta_1+2\mu_1\frac{\partial v^r}{\partial r} &&(2\cdot4\cdot46)\\ \tau&=\mu_1\left\{\frac{\partial v^r}{r\partial\theta}+\frac{\partial v^\theta}{\partial r}-\frac{v^\theta}{r}\right\} &&(2\cdot4\cdot47)\end{aligned}\right\}$$

まず，式（２・４・３３），（２・４・３４）から入射波による構造物表面での応力 σ_1，τ_1 を計算すると，

$$\sigma_1=2\mu_1V(z)\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m i^{m-1}\sin(m\theta)\frac{m}{ka}\left\{\frac{\partial J_m(ka)}{\partial a}-\frac{J_m(ka)}{a}\right\}\exp(-ikc_a t+i\gamma) \qquad (2\cdot4\cdot48)$$

$$\tau_1=\mu_1V(z)\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m i^{m-1}\cos(m\theta)\left\{\frac{2m^2}{ka^2}J_m(ka)-\frac{2\partial J_m(ka)}{ka\partial a}-kJ_m(ka)\right\}\exp(-ikc_a t+i\gamma) \qquad (2\cdot4\cdot49)$$

が得られる。一方，散乱波によって生じる応力 σ_s，τ_sはそれぞれ

$$\begin{aligned}\sigma_s=\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\Big[&2\mu_1A_{m,l}\cdot m\left\{\frac{\partial H_m^{(1)}(k^*a)}{a\partial a}-\frac{H_m^{(1)}(k^*a)}{a^2}\right\}\\ &+B_{m,l}\left\{2\mu_1\frac{\partial^2H_m^{(1)}(h^*a)}{\partial a^2}-\lambda_1h^{*2}H_m^{(1)}(h^*a)\right\}\Big]\sin\alpha_l z\sin(m\theta)\exp(-i\omega t)\end{aligned} \qquad (2\cdot4\cdot50)$$

$$\begin{aligned}\tau_s=\mu_1\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\Big[&A_{m,l}\left\{\frac{2m^2H_m^{(1)}(k^*a)}{a^2}-\frac{2\partial H_m^{(1)}(k^*a)}{a\partial a}-k^{*2}H_m^{(1)}(k^*a)\right\}\\ &+2B_{m,l}\cdot m\left\{\frac{\partial H_m^{(1)}(h^*a)}{a\partial a}-\frac{H_m^{(1)}(h^*a)}{a^2}\right\}\Big]\sin\alpha_l z\cos(m\theta)\exp(-i\omega t)\end{aligned} \qquad (2\cdot4\cdot51)$$

になる。

ここで，散乱波による応力について考察を進める。まず式（２・４・５０）で表わされた σ_s を変形すると，

$$\begin{aligned}\sigma_s=\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\Big[&2\mu_1A_{m,l}\cdot m\left\{\frac{\partial H_m^{(1)}(k^*a)}{a\partial a}-\frac{H_m^{(1)}(k^*a)}{a^2}\right\}\\ &-2\mu_1B_{m,l}\left\{\frac{\partial H_m^{(1)}(h^*a)}{a\partial a}-m^2\frac{H_m^{(1)}(h^*a)}{a^2}\right\}\end{aligned}$$

$$-(\lambda_1+2\mu_1)B_{m,l}h^{*2}H_m{}^{(1)}(h^*a)\Big]\sin\alpha_l z\sin(m\theta)\exp(-i\omega t)$$

となるが，ここにおいて，式（２・４・４３）の$A_{m,l}$, $B_{m,l}$を用いると結局次式が得られる。

$$\sigma_s=\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}4\mu_1 mI_l(k)\varepsilon_m i^{m-1}\frac{1}{a}\left\{\frac{J_m(ka)}{ka}-\frac{\partial J_m(ka)}{\partial(ka)}\right\}$$
$$\times\sin\alpha_l z\sin(m\theta)\exp(-ikc_a t+i\gamma)$$
$$-(\lambda_1+2\mu_1)\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}B_{m,l}h^{*2}H_m{}^{(1)}(h^*a)\sin\alpha_l z\sin(m\theta)\exp(-ikc_a t) \qquad (2\cdot4\cdot52)$$

上式において l に関する級数記号の支配下にあるのは $I_l(\omega)\sin\alpha_l z$ の因子だけであり，これは式（２・４・４２）の関係を用いれば

$$2\sum_{l=1}^{\infty}I_l(\omega)\sin\alpha_l z=\sum_{l=1}^{\infty}\frac{2}{H}\int_0^H V(\zeta)\sin\alpha_l\zeta d\zeta\sin\alpha_l z=V(z)$$

となる。したがって，式（２・４・５２）は

$$\sigma_s=2\mu_1 V(z)\sum_{m=0}^{\infty}m\varepsilon_m i^{m-1}\frac{1}{a}\left\{\frac{J_m(ka)}{ka}-\frac{\partial J_m(ka)}{\partial(ka)}\right\}$$
$$\times\sin(m\theta)\exp(-ikc_a t+i\gamma)$$
$$-(\lambda_1+2\mu_1)\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}B_{m,l}h^{*2}H_m{}^{(1)}(h^*a)\sin\alpha_l z\sin(m\theta)\exp(-ikc_a t) \qquad (2\cdot4\cdot53)$$

と書き改められる。しかるにこの式の第１項は入射波による直応力σ_1に関する表式（２・４・４７）と対比すれば明らかなように，大きさは同じであり，ただその付号だけが異なっている。

したがって，入射波による直応力σ_1と散乱波による直応力σ_sとの和として与えられる円柱表面上での直応力σは次式のようになる。

$$\sigma=-(\lambda_1+2\mu_1)\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}B_{m,l}h^{*2}H_m{}^{(1)}(h^*a)\sin\alpha_l z\sin(m\theta)\exp(-ikc_a t) \qquad (2\cdot4\cdot54)$$

一方，せん断応力τ_sについても同様な関係式を用いることにより，τ_1と付号だけが異なる項が含まれていることがわかる。

そして，円柱表面上でのせん断応力τは結局

$$\tau=-2\mu_1 V(z)\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m i^{m-1}\cos(m\theta)kJ_m(ka)\exp(-ikc_a t+i\gamma)$$
$$-\mu_1\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}A_{m,l}k^{*2}H_m{}^{(1)}(k^*a)\sin\alpha_l z\cos(m\theta)\exp(-ikc_a t) \qquad (2\cdot4\cdot55)$$

となる。このように，直応力，せん断応力ともに，散乱波の中には入射波による応力と大きさが同一で異付号の項が含まれていることは，円柱表面上で入射波が完全反射されていることを示すものにほかならない。

地中構造物の地震時における挙動を知るには，それに作用する地震力の評価が必要であるが，この場合構造物の単位長さ当りに作用する振動圧が必要となる。いま，円柱構造物の単位長さ当りに働く圧力の合力のx，y方向成分をF_x，F_yと表わせば，

$$F_x=\int_0^{2\pi}\{\sigma\cos\theta-\tau\sin\theta\}a\,d\theta \qquad (2\cdot4\cdot56)$$

$$F_y=\int_0^{2\pi}\{\sigma\sin\theta+\tau\cos\theta\}a\,d\theta \qquad (2\cdot4\cdot57)$$

である。しかるに，式（２・４・５４），（２・４・５５）で表わされたσ，τを上式に用いれば容易に

$$F_x\equiv0$$

であることがわかる。したがって波動の進行方向には地震力は作用しないことになる。またF_yに関しては$\cos\theta$，$\sin\theta$の０～２πにおける直交性から，$m=1$の項以外は０となることにより

$$F_y=-2\pi a\mu_1 V(z)kJ_1(ka)\exp(-ikc_a t+i\gamma)$$
$$-\rho\pi a\sum_{l=1}^{\infty}\{(kc_a)^2-(\alpha_l c_1)^2\}\{A_{1,l}H_1{}^{(1)}(k^*a)+B_{1,l}H_1{}^{(1)}(h^*a)\}$$
$$\times\sin\alpha_l z\exp(-ikc_a t) \qquad (2\cdot4\cdot58)$$

となる。上式に式（２・４・４３）の$A_{m,l}$，$B_{m,l}$を用いると，結局次式に達する。

$$\frac{F_y}{\rho_1 g\pi a^2}=\frac{A_0(kc_a)^2}{g}\left[\frac{2V(z)}{A_0}\left(\frac{c_1}{c_a}\right)^2\frac{J_1(ka)}{ka}\right.$$
$$-\frac{2}{A_0}\sum_{l=1}^{\infty}\left\{\left(\frac{\alpha_l c_1}{kc_a}\right)^2-1\right\}\left\{2I_l(\omega)\Phi_l(k,k^*,h^*)\right.$$
$$\left.\left.-\frac{V(0)}{\alpha_l H}\phi_l{}^*(k^*,h^*)\right\}\sin\alpha_l z\right]\exp(-ikc_a t+i\gamma+\pi) \qquad (2\cdot4\cdot59)$$

ただし，

$$\Phi_l(k, k^*, h^*) = \Big[\frac{\partial J_1(ka)}{\partial(ka)}\frac{H_1^{(1)}(k^*a)}{k^*a}\Big\{\frac{\partial H_1^{(1)}(h^*a)}{\partial(h^*a)} - \frac{H_1^{(1)}(h^*a)}{h^*a}\Big\}$$
$$+\frac{J_1(ka)}{ka}\frac{H_1^{(1)}(h^*a)}{h^*a}\Big\{\frac{\partial H_1^{(1)}(k^*a)}{\partial(k^*a)} - \frac{H_1^{(1)}(k^*a)}{k^*a}\Big\}\Big]$$
$$\Big/\Big[\frac{H_1^{(1)}(k^*a)}{k^*a}\frac{H_1^{(1)}(h^*a)}{h^*a} - \frac{\partial H_1^{(1)}(k^*a)}{\partial(k^*a)}\frac{\partial H_1^{(1)}(h^*a)}{\partial(h^*a)}\Big] \qquad (2\cdot4\cdot60)$$

$$\Phi_l^*(k^*, h^*) = \Big[\frac{\partial H_1^{(1)}(h^*a)}{\partial(h^*a)}\frac{H_1^{(1)}(k^*a)}{k^*a} + \frac{\partial H_1^{(1)}(k^*a)}{\partial(k^*a)}\frac{H_1^{(1)}(h^*a)}{h^*a}$$
$$-2\frac{H_1^{(1)}(k^*a)}{k^*a}\frac{H_1^{(1)}(h^*a)}{h^*a}\Big]$$
$$\Big/\Big[\frac{H_1^{(1)}(k^*a)}{k^*a}\frac{H_1^{(1)}(h^*a)}{h^*a} - \frac{\partial H_1^{(1)}(k^*a)}{\partial(k^*a)}\frac{\partial H_1^{(1)}(h^*a)}{\partial(h^*a)}\Big] \qquad (2\cdot4\cdot61)$$

である。

さて，上の式（２・４・５９）の右辺の〔　　〕内は円柱の単位長さ当りに作用する振動圧F_yを，円柱の部分を表層の媒質で置き換えたものが入射波の振幅A_0と振動数ω（$= k c_a$）で運動するときに持つ単位長さ当りの慣性力$\rho_1 \pi a^2 A_0 \omega^2$で除したものに等しく，無次元の量である。まず，その第１項は表層内を伝播して来る入射波による振動圧によるものであるが，これは第２項に比較してかなり小さな値である。なぜならば，入射波の表層内での伝播速度c_aは式（２・４・１７）からわかるように，一般に大きな速度を示すから，波数kは小さな値となり，$J_1(ka)/ka$の項は１を越えることがない。しかるに，この第１項には（c_1/c_a）^{2}の因子があり，これは式（２・４・１７）より$\cos^2 e'$に等しく，これは非常に小さな値と考えてよいからである。そして，これは入射波が鉛直下方に対してある角度を持って入射して来ることによって生じる表層内の運動の位相差が表層内にある剛な構造物に作用する振動圧に及ぼす影響は非常に小さいことを示すものである。

一方，第２項に関しては，式（２・４・６０），（２・４・６１）で表わされる$\Phi_l(k, k^*, h^*)$と$\Phi_l^*(k^*, h^*)$とが含まれているが，これらはその表示式から

わかるように非常に複雑な関数形であり，その一般的な見通しを行なうことは困難である。そこで，式（2・4・59）に基づいて，入射波の振動数ωと地表面でのF_yとの関係を，2，3のパラメーターについて数値計算した結果がFig.2.33である

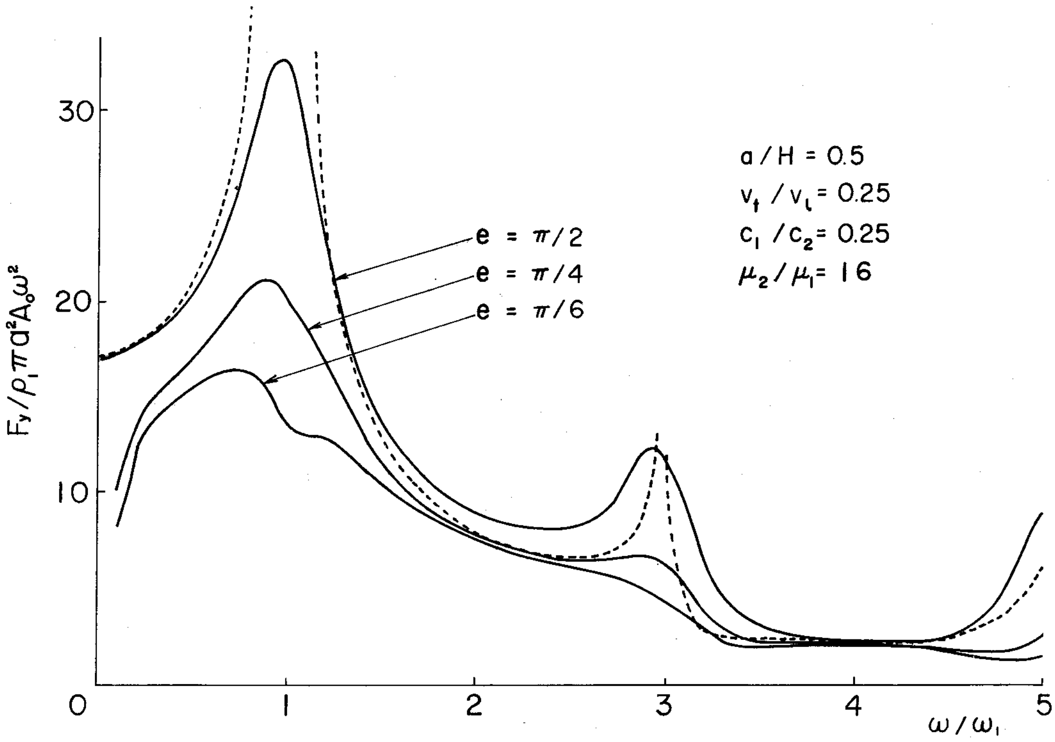


Fig.2.33 Resonance curve of Fy

ここに，横軸中にあるω_1は表層の第1次の固有円振動数である。Fig.2.33は振動圧F_yの周波数応答に及ぼす入射波の射出角eの影響を示したものであり，破線は基盤が剛であって，半無限に拡がる基盤面の全域が一様な運動をする場合に対するものである。そして，この図は射出角が$\pi/2$，すなわち，鉛直下方から入射する場合には，基盤の弾性はそれほど影響を及ぼさず，ただ，共振振幅が地下逸散減衰により有限値にとどまることがわかる。しかるに，射出角が$\pi/4$の場合には共振振幅は鉛直下方から入射する場合の約60％程度に低下しており，$\pi/6$に対しては半分程度の振幅になることがわかる。

Fig.2.34は振動圧の周波数応答曲線に及ぼす基盤の弾性の影響を示すもの

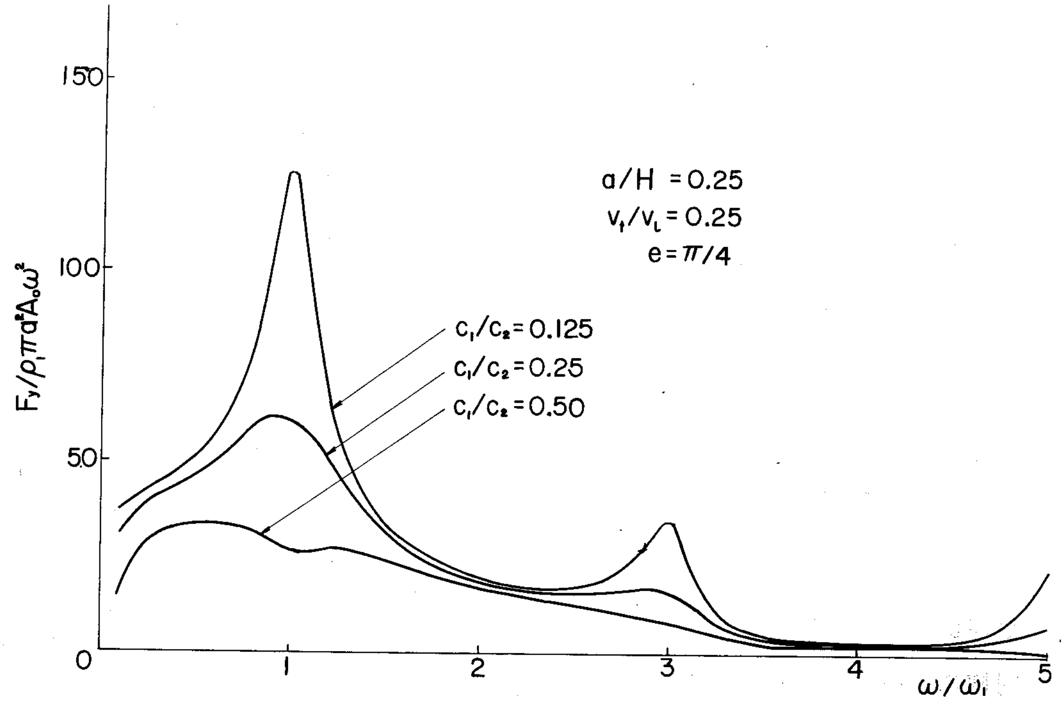


Fig.2.34 Resonance curve of Fy

である。この計算例は射出角が $\pi/4$ の場合であるが，基盤内での横波速度が表層でのそれに近ずくにつれ，振動圧が減少することを明瞭に示している。また共振振幅も表層内での横波速度に対する基盤でのそれの比にほぼ比例的であることがわかる。これらの二つの図に共通して，ω/ω_1 の比が 3, 5 である場合はそれぞれ第 2 次，第 3 次の共振振動数に対応するが，その振動数における共振振幅は第 1 次の共振振幅よりかなり小さい。入射波による表層の共振振幅は共振次数にかかわりなく一定であるにもかかわらず，このような現象が生じるのは，すでに水中構造物に作用する動水圧の周波数応答に関連して述べたように，構造物表面から振動エネルギーが放射され，それが波動となって四方に拡散することによるものと考えられる。さらに第 1 次の共振振動数に注目すると，射出角が小さいほど，また基盤内での横波速度が表層のそれに比較して小さいほど，共振振動数が低下する傾向にあることもわかる。

Fig.2.35 は Fy の鉛直方向の分布を示したものであり，入射波の振動数が表層の第 1 次固有振動数から第 3 次の固有振動数に合致した場合について，各

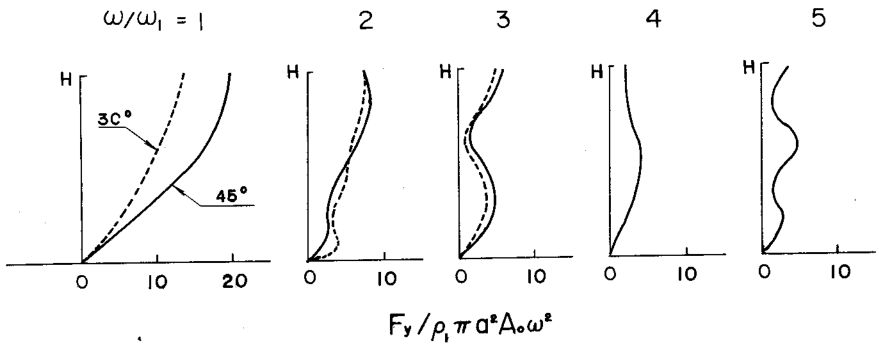


Fig.2.35 Pressure distribution curve of surface stratum

深さにおける圧力の最大値を示している。また数値計算に用いた定数はFig.2.33に示したものと同一である。この図は前掲の周波数応答曲線におけると同様に，高次の振動形に対しては振動圧が低下する傾向にあり，最も振動圧の大きくなるのは第1次の固有振動数に入射波の振動数が接近した場合であることを示している。

次に，第1次の共振振動数付近における圧力振幅について検討を行なう。まず，入射波の射出角が $\pi/2$ に近づくと表層内を伝播する波動の波長は無限大となり，したがって $k\to 0$ である。そして，この場合には

$$\lim_{k\to 0}\frac{\partial J_1(ka)}{\partial(ka)}=\lim_{k\to 0}\frac{J_1(ka)}{ka}=\frac{1}{2}$$

であるから，次の関係式が成立する。

$$2\Phi_l(0,k^*,h^*)=\Phi_l^*(k^*,h^*) \qquad (2\cdot4\cdot62)$$

このようにして，鉛直下方から横波が入射する場合の振動圧 Fy の最大値を Fy^* と書けば，式(2・4・59)および式(2・4・62)の関係から，

$$\frac{F_y^*}{\rho_1\pi a^2A_0\omega^2}=\frac{2}{A_0}\sum_{l=1}^{\infty}\left\{\left(\frac{\alpha_lc_1}{\omega}\right)^2-1\right\}\left\{I_l(\omega)-\frac{V(0)}{\alpha_lH}\right\}\Phi_l^*(k^*,h^*)\sin\alpha_lz \qquad (2\cdot4\cdot63)$$

となる。しかるに，$(\omega/c_1)^2-\alpha_l^2$ は式(2・4・36)の表示に際して付記したように k^{*2} に等しいから，上式は結局次式のように書き改められる。

$$\frac{F_y^*}{\rho_1\pi a^2 A_0\omega^2}=-\frac{2}{a^2}\left(\frac{c_1}{\omega}\right)^2\sum_{l=1}^{\infty}(k^*a)^2\Phi_l^*(k^*,h^*)\left\{\frac{I_l(\omega)}{A_0}-\frac{V(0)}{\alpha_l H A_0}\right\}\sin\alpha_l z \qquad (2\cdot4\cdot64)$$

ここで，入射波の円振動数ωが表層の第1次固有円振動数$\omega_1 = \pi c_1/2H$に近い場合を考えると，式（2・4・42）で与えられる$I_l(\omega)$は

$$\frac{I_l(\omega_1)}{A_0}\cong\frac{\rho_1 c_2}{\rho_1 c_1} \qquad (2\cdot4\cdot65)$$

であり，またV（0）は

$$\{V(0)\}_{\omega=\omega_1}\cong 0 \qquad (2\cdot4\cdot66)$$

となる。また，式（2・4・64）中の$(k^*a)^2\Phi_l^*(k^*,h^*)$は一般に複素関数であるが，$\omega<\omega_1$の場合には，すでに水中構造物に関する項で述べたようにHankel関数が実関数である変形Bessel関数に置き換えられる。したがってここではωはω_1より小さい場合を考える。また，k^*, h^*はそれぞれ純虚数となるから，これらを実数k', h'により

$$k^*=ik', \qquad h^*=ih'$$

と書き表わすと

$$(k^*a)^2\Phi_l^*(k^*,h^*)=-(k'a)^2\left[\frac{\partial K_1(k'a)}{\partial(k'a)}\frac{K_1(h'a)}{h'a}+\frac{\partial K_1(h'a)}{\partial(h'a)}\frac{K_1(k'a)}{k'a}-2\frac{K_1(k'a)}{k'a}\frac{K_1(h'a)}{h'a}\right]\Big/\left[\frac{K_1(k'a)}{k'a}\frac{K_1(h'a)}{h'a}-\frac{\partial K_1(k'a)}{\partial(k'a)}\frac{\partial K_1(h'a)}{\partial(h'a)}\right] \qquad (2\cdot4\cdot67)$$

である。この式の右辺をさらに書き改めると，

$$-\left(\frac{k'}{h'}\right)\left[h'\frac{K_0(h'a)}{K_1(h'a)}+k'\frac{K_0(k'a)}{K_1(k'a)}+4\right]\Big/\left[\frac{1}{h'}\frac{K_0(k'a)}{K_1(k'a)}+\frac{1}{k'}\frac{K_0(h'a)}{K_1(h'a)}+\frac{K_0(k'a)}{K_1(k'a)}\frac{K_0(h'a)}{K_1(h'a)}\right]$$

となる。ここで，$\omega\cong\omega_1$とすると，このとき$k'a, h'a\cong 0$であり，変形Bessel関数に関しては

$$\frac{xK_0(x)}{K_1(x)}\cong 0, \qquad \frac{K_0(x)}{K_1(x)}\ll\frac{K_0(x)}{xK_1(x)}$$

などの関係式が成り立ち，ここで，

$$\frac{K_0(x)}{xK_1(x)}=\kappa$$

と書けば，$\omega\cong\omega_1$ に対して

$$(k^*a)^2\Phi_l^*(k^*,h^*)\cong-\frac{4}{\kappa}\frac{1}{1+(h'/k')^2} \tag{2·4·68}$$

が得られる。このようにして得られた式（2・4・65），（2・4・66），（2・4・68）の諸式を式（2・4・64）に用いると,第１次の固有振動数の近傍での振動圧力$\widetilde{F}_y$は第2次以上の固有振動形を省略すると，

$$\frac{F_y}{\rho_1\pi a^2A_0\omega^2}\cong\frac{8}{\kappa\pi^2}\frac{1}{1+(c_1/c_p)^2}\left(\frac{H}{a}\right)^2\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)\left(\frac{c_2}{c_1}\right)\sin\frac{\pi z}{2H} \tag{2·4·69}$$

となる。あるいは，これを書き改めると

$$F_y\cong\frac{4\pi}{\kappa}\frac{A_0\rho_2c_1c_2}{1+(c_1/c_p)^2}\sin\frac{\pi z}{2H} \tag{2·4·70}$$

である。式（2・4・69）の表式を用いた場合には表層の第1次の共振振動数に近い振動数で運動する構造物に作用する振動圧は基盤と表層の密度比，および横波速度の比に比例し，かつ構造物の細長さの２乗にも比例し，表層内での横波と縦波の速度比にも関係することがわかる。また，式（2・4・70）では入射波の振幅と表層での横波速度に比例するのは当然であるが，基盤での横波速度にも比例することが注目される。この両式においてはいずれも表層における縦波に対する横波速度の比の２乗値が含まれているが，これは一般には非常に小さな値と考えてよく，したがって表層中にある構造物に作用する振動圧には縦波の速度はあまり重要な影響を及ぼさないことがわかる。この場合には

$$\frac{F_y}{\rho_1\pi a^2A_0\omega^2}\cong\frac{2}{\pi^2}\left(\frac{H}{a}\right)^2\frac{\rho_2}{\rho_1}\frac{c_2}{c_1}\sin\frac{\pi z}{2H} \tag{2·4·71}$$

あるいは$\omega\cong\omega_1$ として

$$F_y\cong\frac{\pi}{2}A_0\rho_2\rho_1c_1c_2\sin\frac{\pi z}{2H} \tag{2·4·72}$$

となる。以上のような検討により，表層地盤中にある剛な構造物に作用する振動圧は地盤の密度と弾性波の伝播速度で表示することができ，特に基盤の横波速度が直接的な関係にあることは，地盤と構造物とから構成される振動系の地震応答解析において，基盤の弾性を考慮すべきことの重要性を示す一つの根拠といえよう。

第5章　地中構造物の地震応答

地中に建設される構造物は地震時においては，その運動による慣性力のみならず，周囲を取り巻く地盤からも地震力を受ける。周囲を水で取り巻かれている水中構造物の場合も同様であり，これについては第1編ですでに検討したが地中構造物の場合にはせん断応力がさらに関係し，また地震時には周囲の地盤も運動を起こしていることから，構造物と地盤との相互の関係がより複雑になり，互に干渉を及ぼすことになる。また，地中構造物では比較的堅固な地盤に支持され，さらに表層を経て上部構造へと連なるのが通常であるが，その間に，硬さの異なる地盤層や水の層さらに空気中にある部分など，地震時における運動特性の異なった区間を持っている。構造物下端での支持も構造形式と基盤の硬さによって異なり，その運動が比較的自由な場合や完全固定に近い場合などがあり得る。

このように，地中構造物は荷重条件すなわちその周囲を取り巻く地盤や水から受ける地震力が複雑であるため，地表面と構造物の上端とが一致している場合を対象とすることが多いが，このような仮定が許されない構造物もあろう。また，地盤の運動の鉛直方向における差異は一般に波動方程式に支配されることから，構造物としても同類の方程式でその運動を表示できるせん断振動の卓越する形式のものが取り扱われたり，あるいは曲げ振動や動揺振動を対象とした場合であっても，解析の容易さということから，地盤の運動を記述する方程式の固有関数による変位形状の展開が行なわれるため，構造物上端でのたわみ角が常に0であるという結果になり，境界条件としては正しくない場合がある。

こうした観点から，地中構造物の地震応答解析を行なうに当っては地中部分のみならず，より上層部の水中や空気中にある部分も同時に考慮されねばならないが，その方法としては構造物を数区間に分割し，各区間内ではそこに作用する外力を用いて振動解析を行ない，しかる後各区間の接合条件を満足させることが考えられる。しかし，このような方法では解析がきわめて複雑になり，解に対する全般的な見通しも困難である。そこで，本章では地中部分と地上部分を同時に，しかも地中部分に作用する地震力をも考慮した解析の手法を示すとともに数値計

算例からその結果の検討を行なう。

いま，Fig. 2・36に見るように，基盤に支持された構造物が表層地盤を経てさらに地上に達している場合を以下の解析の対象とする。また，座標を図のように定め，構造物は曲げ振動の卓越するものとすれば，このたわみ$\eta(z,t)$は次の微分方程式を満足しなければならない。

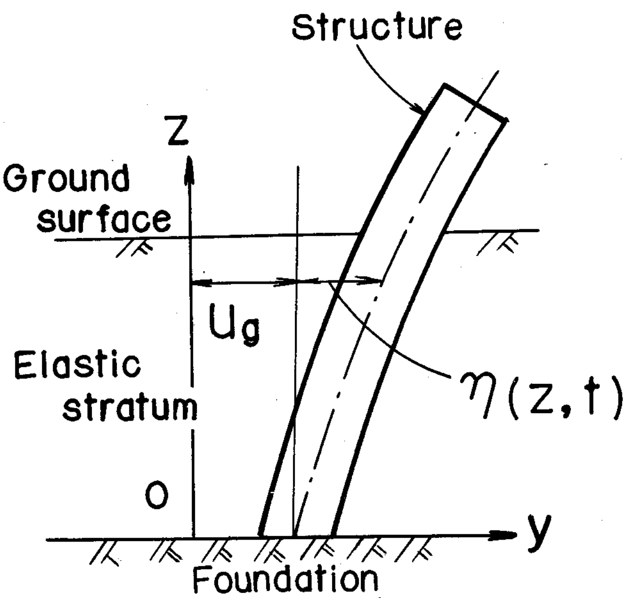


Fig.2・36 Formulation of system.

$$\rho_0 A\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2}+EI\frac{\partial^4\eta}{\partial z^4}+\nu I\frac{\partial^5\eta}{\partial z^4\partial t}=F(z,\eta;t) \qquad (2\text{・}5\text{・}1)$$

ここに，ρ_0は構造物の密度，Aは断面積，EIは曲げ剛性，νは構造物の粘性減衰係数である。また$F(z,\eta;t)$は構造物に作用する地震力であり，これは鉛直方向の場所により変化する関数形を持ち，かつ変形量ηにも関係する量である。したがって，ここで対象としているFig. 2・36のような場合には，地上部と地中部とでは違ったものになる。

そこで，いま$F(z,\eta;t)$が変形量ηには無関係であり，かつ$z=\zeta$に単位力が調和的に作用している場合を考える。

$$F(z,\eta;t)=\delta(z-\zeta)\exp(i\omega t) \qquad (2\text{・}5\text{・}2)$$

ここに，$\delta(t)$はDelta 関数である。このときの変形量$\bar{\eta}$を表わす方程式は次式のようになる。

$$\rho_0 A\frac{\partial^2\bar{\eta}}{\partial t^2}+EI\frac{\partial^4\bar{\eta}}{\partial z^4}+\nu I\frac{\partial^5\bar{\eta}}{\partial z^4\partial t}=\delta(z-\zeta)\exp(i\omega t) \qquad (2\text{・}5\text{・}3)$$

ここで，

$$\bar{\eta}(z,t)=G(z,\zeta)\exp(i\omega t) \qquad (2\text{・}5\text{・}4)$$

の形の解を仮定すれば，式（2・5・3）は

$$(E+i\omega\nu)I\frac{d^4G(z,\zeta)}{dz^4}-\rho_0 A\omega^2G(z,\zeta)=\delta(z-\zeta) \qquad (2\text{・}5\text{・}5)$$

となる。いま，上式中の$G(z,\zeta)$が斉次方程式

$$\frac{d^4\psi_n}{dz^4}-k_n{}^4\psi_n=0 \qquad (2\text{・}5\text{・}6)$$

を満足する解$\psi_n(z;k_n)$と係数A_nによって

$$G(z,\zeta)=\sum_{n=1}^{\infty}A_n\psi_n(z;k_n) \qquad (2\cdot5\cdot7)$$

と展開できるものと仮定すれば，これを式（2・5・5）に用いると

$$\sum_{n=1}^{\infty}A_n\left[(E+i\omega\nu)I\frac{d^4\psi_n(z;k_n)}{dz^4}-\rho_0A\omega^2\psi_n(z;k_n)\right]=\delta(z-\zeta)$$

となる。しかるに，ψ_n は式（2・5・6）を満足するから，上式は次式のように変形できる。

$$\sum_{n=1}^{\infty}A_n[(E+i\omega\nu)Ik_n{}^4-\rho_0A\omega^2]\psi_n(z;k_n)=\delta(z-\zeta) \qquad (2\cdot5\cdot8)$$

$\psi_n(z;k_n)$は式（2・5・6）から明らかなように，はりの静的たわみに関する方程式であり，これはその定義域において直交関数族を形成することを利用すると，次式が得られる。

$$A_n[(E+i\omega\nu)Ik_n{}^4-\rho_0A\omega^2]\int_0^l\{\psi_n(z;k_n)\}^2dz=\int_0^l\delta(z-\zeta)\psi_n(z;k_n)dz$$

ここで，$\psi_n(z;k_n)$は

$$\int_0^l\{\psi_n(z;k_n)\}^2dz=l \qquad (2\cdot5\cdot9)$$

のように正則化されたものを用いるものとし，かつDelta 関数を含む積分項については，$\psi_n(z;k_n)$の値が0 ～ l 以外の領域では0であると考えれば$\delta(z)$のconvolution積分の定理を用いることにより

$$\int_0^l\delta(z-\zeta)\psi_n(z;k_n)dz=\psi_n(\zeta;k_n) \qquad (2\cdot5\cdot10)$$

であるから，A_n は結局次式で与えられる。

$$A_n=\frac{1}{l}\,\frac{\psi_n(\zeta;k_n)}{(E+i\omega\nu)Ik_n{}^4-\rho_0A\omega^2} \qquad (2\cdot5\cdot11)$$

これを式（2・5・7）に代入して

$$G(z;\zeta)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{l}\,\frac{\psi_n(\zeta;k_n)\psi_n(z;k_n)}{(E+i\omega\nu)Ik_n{}^4-\rho_0A\omega^2} \qquad (2\cdot5\cdot12)$$

となる。

次に構造物に作用する外力$F(z,\eta;t)$が

$$F(z,\eta;t)=F^*(z,\eta)\exp(i\omega t) \qquad (2\cdot5\cdot13)$$

と表わされる場合には，これに対する応答変位$\eta(z,t)$は先に得た関数$G(z,\zeta)$を用いて

$$\eta(z,t)=\int_0^l G(z,\zeta)F^*(\zeta,\eta)d\zeta\exp(i\omega t) \tag{2·5·14}$$

と表わされることは容易に示される。すなわち，これを式(2・5・1)に代入すると，その左辺は

$$(EI+i\omega\nu I)\int_0^l \frac{d^4G(z,\zeta)}{dz^4}F^*(\zeta,\eta)d\zeta-\rho_0A\omega^2\int_0^l G(z,\zeta)F^*(\zeta,\eta)d\zeta$$

$$=\int_0^l\left[(EI+i\omega\nu I)\frac{d^4G(z,\zeta)}{dz^4}-\rho_0A\omega^2G(z,\zeta)\right]F^*(\zeta,\eta)d\zeta$$

となるが，これは式（2・5・5）を用いれば，

$$\int_0^l\delta(z-\zeta)F^*(\zeta,\eta)d\zeta\exp(i\omega t)$$

となる。しかるに，先述のDelta 関数の積分定理から，結局上式は

$$\int_0^l\delta(z-\zeta)F^*(\zeta,\eta)d\zeta\exp(i\omega t)=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(z-\zeta)F^*(\zeta,\eta)d\zeta\exp(i\omega t)=F(z,t;\eta)$$

となり，これは式（2・5・1）の右辺と同一である。

したがって，式（2・5・14）は式（2・5・1）の一般解であることは明らかである。さらに，変位$\eta(z,t)$も$F(z,\eta;t)$と同じ振動数を持つと考えてよいから，その振幅を$\eta^*(z)$と表わせば，

$$\eta^*(z)=\int_0^l G(z,\zeta)F^*(\zeta,\eta^*)d\zeta \tag{2·5·15}$$

となる。この式中には左右両辺にη^*が含まれており，明らかに積分方程式であり，地盤と構造物から構成される連成系の振動の問題はこの積分方程式を解くことに帰着される。

$G(z,\zeta)$を展開する際に用いた関数$\psi(z;k_n)$は直交関数であり，式（2・5・6）を満足していなければならないが，また構造物の下端での支持条件や上端での境界条件をも満足しなければならない。しかし，この両端での条件はその周囲を取り巻く地盤とは独立に定められると考えられるから，式（2・5・13）を解くためには$F^*(\zeta,\eta^*)$を決定すればよいことになる。

ところで，$F^*(z,\eta^*)$は式（2・4・59）で示されたように，一般には

$$F^*(z,\eta^*)=\varphi(z)+\sum_{q=1}^{\infty}D_q\int_0^H\eta^*(\zeta)\sin\alpha_q\zeta d\zeta\sin\alpha_q z \tag{2·5·16}$$

ここに，Hは表層の厚さであり，$l\geqq H$である。この式を式（2・5・15）に用いれば結局

$$\eta^*(z)-\int_0^l\left[\sum_{q=1}^{\infty}D_q\int_0^H G(z,\zeta)\sin\alpha_q\zeta d\zeta\sin\alpha_q\xi\right]\eta^*(\xi)d\xi=\int_0^l\varphi(\zeta)G(z,\zeta)d\zeta \qquad (2\cdot5\cdot17)$$

となる。この式の左辺の二つの項にはいずれも未知関数$\eta^*(z)$ が含まれていることから，これは明らかにFredholmの第2種非斉次積分方程式であることがわかる。このような積分方程式を解くにはいろいろな方法があるが，ここでは固有関数による展開の方法を用いる。すなわち，式（2・5・7）と同様に未知関数$\eta^*(z)$と係数B_mを用いて

$$\eta^*(z)=\sum_{m=1}^{\infty}B_m\psi_m(z,k_m) \qquad (2\cdot5\cdot18)$$

と表わす。また，$G(z,\zeta)$式（2・5・12）で表わされるから，これら2式を式（2・5・17）に用いれば

$$\sum_{m=1}^{\infty}B_m\psi_m(z,k_m)-\sum_{q=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{D_qB_m\psi_n(z,k_n)}{(E+i\omega\nu)Ik_n^4-\rho_0A\omega^2}\frac{1}{l}\int_0^H\psi_n(\zeta,k_n)\sin\alpha_q\zeta d\zeta$$

$$\times\int_0^l\psi_m(\xi,k_m)\sin\alpha_q\xi d\xi$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\psi_n(z,k_n)}{(E+i\omega\nu)Ik_n^4-\rho_0A\omega^2}\frac{1}{l}\int_0^l\varphi(\zeta)\psi_n(\zeta,k_n)d\zeta \qquad (2\cdot5\cdot19)$$

となる。この式の両辺に$\psi_s(z,k_s)$を乗じて，$0\sim l$で積分を行なえば，その直交性と正則化の表示式（2・5・9）を用いて，結局次式のように表わすことができる。

$$\sum_{m=1}^{\infty}\left[\left\{\left(\frac{\omega_s}{\omega}\right)^2+2ih_e\frac{\omega_s}{\omega}-1\right\}\delta_{m,s}-\Omega_{m,s}\right]B_m=\Omega_s \qquad (2\cdot5\cdot20)$$

ここに，$\delta_{m,s}$はKronecker の delta 記号であり，

$$\Omega_{m,s}=\frac{1}{\rho_0A\omega^2l}\sum_{q=1}^{\infty}D_q\int_0^H\psi_m(\zeta,k_m)\sin\alpha_q\zeta d\zeta\int_0^l\psi_s(\zeta,k_s)\sin\alpha_q\zeta d\zeta \qquad (2\cdot5\cdot21)$$

$$\Omega_s=\frac{1}{\rho_0A\omega^2l}\int_0^l\varphi(\zeta)\psi_s(\zeta,k_s)d\zeta \qquad (2\cdot5\cdot22)$$

$$\omega_s^2=\frac{EIk_m^4}{\rho_0A} \qquad (2\cdot5\cdot23)$$

$$h_e=\frac{\nu Ik_m^4}{2\rho_0A\omega_s} \qquad (2\cdot5\cdot24)$$

である。

ここに得た式（2・5・20）は本質的には，水中構造物に対しての式（1・3・16）や式（1・3・17）と同じであり，式（2・5・21）で表わされる$\Omega_{m,s}$は構造物の固有振動周期に関与する量である。特に式（2・5・21）において，$m=s=1$の場合には第1編第3章の(2)で述べたと同様の意味において地中構造物における仮想質量係数を表わすものと考えられる。しかしながら，式（2・5・

21）中のD_q は一般に振動数ωの複雑な関係であり，これを無視することができないため水中構造物におけると同様に，構造物の幾何学的条件だけで決定することはできない。こうした点に関して，以下では式（2・5・16）で与えられる関数$F^*(z,\eta^*)$の具体的な表示例により検討を行なう。

いま，解析の簡単のため，円柱状の地中構造物を支持する基盤は剛であり，水平方向に一様な振幅u_c ，振動数ωで運動している場合を対象とする。このとき，$F^*(z,\eta^*)$は前章におけると同様な誘導過程を経て結局次式のように表わされる。

$$F^*(z,\eta^*)=\rho_0 A\omega^2 u_0+\rho_1\pi a^2\omega^2\sum_{l=1}^{\infty}\Big[\frac{2}{H}\int_0^H\eta^*(\zeta)\sin\alpha_l\zeta d\zeta \times\Big\{1-\Big(\frac{\alpha_l c_1}{\omega}\Big)^2\Big\}-\frac{2u_0}{\alpha_l H}\Big]\Phi_l^*(k^*,h^*)\sin\alpha_l z \qquad (2\text{・}5\text{・}25)$$

構造物が中実の円形断面を持つ場合には，上式と式（2・5・16）を対比することにより，$\Omega_{m,s}$，Ω_Sはそれぞれ次式で表わされる。

$$\Omega_{m,s}=\frac{2\rho_1}{\rho_0}\sum_{l=1}^{\infty}\Big\{1-\Big(\frac{\alpha_l c_1}{\omega}\Big)^2\Big\}\Phi_l^*(k^*,h^*)\frac{1}{H}\int_0^H\varphi_m(\zeta,k_m)\sin\alpha_l\zeta d\zeta \times\frac{1}{l}\int_0^l\psi_s(\zeta,k_s)\sin\alpha_l\zeta d\zeta \qquad (2\text{・}5\text{・}26)$$

$$\Omega_s=-\frac{2\rho_1}{\rho_0}\sum_{l=1}^{\infty}\frac{1}{\alpha_l H}\Phi_l^*(k^*,h^*)\frac{1}{l}\int_0^H\psi_s(\zeta,k_s)\sin\alpha_l\zeta d\zeta +\frac{1}{l}\int_0^l\psi_s(\zeta,k_s)d\zeta \qquad (2\text{・}5\text{・}27)$$

$\Omega_{m,s}$，Ω_sが設定した系に対して具体的に与えられても，式（2・5・20）はすべての規準振動型における連成により，これを厳密に解くことができない。しかしながら，$\Omega_{m,s}$ 中に含まれる表層の規準振動形を重みとした構造物の規準振動形の平均値は高次の振動型に対しては小さな値となる。そこで，構造物の規準振動形を5次まで考慮して，式（2・5・20）をB_mに関する5元の連立方程式に置換してその解を求め，構造物の頂部での最大変位に関する周波数応答曲線を示したのがFig. 2・37，Fig. 2・38である。Fig. 2・37は構造物が基盤に完全固定されている場合であり，Fig. 2・38は基盤上においてhinge固定されている場合を対象にした計算例であり，その他の条件は図中に併記してある。これらの計算例はいずれも表層地盤の厚さHを一定とし，構造物の長さを変化させたものであり，H/lの値が1.0の場合は構造物の頂部が地表面にありH/lの値が減少するにつれ，構造物の地表面上の高さが増大することになる。したがって，これに応じて表層地盤の基本固有振動数ω_1に対する構造物の基本

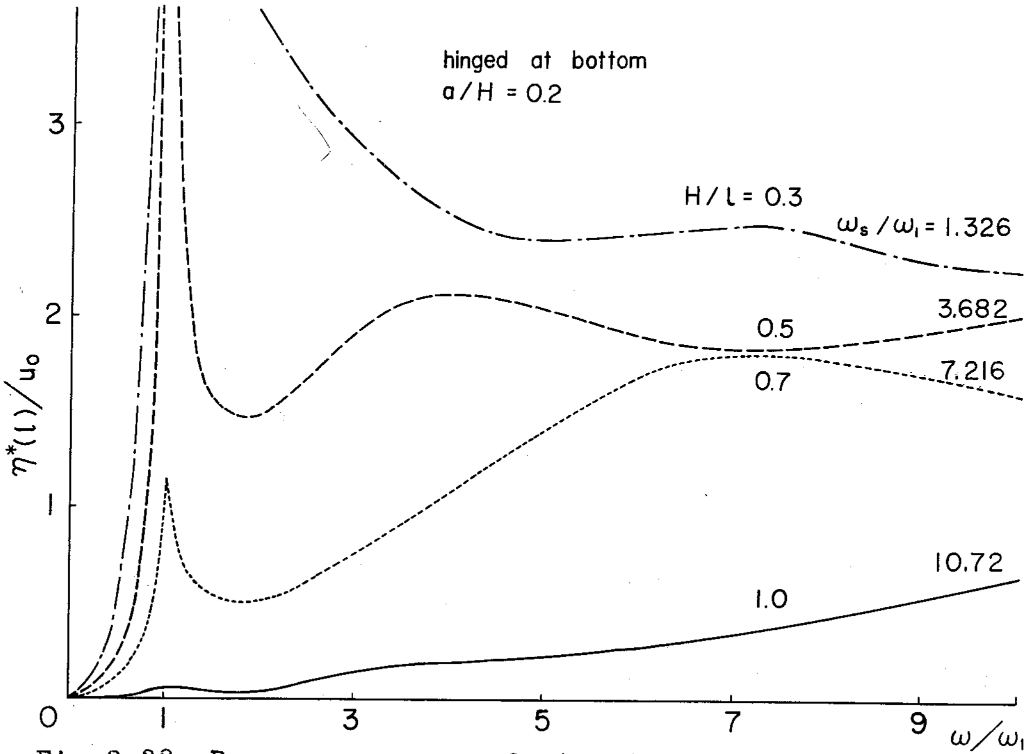


Fig. 2.38 Resonance curve of structure hinged at bottom.

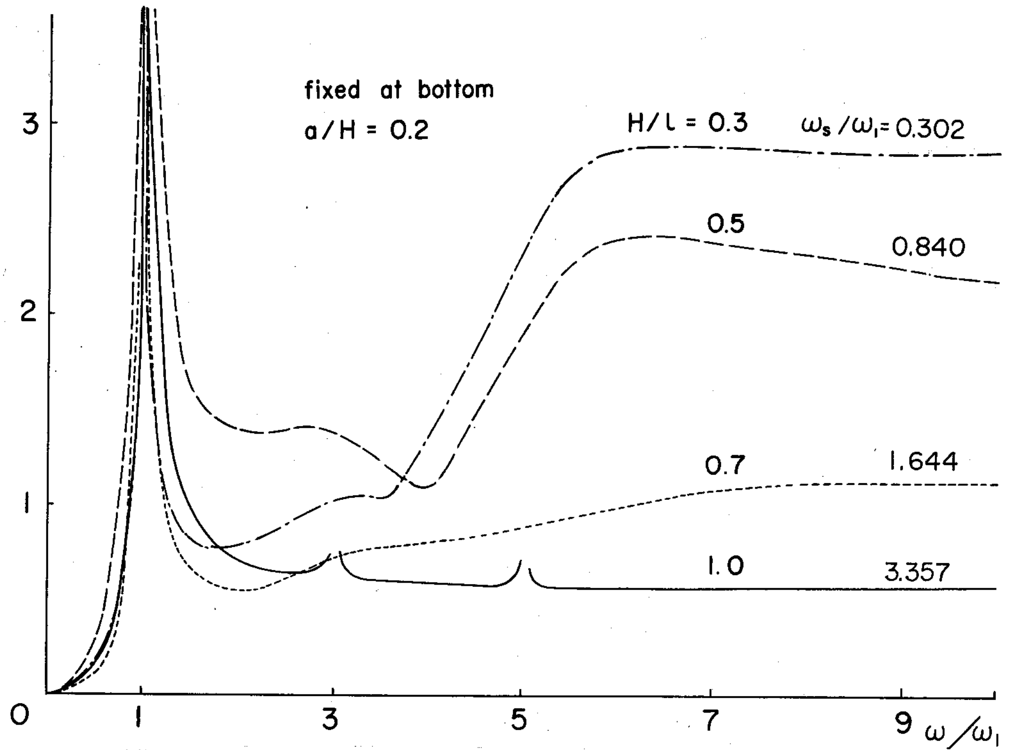


Fig. 2.37 Resonance curve of sturucture fixed at bottom.

固有振動数ω_sの比が減少する。構造物の下端が固定されている場合には，ω_s/ω_1の値が1.0より小さい場合もあるが，構造物の固有振動数に対応する共振は見られず，地動（基盤面）の振動数が表層の固有振動数に一致したとき，構造物の長さにかかわらず共振現象が生じることを示している。また，H/lが0.7や1.0に対してはω/ω_1の値がそれらのω_s/ω_1の値に等しい場合にも構造物は共振現象を起こさないことも明らかである。これらは，地上部にある部分が長い，H/lが0.3，0.5の場合の第2次，第3次の共振振動数についても同様である。

構造物下端と基盤面とがhinge結合である場合にも，表層地盤の固有振動数に対しては構造物の長さにかかわらず共振が生じている。そして，構造物の固有振動数に対応する地動の振動数に対しては共振は生じていない。このような現象は構造物と表層地盤との連成により，構造物の振動エネルギーが表層内に逸散することによって生じることは明らかである。以上の二つの計算例からも明らかなように，表層地盤の共振に対しては構造物も共振状態を呈するが，それ自身の固有振動数に等しい振動数で系が運動するときには共振を起こさないのが地盤中にある構造物の特徴であり，かつその振動性状に及ぼす地盤の影響の大きさを表わしているものとも解せる。

次に，基盤面で固定されている構造物の変形の形態を示したのがFig. 2・39である。
この計算例でも，空気中での規準振動形は5次までを考慮してあり，表層地盤の厚さHを一定にし，かつ地動の振動数が表層の基本振動数の2倍の場合について構造物の長さが変化したときの変形を図示したものである。構造物の長さにかかわらず，地盤中での構造物の変形量は地上部分でのそれに比較して非常に小さいことが明らかである。また，地上部分が短い場合には，その変形の形状は片持ばりの**第2次振動型に類似しているが，**地上部の長さが長くなると次第に変化し，第3次の固有振動型へと遷移して行く過程が明瞭に見られ，地盤中から地表上へと達する構造物に対しての，地盤の支持の効果がよくうかがえる。

Fig. 2・40は図中に掲げた数値を用いて，式（2・5・26）で与えられる

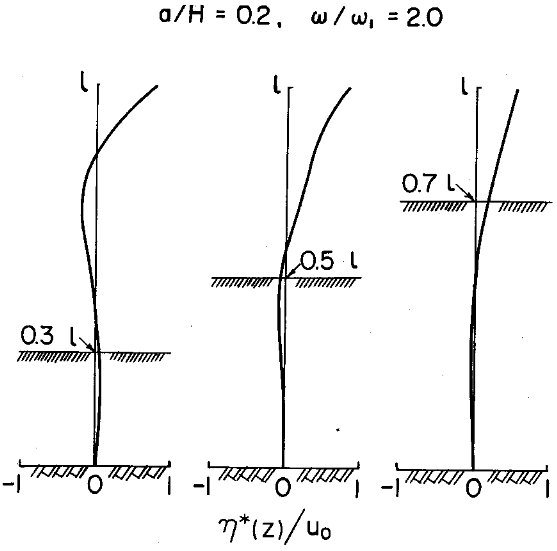


Fig. 2.39 Deflection curve of structures fixed at bottom.

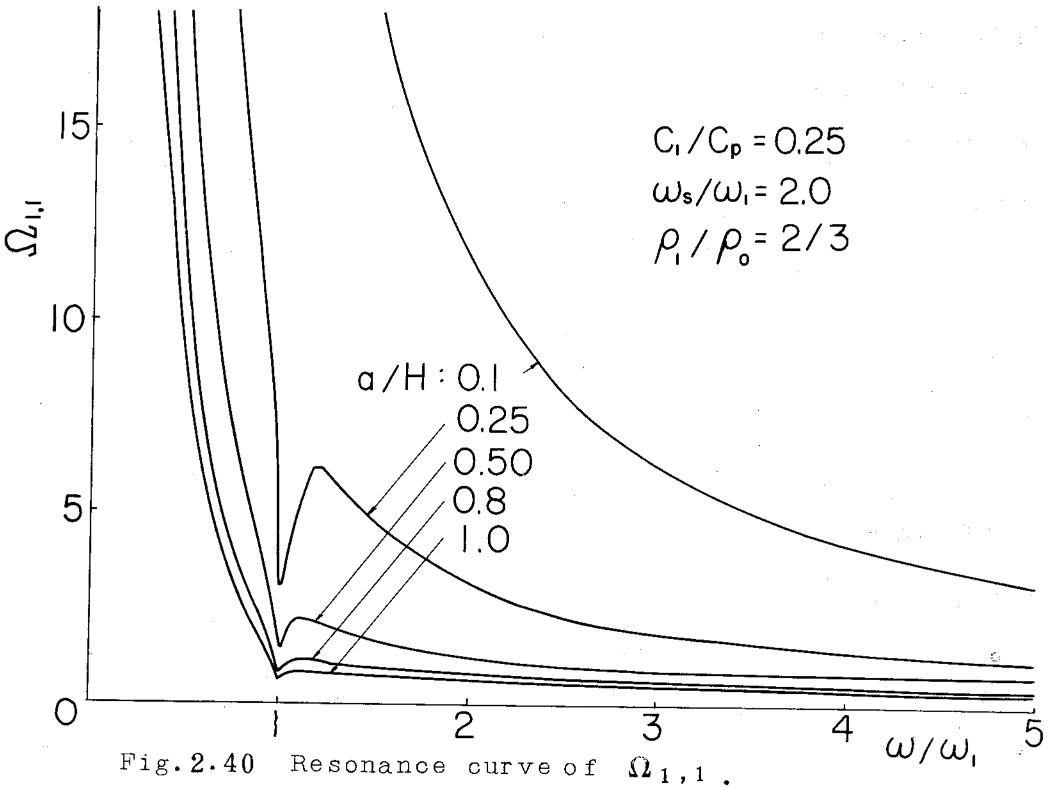


Fig. 2.40 Resonance curve of $\Omega_{1,1}$.

仮想質量係数に及ぼす振動数の影響を示したものである。図において明らかなように，この仮想質量係数は振動数によって非常に変化し，もはや水中構造物の場合におけると同様な意味での仮想質量の概念は通用しないことが明らかである。

このように，地中構造物の場合には，構造物の弾性変形によって生じる付加的な振動圧を水中構造物のように仮想質量の概念で表示することはもはや物理的な意義を持たないことになる。そこで，いま式（２・５・２６）で表わされる$\Omega_{m,s}$にω^2を乗じたものを考えると

$$\omega^2\Omega_{m,s}=\frac{2\rho_1}{\rho_0}\frac{c_1^2}{a^2}\sum_{l=1}^{\infty}(k^*a)^2\Phi_l^*(k^*,h^*)\frac{1}{H}\int_0^H\psi_s(\zeta,k_s)\sin\alpha_l\zeta d\zeta$$
$$\times\frac{1}{l}\int_0^l\phi_m(\zeta,k_m)\sin\alpha_l\zeta d\zeta \tag{2·5·28}$$

と変形できる。上式右辺の周波数特性は$(k^*a)^2\Phi_l^*(k^*,h^*)$によって決まるが，これは一般に$\omega$の複素関数であるから，$\omega^2\Omega_{m,s}$の実数部を$R_{m,s}(\omega)$，虚数部を$I_{m,s}(\omega)$と表わす。すなわち，

$$\omega^2\Omega_{m,s}=R_{m,s}(\omega)+iI_{m,s}(\omega) \tag{2·5·29}$$

である。この$R_{m,s}(\omega)$は上の式（２・５・２８）からも明らかなように，構造物の変形に関係する量であるから，その振動形態によって違った値を取るが，多くの場合振動数の変化に対する値の変動が小さく，共振振動数ω_1の近傍で小さな値を示す以外にはほぼ一定の値になる。

また，$I_{m,s}(\omega)$は地盤の内部減衰を考えない場合には振動数ωが０からω_1までは０であり，ω_1以上の振動数に対してはほぼ直線的に減少する傾向を持ち，内部減衰を考慮すれば振動数０から次第に値が小さくなる。そこで，式（２・５・２０）の両辺にω^2を乗じ，式（２・５・２８），（２・５・２９）を用いると次式のようになる。

$$\sum_{m=1}^{\infty}[\{\omega_s^2+2ih_e\omega_s\omega-\omega^2\}\delta_{m,s}-R_{m,s}(\omega)-iI_{m,s}(\omega)]B_m=u_0\omega^2\Omega_s \tag{2·5·30}$$

いま，構造物の第２次以上の振動形の影響を省略できる場合を考え，このときの$R_{m,s}$，$I_{m,s}$をそれぞれ，

$$R_{1,1}(\omega)=-R^*,\qquad I_{1,1}(\omega)=-I^*$$

と表わすと，R^*，I^*はいずれも正の値となる。Fig.２・４１はこのR^*，I^*の計算例であり，R^*はω_1の近傍を除いては振動数に対する変動が小さく，I^*

は ω_1 より大きな振動数に対してほぼ直線的に増大する傾向を示している。一方，式（2・5・30）は $m=s=1$ に対しては

$$\left[\omega_s^2+R^*+i\left\{2h_e\omega_s+\frac{I^*}{\omega}\right\}\omega-\omega^2\right]B_1=u_0\omega^2\Omega_1 \qquad (2{\cdot}5{\cdot}31)$$

となる。上式は見かけ上，構造物の剛性 EI が $EIR^*/\omega_S{}^2$ だけ増加し，$\omega>\omega_1$ に対しては減衰定数が $I^*/2\omega\omega_S$ だけ増えたのと同等であると考えることができる。このことから，地中構造物の場合には，構造物の弾性変形によって生じる周辺地盤による振動圧は構造物の変形に抵抗するような働きを持っていることがわかる。

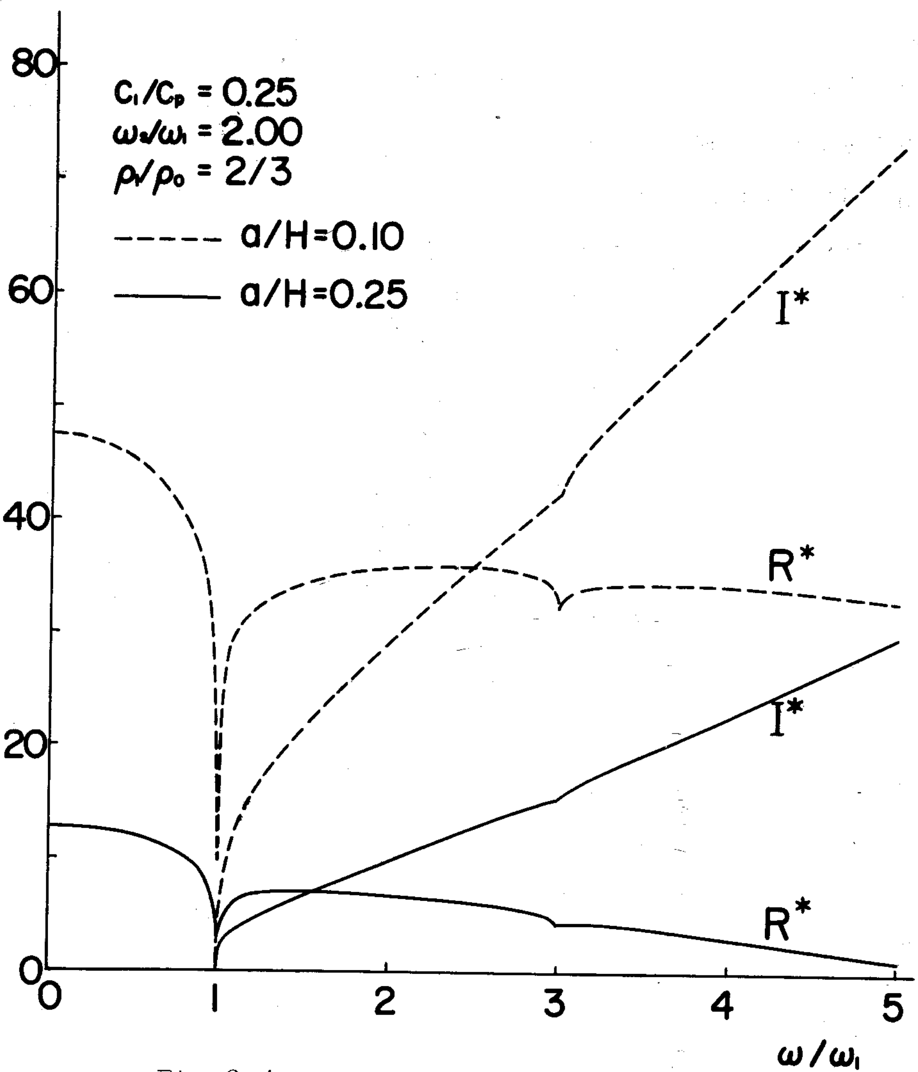


Fig.2.41 Resonance curve of $-\omega^2\Omega_{1,1}$.

たとえば，Fig. 2・41において，a/H が 0.25の場合を考えると，R^* に関係する曲線は実線で示されており，この曲線の ω/ω_1 が 0.5程度の値を例にとると縦軸の値は12～13である。この値は $-\omega^2\Omega_{1,1}$ を ω_1^2 で除したものであるから，R^* の値に換算するには ω_1^2/ω_S^2 を乗じればよいが，この計算例では図中にあるように $\omega_S/\omega_1=2$ であるから，結局 R^*/ω_S^2 の値は約3程度となる。したがって，この例では構造物の剛性が，空気中にある場合に比較して地中では約3倍程度増えることになる。構造物に及ぼす地盤のこうした作用は地中構造物の変形状態を示したFig. 2・39にも明らかである。

以上のことから，ここに示した解析法では，地上部と地中部の両者から成る構造物を，それぞれの区間で分割することなく地中から地上へと連続して，一つの表式によってその運動を取り扱うことができ，地中構造物の地震応答解析における有用性が認められ，また地中構造物の振動特性に関しては，周辺地盤は構造物の剛性を高める効果を持つことが明らかにされたといえよう。

第6章　地中構造物の耐震設計に関する考察

構造物の耐震設計法には緒論にも述べたように，震度法と地震動に対する応答を考慮した動的設計法とがある。このような耐震設計法が比較的明らかにされているのは地表面上にある地上構造物に対してであり，この場合には構造物に作用する地震力は慣性力が主であり，複合構造物の場合でも他の構造物から伝達される力を除けば作用する外力は比較的明確である。

しかるに構造物基礎の場合には，その深浅にかかわらずその周囲は水や土で取り巻かれているのが通常である。この場合，地震時において構造物基礎には，自らの運動に起因する慣性力のみならず周囲を取り巻く振動媒体との相対運動による地震力が作用することになり，地上にある構造物と同様な取り扱いをすることができないのが，水中構造物や地中構造物の耐震設計法の特徴であり，またそれに伴う複雑な動的現象がその耐震設計法の確立を妨げているといえよう。

水中構造物の場合には地震時においても水は静止しているものと考えることができ，構造物周辺の水だけが構造物の運動によって運動させられるのであり，これに対して水の示す慣性抵抗が動水圧として評価されるのであった。
そして，この慣性抵抗は本質的には同一のものであるが構造物に及ぼす影響の面からは二つに分けて考えることができ，その第1は構造物の並進運動によるものであり，その第2は変形によるものである。こうした関係はその周囲を弾性体で取り巻かれていると考えた場合の地中構造物においても本質的にはまったく同じである。すなわち，水中構造物の並進運動によって生ずる慣性抵抗は，座標を変換すれば,地震によって並進運動をする水の層と静止している構造物との相対運動によって生じる慣性抵抗と考えることができる。地中構造物の場合にも同様であって，地震動によって運動する地盤と構造物との相対運動によって振動圧が作用するのであり，ただ構造物が静止しているのではなく，地盤とともにある程度の運動をすることだけが，水中構造物の場合と異なる点である。そして弾性変形や動揺運動によって生じる付加的な動水圧あるいは振動圧が構造物自身の振動特性を変化させるものであることは，地中構造物においても水中構造物と変わると

ころがない。

また，水中構造物における動水圧，地中構造物に働く振動圧のいずれも，構造物とその周囲の水や地盤との相対的な運動慣性に関係することが明らかであり，これは換言すれば運動の速さに関連があることを示している。これは定常振動の場合であれば振動数の関数となり，一般には構造物から周囲の媒体への振動エネルギーの放射により複雑な関数形になる。そのような現象の実際的な構造物に及ぼす影響圏を表わす一つの指標として cut off frequency が考えられるが，動水圧の場合にはこの cut off frequency が地震動の振動数に比較して大きな値を持つことと，この場合には動水圧が運動加速度にほぼ比例することにより，これを質量に変換でき，したがって水中構造物の地震応答や耐震設計法を空気中にある構造物に対するそれに準じた方法により行なえたのである。

一方，水中構造物と地中構造物の地震応答を考える際の別の観点からの大きな相異点は，水がせん断抵抗を持たないと考えられることである。しかるに地中構造物を取り巻く地盤あるいはこれを抽象した弾性体では一般に変形に伴うせん断ひずみにも抵抗を示し，地盤内を横波が伝播しうる。そして，表層地盤の水平振動のみを対象とする場合には cutoff frequency はこの横波の伝播速度に比例するが，これは実地震動の持つ振動数に比較して必ずしも小さくはなく，したがって周波数応答曲線の広い周波数範囲を対象にしなければならなくなる。しかしながら，前章において検討したように，構造物の弾性変形に起因する振動圧は，地震動の振動数に対してほぼ一定の値を持つことから，これを構造物の変形に抵抗する力として考えることができ，結局見かけ上は構造物の剛性を増す効果を持つことになる。水中構造物に作用する動水圧の場合にはこれが振動数の2乗にほぼ比例的であることから，見かけ上は構造物の質量を増す効果を持つのであり，この点が地中構造物と水中構造物の対照的な相異点であろう。また，地震動の振動数が cut off frequency より高い場合には水平方向への放射減衰が生じ，これがほぼ振動数に比例的であることは両者に共通であり，速度減衰として評価できることは明らかであろう。

以上に述べたことを勘案するとき，地盤の震動を考慮した地中構造物の耐震設

計法は，構造物に対して地盤は振動外力としての働きを持つ反面，構造物の剛性と減衰係数とを増大させるような効果をも併せ持つという考え方に指向すべきことが明らかであろう。しかしながら，非定常入力に対する応答が問題になる場合には単位衝撃応答関数が必要となるが，構造物と半無限に拡がる地盤とで構成される系に対してこれを求めることは非常に困難であり，これまでには満足すべき解は得られていない。したがって，過渡応答や非定常入力に対する応答解析を背景とした地中構造物の動的耐震設計法の確立までには解決すべき問題が多くありなお時日を要するであろう。

第7章　結　　　言

本編では，実地震の観測に基づく地盤の種別と震動特性の関連，地盤中における弾性波速度に関する力学モデル，地中構造物に作用する振動圧力と弾性波速度の関係，弾性地盤中の構造物の振動解析など，地盤と地中構造物とで構成される振動系の地震応答に関する一連の問題を一貫して弾性波動の伝播という観点から検討を行なったが，その結果を要約すると以下のようである。

1）実地震の観測によれば，地盤中の震動振幅の増幅作用は地下の深い部分では小さく，地表面に近い数m程度の部分での増幅が著しい。また，地盤の硬さが急変する場合には，そこを基盤とした一層地盤としてその震動特性を類推することができる。

2）Magnitude 4～5程度の地震においても，人工的な波動源による測定結果と同様に，軟らかな地盤ほど 横波の伝播速度 が低下する傾向にある。また地盤中の 横波の伝播速度 は地中地震計による2測点での同時観測記録についての相互相関関数により容易に知ることができる。

3）砂質土における弾性波の伝播速度を説明する力学モデルを提示した。この場合，せん断弾性係数は間げき率の増大に対して直線的に減少し，Poisson 比は乾燥砂の場合は一定であり，飽和砂の場合には間げき率の増大に対して次第に0.5に漸近することになる。

4）上記の力学モデルは一部を除いて実験的にも確認された。また，実験結果では砂質土の弾性波速度は有効応力にも影響を受けるが，間げき率による影響とは独立に取り扱える。

5）基盤から表層へ入射する地震波が基盤面に対してある入射角を持つ場合には表層内には位相差に伴う波動の伝播が生じるが，この波長は一般に長く，構造物に及ぼす入射波の位相差の影響は無視できる。しかしながら，基盤から表層への入射角の影響は小さくなく，射出角が小さい程，構造物に作用する振動圧は減少する。

6）表層地盤中にある剛構造物に作用する地震力は，表層のみならず基盤の弾性

が密接に関係し，表層に対する基盤での横波の伝播速度の比に比例的である。また，入射波の振動数が共振振動数に近い場合には，構造物に働く振動圧は表層と基盤の横波速度の相乗積に比例する。

7) 基盤に支持され，表層地盤を経て地上部へと連続する地中構造物の振動解析において有用な手法を示した。その結果，構造物の地震応答には表層地盤の影響が強く，表層地盤の共振に対しては構造物も共振を生じるが，構造物だけの共振現象はあまり顕著でないことがわかった。

8) 地中構造物を取り巻く周辺地盤は，構造物の変形に抵抗してその剛性を高めるような効果を持ち，その効果は細長い構造物において著るしい。また，地盤の第1次の固有振動数より高い振動数で運動する場合には構造物の減衰定数をも増大させる作用を持っている。

9) 地中構造物の耐震設計には地盤の震動特性を考慮する必要があるが，地盤は構造物に対して振動外力としての働らきを持つと同時に，構造物の剛性と振動減衰性を高める効果とを併せ持つものと考えてよい。このような基本概念によれば，地中構造物の耐震設計法は地表面上にある構造物に準じた取り扱いが可能となる。

参　考　文　献

(1) Penzien, J., Parmelee, R.A., Schreffey, C.F., Seed, B.H., and Thiers, G.R.: Seismic Effects on Structures Supported on Piles Extending through Deep Sensitive Clays, Institute of Engineering Research, University of California, SESM 64-2, 1964.

(2) 小林啓美，鏡見祥史：波動理論を用いた成層構造の地震応答数値解析法について．日本地震工学シンポジウム（１９６６）講演集，昭４１，pp.14〜20.

(3) Idriss, I.M., and Seed, H.B.: Response of Horizontal Soil Analysis during Earthquake, Proc. of ASCE, SM4, July, 1968, pp. 1003 ~ 1031.

(4) 鳥海　勲：Vibration in Foundation of Machines, Technology Report of Osaka University, No.146, 1955, pp.103〜126.

(5) 小堀鐸二：Dynamical Response of Rectangular Foundations on an Elastic-space, 地震工学国内シンポジウム（１９６２）講演集，昭３７，pp.81 〜 86.

(6) 後藤尚男：弾性質量基礎上にある構造物の振動解析について，土木学会論文集，第７２号，別冊（３－２），昭３６．

(7) 田治見　宏：深い基礎を有する構造物の地震応答について，日本地震工学シンポジウム（１９６６）講演集，昭４１，pp.255 〜 260.

(8) 土木学会：本州四国連絡橋技術調査報告書，付属資料２，耐震設計指針（１９６７），同解説および耐震設計詳説，昭４１，pp.4〜13, pp.61〜144.

(9) 後藤尚男，土岐憲三，横山康夫，亀田弘行，秋吉　卓，石田昌弘：松代群発地震地域における震動観測結果について，土木学会論文集，第１４５号，昭４２，pp.1 〜 11.

(10) 後藤尚男，土岐憲三，横山康夫，亀田弘行，秋吉　卓：強震観測装置による松代群発地震記録の解析，京都大学防災研究所年報，第１１号Ａ，昭４３，

pp.275 ～ 290.

(11) Mindlin, P.D.: Compliance of Elastic Bodies in Contact, Joun. of Appl. Mech., Vol. 16, 1949, pp. 259 ~ 268.

(12) 南雲昭三郎：粒状媒質の弾性(Ⅲ)－静的応答と変形係数の応力依存性－，物理探鉱，第１６巻，第３号，昭３８，pp.13 ～ ２０.

(13) Biot, M.A.: Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid Saturated Porous Solid, Parts I and II, Joun. of Acoustical Society of America, Vol. 28, No. 2, 1956, pp. 168 ~ 191.

(14) Biot, M.A., and Willis, D.G.: The Elastic Coefficients of the Theory of Consolidation, Joun. of Appl. Mech., Vol. 24, pp. 594 - 601.

(15) Gassmann, F.: Elastic Waves through a Packing of Spheres, Geophysics, Vol. 16, 1951, pp. 673 - 685.

(16) Geertsma, J., and Smit, D.C.: Some Aspect of Elastic Wave Propagation in Fluid-saturated Porons Solids, Geophysics, Vol. 26, 1961, pp. 169 ~ 181.

(17) 最上武雄：粒状体の力学，土と基礎，Vol.15，No.1，昭４２，pp.1～7.

(18) 石本巳四雄，飯田汲事：Determination of Elastic Constants of Soils by Means of Vibration Methods, Bull. of Earthquake Research Inst. Vol. 15, 1937, pp. 37 ~ 38.

(19) Hardin, B.O. and Richart, F.E.: Elastic Wave Velocities in Granular Soils, Proc. of ASCE, SM1, 1963, pp.35～65.

(20) 飯田汲事：The Volocity of Elastic Waves in Sand, Bull. of Earthquake Research Inst., Vol.16, 1938, pp.131～144.

(21) 金井　清：地震学，建築学大系，第１１巻，昭38，pp.73～109.
(22) 岡本舜三，加藤勝行，伯野元彦：地中構造物に働く地震力に関する研究，土木学会論文集，第９２号，昭３８，pp.37～53.
(23) 後藤尚男，土岐憲三，秋吉　卓：Vibrational Analysis of Foundation Structures with Elliptic Cross Sections in Elastic Grounds, Bull. of Disaster Preven Research Inst., Kyoto University, Vol.18, Part 1, 1968, pp.59～88.

第3編　地震動の模擬とこれに対する構造物の応答

第1章　概　　説

構造物の地震応答解析や耐震設計には地震波形の設定がなんらかの方法で必要であり，またこれが応答量の大きさと特性に直接的な影響を及ぼすが，地震動は地盤の条件，発震の機構，地震の規模，地震波動の伝播過程などの多くの因子の影響を受けて非常に複雑な動的挙動を示す現象であり，また地震波形の非予測性，非再現性という面からみても，あらゆる耐震設計に有用な標準となる地震波形が設定される可能性はきわめて少ないと考えざるを得ない。こうした事情により，現在の耐震設計や地震応答解析における波形の設定は，実地震によって得られた特定の地震記録による方法と，数理的に表現した模擬の地震波形による方法とが，その場合に応じて適当に取捨選択して用いられている。耐震工学の面から見た地震動そのものの性質，特に耐震工学上最も重要な意味を持つ強震記録波形の特性を明らかにするための研究においては前者の方法が用いられるのは当然であるが，耐震設計を目的とした，対象とする振動系の地震応答解析や設計された特定の構造物の地震に対する安全性の検討などにおいて行なわれる逐次応答計算などでも，前者の方法がしばしば用いられる。

このような場合，たとえばEl Centro,May 18,1940,Taft,July21, 1952, Vernon, Oct.2, 1933, Olympia, April 13, 1949などの実地震記録がよく用いられる。これらを用いる理由としては構造物の地震応答，とりわけ非線型振動系に対しては重ね合わせの原理が成立しないことから，系の応答に及ぼす入力地震波形の影響が大きく，その故に応答計算に用いる入力地震波形は，実地震記録によるべきであるという論が行なわれる。しかしながら，われわれが行なう耐震設計は未来に発生するであろう自然現象を対象としなければならないという宿命を持つ以上，地震動の時間的変動あるいは地震波形の非予測性，非再現性を考慮すれば，過去の特定の時点において，特定の場所で得られた地震波形を耐震設計の標準入力として用いることの妥当性に関しては疑問を持たざるを得ない。しかる

に構造物の地震応答計算における入力として，これらの過去の強震記録がしばしば用いられるのは，それらが実地震によって記録されたものであるという裏づけを持っていることと，異なる研究あるいは研究者によっても共通のデータとして使用し得るというなかば標準化された性格を有しているからにほかならない。

次に，実地震動ないし，その記録波形の持つ特性を抽象化した模擬地震波形はその手法から三つに大別できよう。第1の方法は地震動を定常な調和波の単色波として表現することであり，これは時間領域から周波数領域への変数変換を意味することから，対象とする振動系の周波数応答特性を知ることができる。
その第2の方法は構造物に破壊的な影響を及ぼすのは地震波形のうちでも特別な強度と周期を伴った数波にすぎないという観点から，これを有限個の矩形波や正弦波から構成される，時間軸における確定関数で表現する方法であり，その第3は地震動やその波形を確率過程として把握する方法である。特に，第3の方法は，地震動の強さあるいは地震波形の振幅が時間軸上において非常に不規則に変動することに注目して，これを時間軸上に不規則に配列されたpulseやwhite noiseとして表わし，またこれらによる構造物の応答が実地震記録による応答ときわめてよく近似していることから，こうした確率過程そのものを応答解析における地震波形とする方法であり，また一方では構造物の造られる地表面付近に達する地震波動は震源で発生した地震動が地盤内を通過して到達したものであることから，これを特定の周波数特性を有する振動系の応答として表現する場合もある。

地表面付近で観測される地震動がその地盤の影響，特に周波数特性にはその地盤に固有のものが現われやすいという見地からは，地震波形を確率過程として表現する場合にも，地盤の周波数特性を考慮しなければならないが，それは必ずしもなんらかの振動系の周波数応答で抽象されるとは限らないから，そのような方法に一般性を持たせるには周波数特性の自由な選択が可能な方法が望ましい。

地震時における構造物の動的な挙動は，構造物，地盤，入力地震動の3者の振動特性から総合的に決定されるが，構造物と地盤とで構成される振動系は一般には複雑な動特性を示し，あらゆる場合に適合できるような統一的な応答の評価法を見いだすことはきわめて困難である。しかるに，これらの対象とする振動系に

おいて，その運動が本質的には1自由度系の振動系と等価である場合や，これに近似できる場合も決して少なくはなく，これを自由度の低い discrete system に置換することはほとんどの場合に可能であるといえよう。そして，これらの場合ついては，その系を線型系とみなしうる限りにおいては入力地震動さえ決定できれば系の応答量は解析的に評価できるが，不規則に変動する地震動を対象とする場合にはこれを解析的に確定値として評価することはほとんど不可能であり，応答は数値計算に頼らざるを得ない。したがって，構造物や地盤の運動を簡単な振動系のそれに置換できる場合に対してすらも，多くの入力地震動に対する数値計算を数多く実施する必要があり，また，そのようにして得られた結果も他の振動系への適用性は必ずしも保証されないことになる。このような意味において，M．A．Biotによって最初に提唱された応答スペクトルの考え方は，振動系の力学特性と応答量との関係を統一的に評価できるという観点からは高く評価されている。また，この考え方をさらに発展させたG.W.Housnerの平均応答スペクトルは現在の耐震設計の基本的な考え方の一つとされていることは言うまでもない。

このような応答スペクトルの概念は，実際の構造物の設計に対してきわめて有力な手段ではあるが，同時に大きな問題点をも含んでいる。すなわち，一つの地震動に対する振動系の応答は，構造物の地震時の挙動について多くの情報を含んでいるが，応答スペクトルは一つの地震に対する応答量の最大値のみに注目することにより，他の情報についてはすべて捨て去ることになる。したがって得られた応答の最大値は入力地震波のなんらかの特異性に支配されたきわめて偶然性の強いものであるか，あるいはそのような応答量に引き続いた第2の最大応答と近接した量であるかなどに関してはまったく無力であるといえる。

第2の問題点はその名の示すとおり，多くの地震動に対する応答スペクトルを，入力地震動の最大加速度で規準化して平均するという過程を経なければならない点である。このような手段は将来に発生するであろう地震動の強さとその内容の非予測性を補償する効果を持っているが，地表面近くのある点での地震動の周波数特性はその地盤の影響を強く受け，一つの地盤上における地震による相異よりも一つの地震時における地盤による差異の方が著しいという観点からすれば，地

震記録に反映されているであろう地盤の特性を，平均応答スペクトルの考えは消し去ってしまうことになり，結果的には地盤の類別やその特性をなんら考慮していないことになる。

こうした問題点は構造物や地盤の応答量は偶然性に支配されやすいであろうことから，特定の場所における多くの地震記録から将来における応答量を推測する必要があるにもかかわらず，いろいろな地盤種別ごとの強震記録がこのような推測を可能にするほどには蓄積されていない点に起因している。

以上のように，単一の地震波形あるいは複数の地震記録から計算される応答スペクトルのいずれにおいても地盤の特性，特に当該地点に固有の周波数特性を考慮することが重要であり，周波数領域においては任意の周波数特性を持ち，時間領域では不規則に変動し，かつ過去の大地震時に記録された地震記録と同様な特性を有するような関数で地震波形を模擬することの意義がある。

以下，第2章においては，いくつかの著名な大地震記録についてその特性を検討した後，任意の周波数特性を有する確率過程と電子計算機内での自動的発生方法について述べ，このような確率過程で地震波形を模擬することの是非について論ずる。次いで，第3章においてはこうした確率過程で模擬した入力地震動に対する構造物の応答と，それから得られる応答スペクトルについて検討を行ない，応答スペクトルに安全率に相当する確率パラメーターを導入することとその耐震設計への適用について論じようとするものである。

第2章　強震記録とその模擬

(1)　強震波形の不規則性

Fig.3・1は１９４０年５月１８日に米国のCalifornia南部で起ったImperial Valley EarthquakeがEl Centroで観測された加速度の原記録であ

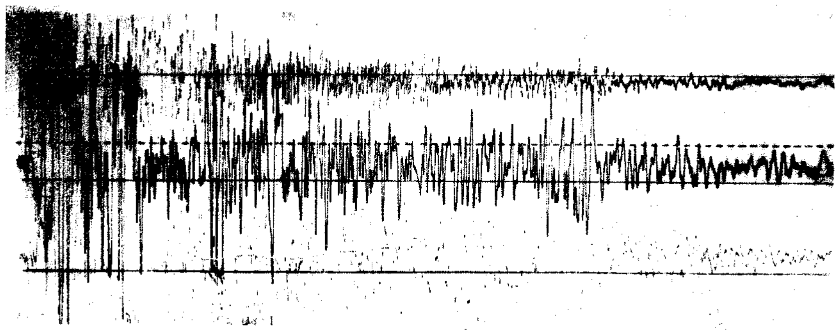


Fig.3・1　Original El Centro accelerograph record of Imperial Valley earthquake of May 18, 1940.

り，通常はEl Centro, 1940と称される強震記録である。この記録はU.S. Coast and Geodetic Surveyの刊行になるUnited States Earthquakes 1940[1]に記載されたものであり，同時にこの原記録のＮＳ，ＥＷおよびＵＤ成分を分離してトレースした波形も示されており，これがFig.3・2である。震央距離は約４８kmであり，約1,５００mに達する深い砂質沖積層の地盤上で記録されたものである。また水平成分のベクトル和の最大加速度は約３５０cm/sec²と推定されている。この地震記録は大きな加速度を伴い，かつ地震の継続時間も長く，いわゆる強震記録として得られた最初のものであり，地震工学の分野においては最も著名な地震記録の一つである。すなわち，この地震記録は強震に関する多大の情報を与え，かつこれに対する構造物の耐震設計のあり方についても変革を働きかける重要な貢献をし，そして今日に至るまで，代表的な強震記録として構造物の応答計算における入力波形として広く用いられている。しかるに，この原波形はFig.3・1にも明らかなようにきわめて不鮮明であ

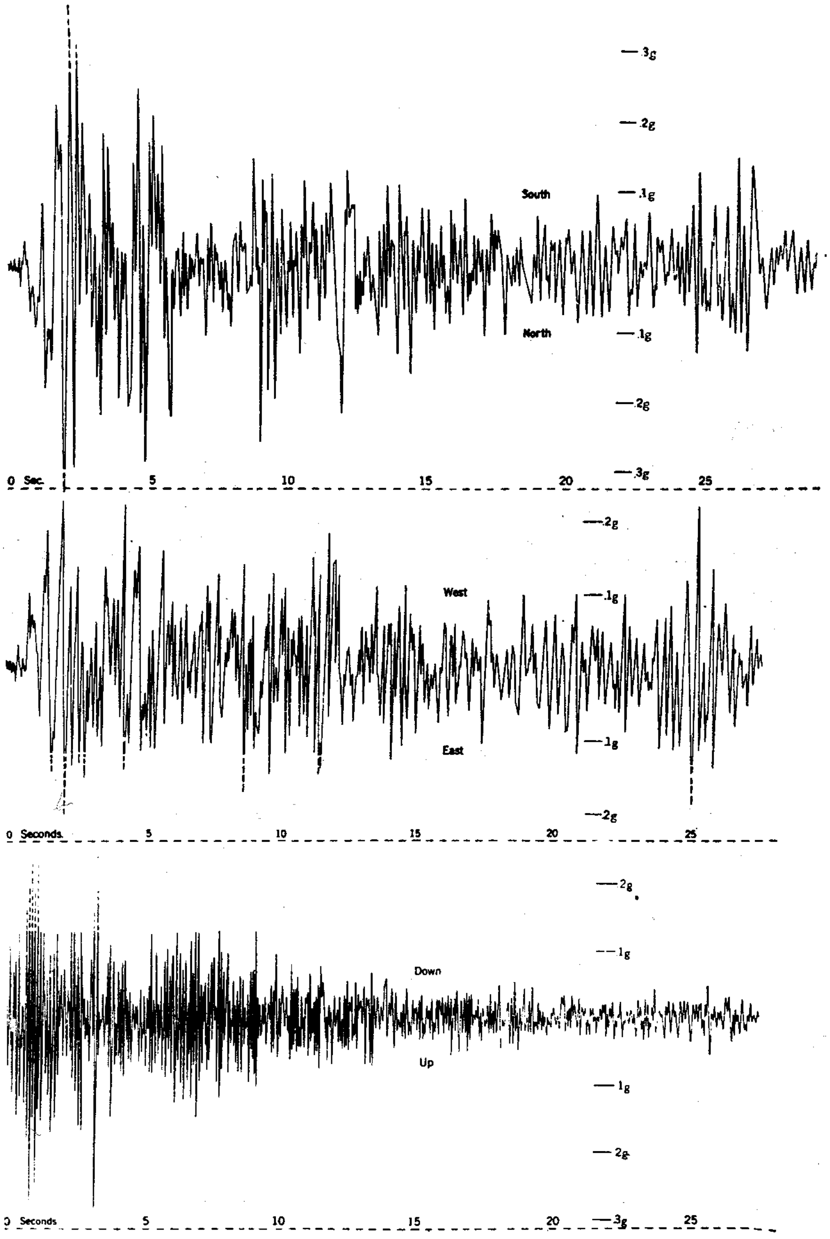


Fig.3・2 Tracings of accelerograph records obtained at El Centro on May 18, 1940.

り，特に振幅の大きな部分においては各成分がさくそうして判別が非常に困難である。またＮＳ，ＥＷ成分とも振幅が記録紙幅を越えており，最大振幅はいずれも推定値である。したがって，周波数特性に関しては十分な情報と信頼度

を有しているものと考えられるが，最大の加速度振幅やあるいはこれに対する構造物の絶対最大応答量を問題とする場合には，その値の妥当性に関しては疑問の余地が残ることは明らかである。実際の応答計算に使用する際には，この記録のトレース波形をさらに適当な手段により数値化あるいは数量化して用いるのであり，そこには原記録とは違ったものを対象にしている危険性が大いにありうる。このような観点からも応答計算における入力波形として，実際に得られた強震波形であるというだけの理由で，これに固執する必然性はほとんど存在しないと考えねばならない。

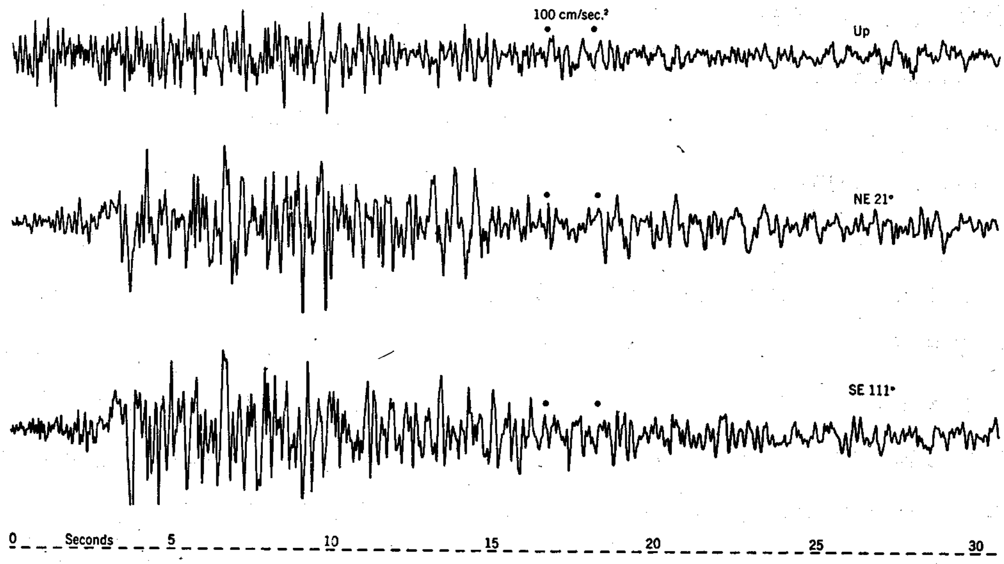


Fig.3·3　Tracings of accelerograph records obtained at Taft on July 21, 1952.

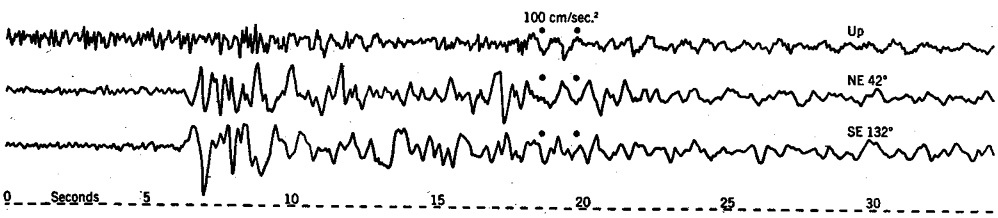


Fig.3·4　Tracings of accelerograph records obtained at Santa Barbara on July 21, 1952.

Fig.3.3は1952年7月21日に起ったmagnitude 7.7のSouthern California Earthquakeにおいて震央から約64㎞離れたTaftの丘陵で得られた加速度波形のトレース[2)]であり，Fig.3·4は同じ地震において，震央から約90㎞離れたSanta Barbaraで記録された地震波形を示したものである。El CentroとTaftの波形は強震記録を代表するものとして，かつSanta Barbaraの波形は同一地震におけるTaftとの対比として以下の解析に供した。

Figs.3·2, 3·3, 3·4の波形を約10倍に写真拡大した後，すべての頂点および変曲点を直線で結び，直線の交点の座標を読み取って数値化し，このデータを電子計算機により処理して，0.02 secごとの加速度振幅を算出した。この場合，各交点は直線で結んだ。また，El CentroとTaftの記録では振幅が記録紙幅を越えている部分の推定値としては通常用いられている値を採った。

地震動は元来非定常な現象であり，また時間に関して非周期関数でもあることから，その周波数特性はフーリエスペクトルによるのがスペクトル解析の観点からは正しい。そこでEl Centro波形についてはEW成分，TaftはSE 111°，Santa BarbaraはNE 42°の波形についてフーリエスペクトルを算出図示したのがFig.3·5である。El Centroでは約2c/sに，Taftでは3c/s付近にスペクトルのピークが認められるが，いずれも1～5c/s程度以外の周波数帯における振幅は低く，周波数とともに漸減する傾向が認められる。これはSanta Barbaraについても同様であり，5c/s付近を境にしてスペクトル値に断絶が見受けられる。いずれにしても，強震記録の周波数領域におけるパターンとしては数サイクル程度の低周波数域にピークを持ち，高周波数の成分は指数的に減少する傾向を持つものと考えられる。

地震動の波形は非常に複雑であり，不規則に変動すると同時にまたある程度周期の似通った波も見られる。このように不規則性と周期性を持った波形の特性を調べるには，自己相関関数による検討が適当であろう。先にフーリエスペクトルを計算した三つの波形について計算した自己相関関数を示したのがFig.3·6である。この図から明らかなように，原波形はいずれもかなり不規則であるように見受けられるが，フーリエスペクトルのピーク周波数に対応する周期を

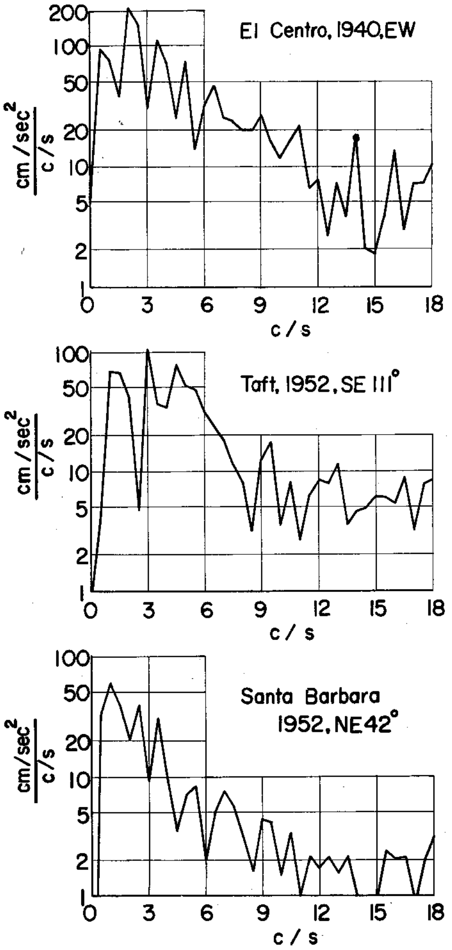


Fig.3・5 Fourier spectra for strong-motion earthquake records

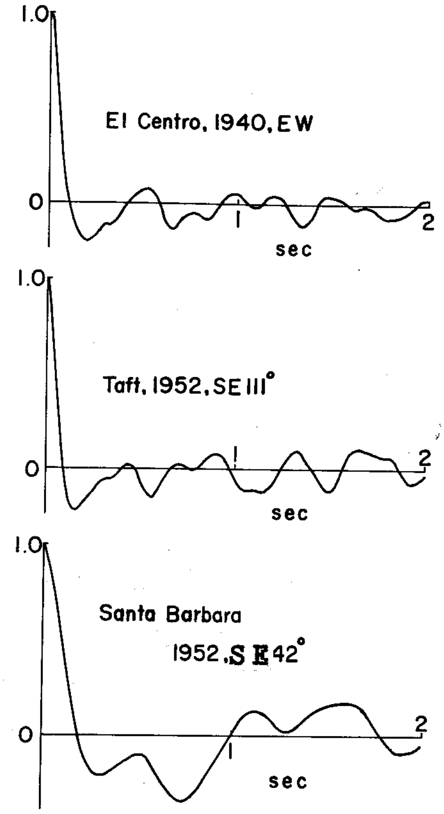


Fig.3・6 Normalized autocorrelation function for strong-motion earthquake records

持った周期性が潜在していることをも示している。このように地震動はある程度の周期性を備えてはいるが，全体としては不規則に変動する振動現象であり，ここに地震動あるいはその結果として観測される地震波形を偶然性に支配される確率過程として考える立場が生まれてくる。

地震動あるいは地震時に記録された加速度波形のこのような不規則性は発震機構と地震波の伝播過程にその原因があるものと考えられる。地震動の発震機構に関してはまだ明らかにされていない面があるが，長期間あるいは短期間にわたって地下に蓄積されたひずみエネルギーが解放される際に生じる衝撃であ

る点には変わりがなく，そこに不規則性が伴うことは十分に考えうる。また波動が地中を伝播する過程において，複雑な屈折，反射，散乱を繰り返すことは明らかであり，その原因である地盤内の不連続性，散乱物体のちらばり，地盤構成の局地的な変化などが不規則に変化することは容易に推測されることであり，これらが地表面上で観測される地震波形に影響を及ぼすのであろう。

地表面で観測される加速度波形を確率過程とする観点からは，加速度振幅に関する確率密度を考えることができ，過去に得られた強震記録において定常とみなせる部分について検討するといずれもほぼ正規分布することが知られている。

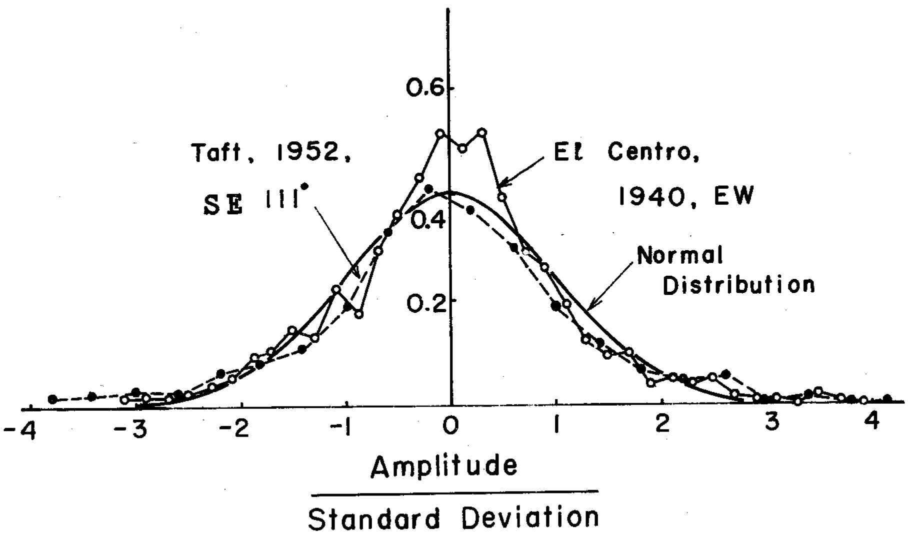


Fig.3·7 Probability density of acceleration amplitude for strong-motion earthquake records

Fig.3·7はEl CentroとTaftの波形について計算した加速度振幅の確率密度分布であり，同時に標準正規分布の確率密度曲線をも示して対比した。いずれの波形についても全体としては正規分布に近い形状をしていることが認められるが，El Centro波形では振幅の小さい部分で，Taftの波形では振幅の大きな部分において標準正規分布より密度が高くなっている。El Centro波形

の場合は，Fig.3·2 からわかるように，地震の強さはほぼ一定ではあるが，一時的に振幅が小さくなることと，地震の終りの部分も考慮されているために確率密度曲線の中央部付近の密度が増したのであり，また Taft 波形の場合には時間の経過とともに加速度振幅が減少し，それによって標準偏差が低下するために，最大振幅やそれに近い振幅を伴う部分が相対的に大きく評価されることになり，振幅の大きい部分の密度が標準正規分布に対するものより高くなるものと考えられる。したがって，記録波形から得た確率密度曲線の正規分布への適合度は波形のどの部分を採るかによって変化するが，上に述べたような非定常性の影響を勘案すれば，加速度波形の定常部分については正規分布をするものとみなしてよかろう。一方，地表面付近での地動が先述のように，地中での不規則な屈折，反射の結果生じた波動成分の重ね合わさったものと考えるならば，その結果として得られる波形の振幅は正規分布に従うべきであるが，上に検討したように，過去に得られた強震波形の加速度振幅が正規分布に近いことは，こうした考えの妥当性を裏付ける資料を提供しているものと解してよかろう。

(2) 地震動の非定常性

地震動を解析的に表示する，あるいは地震波形を人工的に合成するには実地震により得られた記録波形の持つ特性を明らかにしておかねばならない。地震動のような非定常でかつ非周期的な現象の周波数特性はフーリエスペクトルにより，またその不規則性の検討や波形の分析は自己相関関数により行なわれ，かつ振幅の特性を調べるには確率密度関数による検討が適している。しかるに，地震動は元来非定常な現象であるから，こうした方法によって得られる分析結果には非定常性の影響が内在することに注意しなければならない。たとえば，地震記録の全長についての確率密度を調べると，当然低レベルの振幅の密度が高くなり，地震動の非定常性が強いほどこの傾向が増大するであろうことは前

節に述べたとおりである。また，地震動の解析的表示やその模擬においても地震動の強さの時間的な変化の設定が必要であり，ここにも地震動の非定常性に関する検討が要求される。

地震動を確率過程とする考え方では，同一の地震について，多数の地点での多数の地震記録が得られるならば，これから波形の変動を集合平均を用いて消去することにより，その強さの時間的な消長の大略を知ることができよう。しかるに，このような方法に適した多数の記録を実地震によって得ることはきわめて困難であり，単一の地震波形を解析の対象とせざるを得ない。そこで，このような集合平均に代わる方法として以下のような移動平均による平滑化の方法が考えられる。

いま，時系列f_jを地震記録から等時間間隔 Δt ごとに読み取った加速度振幅とし，その合計数をM個として，次式により$\overline{f_j}$を計算することを考える。

$$\left.\begin{aligned}\overline{f}_j&=\left\{\frac{1}{2(j-1)\Delta t}\sum_{s=1}^{2j-1}f_s^2\right\}^{1/2} \quad (j<m)\\ \overline{f}_j&=\left\{\frac{1}{T_m}\sum_{s=j-m}^{j+m}f_s^2\right\}^{1/2} \quad M-m\geqq j\geqq m\\ \overline{f}_j&=\left\{\frac{1}{2(M-j)\Delta t}\sum_{S=2j-M}^{M}f_s^2\right\}^{1/2} \quad j>M-m\end{aligned}\right\} \qquad (3\cdot2\cdot1)$$

ここに，T_m は移動平均周期であり，$2m\Delta t$ に等しい。上式の右辺はTm時間におけるf_jの標準偏差であるので，$\overline{f_j}$はこの時間内における平均強度を表わしていることになる。このような方法で得られる結果は移動平均周期Tmに左右されるから，適当な移動平均周期の選定を行なわねばならない。

Fig.3・22に示した波形はいずれも後に述べるように，無次元化した卓越周期が0.1，分散が 1/2 の定常確率過程と最大振幅が1である確定関数との積で表わした地震動の模擬波形の例であり，下段の波形について上の式(3・2・1)によって計算した$\overline{f_j}$曲線を **Fig.3・8** に示した。同図中の破線は集合平均により解析的に算出される既知の曲線であり，上記の確定関数を $1/\sqrt{2}=0.707$ 倍したものである。無次元の移動平均周期Tm^*が1の場合の計算結果は集合平

均による曲線によく合致しており，これより卓越周期の１０倍程度の周期による移動平均法により，地震加速度の強さの時間的変化の推定が可能なことがわかる。

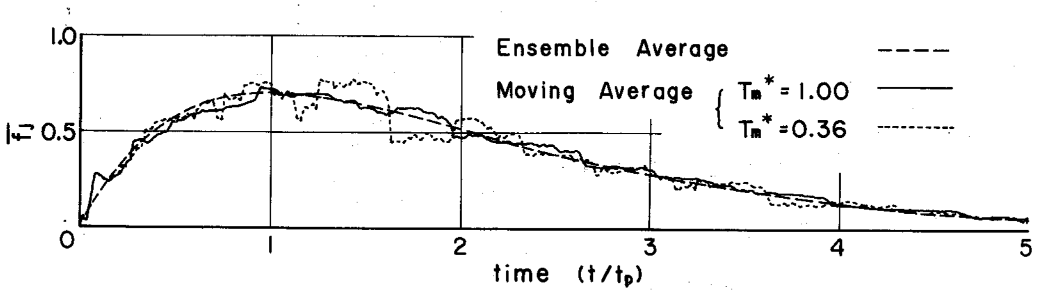
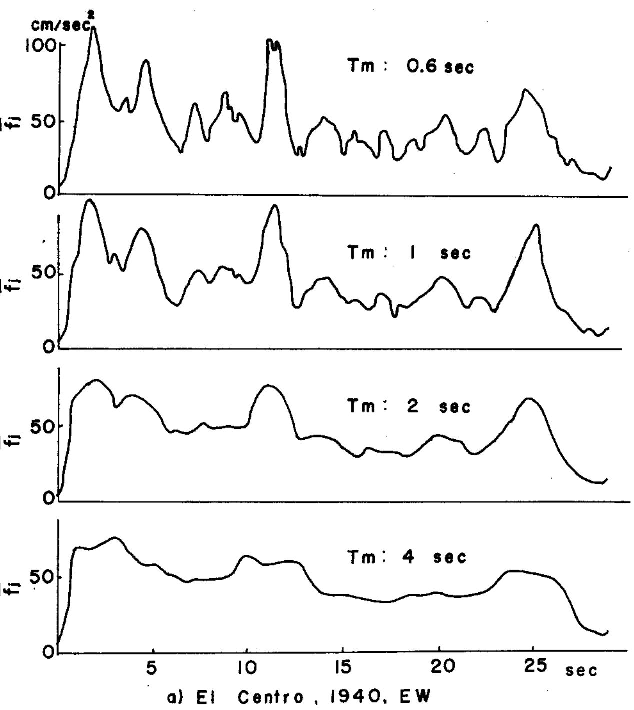


Fig.3·8 Comparison of $\overline{f_j}$ curves calculated by ensemble average and moving average



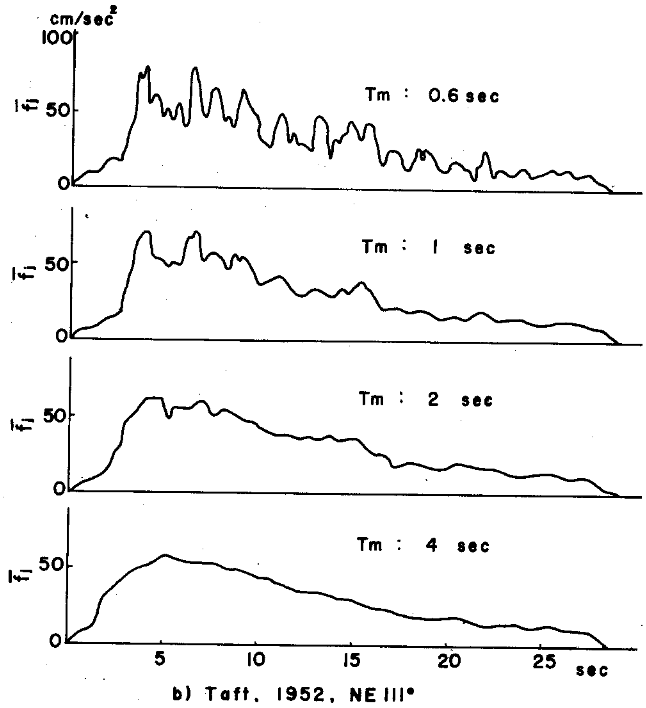


Fig.3・9 $\overline{f_j}$ curves for strong-motion earthquake records

Fig.3・9は先にFig.3・2に示したEl Centro，1940，EW波形とFig.3・3のTaft，1952，SE 111° 波形について，上記の方法により4通りの移動平均周期に対して求めた$\overline{f_j}$曲線である。いずれの地震記録についても，Tmが4 secの場合にはかなりなめらかな曲線となっており，El Centro，Taft両波形の卓越周期はそれぞれ0.5 sec，0.33 secであることから，これらの結果からも卓越周期の約10倍程度の周期の移動平均が適当であろうと推測される。

かくして得られた$\overline{f_j}$の値で，対応する時刻のf_jを除して得られる時系列はほ

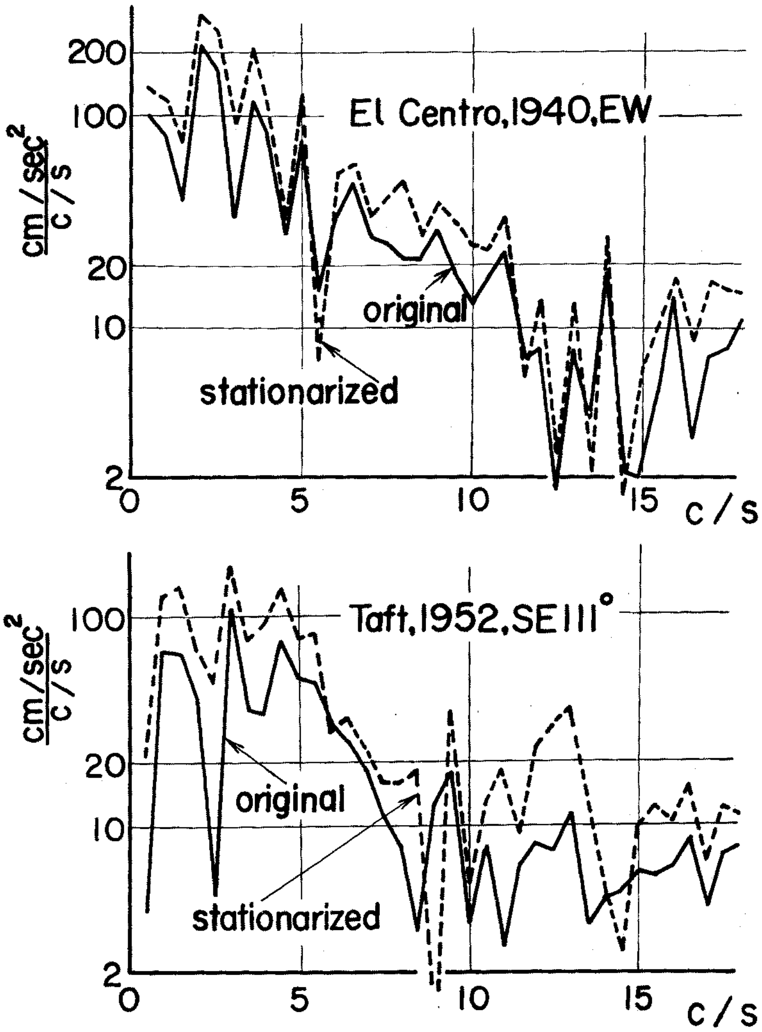


Fig.3·10 Distortion of spectra by stationarization of strong-motion earthquake records

ぼ定常であるとみなせる。Fig.3·10はこのような方法で定常化した波形のフーリエスペクトルと原波形のスペクトルを先の二つの実地震記録について比較したものである。いずれの地震についても移動平均周期T_mは4 secを用いた。定常化した波形のスペクトルのレベルは両波形とも原波形のそれよりも高いが，これは原波形の振幅の小さな部分が拡大されて，それぞれのスペクトルに寄与しているからである。したがって，振幅の小さな部分のスペクトル構造が，主要動におけるそれと異なっているならば，定常化した波形については，対応する周波数帯のスペクトル振幅が増大するはずである。しかるに，El Centro

波形の場合にはスペクトルの形状にはほとんど差異が認められない。また，Taft波形については12～13 c/s付近でのスペクトル振幅が2～3倍になっているが，5 c/s以下の周波数帯に比較して，約2割程度のレベルであり，振幅の小さな部分にはやや高い周波数成分が含まれているものの，全体としては同一のスペクトル構造を持っているものとみなしてよいことを示している。

以上のように，代表的な強震記録である，El Centro 波形，Taft波形のいずれも，時間の経過による周波数特性には顕著な変化は認められず，ただその強さだけが時間とともにゆるやかに変化するものと考えてよかろう。遠地地震の場合には地震波の種類により，伝播機構や伝播速度の相異から，周波数特性の異なる波動が時間差を持って到達することから，一つの地震動を通じて観測される波形のスペクトル構造も時間とともに変化する場合がある。しかるに，構造物の耐震設計において対象とするような強震記録は継続時間が比較的長く，震源距離が比較的短かいことから，地震動の初期微動や終りの部分以外においては周波数特性に著しい変化は生じないものと考えられる。

(3) 定常確率過程による地震波形の模擬

地震波形を確率過程として表現し，これに対する構造物や基礎地盤の応答に関する研究はすでに広く行なわれており，特に定常確率過程としての取り扱いは耐震工学上における各種の問題に応用されている。このような定常確率過程としての地震動の模擬には，最初の段階では white noise としての表現が用いられ，G．W．Housner[3)]，G．N．Bycroft[4)]，E．Rosenblueth[5)]などがこれを行なっている。この方法では，white noiseのパワースペクトルが一様であることから周波数領域における応答の評価が容易になるが，また同時にこのことが実地震動と対比したときの欠点でもある。さらに，地表面付近で観測される地震動は地盤中を通過した波動であり，地盤という一つの振動系からの出力であるという観点から，filtered white noise として地震動を表現することが考えられ，多治見[6)]は周波数領域においてこのような表現を行ない，またG．W．HousnerとP．C．Jennings[7)]はこれを時間領域において

検討するとともに，member functionを電子計算機で発生させ，実地震記録との対比をも行なった。

一方，非定常な確率過程としての取り扱いはV・V・Bolotin[8], J・L・Bogdanoff[9),10)], 棚橋・小堀・南井[11]らによって行なわれており，いずれも確定関数により非定常性を表示する方法がとられている。また，篠塚・佐藤[12]はfiltered white noiseを確定関数でしぼる場合と，white noiseを確定関数でしぼった過程を入力とするfilterからの出力で模擬する場合とを比較検討している。さらに，最近，M.Amin[13]は後者の場合と同類の場合について，地震動の模擬にはどのようなfilterが適しているかを詳細に検討している。

地震動の模擬に関する研究の概観は上述のようであるが，その周波数特性が全周波数域において一様であるか，あるいはimpulse response functionが既知であるfilterの周波数伝達関数に相似である場合が多い。しかるに構造物の建設される地点の地盤の特性を反映させるために，常時微動の測定などによって得られた周波数特性を地震波形のスペクトルとする場合には，これが必ずしも関数表示できるとは限らない。また，random pulse列によるshot noise型の定常確率過程を用いれば，理論的には任意のスペクトル密度を周波数領域において与えることができるが，これを時間領域において表現するためにはスペクトル密度の平方根の逆フーリエ変換が可能でなければならないため，任意のスペクトルを与えることは実際上の困難が伴う。そこで，ここでは周波数領域においては任意のスペクトルを持ち，時間領域では確率変数を導入することにより，簡単な解析関数で表現できる定常確率過程についての検討を行なう。

いま，余弦波の重ね合わせとして与えられる次式のような関数$g_N(t)$を考える。

$$g_N(t)=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=1}^{N}\cos(\eta_n t+\varphi_n) \qquad (3\cdot2\cdot2)$$

ここに，η_nは確率密度$p(\eta)$を持つ確率変数，φ_nは$0\sim2\pi$で一様に分布する

確率変数であり，Nは正整数である。上式の$g_N(t)$は時間 を固定すれば確率的に定まる量の和であり，大きな重ね合わせ数Nに対しては中央極限定理により，その値はGauss分布することになり，$g_N(t)$はGauss過程であることがわかる。また，この場合，確率変数η_nの分布形には無関係である。

次に，式（３・２・２）の自己相関関数$R_g^N(\tau)$は

$$R_g^N(\tau)=\lim_{T=\infty}\frac{1}{T}\int_0^T g_N(t)g(t+\tau)dt \tag{3·2·3}$$

で定義される。上式に式（３・２・２）を用い，

$$\lim_{T=\infty}\frac{1}{T}\int_0^T\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{N}\Big[\cos\left\{(\eta_m+\eta_n)t+\eta_m\tau+\varphi_m+\varphi_n\right\}+\cos\left\{(\eta_m-\eta_n)t+\eta_m\tau+\varphi_n-\varphi_m\right\}\Big]dt$$

$$=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{n=1}^{N}\cos\eta_n\tau & m=n\\ 0 & m\neq n\end{cases}$$

の関係を用いれば，結局

$$R_g^N(\tau)=\frac{1}{2N}\sum_{n=1}^{N}\cos\eta_n\tau \tag{3·2·4}$$

となる。ここには，位相を表わすφ_nはもはや含まれておらず，自己相関関数は各組成関数の配列あるいは位相関係には無関係に，過去から未来までの任意の２時刻間の時間差と組成周波数のみで決定されることを示している。

いま，Nは十分に大きな数とし，かつ遅延時間τはパラメーターとみなしてこれを固定して考えると，η_nの従う分布$p(\eta)$の最大周波数をη_cとするとき，周波数軸上にはη_nはFig.3.11−b）のように配列されることになる。ここで，周波数帯域$0\sim\eta_c$をM等分して得られる微小帯域を$\Delta\eta$とし，このm番目の帯域内にあるη_nの数を$r(m\Delta\eta)$と表わせば，式（３・２・４）は次式で近似表示できる。

$$R_g^N(\tau)\cong\frac{1}{2N}\sum_{m=1}^{M}r(m\Delta\eta)\cos(m\Delta\eta\,\tau) \tag{3·2·5}$$

ここで，$N\to\infty$とすれば

$$\lim_{N\to\infty}\frac{r(m\Delta\eta)}{N}=p(m\Delta\eta)\Delta\eta \tag{3·2·6}$$

であるから，これを式（３．２．５）に用いれば

$$\lim_{N\to\infty}R_g{}^N(\tau)=\frac{1}{2}\sum_{m=1}^{M}p(m\Delta\eta)\times\cos(m\Delta\eta\tau)\Delta\eta \tag{3·2·7}$$

となる。ここで，$0\sim\eta_c$ 間の分割数を増せば，$m\Delta\eta$はηに，$\Delta\eta$は$d\eta$，級数記号は積分記号に書き改められる。またηc以上の周波数に対しても$p(\eta)$が０として定義されているものとすれば，結局

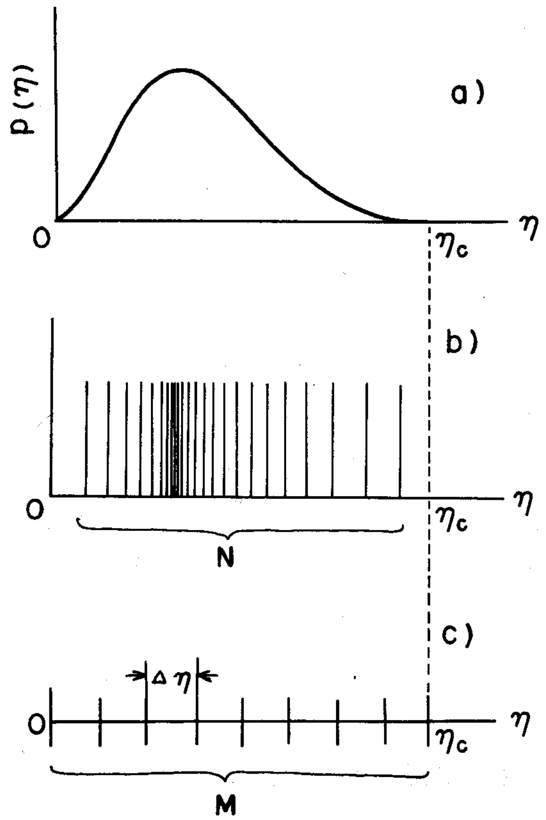


Fig.3.11

$$\lim_{N\to\infty}R_g{}^N(\tau)=\frac{1}{2}\int_0^\infty p(\eta)\cos\eta\tau\,d\eta \tag{3·2·8}$$

が得られる。一般に定常確率過程に対しては，その自己相関関数とスペクトル密度とはフーリエ変換の対をなすから$y_N(t)$のスペクトル密度を$S_y^N(\omega)$と表わせば

$$S_g{}^N(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{R}_g(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau \tag{3·2·9}$$

である。ここで，$N\to\infty$として上式に式（３．２．８）の関係を用いることにより

$$\lim_{N\to\infty}S_g{}^N(\omega)=\frac{\pi}{2}\int_0^\infty p(\eta)\left\{\delta(\omega-\eta)+\delta(\omega+\eta)\right\}d\eta \tag{3·2·10}$$

となる。ここで，$p(\eta)$は$\eta<0$に対しては0とすると上の式の右辺の積分は$-\infty$から∞までの積分に置き換えられ，これはデルタ関数$\delta(t)$の積分に関する特性により，

$$\lim_{N\to\infty} S_g{}^N(\omega) \doteq \frac{\pi}{2} p(\omega) \qquad (3\cdot2\cdot11)$$

が得られる。したがって，式（３．２．２）において$N\to\infty$とした定常確率過程

$$g(\eta,\varphi;t)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=1}^{\infty}\cos(\eta_n t+\varphi_n) \qquad (3\cdot2\cdot12)$$

を考えれば，このスペクトル密度$Sg(\omega)$は確率変数η_nが属する確率密度関数$p(\eta)$と相似であることになる。したがって，任意のスペクトル密度$S(\omega)$を持つ定常確率過程は確率密度$2S(\omega)/\pi$を持つ確率変数を用いて，式（３．２ １２）により表現することができる。またこのようにして得られる定常確率過程は$p(\eta)$には無関係にGauss過程となる。

(4) 模擬地震波形の発生

式（３．２．２）で表わされる確率過程を構成するmember functionはMonte Carlo法の手法を用いることにより，電子計算機内に自動的に発生させることができる。すなわち，所期のスペクトル密度と相似な曲線$p(\eta)$を表わす数値をデータとして与え，これをηに関して積分した後，正規化して確率分布関数$p(\eta)$を計算する。次に，計算機内に発生させた０～１で一様な擬似乱数を$p(\eta)$を用いて密度変換を行ない，$p(\eta)$分布に従う周波数η_nを得ることができる。また，η_nを求めるのに用いたのとは独立の０～１で一様な擬似乱数からφ_nを得て，この二つの確率変数から$\cos(\eta_n t+\varphi_n)$を作り，これをN個重ね合わせることにより，式（３．２．２）で表わされる関数のmember functionが得られる。計算に用いた擬似乱数は２組の１０桁の数を与えて，その積の中央部１０桁を抽出して新しい乱数を作り出す方法を繰り返し行なって得たものであるが，この場合供給しうる乱数列は約５０,０００組までは非周

期的であることが，計算機による実験により経験上保証されている。

数値計算に用いた周波数の確率密度の分布曲線は Fig.3.12に示した二つの場合である。以下においてはa）の型に属するものをA群b）に属するものをB群と称する。データとして与える確率密度曲線は計算機内で正規化を行なうから，縦軸で示される確率密度の大きさは適当なスケールで与えておけばよい。A，B両群とも最大周波数は10c/sとし，これを0.1 c/s間隔で合計101個の縦軸の値をデータとして与えた。

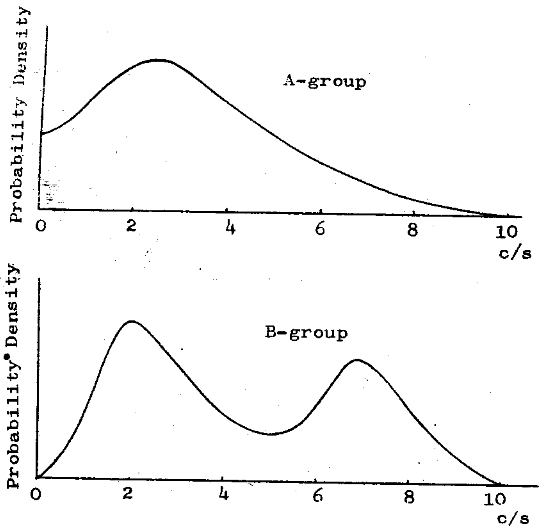


Fig.3.12 Probability density of frequency η

また重ね合わせの数Nはいずれも200として，各群とも5個の member function を発生させた。これらの例を0.02 sec間隔で10 secまでを示したのが Fig.3.13であり，それぞれA群，B群に属するものである。

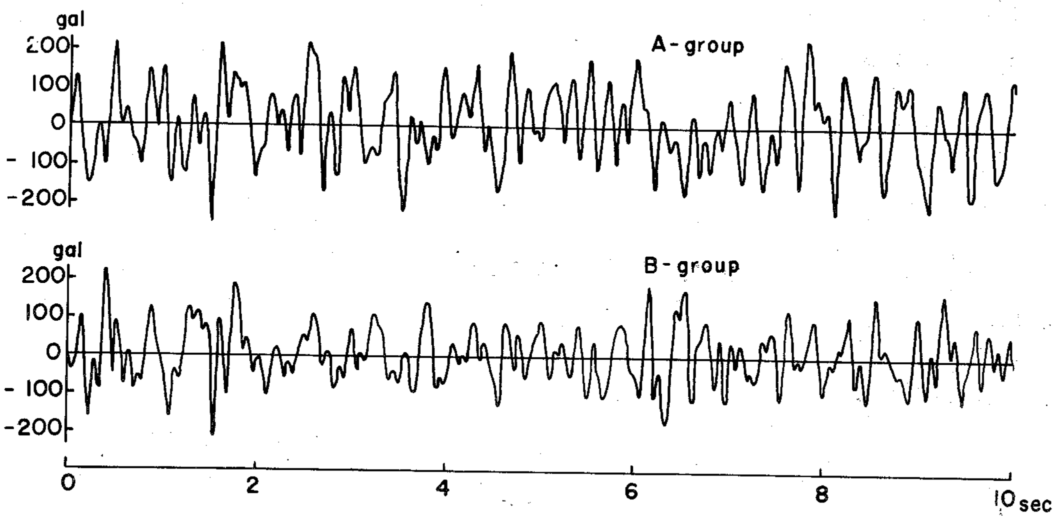


Fig.3.13 Examples of stationary random processes generated on computer

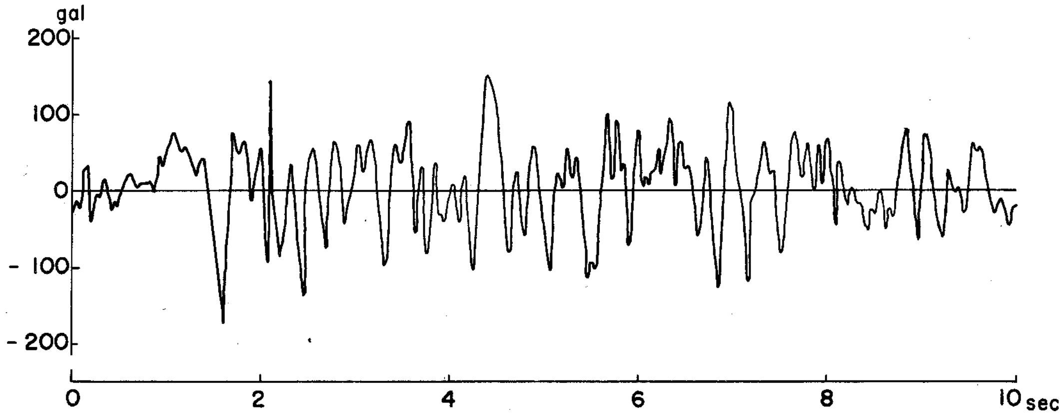


Fig.3.14　A part of accelerograph record of Taft,1952,NE21° component

Fig.3・14はこれらとの比較対照のために前掲の Taft,1952 の波形のうち，比較的定常と見られる部分を，A，B群に対する計算例と同一の時間軸で示したものである。Fig.3・13の定常過程は Fig.3・12のように異なった周波数特性を持っているにもかかわらず，時間領域では両者の波形には明瞭な差異は見いだせない。このような関係は実地震記録である Taft の波形についても同様である。こうしたことは，加速度振幅と時間との関係として表わされた地震記録の波形からは，その地震動の特性，特に周波数特性を見いだすのは困難であることを示唆している。

次に，以上の方法で得られた定常過程のパワースペクトルについての検討を行なった。式（3・2・2）で与えられる定常過程の member functionは単一の周波数を持った周期関数の合成関数であることから，そのスペクトルは連続スペクトルではなく，非常に“ゆらぎ”の多いものになる。そこで同一の群に属する5個の member functionの群内での平均値を示したのがFig.3・15である。また，0～10 c/sまでの周波数域を100の帯域に分割し，Monte Carlo 法によって得られた組成周波数が各帯域内に入る頻度を計数し，各群内での平均値を示したのが Fig.3.16 である。Fig.3.15 と Fig3.16 のA，B両群のスペクトルおよび頻度は Fig.3.12に示した組成周波数の確率密度にか

なり良い相似性を示しており，式（3・2・11）の関係が有限のN値についても近似的に成立していることがわかる。

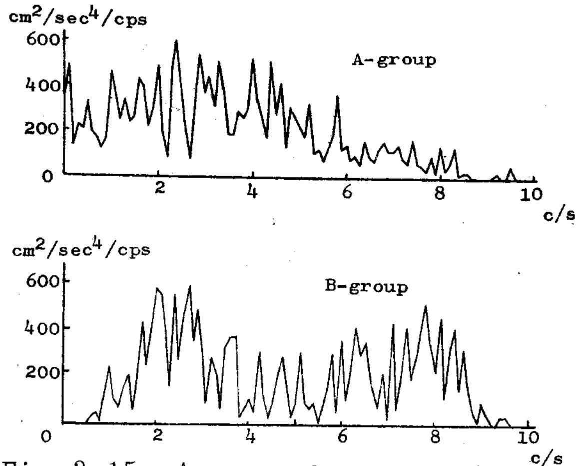


Fig.3・15 Average of power spectra for simulated ground accelerations

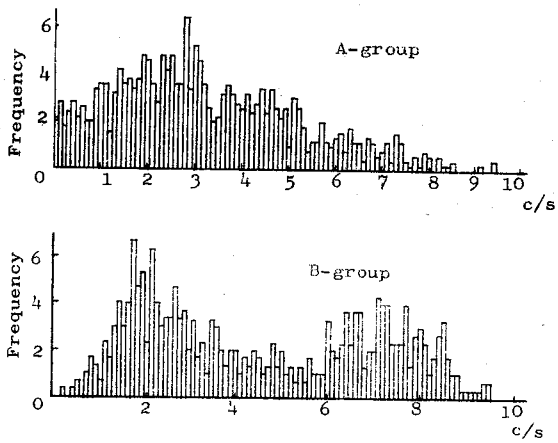


Fig.3.16 Average of frequency distribution of η_n for simulated ground accelerations

Fig.3.15とFig.3・16はいずれも重ね合わせ数Nを200とした場合の5個のmember functionの平均値であるから，Nを１０００とした場合のスペクトル密度および頻度分布の〝ゆらぎ〟はこれらの図に示したものと同程度であると考えてよい。ここで行なった方法は，換言すれば多数の乱数の密度によりFig.3.12に示された曲線を表わすことであり，このようなMonte Carlo法では一般にきわめて多数の試行が必要である。したがって試行数すなわち組成周波数の数を増大させることによって，さらに〝ゆらぎ〟の少ない，なめらかなスペクトルを得ることができる。

しかるに，実地震記録のフーリエスペクトルは，すでにFig.3.5に示したようにかなり〝ゆらぎ〟の多いものであり，パワースペクトル密度においてはさらにこれが強調されることになる。したがって山と谷の多いスペクトルを持つような過程は，それをFig.3.12の$p(\eta)$として与えなくとも，得られるスペクトル密度の細部は予測できず，確率的に定まることを容認するならば，

ある程度少ない重ね合わせ数により目的を達することができることになる。しかしながら，重ね合わせ数Nが少ない場合には波形の周期性が増すことが推測され，強震記録の持つ不規則性が失なわれることになる。そこで，波形の不規則性と重ね合わせ数Nとの関係を調べた結果がFig.3.17である。

この図はNの値が５０，２００，４００の場合を比較してあり，いずれも卓越周波数は3 c/s であり，縦軸の値は２乗平均値で正規化してある。重ね合わせ数Nが５０の場合には遅延時間が0.０５sec付近での負の相関が0.4に近い値を示しており，またそれより大きな遅延時間に対して相関関数の値が正負ともに0.2を越える場合がみられる。しかるに，El Centro とTaft の波形の相関関数を示したFig.3.6や,その他の強震記録についても同様な検討を行なっているM・Amin の結果[13]によれば,強震記録の相関関数では0.1 sec程度以下の遅延時間に対して見られる負の相関はいずれもほぼ0.2程度以下であり，より大きな遅延時間に対しても正規化した相関関数の値が0.1を越えることは稀である。このような見地からすれば，重ね合わせ数Nが２００程度以上の場合には，実際の地震により得られた強震記録に近い相関関数を有するものとみなしてよかろう。

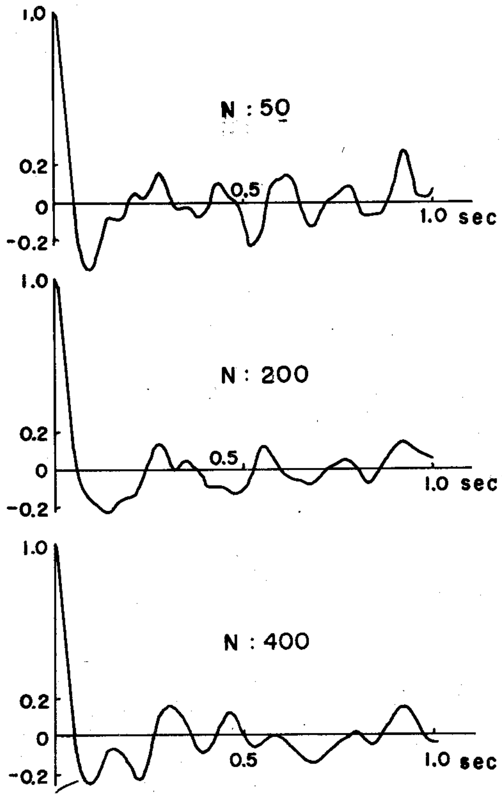


Fig.3.17
Distortion of normalized autocorrelation function

次に，振幅の頻度分布を各波形について求め，各群での平均値を示したのがFig.3.18である。A群はやや中央部付近においてずれているが，大略は正規分布に従っているものとみなせよう。重ね合わせ数Nを増せば，正規分布に漸近することは中央極限定理からも明らかである。

また，数多くの実地震記録について解析された結果によると，１質点系に対する速度応答スペクトルが非減衰固有周期に関してほぼ一定の傾向を持つとされている[14)〜16)]。したがって，確率過程で地震波形を模擬するためには実地震の持つこうした特性を備えている必要がある。そこで，１０個の波形について，次式で表示される速度応答S_vを計算した結果をFig.3.19に示した。

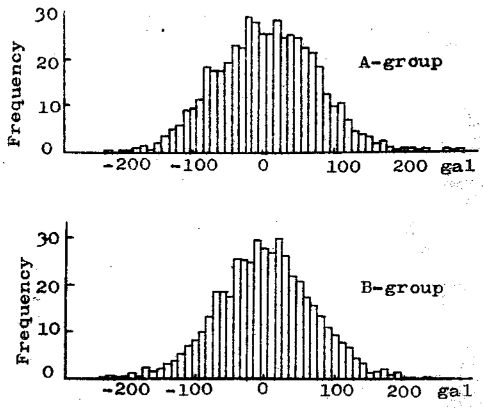


Fig.3.18
Average of frequency distribution of acceleration amplitude

$$S_v=\left[\int_0^t g(t)e^{-\frac{2\pi h}{T_0}(t-\tau)}\sin\frac{2\pi}{T_0}(t-\tau)d\tau\right]_{max} \qquad (3\cdot2\cdot13)$$

これらの応答スペクトル図はいずれも，各群に属する５個の波形についてのスペクトルの平均値を示したものであるが，ともに実地震記録に対する応答スペクトルと同様に，非減衰固有周期に対してほぼ一定の傾向を示しており，このような傾向が現われるのが約 0.6 sec 程度以上の固有周期に対してであることは，G.W. Housner が５個の実地震記録について得た結果とほぼ合致している。

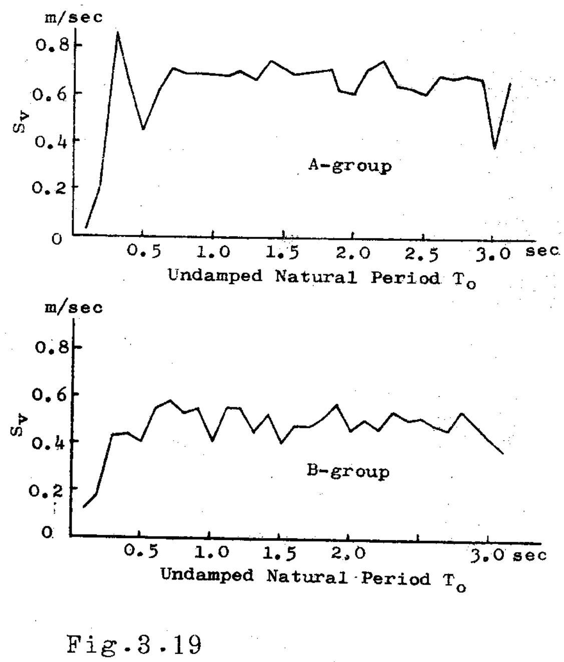


Fig.3.19
Average of velocity spectra for simulated ground accelerations

Fig.3.19において，Ａ群とＢ群の速度応答スペクトルを比較すると，Ｂ群の方がやや応答が小さくなっていることがわかる。Ａ群とＢ群に属

する波形はそれぞれの周波数特性が違っているだけであることから，応答スペクトルのレベルには入力波形のスペクトル構造が密接な関係を持っていることが推測される。すなわち，入力波形に高周波数成分が増すと速度応答スペクトルのレベルは全般に低下するものと思われるが，この問題に関しては後に検討することになろう。

(5) 非定常確率過程による地震波形の模擬

式（３・２・２）で表わされる関数は重ね合わせ数Nを適当に選定することにより，任意の周波数特性を与えることができると同時に実地震記録の示す不規則性を持たせられ，かくして得られる波形は速度応答スペクトルを非減衰固有周期に対してほぼ一定にすることから，地震動のモデルあるいは模擬波形たりうることが認められよう。しかし，地震動は本来非定常な現象であるから，地震動を確率過程として表現するためには，これを非定常確率過程として取り扱うのが妥当であり，またその場合には確率法則，例えば確率分布関数なども時間とともに変化するものと考えるのが自然な考え方であろう。しかるに，実際の地震動によって得られる各地震波形は，地震動を確率過程と考える観点からは単に一つの member functionにすぎないから，こうした自然地震の記録波形から，それが属する集合の確率法則の時間的変化を見いだすのはきわめて困難である。

すでに(2)において検討したように，強震記録と称される地震波形においては，その周波数構造は一つの地震の主要部を通じてほぼ一定の傾向にあり，その振幅あるいは強度が時間とともに変化しているものと考えられる。このような観点に立てば，地震動を非定常確率過程として取り扱う場合には，定常確率過程を表わす関数と時間に関する確定関数との積で与えられる擬定常確率過程としての地震動の表現が許される。ここでは，このような観点から，地震動の模擬を行ない，地震加速度$f(t)$を次式で書き表わす。

$$f(t)=\psi(t)g(\eta,\varphi:t) \tag{3·2·14}$$

ここに，$\psi(t)$ は時間に関する確定関数であり，$g(\eta,\varphi,\tau)$ は式（３・２・１２）で表わされる定常確率過程である。

地震動を上式のような非定常確率過程として取り扱う場合には，その自己相関関数が二つの時点 t_1, t_2 の時間差 τ のみの関数とはならず，通常の時間領域における相関関数やスペクトル密度に関する表現は用いることができないが，時間をパラメーターとする集合平均として定義される相関関数を用いることができる。

いま，式（３・２・１４）で表わされる非定常確率過程 $f(t)$ の共分散を $K_{FF}(\tau_1, \tau_2)$ とすれば，それは次式で定義される。

$$K_{FF}(\tau_1, \tau_2) = E[\{f(\tau_1) - \mu_F(\tau_1)\}\{f(\tau_2) - \mu_F(\tau_2)\}] \tag{3·2·15}$$

ただし

$$\mu_F(\tau) = E[f(\tau)] \tag{3·2·16}$$

しかるに $g(\eta,\varphi;\tau)$ の集合平均は明らかに０であるから，$f(t)$ についても同様であり，

$$\mu_F(\tau) = 0 \tag{3·2·17}$$

である。

したがって，

$$K_{FF}(\tau_1, \tau_2) = E[\psi(\tau_1)\psi(\tau_2) g(\eta, \varphi; \tau_1) g(\eta, \varphi; \tau_2)] \tag{3·2·18}$$

となるが，φ を含む項の集合平均は０であることから，定常過程における自己相関関数におけると同様にして

$$K_{FF}(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{2}\psi(\tau_1)\psi(\tau_2)\int_0^\infty p(\eta)\cos\eta(\tau_1-\tau_2)\,d\eta \tag{3·2·19}$$

が得られる。したがって，２乗平均 $\sigma_f^2(t)$ は式（３・２・１９）において，$\tau_1 = \tau_2 = t$ として

$$\sigma_f{}^2(t) = \frac{1}{2}\Big\{\psi(t)\Big\}^2 \tag{3·2·20}$$

となり，これは確定関数のみで表わされることになる。式（3・2・12）で表わされる定常確率過程の2乗平均は1/2であるから，非定常確率過程を定常確率過程と確定関数との積で表わした場合には，2乗平均もそれぞれの2乗平均の積で与えられることを示している。

一方，式（3．2．14）で表わされる非定常確率過程のスペクトル構造は定常確率過程 $g(\eta, \varphi; \tau)$ のそれとは当然異なるが，この場合通常のスペクトル密度を用いることはできない。しかしながら，非定常確率過程 $f(t)$ がそのフーリエ変換 $F(\omega)$ を持つならば，その generalized spectral density $\phi_{FF}(\omega_1, \omega_2)$ は次式で定義される。

$$\phi_{FF}(\omega_1, \omega_2) = E[F(\omega_1)F^*(\omega_2)] - E[F(\omega_1)]\,E[F^*(\omega_2)] \qquad (3\cdot2\cdot21)$$

ただし，$F^*(\omega)$ は $F(\omega)$ の complex comjugate である。いま，式（3・2，14）において確定関数 $\psi(t)$ がフーリエ変換 $\bar{\psi}(\omega)$ を有するものとすれば，$f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ は次式で与えられる。

$$F(\omega) = \frac{1}{2}\left\{\exp(i\varphi)\bar{\psi}(\omega-\eta) + \exp(-i\varphi)\bar{\psi}(\omega+\eta)\right\} \qquad (3\cdot2\cdot22)$$

しかるに，上式は（$0 \sim 2\pi$）で一様分布する確率変数 φ を含み明らかに

$$E[F(\omega)] = E[F^*(\omega)] = 0$$

$$F(\omega_1)F^*(\omega_2) = \frac{1}{4}\Big[\exp(i2\varphi)\bar{\psi}(\omega_1-\eta)\bar{\psi}^*(\omega_2-\eta) + \bar{\psi}(\omega_1-\eta)\bar{\psi}^*(\omega_2+\eta) + \exp(-i2\varphi)\bar{\psi}(\omega_1+\eta)\bar{\psi}^*(\omega_2+\eta) + \bar{\psi}(\omega_1+\eta)\bar{\psi}^*(\omega_2-\eta)\Big]$$

であるから，結局 $f(t)$ の generalized spectral density $\phi_{FF}(\omega_1, \omega_2)$ は次式のようになる。

$$\phi_{FF}(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{4}\int_0^\infty \{\bar{\psi}(\omega_1-\eta)\bar{\psi}^*(\omega_2+\eta) + \bar{\psi}(\omega_1+\eta)\psi^*(\omega_2-\eta)\}p(\eta)d\eta \qquad (3\cdot2\cdot23)$$

以上のように，式（3・2・14）で表わされた非定常確率過程においては，集合平均により定義される相関関数，スペクトル密度などが，非定常性を規定する確定関数およびそのフーリエ変換形のみで表示することができ，このような過程の非定常性，スペクトル構造などの一般的な見通しが容易になる。

次に，非定常確率過程による地震動の模擬を考えると，時間に関する確定関数をいかに設定するかという問題がある。同一の地震に対して多くの地震記録波形群が得られるならば，それらの集合平均から地震の強さの時間的な移り変わりを知ることができるが，そのような記録群の得られる可能性はきわめて少なく，そこで，これに代わる近似的な方法として，(2)に述べたような方法が考えられる。多くの実地震記録についてこのような方法で地震動の強さの時間的変化を調べてみると，Fig.3・9に示した例からも明らかなように一定の傾向は認められない。これは，地震によって発震機構，地震波の伝播過程や媒体の特性などにより，地震動の強さや継続時間が多種多様に変化することからして当然であり，強震記録の標準形を見いだし，模擬において設定することは望めない。したがって，地震波形の模擬や地震動の確率過程によるモデルでは，考える地盤の種類や地震動の規模などにより，その場合に応じて適当に設定せざるを得ないものと考えられる。

以下，本文においては先にFig.3・9に示したTaft，1952の **SE111°** 成分波形についての強さの時間的変化を範として，移動平均時間T_mが4 secの場合の曲線に近い曲線を示すものとして次のような解析関数により，確定関数$\psi(t)$を表示することとした。

$$\psi(t)=a\frac{t}{t_p}\exp\left(1-\frac{t}{t_p}\right)U(t) \qquad (3\cdot2\cdot24)$$

ここに，aは加速度振幅，t_pは$\psi(t)$が最大になる時間tの値，$U(t)$はunit step functionである。上式で表わされる曲線をFig.3.20に示した。図中の破線はTaft，1952，**SE111°** のT_mが4.0 secの場合のt_pを5 secとして，このときの加速度振幅60.8 cm/sec²をaとして比較したものである。

周波数ηの確率密度$p(\eta)$は地震動のスペクトルと直接的な関係にあるから，

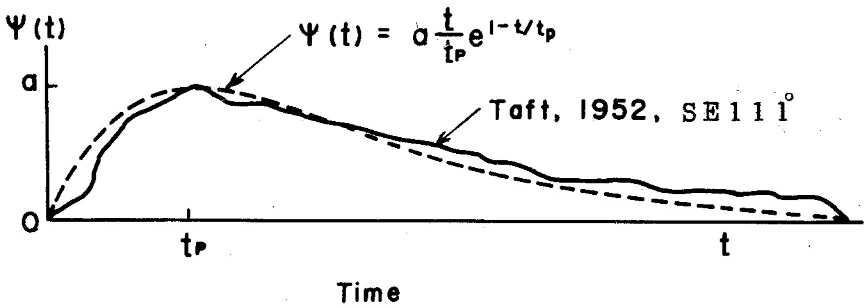


Fig.3.20 $\psi(t)$ curve used in calculation

まず実地震記録に関するスペクトルの一般的な解析がなされなければならない。このような，実地震動のスペクトルについては金井によって詳細な検討が行なわれており，半実験式も提案されている[17]。しかるに，この実験式は地盤の卓越周期付近にのみ適用可能であるという制限があり，高周波成分のスペクトルのレベルが高くなりすぎる傾向にある。しかるに，実地震によって得られた加速度記録のスペクトルは，すでにFig.3.5において明らかなように，高周波成分は漸減するのが通常でもあり，地震動で考えられる範囲の周波数域のすべてに適用しうるような表式は現在までには得られていない。しかるに工学的に問題になる地震動の卓越周期は各地盤に固有な値であり，その値は地盤の固有周期に近い値であると考えられており，このような考えの下では単一の山があり，その両側に向って漸減するようなスペクトルが考えられる。そこで，ここでは地盤の卓越周期の概念を取り入れたスペクトルを考え，これに対するηの確率密度関数$p(\eta)$を次式で表わす。

$$p(\eta)=\frac{4\eta^2}{\eta_p^3}\exp\left(-\frac{2\eta}{\eta_p}\right) \tag{3·2·25}$$

ここに，η_pは$P(\eta)$が最大になる周波数に対応し，地盤の卓越周期から求まる卓越円振動数と一致するものと考える。この関数の描く曲線をFig.3·21に示した。

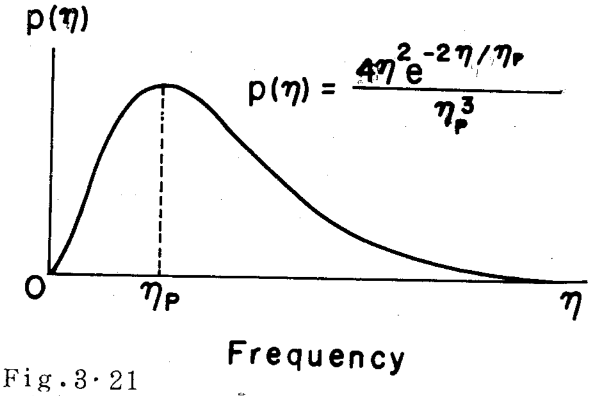


Fig.3·21
$p(\eta)$ curve used in calculation

次に，式（３．２．１４）および式（３．２．２５）に現われる量をすべて，t_p によって

$$\left.\begin{aligned}&\eta^*=\eta t_p,\\&t^*=t/t_p,\\&f_p{}^*=\eta^*/2\pi(=f_p t_p=t_p/T_p)\end{aligned}\right\}\qquad(3\cdot2\cdot26)$$

のように無次元化した後，(4)に述べたと同様な方法によって計算機内に発生させた波形の例をFig.3.22に示した。

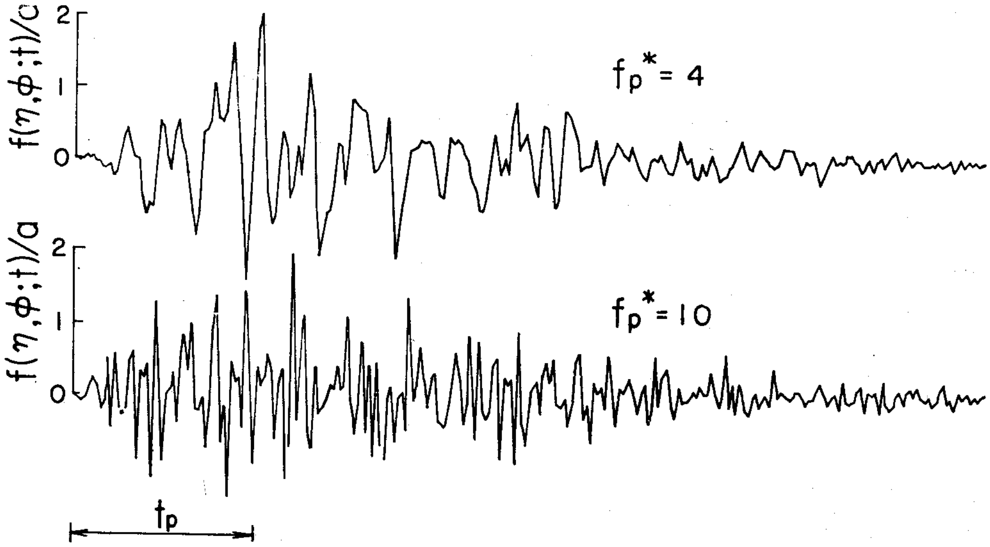


Fig.3·22 Examples of simulated ground acceleration

$f_p^*=4$，10はそれぞれ $g_N(t)$ のスペクトルのピークに対応する周期に対する $\psi(t)$ が最大になる時間の比が4，10の場合である。いずれの場合も最大振幅は $2a$ に近いことがわかるが，ここで取り扱っているのは確率過程であるから，この最大振幅をあらかじめ確定値として知ることができないが，$g_N(t)$ の標準偏差 σ_N が $1/\sqrt{2}$ であることから，f_p^* が極端に小さくない限りは $f(t)$ の最大振幅はほぼ $3\sigma_N a(=3a/\sqrt{2}\simeq 2a)$ 程度であることは推測できよう。しかるに，ここで対象としているのは非定常な確率過程であり，最大値を推定すること，あるいは最大値の確率分布を厳密に定めることは困難であるが，定常過程の場合に準じた近似的な取り扱いをするならば，最大振幅の推定に関するさらに良い近似式が得られる。

いま，$g(t)$ を定常なGauss過程とし，$g(t)$ がレベル ξ を越える回数に対す

るそのレベル以上にあるピークの数の比が1に近い場合には，$g(t)$のピークが設定したレベルξを越える回数の期待値$E〔M(\xi)〕$は次式で近似される。*)

$$E〔M(\xi)〕=\frac{1}{2\pi}\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma_1{}^2}\right) \tag{3·2·27}$$

ここに，σ_1，σ_2はそれぞれ$g(t)$,および$\dot{g}(t)$の導関数の標準偏差である。次に，非定常過程$f(t)$が時刻tにおいて，レベルξ以上にピークを有する回数の期待値を$E〔M(\xi, t)〕$とするとき，これが次式のように近似できるものとする。

$$E〔M(\xi\,;t)〕\cong E〔M(\xi)〕\cdot I(t) \tag{3·2·28}$$

ここに，$I(t)$は$f(t)$のR.M.S.の最大値に対する，各時刻でのR.M.Sの比である。ここで，$f(t)$として式（3・2・14）を用い，かつ$\psi(t)$および$p(\eta)$がそれぞれ式（3・2・24），式（3・2・25）で表わされるものとすれば

$$E〔M(\xi\,;t)〕\cong\sqrt{3}\,f_p\frac{t}{t_p}\exp\left(-\frac{\xi^2}{a^2}\right)\exp\left(1-\frac{t}{t_p}\right)U(t) \tag{3·2·29}$$

が得られる。上式の右辺を時間tに関して0～∞まで積分したものをM^*と書けば

$$M^*=\sqrt{3}\,f_pt_p\exp\left(1-\frac{\xi^2}{a^2}\right) \tag{3·2·30}$$

となる。これからξ/aを求めると

$$\frac{\xi}{a}=\sqrt{1-\ln\frac{M^*}{\sqrt{3}\,f_pt_p}} \tag{3·2·31}$$

が得られる。しかるに，上式中の$f_p\cdot t_p$は式（3・2・26）に明らかなようにf_p^*であるから，結局

$$\frac{\xi}{a}=\sqrt{1+\ln\frac{\sqrt{3}\,f_p^*}{M^*}} \tag{3·2·32}$$

となる。Fig.3・22に示した例について，M^*を1.0として上式によりξ/aを求めると，f_p^*が10，4の場合についてそれぞれ2.14，1.91となる。これらの値は図示した計算例の数値に近い値であり，式（3・2・32）は最大振幅についてかなり良い近似値を与えることがわかる。また，逆に地震波形の模擬においてf_p^*，M^*およびレベルξを設定すれば，この式（3・2・32）により加速度振幅aを決定することができる。

*）たとえば，文献19）のP.297およびP.304。

第3章　非定常確率過程入力に対する構造物の応答

(1)　構造物の応答

確率過程入力に対する構造物の応答を論ずる場合には，構造物はしばしば線型1自由度の振動系として取り扱われることがある。これは複雑な構造物あるいは多自由度の振動系においても減衰性状に関して適当な条件を設ければ，その運動は1自由度系におけるそれと等価になるためであり，また地震動を偶然性に支配される確率過程とする限りこれに対する構造物の応答もまた確定的に論ずることができないから，構造物の形成する振動系の設定だけを忠実に行なうことがあまり意味を持たないからでもある。そこで，以下においても，非減衰固有円振動数がω_0であり，減衰定数がζであるような線型1自由度の振動系が，非定常な確率過程$f(t)$を受けるときの応答$x(t)$について検討する。この場合の系の運動方程式は次式のように書ける。

$$\ddot{x}(t)+2\zeta\omega_0\dot{x}(t)+\omega_0^2x(t)=f(t) \tag{3.3.1}$$

系が$t=0$まで静止していたものとすれば，応答変位$x(t)$は周知のように次式で表わされる。

$$x(t)=\int_0^t h(t-\tau)f(\tau)d\tau \tag{3.3.2}$$

ここに$h(t-\tau)$は impulse response function であり，次式で与えられる。

$$h(t)=\frac{1}{\omega_d}\exp(-\zeta t)\sin(\omega_d t)U(t) \tag{3.3.3}$$

ここに，$\omega_d=\omega_o\sqrt{1-\zeta^2}$である。

式(3・3・1)の$f(t)$が確率過程であれば，応答$x(t)$もまた確率過程であり，その確率的特性は期待値と共分散によって完全に記述することができる。いま，入力加速度$f(t)$として先の式(3・2・14)で表わされる非定常確率過程を用いれば，この$f(t)$はGauss 過程であり，その期待値は0であるから，応答$x(t)$もまた同じくGauss 過程であり，

$$E[X(t)]=0 \tag{3·3·4}$$

が成立つ。したがって，この場合の応答 $x(t)$ の共分散 $K_{XX}(t_1, t_2)$ は次式のようになる。

$$\begin{aligned}K_{XX}(t_1,t_2)&=E[X(t_1)X(t_2)]\\&=E\left[\int_0^{t_1}h(t_1-\tau_1)f(\tau_1)d\tau_1\int_0^{t_2}h(t_2-\tau_2)f(\tau_2)d\tau_2\right]\\&=\int_0^{t_1}\int_0^{t_2}E[f(\tau_1)f(\tau_2)]h(t_1-\tau_1)h(t_2-\tau_2)d\tau_1d\tau_2\end{aligned} \tag{3·3·5}$$

上式において，$E[f(\tau_1)f(\tau_2)]$は入力$f(t)$ の共分散 $K_{FF}(\tau_1, \tau_2)$であり，これは式（３・２・１９）で与えられるから，これを上式に用いると次式が得られる。

$$\begin{aligned}K_{XX}(t_1,t_2)=\frac{1}{2}\int_0^{\infty}\int_0^{t_1}\int_0^{t_2}&\psi(\tau_1)\psi(\tau_2)h(t_1-\tau_1)h(t_2-\tau_2)\\&\times p(\eta)\cos\eta(\tau_1-\tau_2)d\tau_1d\tau_2d\eta\end{aligned} \tag{3·3·6}$$

ここで，

$$\left.\begin{aligned}I_c(\eta\,;t)&=\int_0^{t}h(t-\tau)\psi(\tau)\cos\eta\tau d\tau\\I_s(\eta\,;t)&=\int_0^{t}h(t-\tau)\psi(\tau)\sin\eta\tau d\tau\end{aligned}\right\} \tag{3·3·7}$$

で定義される量 $I_C(\eta, t)$，$I_S(\eta, t)$ を用いると，式（３・３・６）は結局次式となる。

$$K_{XX}(t_1,t_2)=\frac{1}{2}\int_0^{\infty}p(\eta)\{I_c(\eta,t_1)I_c(\eta,t_2)+I_s(\eta,t_1)I_s(\eta,t_2)\}d\eta \tag{3·3·8}$$

また，応答速度$\dot{x}(t)$，応答加速度$\ddot{x}(t)$ の共分散$K_{\dot{X}\dot{X}}(t_1, t_2)$, $K_{X\dot{X}}(t_1, t_2)$，$K_{\ddot{X}\ddot{X}}(t_1, t_2)$などは

$$\left.\begin{aligned}K_{\dot{X}\dot{X}}(t_1,t_2)&=\frac{\partial^2}{\partial t_1\partial t_2}K_{XX}(t_1,t_2)\\K_{\ddot{X}\ddot{X}}(t_1,t_2)&=\frac{\partial^2}{\partial t_1\partial t_2}K_{\dot{X}\dot{X}}(t_1,t_2)\end{aligned}\right\} \tag{3·3·9}$$

$$\left.\begin{aligned}K_{X\dot{X}}(t_1,t_2)&=\frac{\partial}{\partial t_2}K_{XX}(t_1,t_2)\\K_{\dot{X}\ddot{X}}(t_1,t_2)&=\frac{\partial}{\partial t_2}K_{\dot{X}\dot{X}}(t_1,t_2)\end{aligned}\right\}$$

により与えられる。さらに，応答量の２乗平均は，上の式（３・３・９）において$t_1=t_2=t$とすることにより与えられるから，次式のようになる。

$$\left.\begin{aligned}\sigma_X^2(t)&=\frac{1}{2}\int_0^\infty p(\eta)\{I_c^2(\eta,t)+I_s^2(\eta,t)\}d\eta\\\sigma_{\dot{X}}^2(t)&=\frac{1}{2}\int_0^\infty p(\eta)\{\dot{I}_c^2(\eta,t)+\dot{I}_s^2(\eta,t)\}d\eta\\\sigma_{\ddot{X}}^2(t)&=\frac{1}{2}\int_0^\infty p(\eta)\{\ddot{I}_c^2(\eta,t)+\ddot{I}_s^2(\eta,t)\}d\eta\end{aligned}\right\}\tag{3·3·10}$$

また，相関係数$\rho_{X\dot{X}}(t)$，$\rho_{\dot{X}\ddot{X}}(t)$はそれぞれ次式のようになる。

$$\left.\begin{aligned}\rho_{X\dot{X}}(t)&=\frac{1}{2\sigma_X\sigma_{\dot{X}}}\int_0^\infty p(\eta)\{\dot{I}_c(\eta,t)I_c(\eta,t)+\dot{I}_s(\eta,t)I_s(\eta,t)\}d\eta\\\rho_{\dot{X}\ddot{X}}(t)&=\frac{1}{2\sigma_{\dot{X}}\sigma_{\ddot{X}}}\int_0^\infty p(\eta)\{\ddot{I}_c(\eta,t)\dot{I}_c(\eta,t)+\ddot{I}_s(\eta,t)\dot{I}_s(\eta,t)\}d\eta\end{aligned}\right\}$$

(3·3·11)

ただし，$\dot{I}(\eta,t)$，$\ddot{I}(\eta,t)$はそれぞれ$I(\eta,t)$の時間tに関する１階，２階の導関数である。

式（３・３・７）に含まれるηは確率変数であるが$I_c(\eta,t)$，$I_s(\eta,t)$に対しては定数としての取り扱いができるから，非定常確率過程に対する系の応答を$\psi(t)\cos\eta t$なる確定入力の作用下における系の過渡応答の問題に転換して考えることができることになり，それは$I_c(\eta,t)$，$I_s(\eta,t)$などを求めることに帰着する。

ここで確定関数$\psi(t)$として，式（３・２・２４）を用いると，$I_c(\eta,t)$，$I_s(\eta,t)$などは以下のように表わされる。

$$
\left.
\begin{aligned}
I_c(\eta, t) &= a t_p^2\{J_c(\eta^*, t^*) + J_c(-\eta^*, t^*)\} \\
I_s(\eta, t) &= a t_p^2\{J_s(\eta^*, t^*) - J_s(-\eta^*, t^*)\} \\
\dot{I}_c(\eta, t) &= a t_p[-\zeta\omega_0^* I_c(\eta, t) + \omega_d^*\{J_s(\eta^*, s^*) + J_s(-\eta^*, t^*)\}] \\
\dot{I}_s(\eta, t) &= a t_p[-\zeta\omega_0^* I_s(\eta, t) - \omega_d^*\{J_c(\eta^*, s^*) - J_c(-\eta^*, t^*)\}] \\
\ddot{I}_c(\eta, t) &= a[-\omega_0^{*2} I_c(\eta, t) - 2\zeta\omega_0^* \dot{I}_c(\eta, t) + t^* \exp(1-t^*)\cos\eta^* t^*] \\
\ddot{I}_s(\eta, t) &= a[-\omega_0^{*2} I_s(\eta, t) - 2\zeta\omega_0^* \dot{I}_s(\eta, t) + t^* \exp(1-t^*)\sin\eta^* t^*]
\end{aligned}
\right\} \qquad (3\cdot3\cdot12)
$$

ここに，

$$
\left.
\begin{aligned}
J_c(\eta^*, t^*) &= \frac{\exp(-\zeta\omega_0^* t^*)}{2\omega_d^*}\left[-\frac{t^*\exp(1-t^*)}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}\sin(\eta^* t^* - \gamma)\right. \\
&\quad \left. + \frac{\exp(1-t^*)}{\alpha^2+\beta^2}\sin(\eta^* t^* - \delta) + \frac{1}{\alpha^2+\beta^2}\sin(\omega_d^* t^* + \delta)\right] \\
J_s(\eta^*, t^*) &= \frac{\exp(-\zeta\omega_0^* t^*)}{2\omega_d^*}\left[\frac{t^*\exp(1-t^*)}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}\cos(\eta^* t^* - \gamma)\right. \\
&\quad \left. - \frac{\exp(1-t^*)}{\alpha^2+\beta^2}\cos(\eta^* t^* - \delta) + \frac{1}{\alpha^2+\beta^2}\cos(\omega_d^* t^* + \delta)\right]
\end{aligned}
\right\} \qquad (3\cdot3\cdot13)
$$

$\alpha = \zeta\omega_0^* - 1,\quad \beta = \omega_d^* + \eta^*,\quad \gamma = \tan^{-1}(\beta/\alpha),\quad \delta = \tan^{-1}\{2\alpha\beta/(\alpha^2 - \beta^2)\},$
$\omega_0^* = \omega_0 t_p,\quad \omega_d^* = \omega_d t_p,\quad \eta^* = \eta t_p,\quad t^* = t/t_p.$

ここで，ηの確率密度$p(\eta)$として，先の式（３・２・２５）を用いると，応答量の標準偏差は減衰定数ζと非減衰固有円振動数ω_0を与えれば決定することができる。減衰定数が 0.05，式（３・２・２６）のf_p^*すなわち卓越周期T_pに対する，地震動の強さが最大になるまでの時間t_pの比が４と１０の場合について，式（３・３・１０）に基づく数値計算結果の一例をＦｉｇ.３・23に示した。最上段から順に，入力加速度，応答加速度，応答速度，応答変位の標準偏差の無次元量，変位と速度，速度と加速度の相関係数を示している。またT^*は系の非減衰固有周期をt_pにより無次元化したものであり，

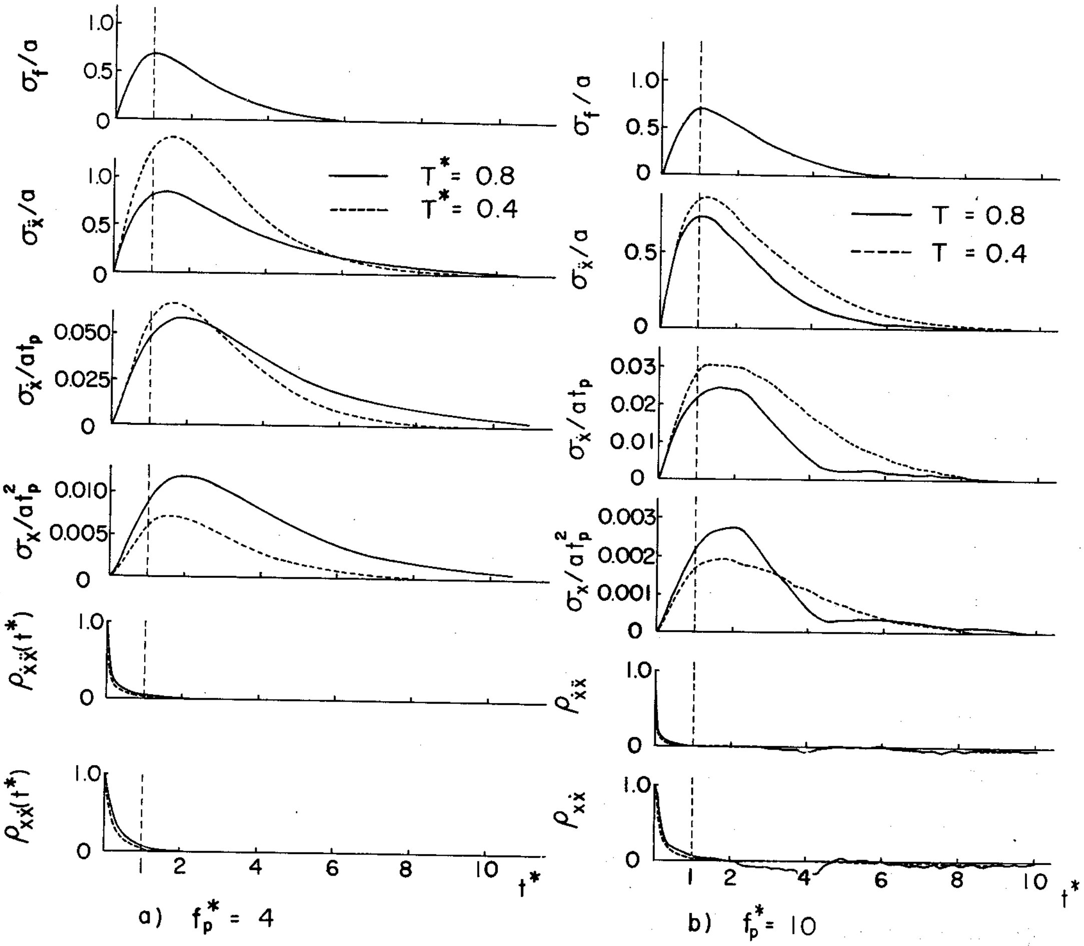


Fig.3.23 R.M.S. of input **excitation and** responses and correlation coefficients.

$$T^* = \frac{2\pi}{\omega_0 t_p} \qquad (3 \cdot 3 \cdot 14)$$

で与えられる。これらの図はいずれも入力と応答との時間遅れを表わしており，入力が最大になる時間と応答が最大になる時間との差がかなり大きく，特にT^*が０.８の場合には応答変位が最大になるのは入力が最大になるまでの時間の約２倍に達することがわかる。このように地震動を確率過程として表わすことは，地震動の非定常性が構造物の応答に及ぼす影響を調べるには非常に都合がよいことを示している。

またFig.３・２３ a)， b)の下の二つの図は式（３・３・１１）で与えられる相関係数の計算結果である。定常なGauss 過程においてはこの相関係数は$\rho_{X\dot{X}}$，$\rho_{\dot{X}\ddot{X}}$ともに常に０である。したがって，この相関係数は非定常性を表わす一つの示標と考えられ，$t=0$では応答量はすべて０であり，この時点では相関は完全であり，これが時間の経過とともに各応答量間における相関の失なわれる過程を示している。

(2) 応答の評価

確率過程で表わされる外乱に対する系の応答は，それが定常過程である場合には確率分布を明確に表示できるから，系の最大応答がある特定のレベルを超える確率を知ることができる。しかるに，外乱およびそれに対する応答が非定常な確率過程である場合に対しては，任意の時間や時間帯におけるこのような確率の解析的表示は現在の時点では得られてなく，漸近的な手段としてその上界と下界を見いだす方法が考えられている[18]。しかるに，このような方法は上界と下界の幅が広く，あるレベルを超える確率の上界と下界とでは場合によっては約１００倍のひらきがあり，実際の問題に適用するには十分でない。そこで，ここでは応答があるレベルを超える回数の期待値による応答の評価を行なった。

$X(t)$を連続でかつ微分可能な確率過程とするとき，次式で定義される確率過程$C(\xi, t_1, t_2)$を考える[19]。

$$C(\xi, t_1, t_2)=\int_{t_1}^{t_2}|\dot{X}(t)|\delta[X(t)-\xi]dt \qquad (3\cdot3\cdot15)$$

この $C(\xi, t_1, t_2)$ は確率過程 $X(t)$ が時間 t_1 から t_2 までの間に設定レベル ξ を横切る回数を与える。いま，この確率過程の期待値を $N(\xi, t_1, t_2)$ と書けば，次式のようになる。

$$N(\xi, t_1, t_2)=\int_{t_1}^{t_2}E\{|\dot{X}(t)|\delta[X(t)-\xi]\}dt$$
$$=\int_{t_1}^{t_2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}|\dot{x}|\delta(x-\xi)p_{X\dot{X}}(x, \dot{x}, t)dxd\dot{x}dt \qquad (3\cdot3\cdot16)$$

ここに，$p_{X\dot{X}}(x, \dot{x}, t)$ は $X(t)$ と $\dot{X}(t)$ との同時確率密度関数である。式(3・3・15)は設定レベル ξ を正のこう配と負のこう配で横切る回数の両者を含んでおり，これを正のこう配で横切る場合だけを考え，この場合の期待値を $N_+(\xi, t_1, t_2)$ と表わせば，結局次式のようになる。

$$N_+(\xi, t_1, t_2)=\int_{t_1}^{t_2}\int_0^{\infty}\dot{x}p_{X\dot{X}}(\xi, \dot{x}, t)d\dot{x}dt \qquad (3\cdot3\cdot17)$$

ここで，上式の $N_+(\xi, t_1, t_2)$ を単位時間当りに，設定レベルを越える回数のの期待値 $n(\xi, t)$ に書き改めると

$$N(\xi, t_1, t_2)=\int_{t_1}^{t_2}n(\xi, t)dt \qquad (3\cdot3\cdot18)$$

であり，このときは

$$n(\xi, t)=\int_0^{\infty}\dot{x}(t)p_{X\dot{X}}(\xi, \dot{x}, t)d\dot{x} \qquad (3\cdot3\cdot19)$$

となる。式(3・3・16)はD.Middleton[20]によって得られたものであるが，式(3・3・19)はS.O.Rice[21]によって初めて上とは別の観点から導かれており，定常な確率過程についての興味ある結果がこの式から導かれている。

いま，確率過程 $X(t)$ を非定常なGauss 過程入力に対する構造物の応答変位であると考えれば，$X(t)$ と $\dot{X}(t)$ とはともに期待値が0のGauss過程であるから，$p_{X\dot{X}}(x, \dot{x}, t)$ としては次式で与えられるGauss同時確率密度関数を用い

ることができる。

$$p_{X\dot{X}}(x,\dot{x},t)=\frac{1}{2\pi\sigma_X\sigma_{\dot{X}}\sqrt{1-\rho_{X\dot{X}}{}^2}}\times\exp\left[-\frac{\sigma_{\dot{X}}{}^2x^2-2\sigma_{\dot{X}}\sigma_X\rho_{X\dot{X}}x\dot{x}+\sigma_X{}^2\dot{x}^2}{2\sigma_X{}^2\sigma_{\dot{X}}{}^2(1-\rho_{X\dot{X}}{}^2)}\right] \quad (3\cdot3\cdot20)$$

ここで，上式の $p_{X\dot{X}}(x,\dot{x},t)$ を式（3・3・19）に用いて計算を遂行して次式の結果が得られる。

$$n(\xi,t)=\frac{1}{2\pi}\frac{\sigma_{\dot{X}}}{\sigma_X}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi}{\sigma_X}\right)^2\right\}\left[\sqrt{1-\rho_{X\dot{X}}{}^2}\exp\left\{-\frac{\rho_{X\dot{X}}{}^2}{2(1-\rho_{X\dot{X}}{}^2)}\left(\frac{\xi}{\sigma_X}\right)^2\right\}+\sqrt{\frac{\pi}{2}}\rho_{X\dot{X}}\left(\frac{\xi}{\sigma_X}\right)\left\{1+\mathrm{erf}\left(\frac{\rho_{X\dot{X}}}{\sqrt{2(1-\rho_{X\dot{X}}{}^2)}}\frac{\xi}{\sigma_X}\right)\right\}\right] \quad (3\cdot3\cdot21)$$

上式における $\sigma_X,\sigma_{\dot{X}},\rho_{X\dot{X}}$ はいずれも，すでに式（3・3・10），（3・3・11）により与えられており，これを上式に用いることにより，応答変位が単位時間当りに設定変位レベル ξ を正のこう配で超える回数の期待値が得られる。しかるに，地震時における構造物の応答が解析の対象とされる場合には，変位レベル $-\xi$ を負のこう配で超えることは同じ意味を持つが，応答変位および応答速度の期待値が0である場合にはこの両者は等しい値になる。したがって，変位レベル ξ，$-\xi$ をそれぞれ正，負のこう配で超える単位時間当りの回数の期待値を $n_D(t)$ とすると，

$$n_D(t)=2n(\xi,t) \quad (3\cdot3\cdot22)$$

としてよい。

一方，応答速度が設定速度レベル v を超える単位時間当りの期待値についても同様な考えにより，その値 $n_V(t)$ は

$$n_V(t)=\frac{1}{2\pi}\frac{\sigma_{\ddot{X}}}{\sigma_{\dot{X}}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{v}{\sigma_{\dot{X}}}\right)^2\right\}\left[\sqrt{1-\rho_{\dot{X}\ddot{X}}{}^2}\exp\left\{-\frac{\rho_{\dot{X}\ddot{X}}{}^2}{2(1-\rho_{\dot{X}\ddot{X}}{}^2)}\left(\frac{v}{\sigma_{\dot{X}}}\right)^2\right\}+\sqrt{\frac{\pi}{2}}\rho_{\dot{X}\ddot{X}}\left(\frac{v}{\sigma_{\dot{X}}}\right)\left\{1+\mathrm{erf}\left(\frac{\rho_{\dot{X}\ddot{X}}}{\sqrt{2(1-\rho_{\dot{X}\ddot{X}}{}^2)}}\frac{v}{\sigma_{\dot{X}}}\right)\right\}\right] \quad (2\cdot3\cdot23)$$

で与えられる。

Fig.3・23に示した計算例と同じ条件下において，式（3・3・22），

(3・3・23) に基づいて行なった $n_D(t)$ および $n_V(t)$ の数値計算結果を Fig.3・24 に示した。これらの図から，応答がある設定レベル S_D, S_V を超える可能性のあるのはかなり短時間であること，応答の標準偏差の場合と同様に，速度応答よりも変位応答の方がより固有振動周期に対する反応が敏感であることなどが明らかに示されている。

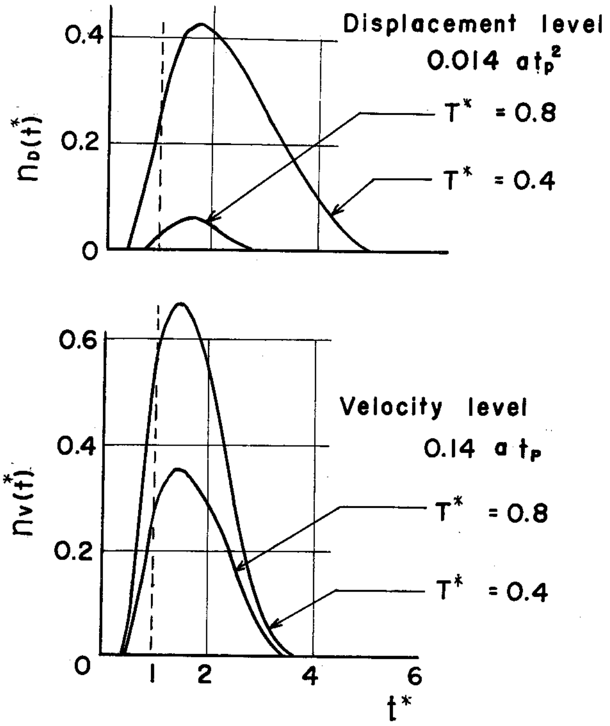


Fig 3・24　Comparison of rate of threshold crossing per unit time.

(3)　確率量をパラメーターとする応答スペクトル

$n_D(t), n_V(t)$ はいずれも単位時間当りの期待値であるから，これを時間 $t=0$ から ∞ まで積分した値は，変位および速度の設定レベルと構造物の固有周期の関数であると考えられる。すなわち，これを $N_D(T^*), N_V(T^*)$ と表わせば，

$$\left.\begin{aligned} N_D(T^*) &\equiv N(\xi, 0, \infty) = \int_0^\infty n_D(t)\,dt \\ N_V(T^*) &\equiv N(v, 0, \infty) = \int_0^\infty n_V(t)\,dt \end{aligned}\right\} \qquad (3\cdot3\cdot24)$$

したがって，変位および速度の設定レベルを S_D, S_V と表わすと，

$$\left.\begin{aligned} N_D(T^*) &= f_n(S_D\,;T^*) \\ N_V(T^*) &= f_n(S_V\,;T^*) \end{aligned}\right\} \qquad (3\cdot3\cdot25)$$

と書けるが，これらの関係を設定レベルS_D，S_V について書き換えると

$$\left.\begin{array}{l} S_D=f_n\{T^*;N_D(T^*)\} \\ S_V=f_n\{T^*;N_V(T^*)\} \end{array}\right\} \qquad (3\cdot3\cdot26)$$

なる関係が得られる。すなわち，式（３・３・２６）は期待値$N_D(T^*)$,$N_V(T^*)$をパラメーターとする，無次元固有周期T^* と応答設定レベルとの関係にほかならないから，これは一種の応答スペクトルであると解してよい。

式（３・２・２４）で与えられる確定時間関数と式（３・２・２５）で示される周波数特性を持つ定常確率過程との積で表わした非定常確率過程に対する構造物の応答に関してこれまでに述べてきた方法に基づいて行なった数値計算結果をFig.３・２５からFig.３・２９に示した。

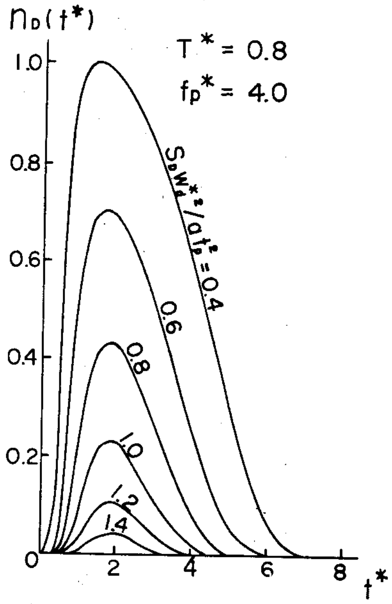
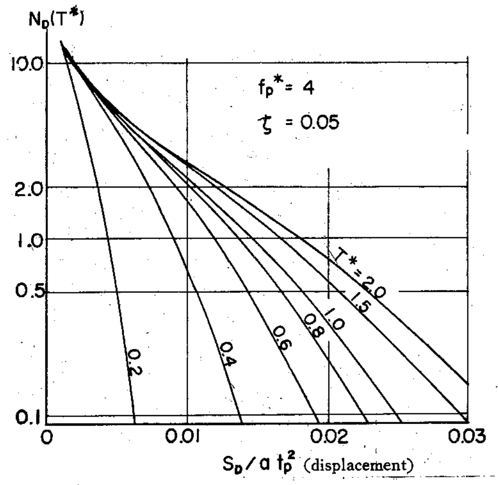


Fig ３・２５ comparison of rate of threshold crossing per unit time.

Fig.３・２５は設定レベルS_D が$n_D(t^*)$に与える影響について例示したものであり，S_D の増大につれて$n_D(t^*)$の値は減少し，したがって$n_D(t^*)$曲線で囲まれた面積として与えられる１回の地震当りの設定レベルを超える回数の期待値$N_D(T^*)$は急速に減少することを示している。これらの関係をより明確にするために，設定レベルS_D ，S_Vと期待値$N_D(T^*)$,$N_V(T^*)$との関係を示したのがFig.３・２６である。この図は式（３・３・２５）の関係を図示したものにほかならず，左の図は変位に，右の図は速度に関するものである。これらの図中でT^*は先に式（３・３・１４）で示された無次元固有周期を表わすパラメーターであるが，$S_D\sim N_D(T^*)$，$S_V\sim N_V(T^*)$の関係を示す曲



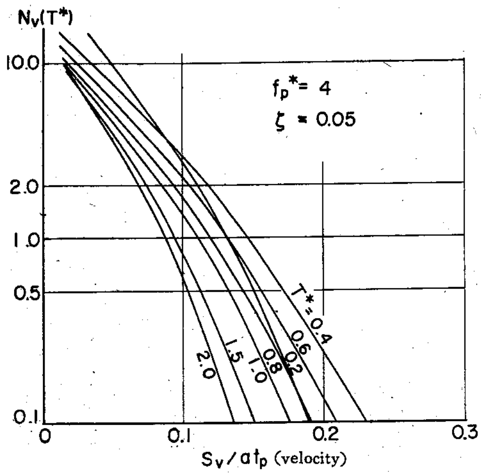


Fig 3 26 Expected rate of threshold crossing versus response level.

線はT^*の値にかかわらずいずれも半対数紙上ではば直線であることから，設定レベルの増大に対してそのレベルを超える回数は指数的に減少することがわかる。この減少率はパラメーターT^*によって変わるが，速度応答よりも変位応答に及ぼす影響の方が大であることを示している。したがって，変位応答の場合には設定レベルを一定とすれば固有周期が大なるほど，そのレベルを超える回数の期待値は増大することも示している。

次に，Fig. 3・26において$N_D(T^*)$と$N_V(T^*)$を一定にして，無次元化した非減衰固有周期T^*と設定レベルS_D，S_Vとの関係を示したのが，Fig.3・27である。これは，また式（3・3・26）の関係に相当し，一種の応答スペクトルと考えられるが，実地震記録を入力として計算された応答スペクトルと類似の特性を示している。すなわち，変位応答ではT^*に対してS_Dは漸増の傾向を持ち，速度応答ではS_VはT^*に対してほぼ一定値の傾向を示している。これらの図中において，パラメーターはいずれも設定レベルを超える回数の期待値$N_D(T^*)$，$N_V(T^*)$であるが，この期待値は応答の最大値が設定レベルを超す確率の上界[18]でもあるから，この値が1となるレベルを見いだすことは，応答

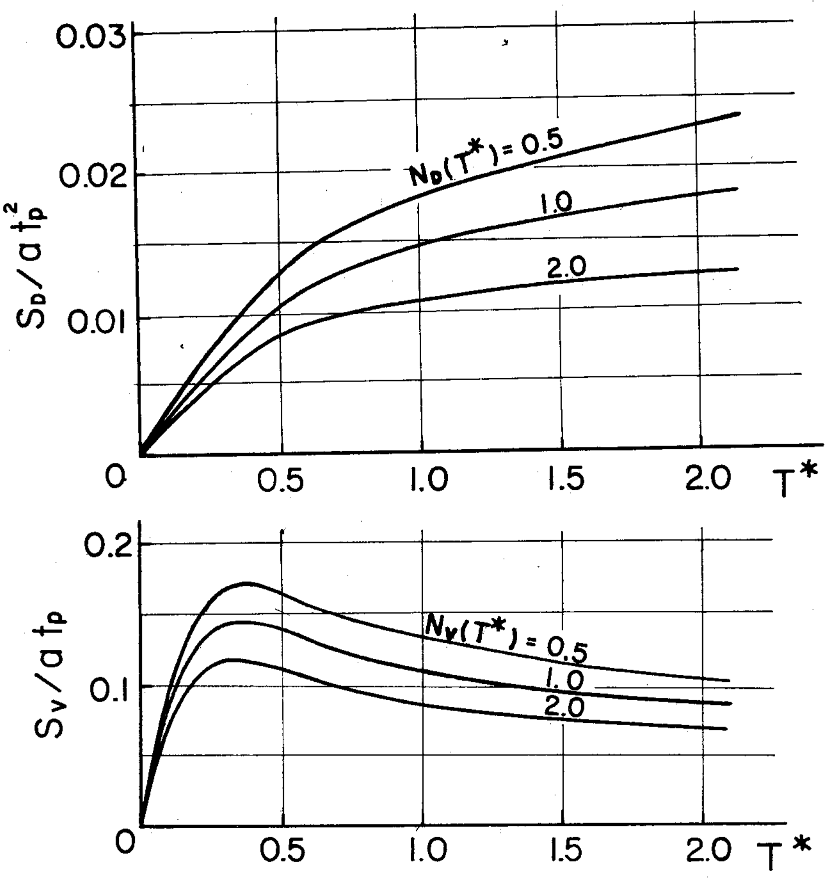


Fig 3・27 Response spectra with probabilistic parameter ($f_p^*=4$)

の最大値がそこに達する期待値が1であるレベルを探す操作に相当し，**実地震記録を入力として**得られる応答スペクトルと同様な内容を持っているものと考えられる。$N_D(T^*)$，$N_V(T^*)$ の値が1より小さな値に対する曲線は，1回の地震によって応答が設定レベルを超える回数が小さくなるから，結局応答を大きく評価する，換言すれば安全側を与える応答スペクトルといえる。また，$N_D(T^*)$，$N_V(T^*)$ が2の場合は応答がそのレベルを超える期待回数は2回であり，先の場合とは逆に危険側の値を与えることになり，$N_D(T^*)$や$N_V(T^*)$は構造物の応答に関する安全性や余裕性についての目安を与えるといえる。このように，地震動を確率過程と考えることにより，応答スペクトルにパラメー

ターとしての確率量を導入することができ，応答の持つ情報をより多く導き出せることを示している。

次に，入力の卓越振動数が応答とどのような関係にあるかを示したのが，Fig.3・28である。いずれも$N_D(T^*)$，$N_V(T^*)$が1の場合について，$f_p{}^*=f_p t_p$ が4と10の場合を比較してある。この図では無次元化の基準値として地震動の強さが最大になる時間t_pを取ってあるから，t_pを一定にして卓越振動数f_pを変えて比較したことになる。したがって，地震動の強さの時間的な変化が同一であれば，応答変位，応答速度はともにf_pに反比例することを示している。また，Fig.3・29は無次元化の基準値としてf_pを用いてあるから，応答に及ぼすt_pの影響を比較

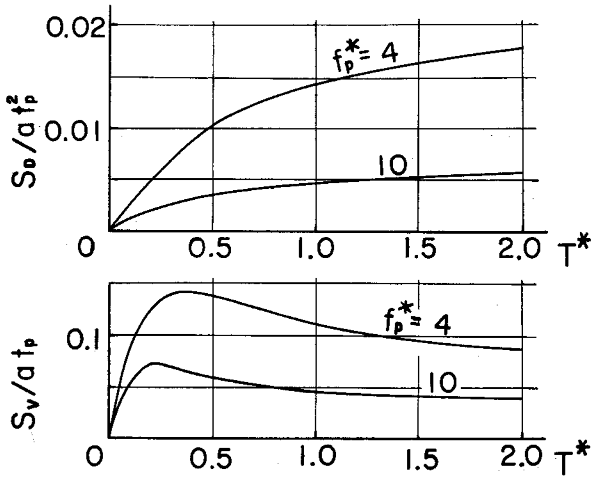


Fig 3・28 Effect of predominant frequency on response spectra.

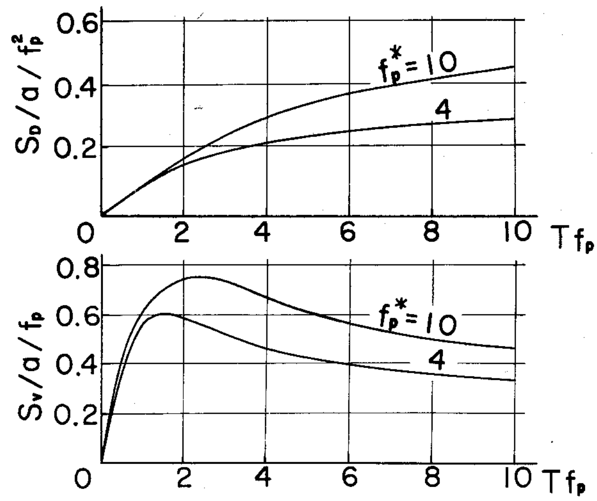


Fig 3・29 Effect of non-stationarity on response spectra.

したことになる。これらの図から，S_D , S_V は f_p に反比例し t_p に比例的であることがわかるが，結局 t_p および加速度振幅が同じであれば，それに含まれる周波数が高いほど応答レベルは小さくなり，また加速度振幅と卓越振動数が同じであれば，t_p すなわち継続時間の長い地震動に対する応答レベルが増大することを示している。

このように，地震波の持つ周波数特性やその非定常性が応答スペクトルに影響を及ぼすことは明らかであり，しかもその程度は必ずしも小さくないことがわかるが，通常の応答スペクトルでは異なった状況下で得られた地震波形から求めた応答スペクトルを平均化することにより，地震波形に反映されている地盤特性あるいは周波数特性を無視してしまう点において妥当性を欠くものと思われる。したがって応答スペクトルに，より一般性を具備させるためには，地盤の特性を周波数特性に集約することに関しては多少の議論の余地は残るであろうが，地震動の非定常性とともに，この周波数特性を積極的に考慮する必要があろう。

以上に示した数値計算結果はすべて，地震動の強さの時間的変化が式（3・2・24）で表わされ，かつその周波数特性が式（3・2・25）で表示できる場合には適用可能であり，地震の強さが最大になるまでの時間 t_p とその振幅 a ，卓越振動数 f_p，および減衰定数 ζ を決定すれば，非減衰固有振動周期 T と応答量との関係を確率量で表示できる。たとえば，$t_p = 5$ sec , $f_p = 2$ c/s, $a = 100$ cm/sec² , $\zeta = 0.05$ であれば，$f_p{}^* = f_p \cdot t_p = 10$ であるから，Fig.3・28から超える回数の期待値が1である応答速度を読みとると 0.075 $a t_p$ であり，これは 37.5cm/sec となる。また，これに対応する非減衰固有周期 T は $T^* \times t_p$ であるから，1.25sec である。他の条件は同一で t_p だけを 2 secに変えると，f_p が 2 c/sであるから $f_p{}^*$ は 4 であり，Fig.3・27の中央の曲線から固有周期が 1 sec の場合には約 28cm/sec, 2 secの場合には約 24cm/sec となる。 これらの値はそのレベルを超える期待回数が1である場合であるが，より安全側の応答レベルは同じく Fig.3・27の $N_V(T^*) = 0.5$ に対する曲線から，それぞれ約 32cm/ sec , 27cm/ secと算出される。

しかしながら，地震動はその発震機構や規模により地震動の強さの時間的な変化も違った様相を示し，また地震動の観測される場所における震源距離やその局部的な地下構造の構成により周波数特性も異なることから，これは必ずしも式（３・２・２４）や（３・２・２５）で表わされるとは限らず，これらに関しては構造物の造られる地域と地盤に適合した表示をしなければならないと考える。

第4章　結　　言

地震動あるいはその記録波形は，規則性，予測性，再現性，定常性などがいずれも否定される非常に複雑な動的挙動を示す現象であり，本来確率統計的に把握されるべき性格を備えていることから，耐震設計において考えるべき地震波形としては非定常確率過程として取り扱うことが考えられる。このような観点から，本研究では地盤の有する周波数特性を容易に反映させられるような非定常確率過程による地震波形の表現とこれに対する構造物の応答についての検討を行なった。以上によって得られた成果を要約すれば以下のようになる。

1) 地震時に記録された加速度波形の振幅を2乗したものに対して，移動平均による平滑化を行なうことにより，加速度記録の強さの時間的な推移を推定できる。その場合の移動平均周期としては，元の波形の卓越周期の約10倍程度が適当であろう。

2) 耐震設計で対象とするような強震時における地動加速度は，その強さだけが時間的に変化し，周波数特性やその他の波形の特性はほぼ一定のものとみなしてよかろう。

3) 周波数領域においては任意のスペクトルを有し，時間領域では不規則性を備えた定常な確率過程による地震波形の模擬を行ない，これが，実地震による強震記録の持つ特性を備えていることを示した。

4) このような方法で得られる波形の特性や強震記録に対する適合性などは，確率変数を含む余弦関数の重ね合わせ数の選択により容易に制御でき，地震波形の模擬波形としての有用性を持っていることを明らかにした。

5) 非定常確率過程で表示された地震入力に対する構造物の応答を，設定レベルを越える期待回数で評価することにより，確率量を導入した応答スペクトルが得られることを示し，その確率量は安全率に相当するパラメーターたりうることを指摘した。

6) 入力地震波の周波数特性および継続時間が応答スペクトルに及ぼす影響についての検討により，応答量は入力波形の卓越周期や継続時間と密接な関係にあ

ることを示し，また実地震記録に対する応答スペクトルを平均化するという従来の方法の持つ疑点を明らかにした。

この研究では，地震動の特性は一定でありその強さだけが時間とともに変動するという観点から進めたが，地震動の強さや震動エネルギーの時間的消長についてはまだ不明の点が多く，地震動を非定常な現象として取り扱う際の資料が十分でない。また，非定常確率過程に対する非線型系の応答の問題にはまだ議論の余地が多く残されており，これらについては今後の資料の集積のみならず新しい考え方や研究にまたねばならない。

参 考 文 献

(1) U.S.C.G.S.: United States Earthquakes 1940, Serial No. 647, 1942, p.40, p.59.

(2) U.S.C.G.S.: United States Earthquakes 1952, Serial No. 773, 1954, p.100.

(3) Housner, G.W.: Characteristics of Strong-Motion Earthquakes, Bull. of Seism. Soc. of Am., Vol. 37, No. 1, 1947, pp.19 ~ 31.

(4) Bycroft, G.N.: White Noise Representation of Earthquakes, Proc. of ASCE, Vol. 86, EM 2, April, 1960, pp.1 ~ 16.

(5) Rosenblueth, E., and Bustamante, J.I.: Distribution of Structural Responses to Earthquakes, Proc. of ASCE, Vol. 88, EM 3, June, 1962, pp.75 ~ 106.

(6) 田治見 宏 : A Statistical Method of Determining the Maximum Responses of a Building during an Earthquake, Proc. of 2nd World Conference on Earthquake Engineering, Vol. II, 1960, pp.781 ~ 797.

(7) Housner, G.W., and Jennings, P.C.: Generation of Artificial Earthquakes, Proc. of ASCE, Vol. 90, EM 1, Feb., 1964, pp.113 ~ 150.

(8) Bolotin, V.V.: Statistical Theory of the Aseismic Design of Structures, Proc. of 2nd World Conference on Earthquake Engineering, Vol. II, 1960, pp.1365 ~ 1373.

(9) Bogdanoff, J.L., Goldberg, J.E., and Bornard, M.C.: Response of a Simple Structure to a Random Earthquake-type Disturbance, Bull. of Seism. Soc. of Am., Vol. 51, 1961, p・293.

(10) Goldberg, J.E., Bogdanoff, J.L., and Sharpe, D.R.: The Response of Simple Nonlinear Systems to a Random Disturbance of the Earthquake Type, Bull. of Seism. Soc. of Am., Vol. 54, 1964, pp.263 ~ 276.

(11) 棚橋 諒，小堀鐸二，南井良一郎：構造物の動的耐震設計法と地震レスポンス，京都大学防災研究所年報，第５号Ｂ，昭３７，pp.1 ～ 32.

(12) Shinozuka, M., and Sato, Y.: Simulation of Nonstationary Random Process, Proc. of ASCE, Vol. 93, EM 1, 1964, pp.11 ~ 40.

(13) Amin. M.: Nonstationary Stochastic Model of Earthquake Motions, Proc. of ASCE, Vol. 94, EM 2, 1968, pp.559 - 583.

(14) Biot, M.A.: Analytical and Experimental Method in Engineering Seismology, Trans. of ASCE, Vol. 108, 1943, pp.365 ~ 408.

(15) Housner, G.W., Martel, R.R., and Alford, J.L.: Spectrum Analysis of Strong-Motion Earthquakes, Bull. of Seism. Soc. of Am., Vol. 43, No. 2, 1953, pp.97 ~ 119.

(16) Housner, G.W.: Vibration of Structures Induced by Seismic Waves, Part 1, Earthquakes, Shock and Vibration Handbook, Vol. 3, McGraw-Hill, 1961, pp.50-1 ~ 50-32.

(17) 金井 清：地盤の振動特性に関する半実験式，東京大学地震研究所彙報，３２号２冊，昭３２，pp.306 ～ 325.

(18) Freudenthal, A.M., and Shinozuka, M.: Probability of Structural Failure under Earthquake Acceleration, 土木学会論文集，第１１８号，昭４０，pp.9 ～ 15.

(19) Lin, Y.K.: Probabilistic Theory of Structural Dynamics, McGraw-Hill, 1967, p.295.

(20) Middleton, D.: An Introduction to Statistical Communication Theory, McGraw-Hill, 1960, p.426.

(21) Rice, S.O.: Mathematical Analysis of Random Noise, Selected Papers on Noise and Stochastic Processes, Dover, 1954, pp.133~294.

(22) 後藤尚男，土岐憲三，秋吉　卓：電子計算機による耐震設計用の人工地震波形に関する研究，日本地震工学シンポジウム（１９６６）講演集，昭４１　，pp.25 ~ 30.

(23) 小堀鐸二，南井良一郎，井上　豊，竹内吉弘：応答解析のための模擬地震波の性質について，京都大学防災研究所年報，第１１号Ａ，昭４３，pp.369 ~ 403.

(24) 土岐憲三：地震動のシミュレーションとその応用，京都大学防災研究所年報，第１１号Ａ，昭４３，pp.291 ~ 303.

結　　　　論

本論文では水中や地盤中にある構造物基礎の地震応答解析とその耐震設計，および応答解析における入力たる地震動の模擬と応答の評価について論じたものである。以下に，本文でこれまでに述べてきたことを要約して結論とする。

緒論においては，耐震工学の発展の跡を，主として方法論の見地から概観し，構造物を支持する基礎と地盤の地震時における挙動や相互作用の解明，地震応答解析における入力の表現と出力の評価法など，現在の耐震工学の当面している諸問題を述べ，本研究の方向を明らかにした。

第1編においては水中構造物を研究の対象として，それに作用する地震時動水圧の算定ならびに水中における構造物の振動性状について述べ，その耐震設計法を明らかにした。まず，水中で剛体運動をする円柱に作用する動水圧に関する検討により，動水圧の共振が存在しないことや圧力波の伝播の生じない場合には慣性抵抗を質量に変換して評価できることを明らかにした。また，水の圧縮性が無視できる場合には動水圧あるいは仮想質量は構造物の幾何学的形状だけで決定できることを理論的に示し，模型振動実験を実施してこれらを検証した。水中における構造物の振動特性に関しては，構造物と水とがその運動が微積分方程式で記述される feed back 系を構成し，その結果空気中にある同一構造物とは違った振動特性を示すことになり，最も特徴的な現象である固有振動周期の増長する割合を明らかにし，これが模型振動実験による測定結果ともほぼ合致することを明らかにした。さらに，構造物の応答量に重大な影響を持つ減衰作用についても理論的考察と実験的測定を行ない，構造物の振動に及ぼす水の減衰効果はほとんど期待できないことを確認し，それが水の持つ質量効果に原因していることを明らかにした。また，これらの解析結果に基づいて，水中構造物の耐震設計を地上にある一般の構造物の耐震設計に準じた方法で行なうことが可能なことを示し，その手順についても論及した。そして最後に，仮想質量の概念の有用性とともに，本質は同じであっても見かけ上は異なる二つの種類の仮想質量があり，実際の問題の処理に当って留意しなければならない点を指摘した。

第２編においては地盤および地中構造物の地震に対する応答を，基盤および表層地盤内における波動の伝播との関連において論じたものである。まず，地盤や構造物の実地震時における挙動を知るにはよい機会であった松代群発地震を利用して，震源地付近の数か所で地盤の深さ方向の震動特性の相違，地盤種別と震動特性の関係などに関する観測を行ない，地盤種別とスペクトル構造とは密接な関連にあり，軟弱な地盤におけるほど低振動数成分が卓越し，横波の伝播速度が低下すること，それぞれの地盤には固有の周波数特性があり，同程度の規模の地震に対してはいつも同様なスペクトルを示すことなどが確認された。また，地盤を構成する媒質の一つである砂質土における弾性波の伝播速度を砂の間げき率の関数として表示できる力学モデルを提示した。さらに，一定の有効応力のもとでの乾燥砂の，超音波パルス法による縦波，横波の伝播速度の実測結果では間げき率が大きくなるにつれて弾性定数がほぼ直線的に減少する傾向を示し，力学モデルの妥当性が確認された。また，実験結果と対比の結果，最小間げき率とそのときの弾性定数，最大間げき率，砂粒子と水の密度，水の体積弾性係数とが定数として与えられれば，砂質土の弾性波の伝播速度は有効応力と間げき率との関数として表示できることを示した。一方，基盤と表層地盤内での波動伝播に関する検討の結果に基づいて，基盤から表層へ入射する地震波の射出角が表層地盤の震動振幅に及ぼす影響を示し，構造物により散乱された地震波はLove 波と同様に表層地盤内で完全反射をして，震動エネルギーの基盤への逸散が生じないことを明らかにした。また，表層地盤内を水平方向に伝播する波動は一般に波長が長く，構造物に及ぼす振動圧は小さいこと，表層地盤内にある構造物に作用する振動圧は表層の横波伝播速度のみならず，基盤での横波の伝播速度に比例することを示し，地中構造物の地震応答解析において基盤の弾性を考慮することの意義と重要性を指摘した。さらに地中部から地上部へと連続する構造物の地震応答解析法を示し，その結果についての検討により，表層地盤は見かけ上構造物の剛性を高める作用を持つことを明らかにした。

第３編においては，構造物基礎のみならず，一般の地上構造物の地震応答解析においても重要な入力地震動の設定と応答の評価を論じたものであり，まずこれ

までに得られている代表的な強震記録を対象として，波形や振幅に関しての検討により，それらが確率過程として取り扱えることを確認し，その非定常性を抽出する方法と確率過程による地震動の模擬の意義について述べた。また，地震動の模擬波形に任意のスペクトルを与える方法を提示し，この方法に基づいてMonte Carlo 法を用いて行なった発生例と実地震記録波形との比較検討の結果，模擬地震波形としての有用性を持っていることを明らかにした。次いで，非定常確率過程として表示された地震動に対する構造物の応答を解析し，それをある設定レベルを超える期待回数で評価することにより，確率量をパラメーターとする応答スペクトルが得られることを示した。そして，このような考えによれば，応答スペクトルに安全率の概念を導入できることを示すとともに，入力地震動の持つ卓越周波数と継続時間とにより応答レベルを変えるべきことをも指摘した。

以上，要するに本研究は構造物基礎の地震動に対する応答解析とその成果による耐震設計について論じたものである。すなわち，水中や地中にある構造物が地震動を受けて運動する際には，その周囲を取り巻く振動媒質との間にfeed back系を形成することを示し，地上にある構造物の地震応答との相違を明らかにした。また，その結果，媒質内における構造物の相対運動は抵抗を受けるが，媒質が流体である場合には構造物の質量が増え，弾性体である場合には構造物の剛性が増えたのと同等の効果を生じることを指摘すると同時に，構造物や周囲を取り巻く媒質に関する諸定数により，それらを解析的に定量表示した。さらに，これらの量を用いることにより，地上構造物におけると同様な方法により構造物の地震応答解析や耐震設計が可能になることを検討し，しかる後このような地震応答解析において最も重要とされる入力地震動の合理的設定のためのシミュレーション，ならびに確率過程入力に対する応答の評価などについて論及した。しかしながら，地中構造物の地震時における挙動を解明し，それに基づいた耐震設計法を確立するためには，地震応答に関与する多くの要素について広範囲な検討と吟味を行ない，その中から一般性のある量について定着化するという手順を経なければならず，これは今後に残された大きな問題の一つである。

以上は著者が大学院入学以来行なってきたいくつかの研究のうち，現在の耐震工学の重要な課題の一つである，地盤と構造物基礎の地震時における相互作用，確率過程としての地震動とこれに対する構造物の応答などに関係するものを整理し，取りまとめたものである。本研究が耐震工学あるいはそれを通じて人類社会の平安のために，いささかなりとも貢献できるならば無上の喜びとするところである。なお，本研究中における数値計算の多くは京都大学電子計算機ＫＤＣ－Ⅱによったことを付記する。

最後に，本研究を遂行するにあたり終始御鞭撻賜わった京都大学教授石原藤次郎先生，研究の全過程にわたって御指導いただいた京都大学教授後藤尚男先生，本論文を取りまとめるに際していろいろと御助力下さった京都大学教授柴田徹先生に対し，心から感謝の意を表する次第である。また，第２編第３章の実験と同４章の数値計算に際して御協力いただいた大学院学生の寺田邦雄，高田至郎の両君にも謝意を表する。