流量配分工の水理機能設計に関する研究

昭和43年5月

中　川　博　次

流量配分工の水理機能設計に関する研究

目　　次

緒　　論

近年、わが国における産業の急速な発達と国民生活の飛躍的な向上に伴なって、各種用水の不足が深刻な社会問題としてとりあげられ、河川水系ないしは経済ブロックごとの多角的な水資源開発計画の設定とその早期実現が希求されている。現在、水資源計画の設定にあたっては当然のことながら、その社会的側面である将来における水需要の予測ならびに物理的側面である河水の長期変動に関する確率論的評価の問題が大宗をなしているが、他方、水資源計画が流量配分機能を有する施設を対象としている以上、機能施設の設計とその運用の合理化という技術的側面に計画の成否が支配されることも明らかであり、この分野の研究もまた重要な意義をもつものである。

とくに、河川の利用形態が複雑に変化し、既設の各種用水施設を統廃合して、より高度な機能を発揮するよう改良が迫られている現在、河水を時間的・空間的に自由に制御しうる水理構造物の開発が必要とされつつある。他方、都市への人口集中とその周辺における土地利用の高度化は、河川の利用形態の変化と相まって、河川の治水対策の変革を必要としており、治水・利水両面の機能を一体化した構造物による河水制御の合理的方法が確立されねばならない時期にあると考えられる。

流量配分機能を有する水理構造物としては、各種のせき・水門・開水路分岐など多岐にわたり、また個々の機能目的や構造形式によって構造物上での流れが示す水理学的挙動が異なるため、機能設計に当って広範な水理学上の問題を包含している。このため現在までの研究は主として、水工設計に関連した実用的水面形解析法と個々の水理模型実験による機能の考察に重点が注がれてきた。したがって、機能設計の基礎となる水理解析法も経験的仮定にもとづくものが多く、この種の流れの挙動に関する一般的表示式を導き、各

種の必要設計条件を満足させるような系統的水理機能設計法を展開する試みはなされていなかった。

この場合、流量配分工での流れの水理学的挙動を適確に表示する力学的関係を明らかにすることが何よりも必要とされる。一般に流量配分工上ならびにその周辺での流れは複雑な三次元的挙動を示すため、局所流の性状やそれに伴なう乱れの影響が機能設計上重要な役割を果たすにもかかわらず、その理論的表示や計測が困難であるところに現象解析やその積極的利用を阻害していた要因があった。一般に実用上は断面平均二次元流れとしての取り扱いによってほぼその目的を達成しうることもあって、従来は運動量またはエネルギーによる一次元解析法を基礎とした考察がもっぱら行なわれてきた。この場合にも、その取り扱いはあくまで開水路漸変流としての域を出ず、基礎式の示す特性は経験的にもほとんど明らかにされていないから、機能設計に当っても解析法のきわめて巨視的な適合度を満足させていたにすぎない。

このような意味から、本研究はつぎの三つの目的をもって流量配分工の水理学的機能について考察を行なおうとするものである。すなわち、

(1) 従来不明確であった流量配分工上の流れに関する一次元解析法による基礎方程式の示す水理学的特性と流れの遷移形態および配分工型式との関係を定量的に明らかにすることによって、水理解析法をより高度化する。

(2) 流量配分工の必要機能条件を基礎方程式に導入することによって、合理的機能を示す分水工寸法の力学的表示を与え、系統的な機能設計理論を確立する。

(3) 流量配分工周辺での流れの微視的機構ないしは局所流の挙動を、流れの機構に応じた水理学的モデルの設定によって解析し、これを機能設計法に導入することによってより高次の設計法を展開する。

以上のように、本論文は流量配分工の水理機能設計法の系統化と高度化を

意図したものであるが、その内容はつぎに述べるとおりである。すなわち、第1章では代表的な流量配分工である横越流ぜきおよび底部分水工に関する詳細な実験的考察にもとづいて、一次元解析法による水面形基礎式に含まれる流速分布係数、圧力係数および流出流量の流量配分工上での変化特性と流れの遷移形態および配分工型式との関係を定量的に考察し、基礎方程式の示す特性をより明確にする。つぎに、流量配分工上で示される水面形の一般的特性を特異点の理論によって考察し、とくに、ほとんどすべての流量配分工上でその発生が認められる擬似鞍形点の位置およびその発生条件を検討することによって、水面支配特性を明らかにする。

第2章では流量配分工の水理設計条件をその機能目的および安全性の点から考察し、流量および水位条件を満足させるべき流量配分工の形状要素に関する力学的表示を第1章において確立された基礎方程式にもとづいて与えるとともに、実験によってその合理性を検討することによって、流量配分工の水理機能設計に関する計画理論の展開を試みる。また、底部分水工に擬似鞍形点が発生する場合、流量分布がその開度と流下距離とによって一義的に定まる経験的事実にもとづいて、配分工上での特異点の位置および水面形を解析する方法を確立するとともに、機能設計に当っての問題点を考察する。さらに、常流開水路分岐の流量配分比を主水路および分水路での水理量相互の経験的関係を用いた運動量一次元解析により半理論的に求めることを試みる。

第3章では流量変化が大きい場合に現われる局所流現象ならびに従来の一次元解析法では満足に表示しえなかった分岐端での水理現象について、流れの挙動をモデル化することによって二次元解析理論を展開することを試み、現象観察の結果と詳細に照合することによって、流量配分工の機能設計に果たす局所流の役割を明らかにし、水理解析法をより高度化しようとする。すなわち、まず、横越流ぜきからの射流分岐流量が従来の一次元的取り扱いで

は満足に推定されない事実を確かめ、超音速流に関する二次元解析法にシミュレートし、主流の初期値によって越流量を正確に表示することを試みる。また、底面に横方向格子を有する水路での二次元開水路流れについて研究し、常流遷移の場合には非回転流としての流速分布に関するモデル設定による流出流量式の誘導、常流から射流に遷移する場合については回転曲線流としての支配点特性の決定を行なうことによって、一次元解析による結果の精度をより高めうることを示す。開水路分岐端での局所流れの特性についても、非回転流としての二次元解析を行ない、その結果を実験値と比較考察することによって、分岐端形状と分岐損失および流量配分比との間に普遍的関係を見い出す。

第4章では流量配分工の主要な付帯構造物である水門および減勢工の水理機能について考察する。すなわち、越流余水吐および管路余水吐に設けられた水門を半開操作した場合の流出量推定法を研究し、全開状態での流出量との相関を見い出すことによって流出量推定精度に及ぼす影響因子の数を少なくした新しい推定方法を提案する。また、洪水調節用流量配分工に適した台型シル型減勢工を提案し、自由越流状態ともぐり状態とについて、減勢工内に跳水が形成される臨界流況を理論的に解析することによって、その適用限界を明らかにするとともに、合理的設計方法を確立しようとする。

第1章　流量配分工の水理機能設計に関する基礎理論とその一般特性

第1節　概　　説

流量配分工上の流れは流量が場所的に変化する流れとして取り扱われる。このうち、流量が場所的に増加する開水路流れについては古くから側方余水吐、路面流出、洗滌トラフなどの水理設計に関連して、種々の実用的水面形解析法に関する研究が行なわれているが、流入時の乱流混合によるエネルギー損失が不確かであるところから、例外なく運動量一次元解析法にもとづいて論じられている。*J. Hinds*[1], *H. Favre*[2], *T. R. Camp*[3]の側方余水吐に関する研究、*C. N. Miller*[4]および*M. F. Stein*[5]による急速ろ過洗滌トラフに関する研究、*P. W. Werner*[6]および本間[7]による道路側溝の流れに関する研究らがある。このうち本間は流入運動エネルギーが乱流混合によるエネルギー損失に等しいとしてエネルギー解析を試みているが、これらの研究はいずれも基礎方程式の導き方や解の求め方に問題のあるものが多い。これに対して岩垣[8]は雨水の地表面流下機構に関する系統的研究を行ない、自由水面が混合距離に及ぼす影響を流れの不安定性との関係から論ずることによって開水路流れの抵抗法則を確立し、また開水路流の基礎方程式をコントロール・ボリュームについての運動量およびエネルギー保存の関係より誘導し、路面上の雨水流出および側溝の流れの水面形解析を行なって従来の解析法をより高度化した。

一方、流量が場所的に減少する流れについては、分流する水が主流のエネルギー水頭になんらの影響も及ぼさないとの考えから、エネルギー解析法に基づく研究が行なわれてきた。1920年代に*Engels*[9], *Coleman*および*Smith*[10]は横越流ぜきに関する実験をはじめて行ない、流出量に関する実験式を示した。理論的研究としては、*De Marchi*[11]が横越流区間での主

流の比エネルギーが実質的には一定であるとして、水面形計算法を提案したのが最初であり、この仮定は $Gentilini$[12] によって実験的にも証明された。G. $Noseda$[13] は底部取水工上の流れについてこれと同じ取り扱いを行ない、実験的検討を併せ行なっている。一方、J. $Kuntzmann$ と M. $Bouvard$[14] や J. $Frank$[15] は底部取水工上で総エネルギーが変化しないとの仮定に立って水面形を解析しており、流量配分工上でのエネルギー変化の特性についてはなお明らかでない点が多い。

そこで、著者は場所的に流量の減少する開水路流れの基礎式を検討し、実験的考察にもとづいて基礎式で表示される諸要素の変化特性を論じるとともに、一次元解析法によって示される水面形の一般特性について考察する。

第２節　従来の研究

1. $De\ Marchi$ の研究　　$De\ Marchi$ は横越流せきに沿う主流の比エネルギーを一定と仮定し、かつエネルギー係数 $\alpha=1$ とした場合の水面形方程式として次式を導いた。

$$\frac{dh}{dx}=\frac{AQ\,(dQ/dx)}{BQ^2-gA^3} \qquad (1\cdot2\cdot1)$$

ここに h：水深、Q：流量、A：流水断面積、B：水路幅である。また単位せき長当りの越流量を q_* として、これを通常のせき公式によって

$$q_*=-\frac{dQ}{dx}=\frac{2\sqrt{2g}}{3}\mu\,(h-W)^{3/2} \qquad (1\cdot2\cdot2)$$

で表わし、越流係数 μ は 0.623 の一定値とした。上式で W はせき高であり、水路底を基準としたエネルギー水頭を H_0 とし、流量と H_0 との関係を（1・2・1）式に代入して、線型微分方程式

$$\frac{dh}{dx}=-\frac{4\mu}{3B}\sqrt{\frac{(H_0-h)(h-W)^3}{3h-2H_0}} \qquad (1\cdot2\cdot3)$$

を直接積分することにより、次式の関係を得た。

$$x=\frac{3B}{2\mu}\left\{\phi\left(\frac{h}{H_0}\right)-\phi\left(\frac{h_0}{H_0}\right)\right\} \qquad (1\cdot2\cdot4)$$

ここに、 $$\phi\left(\frac{h}{H_0}\right)=\frac{2H_0-3W}{H_0-W}\sqrt{\frac{H_0-h}{h-W}}-3\sin^{-1}\sqrt{\frac{H_0-h}{h-W}} \qquad (1\cdot2\cdot5)$$

であり変化流関数とよばれる。この理論的研究の結果は流量の減少する流れの実用的水面形解析法として広く用いられているが、水路抵抗や水路こう配の影響を無視し、さらに越流係数について流れの状態に無関係に一定とした点に問題があり、これについては著者が本論文で詳細な考察を行なっている。

2. *J. Kuntzmann* と *M. Bouvard* の研究

これは主流の総エネルギーが流量配分工上で保存されるとの条件にもとづいて水面形解析を行なったものであって、底部取水棚上の実際現象についてこの事実を確かめている。*G. Noseda* が同じ型式の底部取水棚について *De Marchi* の仮定が成立することを実験的に確かめていることから、両者の仮定の妥当性が問題となろうが、不幸にもそれらを検証する資料は与えられていない。*Bouvard* らはエネルギー保存則より次式の関係を導いた。

$$H_0+x\sin\theta-h\cos\theta=Q^2/2gB^2h^2 \qquad (1\cdot2\cdot6)$$

ここに H_0：取水工上流端での比エネルギー、x：取水工上流端からの水路底に沿った距離、θ：水路底の水平からの傾き角度であり、（1・2・6）式と流量係数を C_k、開度を ψ とした場合の連続式

$$dQ/dx=-C_k\,\psi B\sqrt{2gh\cos\theta} \qquad (1\cdot2\cdot7)$$

より h を消去して、単位幅流量 q に関する次の微分方程式を得る。

$$\left(\frac{dq}{dx}\right)^4-2gC_h^2\psi\cos\theta\,(x\sin\theta+H_1)\left(\frac{dq}{dx}\right)^2+4g^2C_h^4\psi^2\cos\theta\,q^2=0 \qquad (1\cdot2\cdot8)$$

これを定数係数をもつ２次の線型微分方程式に変換し、上流端境界条件を与えて水面形追跡を行ない、また取水桝こう配と格子長との関係を表わす曲線を求めているが、この解析に当っても *De Marchi* と同様、流量係数を一定としている。

3. *M. A. Mostkow* の研究　　*Mostkow* は流下方向の格子群および円形孔よりなる底板を有する底部取水工上の流れの変化特性を詳細な実験的考察によって論じているが、水面形解析はいずれの場合にも比エネルギー一定の仮定に基づいており、縦格子および多孔板についてそれぞれ次式で表わされる水面形方程式を得た。これらは *Noseda* が解析した結果と同じである。

$$x=\frac{H_0}{C_H\psi}\left(\frac{h}{H_0}\sqrt{1-\frac{h}{H_0}}-\frac{h_0}{H_0}\sqrt{1-\frac{h_0}{H_0}}\right),\quad \frac{dQ}{dx}=-C_H\psi B\sqrt{2gH_0} \qquad (1\cdot2\cdot9)$$

$$x=\frac{H_0}{C_h\psi}\left\{\Phi\left(\frac{h}{H_0}\right)-\Phi\left(\frac{h_0}{H_0}\right)\right\},\quad \frac{dQ}{dx}=-C_h\psi B\sqrt{2gh} \qquad (1\cdot2\cdot10)$$

ここに $\Phi\left(\frac{h}{H_0}\right)=\frac{1}{4}\sin^{-1}\left(1-2\frac{h}{H_0}\right)-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{h}{H_0}\left(1-\frac{h}{H_0}\right)}$

である。

以上流量配分工上の開水路流れに関する従来の研究成果を概述したが、いずれもエネルギー一次元解析法による漸変流としての取り扱いが行なわれており、また種々の経験的仮定に立脚した実用的解析法の展開に研究の主眼が向けられてきたといえよう。一次元解析法にもとづく場合にもより厳密な水理学的考察が必要と考えられ、次に述べる解析上の問題点が明らかにされなければならない。

(1)　流量の場所的変化に伴なう主流の運動量またはエネルギー変化量の評価。

(2) 流量変化に伴なう主流の流速分布ならびに圧力分布の変化。

(3) 比エネルギーまたは総エネルギー保存の仮定が成立する流れの状態の決定。

第3節　基礎式の検討

1. 運動量解析　　岩佐[4]は一次元解析法による厳密な開水路流れの理論によって水面形方程式を導き、その一般特性について考察している。それに基づけば、直角座標系を用いた定常流に関する運動量保存則より次式の関係が成立する。

$$\frac{d}{dx}\int U^2\,dA+\int u_b u_{nb}\,ds=\int g\sin\theta\,dA-\int\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(p+\rho\overline{u'u'}\right)dA-\int\frac{\tau_{xb}}{\rho}\,ds \qquad (1・3・1)$$

ここに U：流下方向流速、U_b：境界面における流下方向流速、U_{nb}：境界面での法線方向速度、s：潤辺長、τxb：境界面での抵抗力の流下方向成分である。圧力項を静水圧とそれからの変動の和として、$p+\rho\overline{u'u'}=\rho g\cos\theta(h-y)+\Delta p$ で表わし、また流出量を q_* として、連続の関係 $-(dQ/dx)=q_*=\int U_{nb}\,ds$ から、$\int U_b U_{nb}\,ds=q_* U_b$ が得られ、さらに $\int(\tau xb/\rho)\,ds=\tau A/\rho R$ の関係および運動量係数 $\beta=(1/A)\int(U^2/Um^2)\,dA$ を用いて、(1・3・1) 式から水面形方程式を導くと、

$$\frac{dh}{dx}=\frac{\sin\theta-\dfrac{\tau}{\rho gR}+\dfrac{\beta Q^2}{gA^3}\dfrac{\partial A}{\partial x}-\dfrac{Q^2}{gA^2}\dfrac{\partial\beta}{\partial x}+\dfrac{\beta Qq_*}{gA^2}\left(2-\dfrac{U_b}{\beta Um}\right)-\dfrac{1}{gA}\displaystyle\int\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{\Delta p}{\rho}\right)dA}{\cos\theta-\dfrac{\beta Q^2}{gA^3}\dfrac{\partial A}{\partial h}+\dfrac{Q^2}{gA^2}\dfrac{\partial\beta}{\partial h}} \qquad (1・3・2)$$

となり、流量が変化しない場合に比べて、$(\beta Qq_*/gA^2)\left\{2-(U_b/\beta U_m)\right\}$

の項が加わる。このうち第1項は流量変化に伴なう主流の運動量変化の大きさを表わし、第2項は流出する運動量の大きさを表わす。

図1・3・1に示すA、BおよびC型の3種の底部分水工に関する実験で得られた実測水面こう配から、(1・3・2)式を用いて逆算された$p = 2 - (U_b / \beta U_*)$の値と流量配分比$K$との関係を示したのが図1・3・2である。$p$の計算精度には水面こう配の測定精度が支配的な影響を及ぼすから、計算値はかなりのばらつきを示し、Kとの明確な相関を見い出すには至っていないが、開度ψの小さいC型分水工で射流の場合には流量変化に直線的に比例して減少する傾向を示し、一方常流の場合には分水工上でpの値はほぼ一定値を

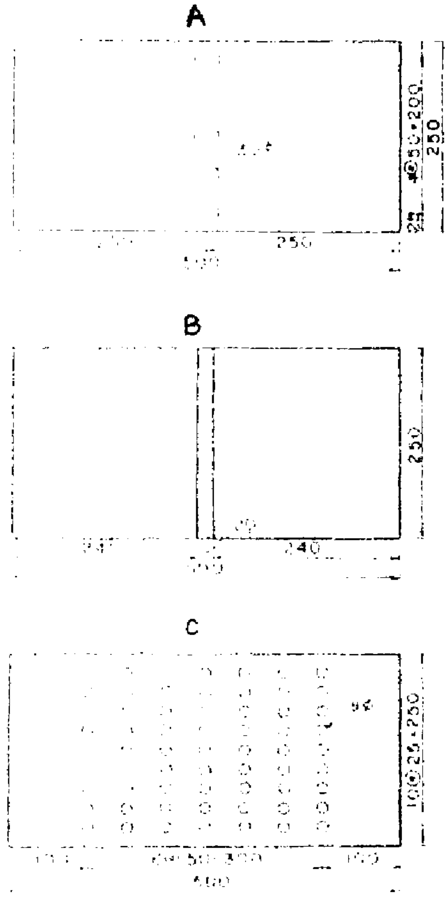


図1・3・1　底部分水工型式

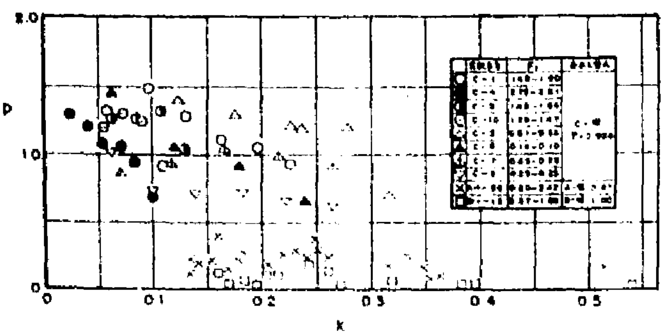


図1・3・2　pとKの関係

とることが認められた。この場合のβの平均値としては1.0の値を採用するのが妥当であると考えられる。従来の運動量解析では流出運動量を無視した解析法、すなわち$p=2$とした計算法がしばしばとられてきたが、図1・3・3に示される計算水面形と実測水面形とを比較しても明らかなように漸変流として取り扱いうる流れにおいても流出運動量を無視しえないことが実証される。

2. エネルギー解析　　運動量式と同様、直角座標系を用いて定常流のエネルギー保存則を示せば、次式のとおりである。

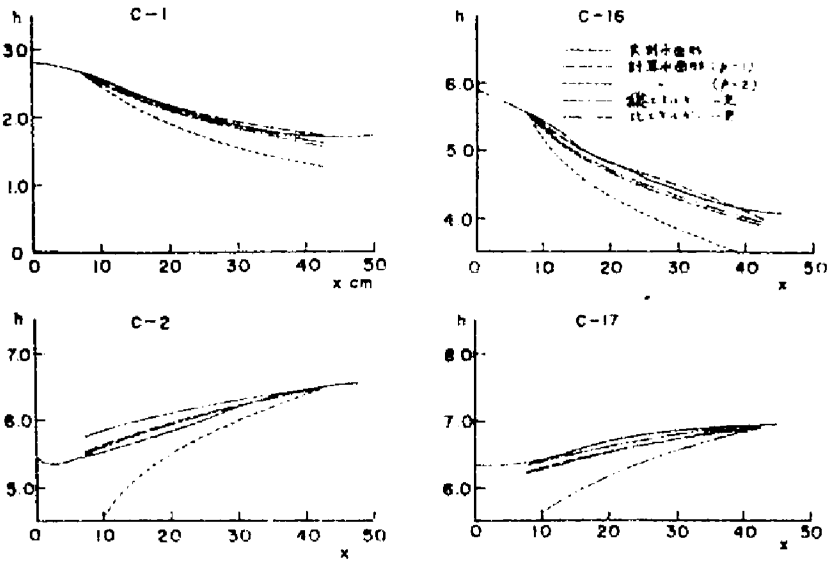


図1・3・3　理論水面形と実測水面形

$$\frac{d}{dx}\int\left\{\frac{u^2}{2}+\frac{1}{\rho}(p+\overline{u'u'})+g\cos\theta\, y+\Omega_B\right\}u\,dA=-\int\left\{\frac{u_b^2}{2}+\frac{1}{\rho}(p_b+\overline{u'u'_b})+\Omega_b\right\}u_{nb}\,ds-\int\frac{\tau_{xb}u_b}{\rho}ds \tag{1.3.3}$$

ここに、Ω_B：水路底のポテンシャル、y：底面と直角な座標軸に沿った底面からの距離であり、添字bは境界面での値を表わす。エネルギー係数α＝（1／A）$\int(u^3/U_m^3)$, 圧力係数λ＝（1／$Qh\cos\theta$）$\int\{\cos\theta h+$

$(\triangle p/\rho g)\}$ $U\,dA$および$\partial\Omega_b/\partial x=-g\sin\theta$の関係を（1・3・3）式に代入して整理すると、一様水路については次式の水面形方程式が得られる。

$$\frac{dh}{dx}=\frac{\sin\theta-\dfrac{\tau}{\rho gR}\dfrac{Ub}{Um}-\dfrac{Q^2}{2gA^2}\dfrac{\partial\alpha}{\partial x}-h\cos\theta\dfrac{\partial\lambda}{\partial x}+\dfrac{(\lambda-1)\,hq_*\cos\theta}{Q}+\dfrac{\alpha Qq_*}{gA^2}\left(\dfrac{3}{2}-\dfrac{Ub^2}{2\alpha Um^2}\right)-\dfrac{q_*}{Q}\dfrac{\triangle\rho b}{\rho g}}{\lambda\cos\theta-\dfrac{Q^2}{gA^3}\dfrac{\partial A}{\partial h}+h\cos\theta\dfrac{\partial\lambda}{\partial h}+\dfrac{Q^2}{2gA^2}\dfrac{\partial\alpha}{\partial h}} \quad (1\cdot3\cdot4)$$

流量の減少による主流のエネルギー変化は単位長さ当り$\rho gq_*\{(3\alpha Um^2/2g)+\lambda h\cos\theta+(\Omega_b/g)\}$であり、一方流出エネルギーは$-\rho gq_*\{(ub^2/2g)+h_b\cos\theta+(\Omega_b/g)+(\triangle P_b/\rho g)\}$であるから、流量変化のない場合の水面形方程式に比べ、$(q_*/Q)\{(3\alpha U_m^2-U_b^2)/2g+(\lambda-1)\cos\theta\,h-(\triangle P_b/\rho g)\}$（ただし$h_b\simeq h$）の項が右辺の分子に加わっていることになる。

流量が減少する流れでは流入のある流れで考えられるような攪乱によるエネルギー損失は無視され、それに代って流出端における圧力による仕事量が付加される。また乱れの増加による平均エネルギーの減少や渦の発生によるエネルギー損失も考えられるが、その大きさの予測は不可能に近い。漸変流として取り扱いうる流れでは、図1・3・3に示した実測水面形と計算水面形とを比較して、運動量解析の場合と同様、平均運動エネルギーが流出端での運動エネルギーに等しいとした解析が合理的であるといえる。

運動量とエネルギーの解析によって得られたそれぞれの基礎方程式を比較すると、その誘導過程から考えて同一現象に対する表示をまったく異にする二つの式であることがわかる。流量が流下方向に減少する流れを解析するに当ってそのいずれをとるべきかについては、一次元解析法における各種の前提条件がすでに実際現象の近似的表現を与えるものであるから、これを明らかにすることは困難である。しかし、一般に比較的単純な水路形状内で取り

扱われる運動量解析ではエネルギー解析に比べて不確定要素が比較的少なく、局所流出のある曲がった流れに対しても有効であろう。一方、エネルギー解析では流れの一方向性や乱れが平均量に比して十分小さいという仮定が導入されているから、流れの三次元的特性の顕著な局所流に適用するのは好ましいとはいえない。しかしながら、いずれの場合にも巨視的な取り扱いによって導かれたこれらの水面形方程式に含まれる諸係数の流量減少に伴なう変化の特性を明らかにすることによって、水面形解析の精度を高めることが必要であり、次節では漸変流の仮定にもとづく諸係数を実験的考察によって得られた実際の値と比較して水面形解析の精度を論ずる。

第４節　基礎式に含まれる水理諸量の変化特性

開水路の定常不連続流の水面形方程式（１・３・２）および（１・３・４）式において水面形解析上明らかにされなければならない要素は境界抵抗、流速分布補正係数、圧力係数および流出流量の変化である。このうち境界抵抗については水路境界特性と流れの内部機構の変化との関係が解明されない限り理論的取り扱いは不可能であり、また実際の水面形の変化には他の未知量の変化特性が反映されているから、実験的に抵抗法則を定めることもできない。したがって、著者は水面形解析に当って流量が変化しない場合の個々の水理・水路条件に応じた抵抗係数を経験的に定め、これを基礎式に用いることとする。

1. 流速分布補正係数　　横越流ぜきの越流区間各断面での射流および常流の場合の等流速線図の一例をそれぞれ図１・４・１ a および b に示す。射流の場合には流下方向に水面が急激に低下し、またせきに向かって低下する横断水面こう配が形成される結果、最大流速点が次第にせきに接近する傾向を示すが、横断水面こう配の小さくなるせき区間中程から下流では再び水路

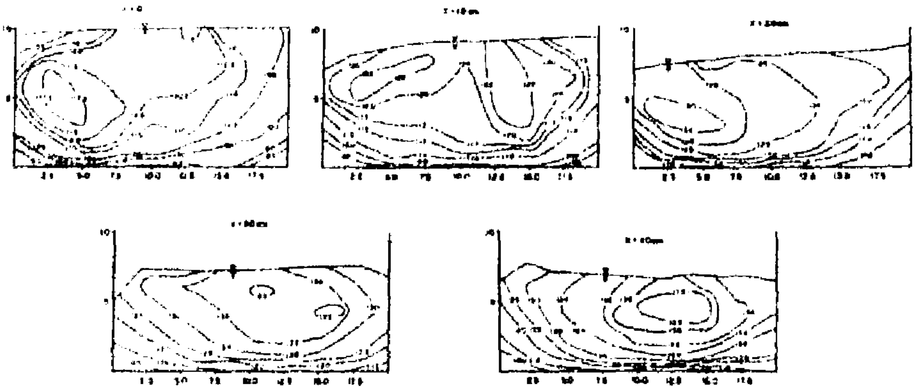


図1・4・1*a*　等流速線図（横越流、射流、5－1－21－o－S）

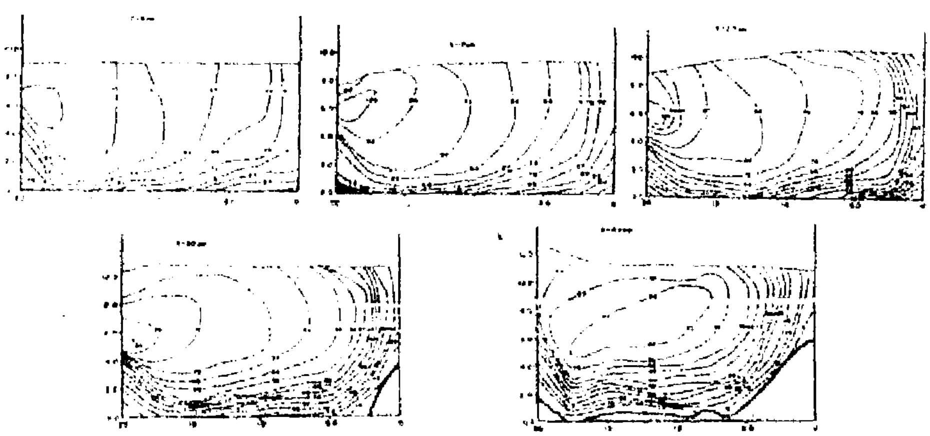


図1・4・1b　等流速線図（横越流、常流、5－1－23－0－T）

中央部に流速の卓越した領域が現われる。一方常流の場合には、分水比が大きく、また水面が下流に向かって上昇することから、平均流速は次第に減少し、流心がせき側へ偏る傾向は下流端まで持続され、流量配分比が大きい場合にはせきの反対側に死水域のあらわれることが認められた。

底部分水工上の流れについての流速測定結果は図1・4・2*a*および*b*に示される。流れの状態に無関係にどの断面においても左右二つの流心が現われ、水深が比較的大きい場合にはすでに初期断面において水路底の側壁面近傍にその存在が認められるが、水深が小さい（4～7㎝）場合には水面近くにあ

った二つの流心が流下とともに次第に水路床および側壁面近くに移行していくことが認められた。このように一断面に流心が二つも現われる現象は著者の他の実験でも認められ、これは底部からの流出量が側壁面近傍で大きく、中央部で小さいために発生する二次流の影響によるものと考えられる。

エネルギー係数αは流速の流下方向成分uのみならず、それと直角方向の成分VおよびWも考慮した次式で与えられる。

$$\alpha=\frac{1}{A}\int_A\left(\frac{u}{u_m}\right)^3\left\{1+\left(\frac{v}{u}\right)^2+\left(\frac{w}{u}\right)^2\right\}dA \qquad (1\cdot4\cdot1)$$

また運動量係数βは

$$\beta=\frac{1}{A}\int_A\left(\frac{u}{u_m}\right)^2dA \qquad (1\cdot4\cdot2)$$

で与えられる。横越流ぜきでは側方流出のためにv、w成分ともにuに比する大きさをもつが、鉛直方向成分wはせきのごく近傍に限られ、またその効

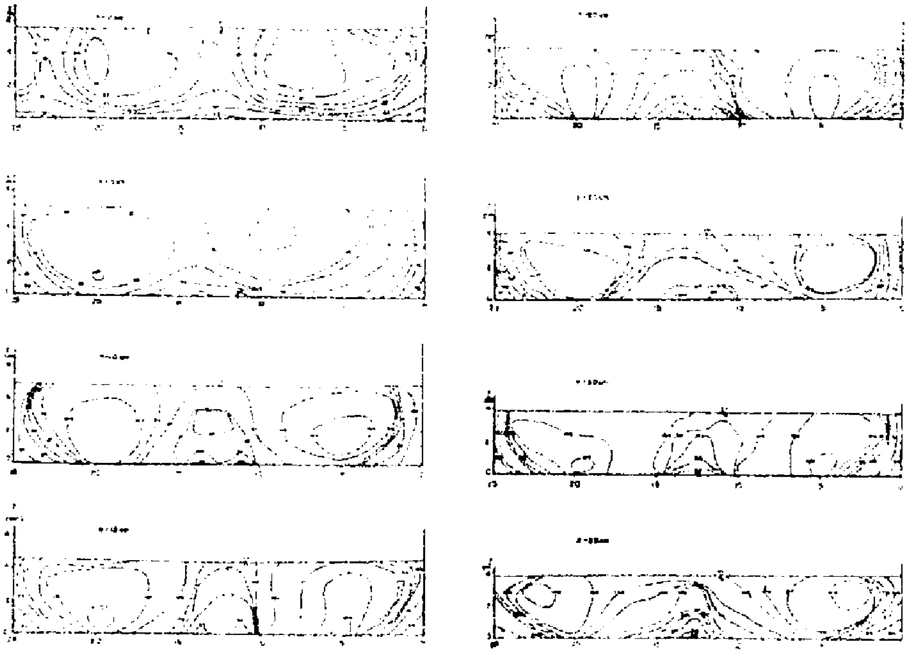


図1・4・2a　等流速線図（底部分水、射流、H－1）

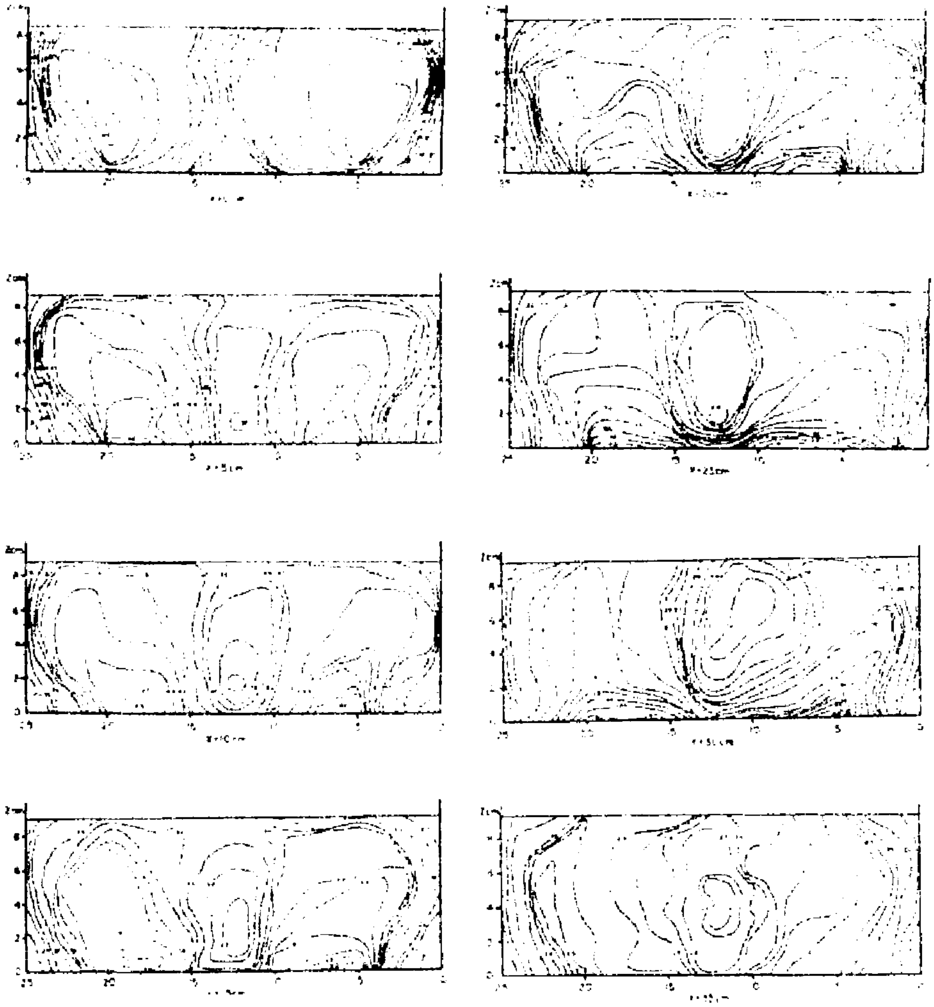


図1・4・2b　等流速線図（底部分水、常流、H－11）

果はせき近傍での水面低下や非静水圧分布となって現われるから、平均水深を用いた解析を行なう場合にはこの影響を無視することができる。底部分水工上の流れは二次元的取り扱いが可能であるから、W成分のみを考慮すればよい。表1・4・1に著者の実験値から（1・4・1）式および（1・4・2）式を用いて計算されたαおよびβの値を示している。図1・4・3は流量配分比Kに対するαの変化を示したものであるが、分水区間での流れが射流の場合には流下距離とともに減少する傾向を示し、平均流速で代表されるようにな

表1・4・1　流速分布補正係数と比エネルギー

分水工型式	実験種目	x (cm)	K	α	β	H	H/H_0
横越流ぜき	$5-0-20-6-T$	12.5	0.025	1.051	1.020		
		50.0	0.144	1.090	1.038	8.25	
		100.0	0.356	1.188	1.107	8.07	
		187.5	0.819	1.772	1.575	7.90	
	$10-0-30-5-T$	12.5	0.016	1.081	1.029		
		50.0	0.067	1.086	1.034	12.43	
		100.0	0.149	1.112	1.040	12.49	
		187.5	0.365	1.171	1.068	12.79	
	$5-1-21-0-S$	0	0	1.047	1.007	15.81	1.000
		10.0	0.056	1.020	1.006	15.42	0.975
		20.0	0.100	1.025	1.012	15.02	0.950
		30.0	0.143	1.042	1.018	15.12	0.956
		40.0	0.190	1.020	1.012	14.69	0.929
底部多孔板	$C-16-S$	−2.5	0	1.027	1.015	9.27	1.000
		2.5	0.064	1.020	1.013	9.10	0.983
		17.5	0.103	1.018	1.013	9.09	0.981
		27.5	0.140	1.013	1.009	9.05	0.977
	$C-1-S$	−2.5	0	1.031	1.017	5.25	1.000
		2.5	0.041	1.050	1.028	5.21	0.992
		17.5	0.239	1.018	1.012	5.10	0.972
	$C-2-T$	−2.5	0	1.046	1.023	6.72	1.000
		7.5	0.107	1.086	1.039	6.70	0.997
		17.5	0.224	1.121	1.044	6.83	1.017
		27.5	0.352	1.132	1.048	6.89	1.024
	$C-17-T$	−2.5	0	1.095	1.039	7.30	1.000
		12.5	0.133	1.122	1.042	7.37	1.010
		17.5	0.220	1.149	1.050	7.34	1.005
		27.5	0.334	1.158	1.053	7.28	0.998
		32.5	0.391	1.196	1.072	7.25	0.994

る。横越流ぜきでは上流端近くでの横方向流速が大きいためにこの付近でのαの値が卓越している。

一方常流状態ではαはKにほぼ直線的に比例して増大し、流速分布形に流量変化の影響が敏感に反映される。また分水工の形式によってαの値に余り差異が認められない事実は流れの状態と流量変化率が同じであれば、三次元特性の顕著な横越流ぜきでも二次元流れとして取り扱いうる底部分水工でも運動エネルギーの分布形は変らないものとして注目される。

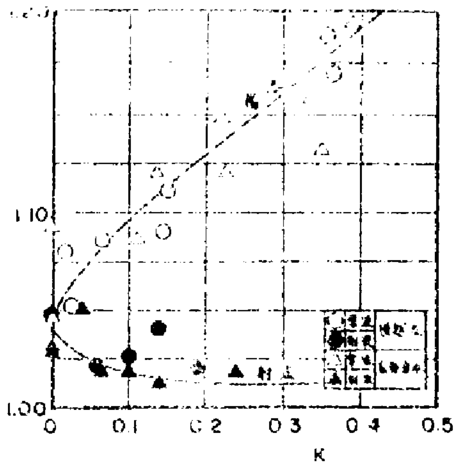


図1・4・3 αとKの関係

2. 圧力係数

底部分水工上の二次元流れを考え、その水路床に沿って下流方向にx軸、それと直角上向きにz軸をとり、$\partial^2 u/\partial x^2 \ll \partial^2 u/\partial z^2$、また$\partial^2 w/\partial x^2$、$\partial^2 w/\partial z^2 \ll \partial^2 u/\partial z^2$とすると、各方向の運動方程式はそれぞれ次式で与えられる。

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + w\frac{\partial u}{\partial z} = g\sin\theta - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \qquad (1\cdot4\cdot3)$$

$$u\frac{\partial w}{\partial x} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -g\cos\theta - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} \qquad (1\cdot4\cdot4)$$

連続式 $$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \qquad (1\cdot4\cdot5)$$

を考慮すると、(1・4・3)および(1・4・4)式はそれぞれ

$$-\frac{u^2}{g}\frac{\partial(w/u)}{\partial z} = \sin\theta - \frac{1}{\rho g}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{g}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \qquad (1\cdot4\cdot6)$$

$$\frac{u^2}{g}\frac{\partial(w/u)}{\partial x} = -\cos\theta - \frac{1}{\rho g}\frac{\partial p}{\partial z} \qquad (1\cdot4\cdot7)$$

となる。いま x 方向速度成分の分布形が保存形であるとすると、

$$u = u_m f'(z/h) = (q/h)\, f'(m) \qquad (1\cdot4\cdot8)$$

で表わされる。ここに、u_m は平均流速、q は水路単位幅当りの主流流量である。（1・4・5）式に（1・4・8）式を代入して積分し、自由水面 $z=h$ での条件 $w/u=dh/dx$ および連続条件 $dq/dx=-q_{**}$ を与えると、z 方向成分 w は次式で表わされる。

$$w = q_{**}\{f(m) - f(1)\} + (qm/h)\left(\frac{dh}{dx}\right)f'(m) \qquad (1\cdot4\cdot9)$$

（1・4・8）式および（1・4・9）式を（1・4・7）式に代入し、z から h まで積分すると圧力分布式として次式が得られる。

$$\begin{aligned}
\frac{p}{\rho g} = {} & h\cos\theta\,(1-m) + \frac{q_{**}^2}{g}\int_m^1 f'(m)\{f(m)-f(1)\}\,dm + \frac{1}{g}\frac{dh}{dx} \\
& \Big[q\frac{dq_{**}}{dh}\int_m^1 f'(m)\{f(m)-f(1)\}\,dm - \frac{qq_{**}}{h}\int_m^1 m\{f'(m)\}^2\,dm + {} \\
& \frac{qq_{**}}{h}\int_m^1 f'(m)\{f(m)-f(1)\}\,dm + \frac{qq_{**}}{h}\int_m^1 mf''(m)\{f(m)-f(1)\}\,dm\Big] \\
& - \frac{q^2}{gh^2}\left(\frac{dh}{dx}\right)^2\int_m^1 m\{f'(m)\}^2\,dm + \frac{q^2}{gh}\frac{d^2h}{dx^2}\int_m^1 m\{f'(m)\}^2\,dm
\end{aligned} \qquad (1\cdot4\cdot10)$$

いま分水工上の各断面での流速の x 方向成分が平均流速 u_m で表わしうるものとすると、

$$du/dz = 0,\quad f'(m) = 1,\quad f(m) = m,\quad f(1) = 1,\quad f''(m) = 0 \qquad (1\cdot4\cdot11)$$

であり、また水路単位幅当りの流出量 q_{**} として、$q_{**} = C_h\sqrt{2gh}$ の表示を与え、流量係数 C_h を一定と仮定すると、$dq_{**}/dh = q_{**}/2h$ となる。これらを（1・4・10）式に代入すると圧力分布として

$$\frac{p}{\rho g}=(1-m)h\cos\theta-(1-m^2)\frac{q_{**}^2}{2g}-(5-m)(1-m)\frac{qq_{**}}{4gh}\frac{dh}{dx}-$$

$$(1-m^2)\frac{q^2}{2gh^2}\left(\frac{dh}{dx}\right)^2+(1-m^2)\frac{q^2}{2gh}\frac{d^2h}{dx^2} \qquad (1\cdot4\cdot12)$$

が得られる。（1・4・12）式から明らかなように（1・4・4）式で鉛直加速度を無視した場合の静水圧分布 $p/\rho g=(1-m)h\cos\theta$ に流出による圧力減少項、水面こう配および水面曲率による圧力変化項が付加される。いま底面での圧力水頭 $p_b/\rho g$ は（1・4・12）式で $m=0$ として次式で表わされる。

$$\frac{p_b}{\rho g}=h\cos\theta-\frac{q_{**}^2}{2g}-\frac{5qq_{**}}{4gh}\frac{dh}{dx}-\frac{q^2}{2gh^2}\left(\frac{dh}{dx}\right)^2+\frac{q^2}{2gh}\frac{d^2h}{dx^2} \qquad (1\cdot4\cdot13)$$

実測水面形から底部分水工上の各断面での dh/dx および d^2h/dx^2 を求め、

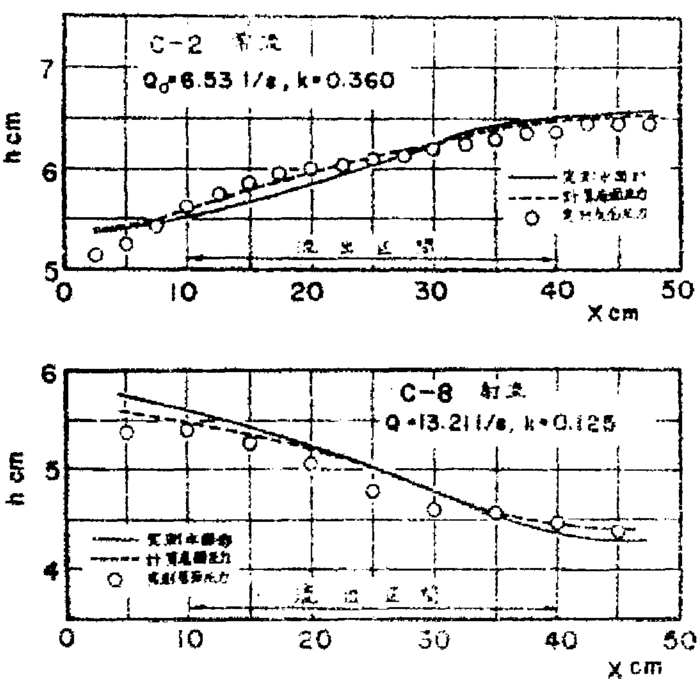


図1・4・4　理論底圧と実測底圧の比較

（1・4・13）式によって底面圧力を計算し、その結果を実測値と比較したのが図1・4・4である。（1・4・13）式で静水圧項を除いてはd^2h/dx^2の項が分水工上下流端部で他項より1オーダー高い値を示すから、底面圧力の静水圧よりの高低はd^2h/dx^2の正負に支配される。すなわち図から明らかなように、常流で分水工上流端付近で下に凸な水面形が現われ、$d^2h/dx^2>0$となる結果、圧力は一般に静水圧より大きくなり、下流端近くでは逆に$d^2h/dx^2<0$となって底面圧力水頭は静水圧より小さくなる。射流ではこの関係が逆転する。

（1・4・12）式から明らかなように流量変化率の大きい分水工では急変流特性が顕著に現われるから、底部スリットや縦方向格子では漸変流理論による解析法では現象を満足に表わしえない。図1・4・5は *Khatchatrian*[18]

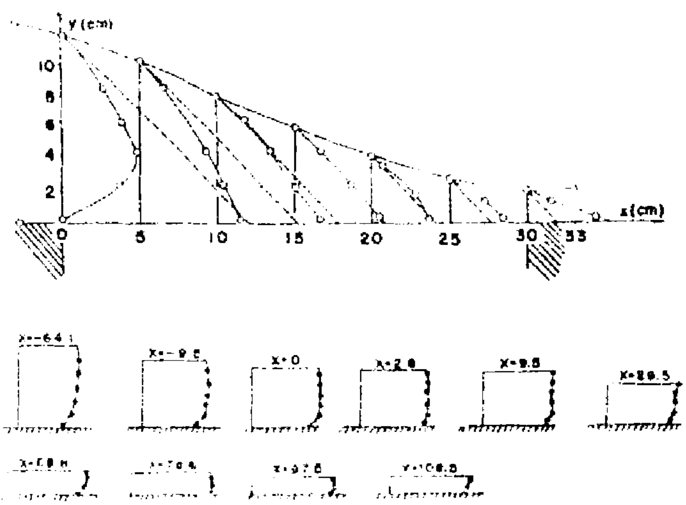


図1・4・5
縦方向格子上の圧力および流速分布

の実験による縦方向格子上の圧力および流速の流下方向成分の分布状態を示したものであるが、分水工上では漸変流解析の基本仮定である静水圧分布は成立せず、上流端での底面圧力は大気圧になる。いま$p_b \simeq 0$とすると、（1・4・13）式で$\cos\theta=1$とし、微小項を省略して

$$\frac{d^2h}{dx^2}=\frac{5q_{**}}{2q}\left(\frac{dh}{dx}\right)-\frac{2gh^2}{q^2}\left(1-\frac{q^2_{**}}{2gh}\right)=\frac{5q_{**}}{2q}\left(\frac{dh}{dx}\right)-\frac{2gh^2}{q^2}\left(1-C_h^{\prime}\psi^2\right)$$

（１・４・１４）

が得られる。射流状態では常に $dh/dx<0$、また $C_h^{\prime}\psi^2<1$ であるから $d^2h/dx^2<0$ となり、上に凸な水面形が分水工始端に現われることがわかる。常流では $dh/dx>0$ であるから、（１・４・１４）式の右辺第１項と第２項の大きさによって上流端での水面形性状が決定されるが、一般には第１項に比べて第２項のオーダーが低いから、$d^2h/dx^2>0$ となり、下に凸な水面形が現われることになる。また分水工上に現われる水面形の変曲点での底面圧力 p_{bt} は $d^2h/dx^2=0$ の条件から

$$\frac{p_{bt}}{\rho g}=h-\frac{q^2_{**}}{2g}-\frac{5qq_{**}}{4gh}\frac{dh}{dx}=h\left(1-C_h^2\psi^2+\frac{5qC_h^2\psi^2}{2h}\frac{dh}{dq}\right)$$

（１・４・１５）

となり、これに分水工上での比エネルギー一定の仮定にもとづく関係式 $dh/dq=(h/q)\{1-(h/hc)^3\}$（$hc$:限界水深）が近似的に成立するものとして代入し、整理すると次式が得られる。

$$\frac{p_{bt}}{\rho g}=1+\frac{C_h^2\psi^2(3hc^3+2h^3)}{2(hc^3-h^3)} \qquad (1\cdot4\cdot16)$$

分水工上を射流で流下する場合には $hc^3>h^3$ であるから、$p_{bt}/\rho g>h$ となり変曲点での底面圧力は静水圧より大となることが示される。(9)

さて $Jaeger$ の圧力係数はエネルギー解析によれば

$$\lambda=1+(1/Qh\cos\theta)\int(\triangle p/\rho g)\,u\,dA \qquad (1\cdot4\cdot17)$$

で与えられ、運動量解析によると

$$\lambda^{\prime}=1+(1/Az_G\cos\theta)\int(\triangle p/\rho g)\,dA \qquad (1\cdot4\cdot18)$$

となる。ここに $\triangle p$ は圧力の静水圧からの変動値、z_G は水面から流水断面の重心までの深さを表わす。二次元不連続流に対して圧力が（１・４・１０）

式で表わされるものとすると、λ および λ' はそれぞれ

$$\lambda = 1 + \frac{1}{gh\cos\theta}\Big[\!\Big[q_{**}^2 \int_0^1 f(m) \int_m^1 f'(m)\{f(m)-f(1)\}(dm)^2 +$$

$$g\left(\frac{dq_{**}}{dh}\right)\left(\frac{dh}{dx}\right)\int_0^1 f'(m)\int_m^1 f'(m)\{f(m)-f(1)\}(dm)^2 - \frac{gq_{**}}{h}\left(\frac{dh}{dx}\right)\int_0^1 f'(m)\int_m^1 \Big[m\{f'(m)\}^2 -$$

$$f'(m)\{f(m)-f(1)\} - mf''(m)\{f(m)-f(1)\}\Big](dm)^2 - \frac{q^2}{h^2}\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 \int_0^1 f'(m) \times$$

$$\int_m^1 m\{f'(m)\}^2(dm)^2 + \frac{q^2}{h}\left(\frac{d^2h}{dx^2}\right)\int_0^1 f(m)\int_m^1 m\{f'(m)\}^2(dm)^2\Big]\!\Big] \qquad (1.4.19)$$

$$\lambda' = 1 + \frac{2}{gh\cos\theta}\Big[\!\Big[q_{**}^2 \int_0^1\int_m^1 f'(m)\{f(m)-f(1)\}(dm)^2 + g\frac{dq_{**}}{dh}\left(\frac{dh}{dx}\right)\int_0^1\int_m^1 f'(m) \times$$

$$\{f(m)-f(1)\}\Big](dm)^2 - \frac{gq_{**}}{h}\left(\frac{dh}{dx}\right)\int_0^1\int_m^1 \Big[m\{f'(m)\}^2 - f'(m)\{f(m)-f(1)\} -$$

$$mf''(m)\{f(m)-f(1)\}\Big](dm)^2 - \frac{q^2}{h^2}\left(\frac{dh}{dx}\right)^2\int_0^1\int_m^1 m\{f'(m)\}^2(dm)^2 +$$

$$\frac{q^2}{h}\frac{d^2h}{dx^2}\int_0^1\int_m^1 m\{f'(m)\}^2(dm)^2\Big]\!\Big] \qquad (1.4.20)$$

となる。流下方向成分を平均流速で代表させ、先の流出量表示式を用いると、

$$\lambda = 1 - (1/6\,gh\cos\theta)\{q_{**}^2 + (7qq_{**}/2h)(dh/dx) - 2(q^2/h^2)\times$$
$$(dh/dx)^2 - 2(q^2/h)(d^2h/dx^2)\} \qquad (1\cdot4\cdot21)$$

$$\lambda' = 1 - (1/3gh\cos\theta)\{q_{**}^2 + (7qq_{**}/2h)(dh/dx) - 2(q^2/h^2)\times$$
$$(dh/dx)^2 - 2(q^2/h)(d^2h/dx^2)\} \qquad (1\cdot4\cdot22)$$

いま多孔板型底部分水工（$\psi = 0.054$）の上流端で常流から射流に遷移する場合の水面こう配および水面曲率を実測水面形から求め、これを上流水路での比エネルギーで無次元化したものを流下距離の無次元量 $\overline{X} = x/H_0$ に対して図示したのが図1・4・6および1・4・7である。明らかに $\overline{X} \simeq 0.5$ より上流側では水面曲率は負であり、それより下流では正となり、水面こう配もこの点で最小となる。これらの無次元表示によれば同一流況に対してはすべ

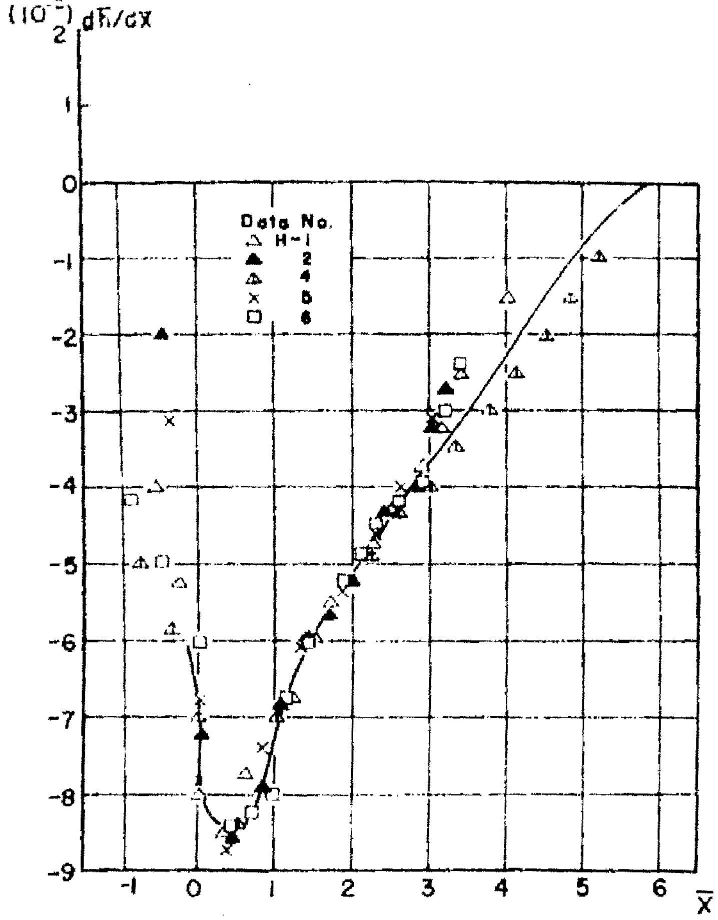


図1・4・6
水面こう配の変化特性(常流→射流)

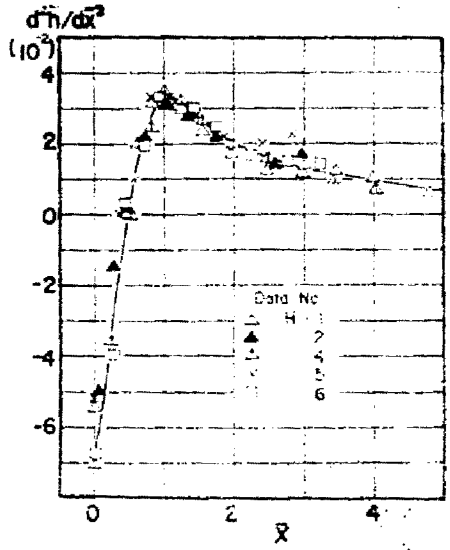


図1・4・7 水面曲率の変化特性(常流→射流)

ての実験値を一つの変化曲線で表示しうるから、それにもとづいて(1・4・21)式から入を計算し、その変化を図示したのが図1・4・8である。上流端での $d\lambda/dx$ はきわめて大きく、水面形解析においてこれを考慮しなければならないことを示している。

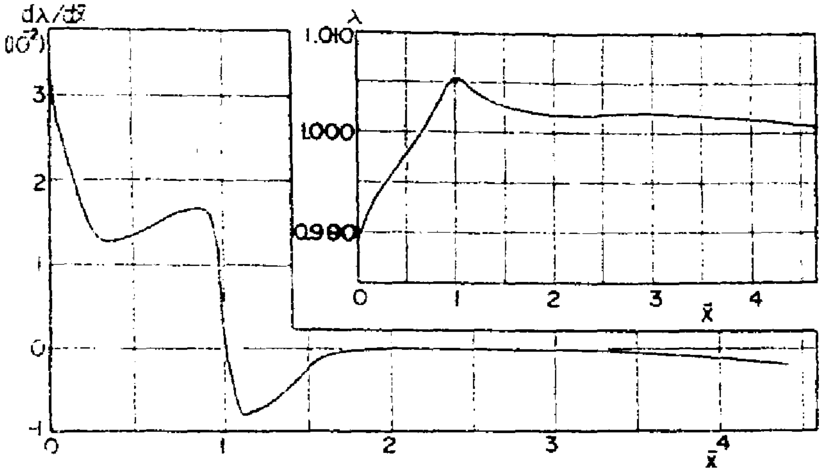


図1・4・8　圧力係数の変化特性（常流→射流）

3. 比エネルギー

従来分水工上の流れを解析する実用的手法としては、*De Marchi*の研究にもみられるように、分水工上での主流の比エネルギーが変化しないとの仮定に立脚して直接水面形方程式を求める方法が注目されてきたが、著者の実験資料にもとづいてこの仮定の妥当性を検討しよう。流れの比エネルギーH_0は次式で定義される。

$$H_0 = \frac{1}{Q}\int\left\{\frac{1}{2g}(u^2+v^2+w^2)+\frac{p}{\rho g}+z\cos\theta\right\}u\,dA \qquad (1\cdot4\cdot23)$$

したがって

$$H_0 = \frac{\alpha u_m^2}{2g}+\lambda h\cos\theta \qquad (1\cdot4\cdot24)$$

で表わされることになる。ここにαおよびλはそれぞれ（1・4・1）式および（1・4・17）式で与えられるエネルギー係数および圧力係数である。

実測値から求められたαおよびλの値を用いて表1・4・1に示す実験種目ごとに各断面での比エネルギーを（1・4・24）式によって計算した結果は表に併記するとおりである。一般に射流の場合には比エネルギーは流下方向

に減少し、常流の場合には一定ないしはわずかに増加することがわかる。なお表1・4・1に示された射流状態での横越流ぜき上、下流端でのαの値を用いて、射流分岐の場合の著者のすべての実験資料から計算された下流端断面での比エネルギーH_2と初期断面での比エネルギーH_0との比を初期断面での流れの平均フルード数F_{r0}に対して図示したのが図1・4・9であり、フルード数の増加とともに比エネルギーの減少率が増大することが示された。図1・4・10には多孔版型底部分水工で擬似跳形点が発生するときの分水工上の比エネルギーの変化を示すが、明らかに射流状態での比エネルギーが減少する傾向が確認され、以上の実験的事実から比エネルギー一定としてきた従来の実用的な水面形解析法には問題があると考えられるが、この仮定にもとづく水面形計算法の適合性については第2章で論ずる。

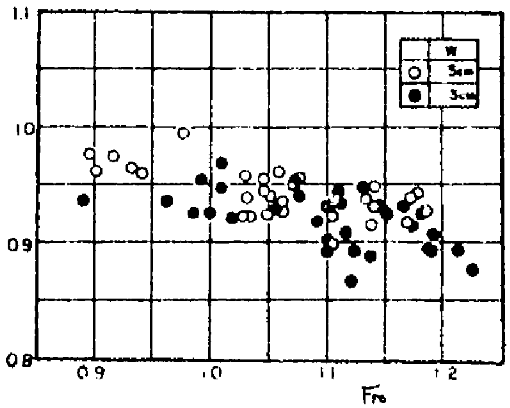


図1・4・9 越流区間での比エネルギーの逓減特性

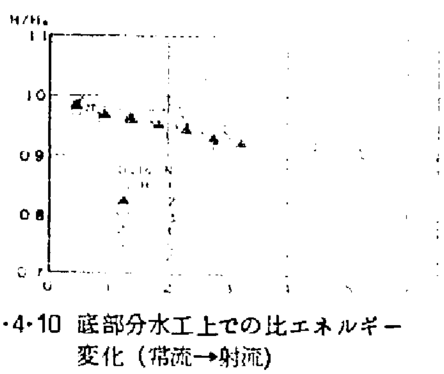


図1・4・10 底部分水工上での比エネルギー変化（常流→射流）

5. 流出流量

(1) 底部分水工

縦方向格子を水路底に設けた場合の流出流量$q_{*\ell}$は流出に際して速度水頭に相当したエネルギー損失を考えると

$$q_{*\ell} = C_h B\psi\sqrt{2g}\int_0^{\ell}\sqrt{h}\,dx \quad (1\cdot4\cdot25)$$

で表わされる。ここにC_hは流量係数、Bは水路幅、ψは開度、ℓは格子に沿った流出量測定の一区間長、hは任意断面での平均水深

である。*Noseda*[20]が3種類の開度の水平格子について行なった実験資料から計算された流量係数 C_h を測定区間上流端水深 h_i に対して図示したのが図1・4・11であり、水深の増加すなわち格子上の平均流速の減少とともに流量係数が減少するという実験的事実が示され、これは傾斜水路についても確認されている。また開度 が大きくなるとともに C_h は減少する傾向にある。一方、横方向格子では水深とともに C_h は増加するが、これは開孔部での流れの変向に際してのエネルギー損失が流速が大なるほど大きくなるためと考えられる。

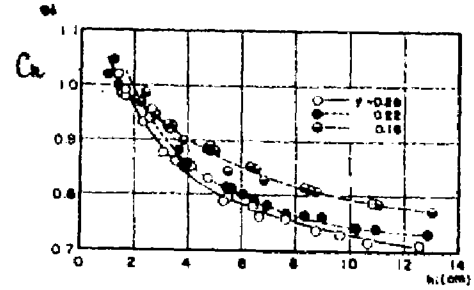


図1・4・11 縦方向格子での流量係数(Nosedaによる)

図1・3・1に示した3種の底部分水工について流出流量を測定し、分水工単位長さ当りの流出流量 q_* を

$$q_* = C_h\, B\, \psi \sqrt{2gh} \qquad (1\cdot4\cdot26)$$

で表わし、流出係数 Ch を求めて流出断面での主流平均フルード数 Fr に対して図示したのが図1・4・12[21]である。実験した3種の分水工について同じフルード数に対する流量係数の値にほとんど差異が認められないところから、横方向格子と円形多孔板では流出にともなう水脈収縮効果、エネルギー損失効果および流速分布の影響を総合的に表わす流量係数として Fr によって一義的に定められる同じ値を用いてもよいと判断される。

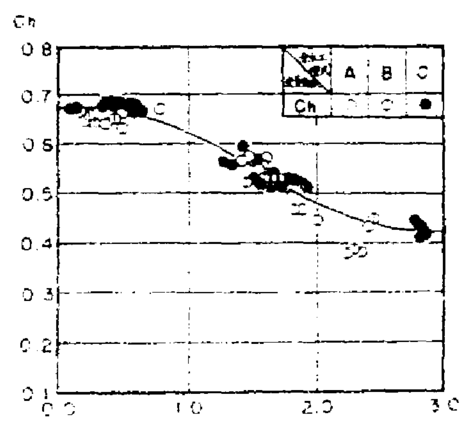


図1・4・12 多孔板および横方向格子の流量係数の変化特性

2. 横越流ぜき

与えられた水路およびせきの形

状要素および水理条件に対して横越流ぜきから流出する全越流量を推定するための実験的研究は古く今世紀の初頭から数多くの研究者によって行なわれてきたが、従来は通常のせき公式に含まれる越流係数をせき区間での流れの遷移状態に応じて経験的に修正する方法がとられてきた。たとえば、せき区間での流れが射流となる水面形を始めて実験で見い出したのは*Coleman* および*Smith*[2)] であるが、彼等の提案した越流量公式には越流区間での平均流速やせき下流端水深などの未知量が含まれており、またその適用範囲も限られたものであったために実用的には問題が多かった。

そこで著者の実験資料を用いて、既往の一次元解析にもとづく代表的な横越流量公式の適合性を考察する。実験水路は幅20 cm、高さ20 cm、長さ10 mの合成樹脂製の一様長方形断面水路であり、水路の中程に設けられた切欠き部に横越流刃形ぜきが構成されるように鋼板を水路壁にビス止めし、せき高を3 cmおよび5 cm、せき長を20 cmから60 cmまで10 cmごとに変えられるようにした。水路こう配は全実験を通して一定で1/1,000とした。実験種目ならびに主要測定結果は一括して表1・4・2に示される。

*De Marchi*は横越流ぜきに沿った水面形の解析に当って単位長当りの越流量を(1・2・2)式で表わし、越流係数 $\mu=0.623$ の一定としている。著者の実験で得られた縦断水面形から流下距離5 cmごとの平均越流水深 d_m を求め、$\mu=0.623$ として(1・2・2)式から計算された各区間越流量をせきの全長にわたって加算したものを理論総越流量 $\triangle Q_T$ とし、これと実測値 $\triangle Q_E$ とを比較したのが図1・4・13であり、横軸にはせき長 L と水路幅 B との比をとっている。射流では $L/B<2.0$ の範囲で $\triangle Q_T$ は $\triangle Q_E$ より10～30%大きい値を示し、L/B が大きくなるとともに本公式の適用精度は高くなるが、実験ごとに大きいばらつきを示し、$L/B=3.0$ のときにも推定誤差は最大±10%に達する。$L/B>3.0$ の範囲については本実験の

表1・4・2 横越流せき実験測定資料（その1）

実験番号	せき高 (cm)	せき長 (cm)	初期流量 (l/s)	分水量 (l/s)	上流端 平均水深 (cm)	下流端 平均水深 (cm)	初期 フルード数
20—3—1	3	20	5.5	0.44	4.28	4.58	0.993
2			8.2	0.73	5.30	4.70	1.075
3			12.6	1.45	6.83	5.57	1.130
4			16.0	2.30	8.15	6.35	1.100
5			21.0	3.35	9.58	7.37	1.132
6			24.7	4.15	10.56	8.04	1150
7			29.7	5.30	11.77	8.94	1.176
20—5—2	5	20	8.2	0.35	6.03	6.26	0.894
3			12.6	0.90	7.35	7.11	1.040
4			16.0	1.25	8.27	7.15	1.075
5			21.0	2.18	10.01	8.49	1.062
6			24.7	2.90	10.86	8.85	1.107
7			29.7	3.90	12.04	9.87	1.131
30—3—1	3	30	5.5	0.43	4.45	4.25	0.906
2			28.2	0.98	5.29	4.10	1.076
3			12.6	2.06	6.86	5.01	1.122
4			16.0	3.16	8.08	5.60	1.112
5			21.0	4.65	9.70	6.46	1.110
6			24.7	5.60	10.43	7.02	1.171
7			29.7	7.25	11.70	7.67	1.186
30—5—2	5	30	8.2	0.40	5.90	6.21	0.915
3			12.6	0.92	7.19	6.28	0.977
4			16.0	1.65	8.40	6.63	1.050
5			21.0	2.98	10.04	7.57	1.052
6			24.7	3.72	10.79	8.06	1.140
7			29.7	5.15	12.07	8.79	1.134
40—3—1	3	40	5.5	0.50	4.37	3.82	0.961
2			8.2	1.20	5.48	3.76	1.021
3			12.6	2.80	7.35	4.72	1.010
4			16.0	4.13	8.17	5.24	1.094
5			21.0	6.08	9.76	5.96	1.100
6			24.7	7.25	10.33	6.44	1.189
7			29.7	9.25	12.15	7.32	1.120
40—5—2	5	40	8.2	0.45	5.91	5.99	0.912
3			12.6	1.20	7.07	5.89	1.071
4			16.0	2.26	8.54	6.40	1.024
5			21.0	3.98	10.14	7.03	1.039
6			24.7	5.02	10.84	7.54	1.106
7			29.7	6.50	11.84	8.08	1.169

表1・4・2　横越流せき実験測定資料（その2）

実験番号	せき高 (cm)	せき長 (cm)	初期流量 (l/s)	分水量 (l/s)	上流端平均水深 (cm)	下流端平均水深 (cm)	初期フルード数
50—3—1	3	50	5.5	0.58	4.28	3.70	0.993
2			8.2	1.42	5.32	3.80	1.068
3			12.6	3.20	6.92	4.28	1.106
4			16.0	4.95	8.17	4.76	1.094
5			21.0	7.05	9.62	5.30	1.124
6			24.7	8.45	10.51	5.69	1.192
7			29.7	10.80	11.53	6.22	1.212
50—5—2	5	50	8.2	0.50	5.80	5.98	0.938
3			12.6	1.35	7.26	5.67	1.029
4			16.0	2.60	8.40	6.02	1.050
5			21.0	4.56	10.22	6.64	1.027
6			24.7	5.95	11.23	6.98	1.048
7			29.7	7.80	12.03	7.56	1.137
60—3—1	3	60	5.5	0.60	4.26	3.88	0.999
2			8.2	1.55	5.31	3.59	1.071
3			12.6	3.55	6.76	4.01	1.109
4			16.0	5.47	8.10	4.35	1.116
5			21.0	7.90	9.55	4.90	1.137
6			24.7	9.70	10.34	5.19	1.187
7			29.7	12.20	11.42	5.68	1.229
60—5—2	5	60	8.2	0.50	5.82	6.09	0.931
3			12.6	1.46	7.19	5.55	1.045
4			16.0	2.84	7.75	5.83	1.186
5			21.0	5.10	10.00	6.21	1.062
6			24.7	6.60	10.86	6.56	1.104
7			29.7	8.65	11.85	6.95	1.163
20—3—1	3	20	16.1	7.61	11.05	12.41	0.700
2—1			12.5	4.72	8.56	9.21	0.796
2—2			12.5	8.75	10.78	12.39	0.568
3—1			8.2	2.20	6.13	7.47	0.871
3—2			8.2	4.87	8.67	9.51	0.511

表1・4・2　横越流せき実験測定資料（その3）

実験番号	せき高 W(cm)	せき長 L(cm)	初期流量 Qo(l/s)	分水量 ΔQ(l/s)	上流端平均水深 ho(cm)	下流端平均水深 h_2 (cm)	初期フルード数 Fro
20—5—1	5	20	16.6	8.25	13.16	13.29	0.532
2—1			12.6	4.25	10.55	11.50	0.588
2—2			12.6	7.60	12.97	13.60	0.429
2—3			12.6	6.20	11.72	12.66	0.503
3—1			8.2	2.01	8.31	8.98	0.548
3—2			8.2	5.25	10.88	11.48	0.365
3—3			8.2	6.35	11.71	12.19	0.327
30—3—1	3	30	16.1	11.80	10.69	12.34	0.738
2—1			12.6	10.20	9.75	0.10.78	0.661
2—2			12.6	7.42	8.27	10.21	0.846
3—1			8.1	4.15	6.56	7.77	0.770
3—2			8.1	2.52	5.52	6.73	0.998
3—3			8.1	5.75	7.60	8.38	0.625
30-5-1-1	5	30	16.0	7.25	10.47	12.07	0.750
1−2			16.0	7.32	9.98	11.81	0.809
2−1			17.6	8.50	11.10	11.97	0.760
2−2			17.6	4.73	9.05	10.41	1.030
2−3			17.6	6.62	10.05	10.82	0.867
3−1			8.1	1.75	7.13	7.77	0.675
3−2			8.1	4.56	8.96	9.63	0.484
3−3			8.1	2.93	7.92	8.60	0.579
40-3-2	3	40	12.6	9.60	7.88	9.65	0.908
−3—1			8.2	4.52	5.82	7.42	0.957
−3—2			8.2	5.87	6.47	7.67	1.050
−3—3			8.2	7.25	7.22	8.12	0.674
40−5−1−1	5	40	16.2	10.10	9.77	11.90	0.822
1−2			16.1	7.95	9.16	11.31	0.930
2−1			12.7	5.34	8.25	9.81	0.856
2−2			12.7	7.30	8.76	10.53	0.783
2−3			12.6	7.38	9.05	10.68	0.740
3−1			8.2	6.62	9.03	9.64	0.483
3−2			8.2	4.18	7.78	8.72	0.596
3−3			8.1	3.15	7.27	8.24	0.660

範囲内ではその変化を論じることはむずかしいが、岩佐らの $L/B=4$ の場合の実験[23]によって $\triangle Q_E/\triangle Q_T>1$ となることが確かめられている。常流状態では射流の場合に比べ本公式の適用精度は高いが，$L/B<2$ ではやはり $\triangle Q_T$ は $\triangle Q_E$ より常に大きく最大推定誤差は 15 %になる。$L/B>3$ の範囲では実測値との比較的良好な一致を示したが、なお±１０%のばらつきが認められた。

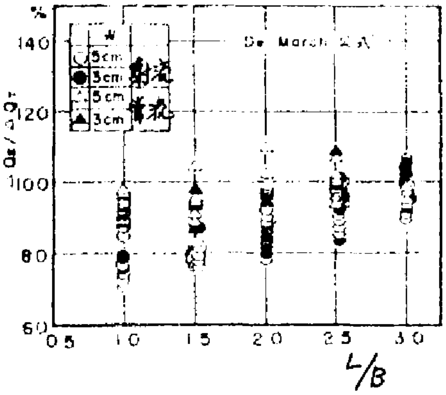


図 1·4·13 De Marchi 公式の適用性

Frazer[24]は横越流区間での３種の遷移流況すなわち、*A* 常流→射流、*B* 常流→常流、*C* 常流→射流→跳水→常流について採用される越流量公式を半理論的に導いた。*A* に関しては、水路内の流れの比エネルギーが不変であり、せき上流端で限界水深が発生するという条件から次式の関係を得た。

$$1-K=\eta_{2c}\sqrt{3-2\eta_{2c}} \tag{1.4.27}$$

ここに K は流量配分比、η_{2c} はせき下流端水深 h_2 と上流端での限界水深 h_{co} の比である。実際には上・下流端での比エネルギーの関係は（1.4.27）式で 厳密には表示し得ず、実験的考察によって次式で表わされる修正を行なった。

$$1-K=\eta_{2c}\sqrt{2.5-1.5\ \eta_{2c}} \tag{1.4.28}$$

この関係が満足されることは著者の測定値を図示した図 1.4.14によっても明らかである。いませき長が∞の場合の分水比 K_∞ は $\eta_{wc}=W/h_{co}$（Wはせき高）とすると、（1.4.28）式から

$$1-K_\infty=\eta_{wc}\sqrt{2.5-1.5\eta_{wc}} \tag{1.4.29}$$

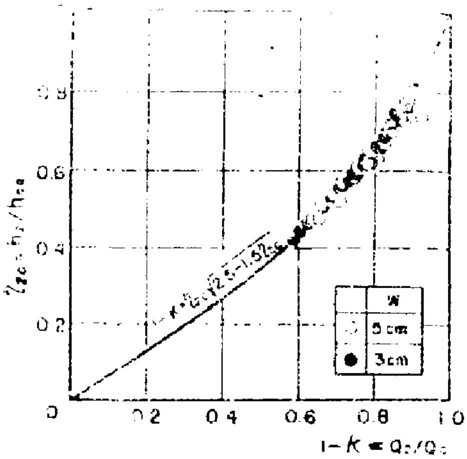


図1・4・14 下流端水深と流量配分比の関係

となり、実験によって次式の関係を得た。

$$\frac{1-K}{1-K_\infty}=1-10^{-\frac{L}{8B}}$$

（1.4.30）

したがってせき長Lに対する総越流量△Qは

$$\frac{\Delta Q}{Q_0}=\frac{W}{h_{c0}}\sqrt{2.5-1.5\frac{W}{h_{c0}}}\left(1-10^{-\frac{L}{8B}}\right)$$

（1.4.31）

となる。一方Bの流況に関しては（1.2.2）式のhとして

$$h=\frac{1}{3}(2h_2+h_0)$$

（1.4.32）

を与えた場合の越流係数μとして実験的に次の表示を得た。

$$\mu=\frac{3\sqrt{2}}{4}\left\{0.73-0.32\left(\frac{h_{c0}}{h_0}\right)-0.14\left(\frac{h_{c0}}{L}\right)\right\}$$

（1.4.33）

ここにh_0はせき上流端水深である。（1.4.31）式および（1.4.33）式によって計算された理論越流量と実測越流量の大きさを比較したのが図1.4.15であり、明らかにすべての実験条件について理論値は実験値より著しく小さくなる。図1.4.13で（1.4.28）式の関係は満足されることが示されているから、（1.4.30）式ないしは（1.4.33）式の経験的関係がごく限られた条件にしか適用されないことがわかる。

以上の考察から横越流せきに沿った流れは複雑な三次元特性を示し、またせき区間で流れの形態が変化する場合もみられるから、既往の諸公式にみら

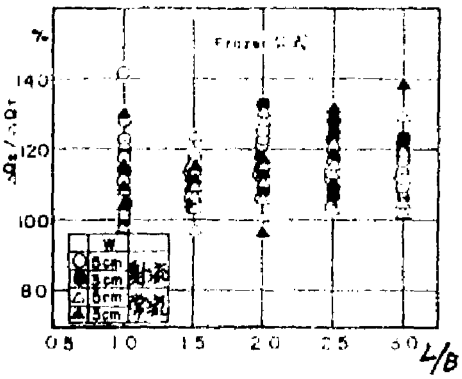


図1・4・15 Frazer公式の適用性

れる一次元解析法では流量配分比を高い精度で推定することは困難であり、第3章で述べる二次元解析法を展開して推定精度を高める必要が認められる。

第5節　水面形の一般特性

1.　基礎方程式の特徴

流量が流下方向に変化することによって流れは常にその状態を変える。このような流れの挙動の理論的解析は運動量またはエネルギー解析によって導かれた定常流の基礎方程式（1.3.2）式あるいは（1.3.4）式の数学的特異点の性質を検討することによって得られる。特異点の水理学的意義についてはすでに岩佐の理論的研究[25]によって明らかにされており、ここでは定常不連続流の基礎方程式の特性ならびに特異点の性質についての理論的考察を行なう。

いま、長さの次元をもつパラメーターξを用いてエネルギー解析による基礎方程式（1.3.2）式を示すと、

$$\frac{dh}{d\xi}=\sin\theta-\frac{\tau}{\rho g R}+\frac{\alpha Q^2}{gA^2}\frac{\partial A}{\partial x}-\frac{Q^2}{gA^2}\frac{\partial \alpha}{\partial x}+\frac{\beta Q q_*}{gA^2}-h\cos\theta\frac{\partial \lambda}{\partial x}+\frac{(\lambda-1)h q_*\cos\theta}{Q}-\frac{q_*}{Q}\frac{\Delta p_s}{\rho g} \tag{1.5.1.}$$

$$\frac{dx}{d\xi}=\cos\theta-\frac{\alpha Q^2}{gA^3}\frac{\partial A}{\partial h}+\frac{Q^2}{gA^2}\frac{\partial \alpha}{\partial h}+h\cos\theta\frac{\partial \lambda}{\partial h} \tag{1.5.2}$$

$$\frac{dQ}{d\xi}=-q_*\left(\cos\theta-\frac{\alpha Q^2}{gA^3}\frac{\partial A}{\partial h}+\frac{Q^2}{gA^2}\frac{\partial \alpha}{\partial h}+h\cos\theta\frac{\partial \lambda}{\partial h}\right) \tag{1.5.3}$$

である。ここに

$$\frac{\tau}{\rho g R}=\frac{Q^2}{C^2RA^2}=\frac{n^2Q^2}{R^{4/3}A^2} \tag{1. 5. 4}$$

である。定常不連続流が漸変流として取り扱いうる場合には（1. 5. 1）～（1. 5. 3）式は次のようになる。

$$\frac{dh}{d\xi}=\sin\theta-\frac{\tau}{\rho gR}-\frac{\alpha Q^2}{gA^3}\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{\alpha\rho q_* Q}{gA^2} \tag{1. 5. 1)'}$$

$$\frac{dx}{d\xi}=\cos\theta-\frac{\alpha Q^2}{gA^3}\frac{\partial A}{\partial h} \tag{1. 5. 2)'}$$

$$\frac{dQ}{d\xi}=-q_*\left(\cos\theta-\frac{\alpha Q^2}{gA^3}\frac{\partial A}{\partial h}\right) \tag{1. 5. 3)'}$$

流下方向の水路単位長さ当りの流出流量q_*が水深 h のみの関数か、流下距離 x のみの関数か、あるいはその両者の関数かによって解析方法はおのずから異なってくる。すなわち、流出形態および水路の構成によって表 1. 5. 1 に示すように異なった解析方法がとられる。一般の分水構造物ではせき高、開度、水路形状が流下方向に変化しない形式のものが用いられるから、q_*は水深のみの関数となる例が大部分であり、$Q\sim h$平面での二次元解析が可能である。

表 1・5・1　流量が場所的に変化する流れの分類

流出流量形態	水路型式	解析法	実例
$q_*=$ 一定	一様	$Q\sim h$, $x\sim h$平面	一様な強制流出を行なう分水工
$q_*=$ 一定	非一様	$x\sim h$ 平面	〃
$q_*=q_*(h)$	一様	$Q\sim h$ 平面	開度、せき高一定の分水工
$q_*=q_*(h)$	非一様	$Q\sim h\sim x$ 平面	〃
$q_*=q_*(x)$	一様	$x\sim h$ 平面	任意の強制流出を行なう分水工
$q_*=q_*(x)$	非一様	$x\sim h$ 平面	〃
$q_*=q_*(x, h)$	一様	$Q\sim h\sim x$ 平面	開度、せき高が流下方向に変る分水工
$q_*=q_*(x, h)$	非一様	$Q\sim h\sim x$ 平面	〃

2. 特異点の性質（Q ～ h 平面における解析）

水路が一様で $q_x = q_x(Q, h)$ であれば、（1.5.1）'～（1.5.3）' 式の右辺はいずれも x を直接含まないから、次の２式による Q ～ h 平面での二次元解析が可能である。ここでは水理学的な一般性状を判りやすくするため、一様長方形断面水路を考える。

$$\frac{dh}{d\xi} = \sin\theta - \frac{n^2 Q^2}{R^{4/3} B^2 h^2} + \frac{\alpha P q_x Q}{g B^2 h^2} \tag{1.5.5}$$

$$\frac{dQ}{d\xi} = -q_x\left(\cos\theta - \frac{\alpha Q^2}{g B^2 h^3}\right) \tag{1.5.6}$$

(1.5.5) および (1.5.6) 式の右辺をそれぞれ f_1（Q、h）および f_2（Q、h）とおくと、特異点では $f_1 \equiv f_2 \equiv 0$ であるから、特異点における諸量に添字 c をつけて表わすと、特異点の位置は明らかに

$$\sin\theta = \frac{n^2 Q_c^2}{R_c^{4/3} B^2 h_c^2} - \frac{\alpha P_c q_{xc} Q_c}{g B^2 h_c^2} \tag{1.5.7}$$

$$\cos\theta = \frac{\alpha Q_c^2}{g B^2 h_c^3} \tag{1.5.8}$$

あるいは (1.5.7) 式を (1.5.8) 式で割ると、 $i_0 = \tan\theta$ として次式の関係が得られる。

$$\frac{i_0}{h_c} = \frac{g n^2}{\alpha R_c^{4/3}} - \frac{q_{xc} P_c}{Q_c} \tag{1.5.9}$$

特異点の性質を調べるために (1.5.5) 式および (1.5.6) 式の原点を特異点に移し、２次以上の微少量を無視し、さらに θ、p を一定とすると、特異点の近傍では基礎方程式はつぎの線型方程式に近似される。

$$
\left.\begin{aligned}
\frac{dQ'}{d\xi'} &= a_{11} Q' + a_{12} h' \\
\frac{dh'}{d\xi'} &= a_{21} Q' + a_{22} h'
\end{aligned}\right\}
\tag{1.5.10}
$$

ここに常数係数 a_{11}、a_{12}、a_{21}、a_{22} はそれぞれつぎのようになる。

$$
a_{11} = \left(\frac{\partial f_2}{\partial Q}\right)_c = \frac{2 q_{*0} \cos\theta}{Q_c}
$$

$$
a_{12} = \left(\frac{\partial f_2}{\partial h}\right)_c = -\frac{3 q_{*c} \cos\theta}{h_c}
$$

$$
a_{21} = \left(\frac{\partial f_1}{\partial Q}\right)_c = -\frac{2 h_c \cos\theta}{Q_c^2} \left\{ \frac{i_b Q_c}{h_c} + \frac{P_c q_{*c}}{2} - \frac{P_c Q_c}{2} \left(\frac{\partial q_*}{\partial Q}\right)_c \right\}
$$

$$
a_{22} = \left(\frac{\partial f_1}{\partial h}\right)_c = \frac{h_c \cos\theta}{Q_c} \left\{ \frac{2 i_b Q_c}{h_c^2} + \frac{4 R_c}{3 h_c^2} \left(\frac{i_b Q_c}{h_c} + P_c q_{*c} \right) + P_c \left(\frac{\partial q_*}{\partial h}\right)_c \right\}
$$

$$
\tag{1.5.11}
$$

(1.5.10) 式の特性方程式は

$$
\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \tag{1.5.12}
$$

であり、この判別式が正であり、かつ $(a_{11}\ a_{22} - a_{12}\ a_{21}) < 0$ のとき特異点は鞍形点となり、$(a_{11}\ a_{22} - a_{12}\ a_{21}) > 0$ のとき特異点は結節点となる。鞍形点の水理学的意義はこの点で流れは常流から射流に遷移して支配断面を形成し、水面形解析の出発点となるものであり、結節点はもし、水面形がこの点を通れば、逆に射流から常流に理論的には滑らかに遷移して、水面形計算の終点となるものである。

(1)底部分水工　底部分水工の流出流量は（1.4.26）式で与えられ、また図1.4.12に示したように流量係数C_hは当該断面での主流フルード数F_rの関数として一義的に定まる。すなわち、$C_h = C_h(F_r)$で表わされる。ここに$F_r = (Q/Bh)/\sqrt{gh\cos\theta/\beta}$である。このような条件の下で、（1.5.11）式の常数係数は次式で与えられる。

$$a_{11} = \frac{2q_{*c}\cos\theta}{Q_c}, \qquad a_{12} = \frac{-3q_{*c}\cos\theta}{h_c},$$

$$a_{21} = -\frac{2h_c\cos\theta}{Q_c^2}\left\{\frac{i_b Q_c}{h_c} + \frac{P_c q_{*c}}{2} - \frac{F_{rc}P_c q_{*c}}{2C_{hc}}\left(\frac{\partial C_h}{\partial F}\right)_c\right\}$$

$$a_{22} = \frac{h_c\cos\theta}{Q_c}\left\{\frac{2i_b Q_c}{h_c^2} + \frac{4R_c}{3h_c^2}\left(\frac{i_b Q_c}{h_c} + P_c q_{*c}\right) + \frac{P_c q_{*c}}{2h_c} - \frac{3F_{rc}P_c q_{*c}}{2h_c C_{hc}}\left(\frac{\partial C_h}{\partial F}\right)_c\right\} \quad (1.5.13)$$

図1.4.12で明らかなように多孔板や横方向格子に対しては$(\partial C_h/\partial F)_c < 0$の関係が成立するから、（1.5.13）式で$a_{11} > 0$、$a_{12} < 0$、$a_{21} < 0$、$a_{22} > 0$となり、特性方程式の判別式

$$D = (a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21} > 0 \quad (1.5.14)$$

が成立し、また

$$a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = \frac{2q_{*c}^2\cos^2\theta}{Q_c^2}\left(\frac{4R_c}{3h_c} - 1\right)\left(\frac{i_b Q_c}{h_c} + P_c q_{*c}\right) \quad (1.5.15)$$

となり、$h_c/B < 1/6$のとき特異点は結節点であり、$h_c/B > 1/6$のときには鞍形点となることがわかる。また限界水深曲線のこう配は常に負であることから、特異点が二つ生じるときには、上流側に鞍形点、下流側に結節点が生じることがわかる。

縦方向格子では図1.4.11に示したように流量係数Chはhの減少関数であ

るから、線型化方程式の常数係数は、

$$\left.\begin{aligned} a_{11} &= \frac{2q_{*c}\cos\theta}{Q_c}, \quad a_{12} = -\frac{3q_{*c}\cos\theta}{h_c} \\ a_{21} &= -\frac{2h_c\cos\theta}{Q_c^2}\left(\frac{i_bQ_c}{h_c}+\frac{P_cq_{*c}}{2}\right) \\ a_{22} &= \frac{h_c\cos\theta}{Q_c}\left\{\frac{2i_bQ_c}{h_c^2}+\frac{4R_c}{3h_c^2}\left(\frac{i_bQ_c}{h_c}+P_cq_{*c}\right)+\frac{P_cq_{*c}}{2h_c}+\frac{P_cq_{*c}}{Ch_c}\left(\frac{dC_R}{dh}\right)_c\right\} \end{aligned}\right\} \qquad (1.5.16)$$

となる。判別式は正であり、また水平水路を考えると、

$$a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21} = \frac{2P_cq_{*c}^2\cos\theta}{Q_c^2}\left\{\frac{4R_c}{3h_c}-1+\frac{h_c}{Ch_c}\left(\frac{dC_R}{dh_c}\right)\right\} \qquad (1.5.17)$$

$(dC_R/dh)_c < 0$ であり

$$\frac{4}{3}\left(\frac{R_c}{h_c}\right)-1 \gtreqless -\frac{h_c}{Ch_c}\left(\frac{C_R h}{dh}\right)_c \qquad (1.5.18)$$

によって、特異点は結節点または鞍形点となる。図 1.4.11の曲線から h に対応した（1.5 1 8）式の右辺の値を計算し、R/hに対して図示したのが図1.5.1であり、$\psi=0.16$の場合 $R_c/h_c\leqq0.85$の範囲で鞍形点、$\psi=0.28$ では $R_c/h_c\leqq0.89$ で鞍形点となることが示され、一般に水路幅がきわめて大きい長方形断面水路では結節点が現われることが認められる。

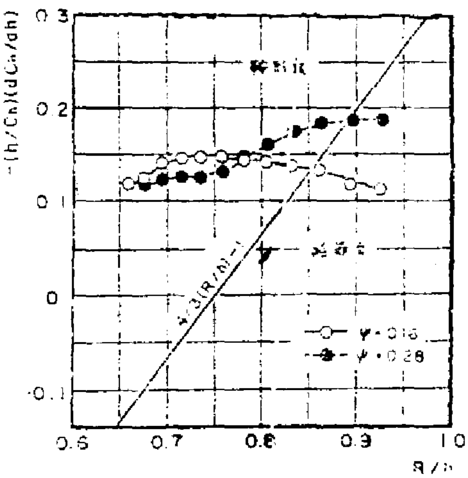


図1・5・1 縦方向格子の特異点性状

(2) 横越流ぜき 26) 横越流ぜきからの越流量を通常の越流公式（1.2.2）式で表わす場合越流係数μは流れの状態によって変化し、一定値とならないことはすでに前節 5(2)で明らかにされた。しかしながら、限界流状態に着目するとき第三章で述べるようにμの値は Q および h に無関係にほぼ一定値をとることが認められる。このような実験的事実に基づいて特異点の性質を考察すれば、線型化方程式の常数係数（1.5.1 1）式において

$$(\partial q_*/\partial Q)_c = 0 \qquad (1.5.19)$$

また（1.2.2）式および$d\mu/dh=0$の条件から

$$(dq_*/dh)_c = 3q_{*c}/2(h_c - W) \tag{1.5.20}$$

であるから、判別式は正となり、また

$$a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = \frac{2q_{*c}^2 P_c \cos^2\theta}{Q_c^2}\left[\frac{i_b Q_c}{P_c q_{*c} h_c}\left(\frac{4}{3}\frac{R_c}{h_c} - 1\right) + \left\{\frac{4}{3}\frac{R_c}{h_c} + \frac{3W}{2(h_c - W)}\right\}\right] \tag{1.5.21}$$

となる。したがって、$h_c/B<1/6$の場合には特異点は結節点となる。

$h_c/B>1/6$のときには括弧内の項の正負についての検討が必要である。いま仮に$h_c/B=1$、$\sqrt{2}\mu=0.88$、$P_c=1$とすれば、$R_c/h_c=1/3$でありまた$Q_c/B=\sqrt{g}\,h_c^{3/2}$、$q_{*c}=2\,(0.88)\sqrt{g}\,(h_c-w)^{3/2}/3$の関係を用いると、

$$\left(1-\frac{W}{h_c}\right)\left(8+19\frac{W}{h_c}\right)^2 > 290\, i_b^2 \tag{1.5.22}$$

が成立するとき（1.5.21）式の値は正となり、結節点が生じる。

（1.5.22）式の左辺第1項は一般に10^{-1}のオーダー、第2項は10^{1}オーダーであり、右辺は$i_b=10^{-2}$として10^{-2}オーダーであるから、ほとんどの場合（$a_{11}\,a_{22}-a_{12}\,a_{21}$）$>0$が成立し、特異点は結節点となる。したがって、横越流ぜきに沿う流れに発生する特異点は常に結節点のみが表われると考えてよい。

以上の考察にもとづいて、分水工上に現われる特異点附近での水面形の一般特性を示せば図1.5.2.aおよびbのとおりである。

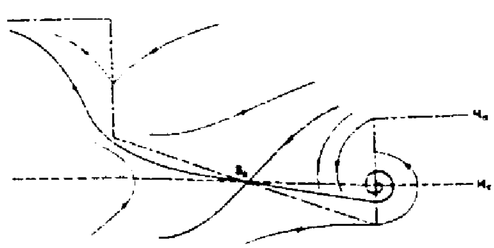


図 1·5·2a 鞍形点をもつ水面形

3. 特異点の性質

(x～h～Q系での三次元解析)

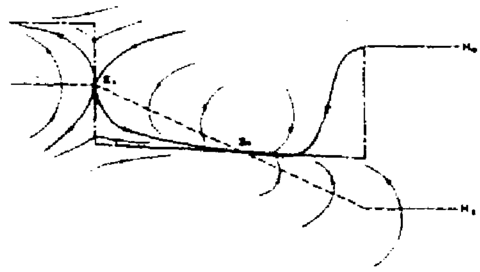


図1·5·20 擬似鞍形点と結節点をもつ水面形

本節1.で述べたように流下方向に水路形状およびせき高（開度）が変化する形式の分水工では、漸変流の基礎方程式（1.5.1)'～(1.5.3)' 式の右辺は常にx、h、Qの関数となるから、x～h～Q系の三次元解析が必要である。この場合は特異点近傍における線型化方程式は次のようになる。

$$
\left.
\begin{aligned}
\frac{dx'}{d\xi} &= a_{11}x' + a_{12}h' + a_{13}Q' \\
\frac{dh'}{d\xi} &= a_{21}x' + a_{22}h' + a_{23}Q' \\
\frac{dQ'}{d\xi} &= -q_{*c}a_{11} - q_{*c}a_{12}h' - q_{*c}a_{13}Q'
\end{aligned}
\right\} \qquad (1.5.23)
$$

ここに a_{11} 、・・・・ a_{23} は常数係数である。(1.5.23) 式の特性方程式は

$$
\begin{vmatrix}
a_{11}-\lambda & a_{12} & a_{13} \\
a_{21} & a_{22}-\lambda & a_{23} \\
-q_{*c}a_{11} & -q_{*c}a_{12} & -q_{*c}a_{13}-\lambda
\end{vmatrix} = 0 \qquad (1.5.24)
$$

であり、その1根は $\lambda_1 = 0$ であり、他の2根は

$$
\begin{matrix}\lambda_2, \\ \lambda_3\end{matrix} = \frac{1}{2}\left[(a_{11}+a_{22}-q_{*c}a_{13}) \pm \sqrt{(a_{11}-a_{22}-q_{*c}a_{13})^2+4(a_{12}a_{21}-q_{*c}a_{12}a_{23})}\right] \qquad (1.5.25)
$$

となる。したがって、単因子は $e_1 = 1$, $e_2 = 1$, $e_3 = \lambda(\lambda-\lambda_2)\times(\lambda-\lambda_3)$ となり、x' ～ h' 平面での二次元問題に帰着することができる。

しかしながら、実際の水面形解析においてはQおよびhがxに対して分水工上で非線型変化を示すから、特異点の位置を一義的に決定し得ず、初期値Q_0、x_0（またはh_0）より出発し、任意のx（またはh）に対する（1.5.1）および（1.5.2）式の解を求めねばならない。

つぎに、分水工上流端で流量が不連続に変化する場合の水面形解析に重要な意義をもつ擬似鞍形点での水理特性について考察する。

第6節　擬似鞍形点での水理特性

1.　擬似鞍形点の発生条件

前節2.で考察したように分水工上では一般$h_c/B \gtrless 1/6$に応じて特異点は結節点または鞍形点となることがわかったが、さらにせき上流端では不連続な流量変化によって限界水深曲線と等流水深曲線との位置関係が逆転し、流れは常流状態から射流状態に遷移して、あたかも鞍形点と同じような現象を示すから、擬似鞍形点と呼ばれる。（図1.5.2(b)参照）。この点は通常の鞍形点と同様水面形計算の出発点となるものであり、その発生条件を理論的に求め、また発生位置およびその点での水面特性を実験的に明らかにすることは水面形解析に当って、きわめて大きい意義をもっている。

いま図1.5.3に示すように、分水工より上流の水路での等流水深をh_{no}、限界水深をh_{co}、上流端での流出によるエネルギー変化を考慮した等流水深をh_{ni}（$h_{ni}<h_{no}$）とすると、$h_{no}>h_{co}>h_{ni}$の関係が成立するときに擬似鞍形点が発生する。長方形一様断面水路についてh_{co}およびh_{ni}は次式で与えられる。

$$\cos\theta = \frac{\alpha Q_0^2}{g B^2 h_{co}^3} \tag{1.6.1}$$

$$\sin\theta = \frac{n^2 Q_0^2}{R_{ni}^{4/3} B^2 h_{ni}^2} - \frac{\alpha q_{ni} Q_0}{g B h_{ni}^2} \tag{1.6.2}$$

$h_{co}/h_{ni} = t$, $\alpha = 1$, $\cos\theta = 1$, $i_b = \sin\theta$ とすれば、

（1.6.1）式、（1.6.2）式および（1.4.26）式より

$$\psi = \frac{\left(\dfrac{g n^2}{h_{co}^{1/3}}\right)\left(1+\dfrac{2h_{co}}{Bt}\right)^{4/3} t^{10/3} - i_b}{\sqrt{2}\, C_h\, t} \tag{1.6.3}$$

いまψをtに関して微分すると

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{g n^2}{\sqrt{2}\, C_h h_0^{1/3}}\left(t + \frac{2h_{co}}{B}\right)^{1/3} + \frac{\sqrt{2}\, i_b}{C_h t^2} \tag{1.6.4}$$

$t>0$で$\partial\psi/\partial x>0$であるから、$\psi(t)$は$t$の単調増加関数であることがわかる。したがって、擬似跛形点が発生するための条件である$t \geq 1$に対して

（1.6.3）式より

$$\psi \geq \frac{\dfrac{g n^2}{h_{co}^{1/3}}\left(1+\dfrac{2h_{co}}{B}\right)^{4/3} - i_b}{\sqrt{2}\, C_h} \tag{1.6.5}$$

が満足されねばならない。これによって与えられた開度に対する特異点を発生するための最大流量を求めることができる。

横越流ぜきに関しても底部分水工の場合と同様に（1.6.1）式と（1.2.2）式の関係を（1.6.2）式に代入すると、$t \geq 1$に対して

$$1 - \frac{W}{h_{co}} \geq \left\{ \frac{\dfrac{g n^2}{h_{co}^{1/3}}\left(1+\dfrac{2h_{co}}{B}\right)^{4/3} - i_b}{\dfrac{2\sqrt{2}\mu}{3}\dfrac{h_{co}}{B}} \right\}^{2/3} \tag{1.6.6}$$

の関係が得られ、限界流に対して$\mu = 0.623$（De Marchi公式）が満足されるものとして計算された。（1.6.6）式の関係を図示したものが図1.6.1であり、水路抵抗が大きく、また流量に比して水路幅が大きい場合には、

限界水深に比べてかなり低いせきを設けなければ擬似鞍形点は発生しないことになる。せき高が5cmおよび3cmの実験で得られたせき上流端での水深ー流量曲線と限界水深曲線との交点を擬似鞍形点が発生する水深の下限値として、そのときのW/hcoの値を示しているが、いずれも実測値が計算値より小さくなっており、これは先述のように限界流状態での越流係数が平均値としてDe Marchiの値より小さくなるという事実によって説明される。

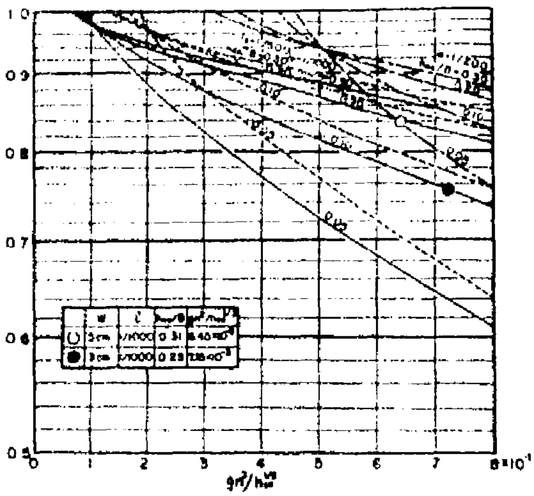


図1·6·1 擬似鞍形点を発生する最大せき高

2. 擬似鞍形点の発生位置とその特性

1.では擬似鞍形点が分水工上流端に発生するものとして取り扱ったが、その附近での流れの急変流性状から境界不連続面での平均水深hoは平行流としての限界水深hcoより低くなる。水面形解析に当ってはこの断面での水深値あるいはhcoの発生位置を初期値として与える必要があるから、ここではhcoとhoとの関係を実験結果をもとにして考察する。

いま分水工上流端からhcoが発生する断面までの距離をLo とするとき底部分水工に関する実験値から計算されたho/hcoの値を表1.6.1に示す。表中実験記号Fは幅3cmのスリットに関するものであり、他は多孔板型について行なわれたものである。これらの値は水路床こう配、開度および流量に影響され、一般に水路こう配および開度が大きくなるとho/hcoは小さくなり、Lo/hco は大きくなる傾向にある。また開度が大きい場合には初

表1・6・1 水深比と擬似鞍形点の位置

実験番号	開度	こう配	初期流量	分流量	流量配分比 k(%)	ho/hco	Lo/hco
H— 1			11.38	2.26	19.6	0.989	0.159
2			15.07	2.70	17.9	0.979	0.279
3	0.054	1/1.000	5.65	1.75	31.0	0.989	0.188
4			7.41	1.94	26.2	0.975	0.246
5			16.75	2.67	15.9	0.991	0.194
6			14.80	2.65	17.9	0.996	0.000
C—10			12.14	1.65	13.6	0.923	7.65
11	0.036	1/500	16.94	1.81	10.7	0.917	6.30
12			13.86	1.73	12.5	0.918	6.99
16			11.64	1.62	13.9	0.926	7.01
F— 1			18.70	4.40	23.6	0.748	3.95
2	1.000	1/1.000	11.97	3.55	29.7	0.745	3.40
3			9.88	3.34	33.8	0.730	3.65

期流量の大きいほどho/hco は大きくなる。スリットの場合には段落流と同じ性状を示すと考えられるが、段落流に関するH. Rouse の水平水路についての実験結果、ho/hco=0.715、Lo/hco=4.0および岩崎の実験によるho/hco=0.724に比較して、圧力の非静水圧効果が緩和される結果、ho/hco の値は若干大きくなり、また擬似鞍形点も段縁点により近くなることが認められる。

一方横越流ぜきについて底部分水工での開度に相当したせき高Wを考え、その無次元量W/hcoとho/hcoの関係を示したのが図1.6.2であり明らかに初期流量の増大とともにho/hcoが減少する傾向を示しており、底部分水工における特性と異なる結果を得たのは注目される。

擬似鞍形点での流れの水理学的特性を考察するために段落流に関する実験を

を行ない、その流速および圧力の実測値から一次元解析の基礎式に含まれる諸係数の値の変化を示すと図1.6.3および1.6.4のようになる。図から明らかに次の実験的事実が認められる。 すなわち、

(1) α および β の値は一定で、ほぼ1とみなしてよい。

(2) λ については限界水深点より下流では流線の曲率の影響によってその値は減少し、その変化率は段縁に向かって急激に大きくなる。したがって一様長方形断面水路の段縁部近傍の水面形方程式は次式で与えられる。すなわちエネルギー式としては

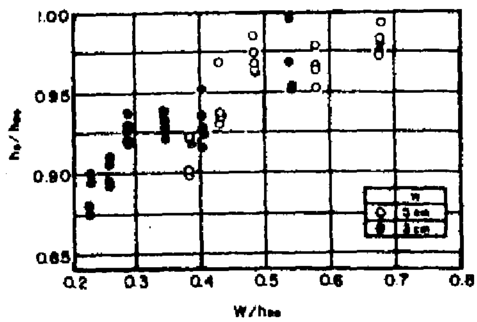


図1·6·2 せき高と水深

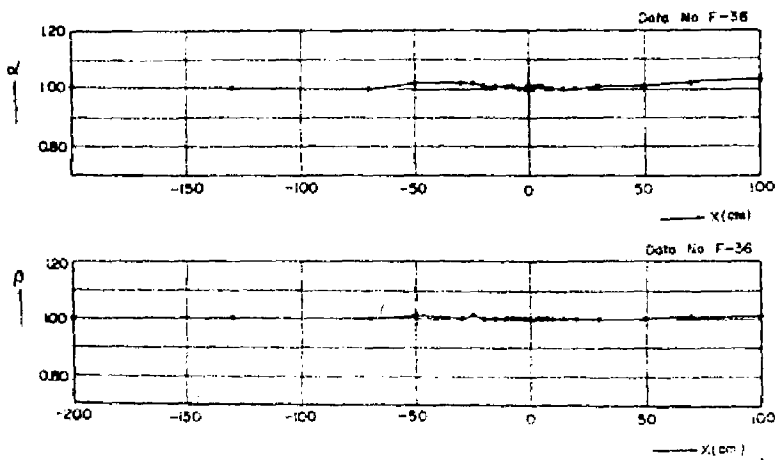


図1・6・3 α と β の変化

$$\frac{dh}{dx}=\frac{\sin\theta-\frac{n^2Q^2}{R^{4/3}B^2h^2}-h\cos\theta\frac{d\lambda}{dx}}{\lambda\cos\theta-\frac{\alpha Q^2}{gB^2h^3}} \qquad (1.6.7)$$

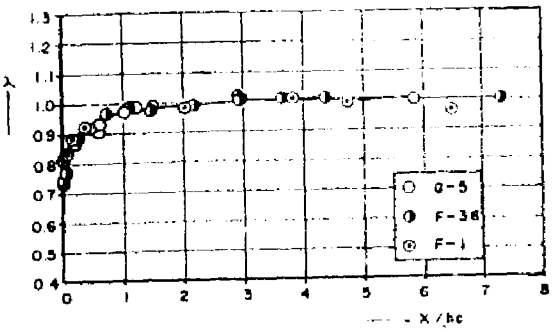


図1・6・4 λ の変化

実測されたh、αおよびλを用い（1.6.7）式から$d\lambda/dx$を逆算した結果を示すと図1.6.5のようである。図1.6.3、1.6.4および1.6.5に示されたα、λ、$d\lambda/dx$ の値を用いて等流水深曲線および限界水深曲線を計算した結果は図1.6.6に示すとおりである。図から限界水深曲線と水面形との交点をさらに等流水深曲線が通過していることが明らかであり、この点は特異点であることが結論づけられる。したがって水面の支配点はこの特異点にあり、H.Rouse[27] あるいは岩崎[28]が段落流の噴の支配点は限界点にあるといっているのは誤りである。

つぎに特異点が鞍形点であることを証明しよう。特異点における水深をhcとし、

$\overline{h}=h/hc$、$\overline{x}=x/hc$、$\overline{B}=B/hc$とするとき（1.6.7）式は無次元化されて次のように表わされる。

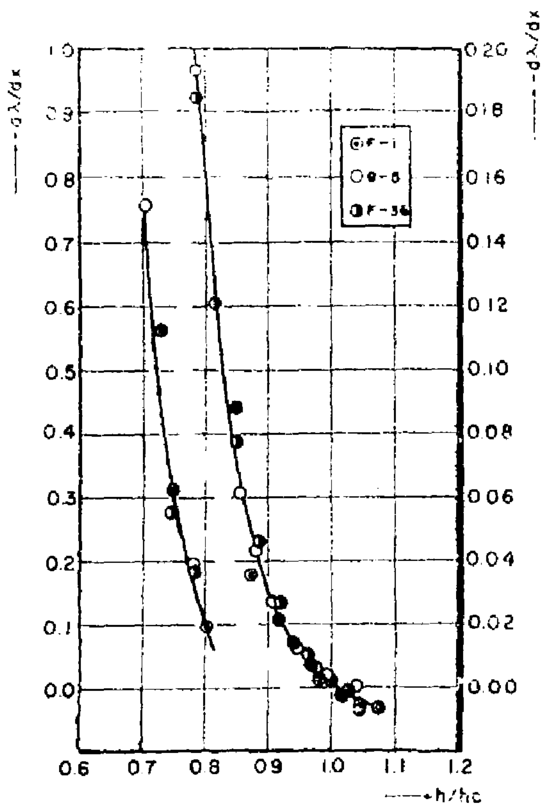


図1·6·5 $d\lambda/dx$ の変化

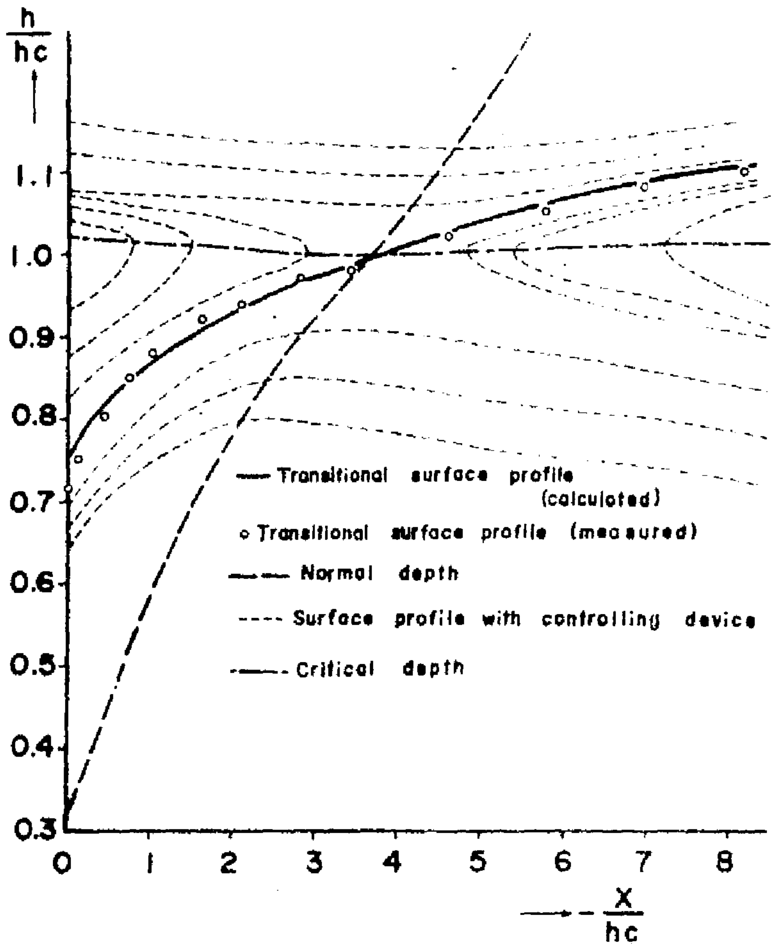


図1・6・6　段様点付近の水面形状

$$\frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} = \frac{\sin\theta - \frac{\lambda n^2 g}{\bar{h}^2 h_c^{1/3}}\left(\frac{\bar{B}+2\bar{h}}{\bar{B}\,\bar{h}}\right)^{4/3} - \bar{h}\cos\theta\frac{d\lambda}{d\bar{x}}}{\lambda\cos\theta\left(1-\frac{1}{\bar{h}^3}\right)} \tag{1.6.8}$$

特異点に原点を移動させた新しい座標系をあらためて（$\bar{x}'$、$\bar{h}'$）とす

と、特異点近傍での線型化方程式は

$$\frac{d\bar{h}'}{d\bar{x}'} = \frac{a_{21}\bar{x}' + a_{22}\bar{h}'}{a_{11}\bar{x}' + a_{12}\bar{h}'} \tag{1.6.9}$$

となり、定数係数はそれぞれ、

$$\left.\begin{aligned} &a_{11}=0, \qquad a_{12}=3\lambda_c \cos\theta \\ &a_{21}=-\cos\theta\left(\frac{d^2\lambda}{d\bar{x}^2}\right)_c, \quad a_{22}=\frac{df(1)}{d\bar{h}}-\cos\theta\left(\frac{d\lambda}{d\bar{x}}\right)_c \end{aligned}\right\} \quad (1.6.10)$$

である。ここに

$$f(\bar{h})=\sin\theta-\frac{\lambda n^2 g}{\bar{h}^2\ h_c^{1/3}}\left(\frac{\bar{B}+2\bar{h}}{\bar{B}\ \bar{h}}\right)^{4/3}$$

である。したがって特異点において

限界水深のこう配　$-(a_{11}/a_{12})=0$

等流水深のこう配　$-(a_{21}/a_{22})=\dfrac{\cos^2\theta\left(\dfrac{d^2\lambda}{d\bar{x}^2}\right)_c}{\dfrac{df(1)}{d\bar{h}}-\cos\theta\left(\dfrac{d\lambda}{d\bar{x}}\right)_c}<0$

となり、また（１・６・９）式の特性方程式の判別式は

$$D=(a_{11}-a_{22})^2+4a_{12}\,a_{21}$$

$$=\left\{\frac{df(1)}{d\bar{h}}-\cos\theta\left(\frac{d\lambda}{d\bar{x}}\right)_c\right\}^2-12\lambda_c\cos^2\theta\left(\frac{d^2\lambda}{d\bar{x}^2}\right)_c \quad (1.6.11)$$

となるが、$(d^2\lambda/d\bar{x}^2)_c$　は実験によって負となることが認められるから、D＞0である。しかも

$$a_{11}\,a_{12}-a_{12}\,a_{21}=3\lambda_c\cos^2\theta\left(\frac{d^2\lambda}{d\bar{x}^2}\right)_c<0$$

となり、特異点は鞍形点であることが証明される。これは分水工上流端でも

同様であり、擬似跛形点が水面形解析の出発点となることがわかる。以上の考察から跛棟水深または分水工上流端水深は（1.6.7）式で規定されるものであり、その限界水深に対する比が主として水路粗度、こう配、流量によって変化することが明らかになった。

第7節　結　言

本章では運動量およびエネルギー1次元解析法によって分水工上の開水路流れの水理解析を行なう場合の基礎式に含まれる諸係数の特性を実験的に明らかにし、その成果にもとづいて分水工上での種々の水面形の遷移特性について考察したが、本章で得られた結果を列挙すれば次のとおりである。

(1)　基礎方程式（1.3.2）式または（1.3.4）式において、漸変流とみなし得る流れにおいてもせん断抵抗項および運動量（またはエネルギー）変化項が未知量として残る。いま、抵抗項としては分水構造物のない場合の値をとるものとし、漸変流性状を示す流れの実測水面形から運動量変化項の係数 $p=\{2-(u_b/\beta u_m)\}$ およびエネルギー変化項の係数 $p=\{(3/2)-(u_b^2/2\alpha u_m^2)\}$ の値を求めた結果ほぼ1であることが確認された。

(2)　エネルギー係数αの分水工上での変化は流れの状態が常流であるか射流であるかによって著しく異なる。すなわち、常流の場合には流下距離とともにαの値は直線的に増加し、一方射流では上流端でαは最大で、流下方向に減少し1に近づくことが示された。

(3)　流量の減少に伴なう圧力係数の変化は（1.4.17）式および（1.4.18）式で表わされるように、流速分布、流出流量、水面こう配および水面曲率の関数となるが、一般に水面曲率によってその大きさは支配される。

(4)　底部分水工の流量係数について考察した結果、縦方向格子とその

他の型式では水深の変化に対するその値の変化特性が異なることがわかった。また常流状態では流量係数はほぼ一定値を示し、射流状態では主流の平均フルード数の増加とともに減少することが明らかにされた。

(5) 横越流ぜきからの越流量を通常の越流量公式によって表示することは射流状態の流れについては理論的根拠に乏しく、また既往の実験公式の適用精度もきわめて低いことが明らかにされた。常流の場合には限られた水理条件の範囲内で適用が可能であるが、いずれにしても二次流の影響を無視しえず、後述の二次元解析法によって推定精度を高めることができる。

(6) 分水工上での主流の比エネルギーは射流の場合には分水工型式に関係なく流下方向に減少し、常流の場合には逆に増加することが示された。その結果比エネルギー一定の仮定による水面形解析法には問題があることが確認された。

(7) 分水工上での特異点の性質を理論的に考察した結果、底部分水工では特異点での水深 h_c と水路幅Bとの比が1／6より大なるときには鞍形点、1／6 より小なるときには結節点となることが証明された。横越流ぜきでは特異点は常に結節点となることが確かめられた。

(8) 分水工上流端での擬似鞍形点の発生条件を初期流量および開度（またはせき高）との関係において明らかにするとともに、その発生位置と水路こう配、流量、開度との関係を実験的に考察し、水面形計算に当っての初期値を明確にした。

参　　考　　文　　献

1) *Hinds, J. : Side Channel Spillways : Hydraulic Theory, Economic Factors, and Experimental Determination of Losses, Trans. A. S. C. E., Vol.* 89, *pp.* 881−927 (1926).

2) *Favre, H. : Contribution à l'étude des courants liquides, Dunod, Paris* (1933)

3) *Camp, T. R. : Lateral Spillway Channels, Trans A. S. C. E., Vol.* 105, *pp.* 606−617 (1940)

4) *Miller, C. N. : An Approximate Formula for Calculating the Design Capacity of Rapid Sand Filter Wash Water Troughs, Appendix B in Ellms, J. W. : Water Purification, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York* (1928)

5) *Stein, M. F. : The Design of Wash Water Troughs for Rapid Sand Filters, Journal, A. W. W. A., Vol.* 13, *pp.* 411−415 (1925)

6) *Werner, P. W. : Wasserspiegelberechung von Kanälen bei gleichmässiger Bewegung und veränderlicher Wassermenge, Die Bautechnik, Berlin, Vol.* 19, *No.* 23, *pp.* 251−253 (1941)

7) 本間　仁：横から流入のある水路の計算について，建設工学，２巻１号（昭．２４）

8) 岩垣雄一：雨水流による地面侵食機構に関する基礎的研究（学位論文）．

京都大学（昭．30）

9) Engels. H. : Mitteilungen aus dem Dresdener Flussbau Laboratorium, Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Berlin, Vol. 62 und Vol. 64 (1918, 1920)

10) Coleman, G. S. and Smith, D. : The Discharge Capacity of Side Weirs, Iustitution of Civil Eng., London (1923)

11) De Marchi, G. : Saggio di teoria del funzionamento degli stramazzi laterali, L'Energia Elettrica, Milano, Vol. 11, No. 11, pp. 849-860 (1934)

12) Gentilini, B. : Ricerche sperimentali sugli sfioratori longitudinali, L'Energia Elettrica Milano, Vol. 15, No. 9, pp. 583-595 (1938)

13) Noseda, G. : Operation and Design of Bottom Intake Racks, Proc. 6th General Meeting, I. A. H. R., The Hague (1955)

14) Kuntzmann, J. and Bouvard, M. : Étude théorique des grilles de prises déau du type "en dessous", La Houille Blanche, Grenoble, 9th yr., No. 5, pp. 569-574 (1954)

15) Frank, J. : Hydraulische Untersuchungen fur das Tiroler Wehr, Der Bauingenieur, Berlin, Vol. 31, No. 3, pp. 96-101 (1956)

16) 岩佐義朗：開水路流れの基礎理論，水工学シリーズ 64-01，土木学

会水理委員会 (1964)

17) 例えば，室田 明：開水路分水工の研究、土木学会論文集、第70号別冊1－1，4頁 (昭，35)

18) *Mostkow, M. A. : Sur le calcul des grilles de prise d'eau, La Houille Blanche, Grenoble, No. 4, pp. 573-574* (1957

19) 中川博次，宇民 正：底部スリットを有する開水路流れの特性について，京大防災研究所年報，第10号，188－189頁 (昭，42)

20) 前出 13)

21) 岩佐義朗、中川博次：底部取水工を有する開水路流れの特性について，第9回水理講演会講演集、土木学会水理委員会、31－36頁 (昭，40)

22) 前出 10)

23) 岩佐義朗，植村忠嗣：横越流ぜきの水理的機能について、第18回土木学会年次学術講演会講演概要 (昭，38)

24) *Frazer, W. : The Behaviour of Side Weirs in Prismatic Rectangular Channels, Proc. I. C. E., London, Vol. 6, pp.* 305-328 (1957)

25) 岩佐義朗：幅の漸変する水路における水流の遷移現象と境界特性との関連に関する理論的研究，土木学会論文集，第59号，別冊3－1 6～10頁 (昭，33)

26) 中川博次、中川 修：横越流ぜきの越流特性について，京大防災研究所年報，第11号*B*， (昭，43)

27) *Rouse, H. : Discharge Characteristics of the Free Overfall, Civil Engineering, Vol.* 6 (1936)

28) 岩崎敏夫：段落水流の水理現象に関する実験的考察，土木学会誌第38巻、第6号、34頁 (昭，28)

第2章　水理機能設計における計画理論とその適用

第1節　概　　説

流量配分工上の定常不連続流に関する従来の一次元解析法は機能設計を行なうための具体的方法としては、実用上ほぼ満足すべき精度を期待しうるものである。しかしながら、その適用にあたっての境界条件ならびに水理諸量の評価はまちまちであって、流量配分工の型式や流れの状態に固有なそれらの特性を見い出す努力に欠けていたようである。前章で述べたように、著者はこの種の流れに共通な基礎方程式の特性を明らかにすることによって、普遍的解析法を確立しようと試み、かなりの成果を得ることができた。

本章では流量配分工の水理機能設計に基礎理論をどのように反映させるかを理論的に明らかにするとともに、代表的な流量配分工について、実用上最も発生頻度の高い流れの状態を対象とした水理解析方法を新たに展開する。

1. 設計条件と計画設計

開水路流量配分工を設計するに当っては、まずその流量配分目的に適合したいくつかの分水型式を選定しなければならない。流量配分目的は、(1) 一定の初期流量に対して一定の流量を取水する。(2) 任意の初期流量に対して一定の流量を取水する。(3) 上流流量の一時的増大に対して下流への流下流量を一定に制限する。の三つに大別されよう。分水型式としては流量を制御する方法によって、(*A*) 自然分岐 (*B*) 固定ぜきまたはサイフォン (*C*) オリフィスまたは底格子 (*D*) 可動ぜき が挙げられる。どの型式がどの目的に最も適しているかをその水理機能の特性を考慮して挙げると次のとおりである。すなわち、

(1)に対しては(*A*)、(*B*)、(*C*)による分水量規制

(2)に対しては(C)、(D)による分水量規制

(3)に対しては(B)による主水路流量規制

常に一定取水量を確保するという機能が要請されれば、流量あるいは水深の変動に対する流出量変化の小さいオリフイスや底部分水工が優れており、一方主水路流量を一定量以下に制限し、余水を処理する場合には水深の変動に対する流出量変化が大きい越流ぜきを分水路側に設けるのが有利である。しかしながら、変動幅の大きい河川流量に対して要請される配分機能は多様であり、計画高水時には本川の疎通能力の制限から分水路に大半の流量を負担させ、一方低水時には本川に常に一定の流量を流してこれを利水目的に使用するなど、個々の計画における流量配分を満足させる分水型式も多種にわたる。計画対象の流量としては配分目的によって、計画高水流量（洪水調節、内水排除）、豊水量（発電水力）、平水量、低水量（用水取水、舟運、漁業）などが選ばれる。河川の放水路計画では計画高水流量に対する流量配分比を本川および放水路の疎通能力、河道の安定性、改修費などを考慮して決定し、低水流量に対しては本川および放水路の必要用水量にもとづいて決定する。本川または放水路に通水の必要がないときには、計画高水時の流量配分比や内水排除との関係などを考慮して、分流開始流量を決定する。任意の流量に対する配分に多様性をもたせる場合には本川または放水路側、ときには両方に可動ぜきを設置する。

流量配分目的に適応したいくつかの分水型式を選定した後、計画配分比を満足するそれぞれの分水工の寸法、すなわち分水工長、せき高（開度）などを求める機能基本設計が行なわれる。同時に分水工の位置も選定されるが、これには主水路と分水路相互の自然的条件は十分考慮されなければならない。たとえば、主水路が分岐部の上流で曲がっている場合、その曲がりの向きによって二次流の特性が異なるから、流砂配分比に著しい差異を生じることが

Harbermass[1]の実験によって確かめられており、河道安定上好ましくない結果が生じる。また分岐部が主水路の水衝部に当っていると、分岐端での流速が大きくなって深掘れが生じるから好ましくない。さらに分水区間での主水路が一様でない水路として構成されているときは、一様水路の場合よりさらに複雑な三次元性状を示すから、次節で述べるような一定水深を保つことによってせきに沿った越流量を一定とする分水工を設計する場合は別として、一様断面区間に分水工を設置することが望ましい。また分岐部の地形が分水路幅や建設費に直接的影響を及ぼすことは明らかである。

つぎに基本設計で選ばれた各分水型式について安全性を検討する二次機能設計によって最もすぐれた分水型式が決定される。これには、水位条件、局所流の影響の検討も含まれなければならない。水位条件とは、分水工を含む上・下流水路での水位が計画高水位を上回らないこと、ならびに洪水時の内水排除ができるだけ容易に行なわれうる水位に制限することであり、これらは計画配分流量に対する不等流計算によって検証される。もし水位条件が満足されないときは、流量配分比を変更することなく、分水型式または分水構造物の寸法を変える必要がある。局所流の影響としては

(1) 分岐端での流速の横断方向分布の不均一性による死水域の発生によって、分岐端に流下土砂の堆積が生じ、分水機能に変化をきたす。

(2) 分岐端直下流での剝離渦の発生は河道の局所的洗掘、堆積を生じさせる。

(3) 分水に伴なう顕著な二次流の発生は流砂量の適正な配分を阻害し、河道を不安定にする。

(4) 分水後の流速分布の不均一性はその下流水路で蛇行を生じさせる。

が考えられる。以上の諸点を考慮して、まず分岐端形状、位置、方向などを、さらにその対策も考えた上で水理学的かつ経済的に最も優れた分水工型式が

決定される。この際、種々の流量に対する分水工上での流れの遷移形態についての考察がぜひ必要である。流れの状態が変化すると乱れが顕著となり、また流量配分比を正確に予測することも困難となるから、分水工上での流れの状態が変化しないように設計することが望ましい。

分水区間での流れの状態としてどのようなものを選ぶかについては、一般の河川の放水路では堤防や河床が流れによる洗掘に対する抵抗力が低く、また流量の規模も大きいから、著しい局所洗掘が生じないようできる限り常流で流し、かつ河床の安定を乱さないよう流量配分比を過大にしない配慮が必要である。一方、発電水力や上下水道では水路自体が耐浸食性のコンクリートなどによって作られている場合が多いから、むしろできるだけ小さい断面で大流量を流すという経済的設計に重点をおくべきであって、この場合には分水区間およびその下流では射流状態で流下させることが望ましい。

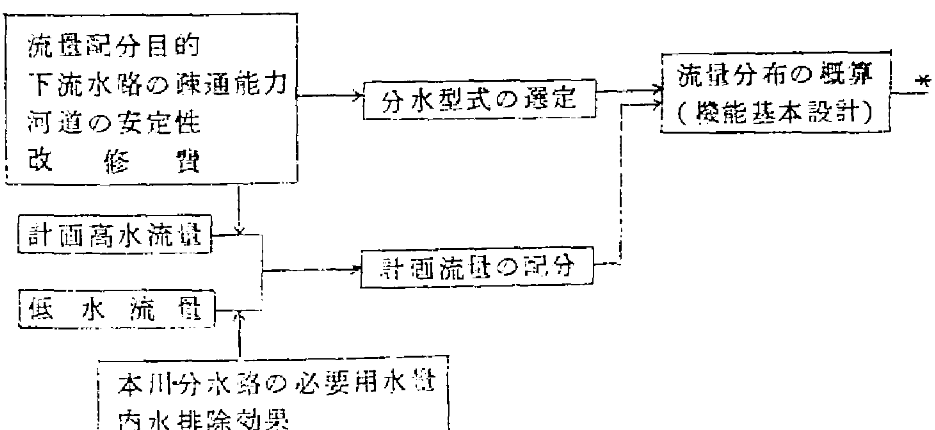
次に構造物の細部設計に当っては、その必要条件として構造条件、放水処理条件などが挙げられる。構造条件としては、たとえばせきの縦断形状については水路特性や流量の規模から考えて、河川では鈍頂ぜき、発電水力や上下水道などでは刃形ぜきを用いるなどが考えられ、さらにフイルタイプ構造物では越流型式が許されず、サイフオン型余水吐を用いざるをえないなどの制約条件が挙げられる。J. Orth[2]らはアルプス地方の溪流取水設計に関連して、底部取水工の流下土砂排除効果について実験的研究を行ない、格子の型式、寸法および構成材料について特別の考慮が必要であることを指摘している。

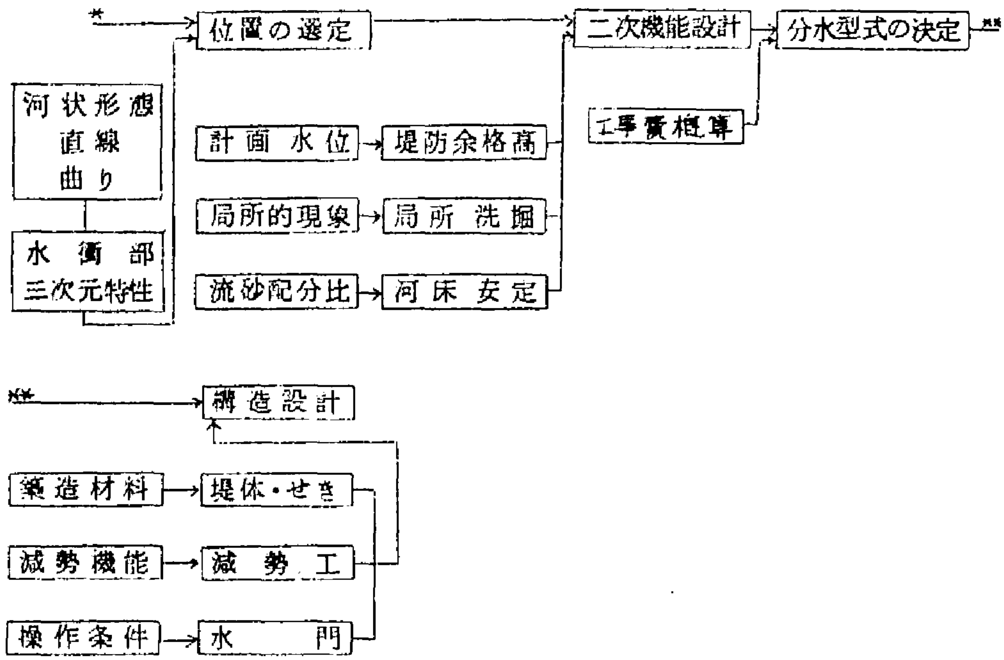
放水処理条件については分水工より下流の水路に対して要請される放水処理のきびしさ、放出流の大きさ、放出端と下流水位の相対的位置関係によって処理方法は異なる。一般に、開削放水路では水路維持のために分水工の直下流に跳水型減勢工を設置して水流の減勢をはかる。自然分岐の場合にも分

岐端周辺に発生する剝離渦が局所洗掘の直接的原因となるから、これに対する河床保護工が必要であることはいうまでもない。

その他の条件では、とくに開水路分岐における流量配分比と土砂配分比の不一致によって、計画河床の維持が困難となることが挙げられる。せきのない自然分岐では分岐端での主流に横断方向の速度差を生じ、これが横断方向の圧力差となるが、これが分岐端曲線流の遠心力と均衡するために流速の大きい表層流の曲率は底層流のそれより小さくなる結果、底層流線の分水路側への顕著な曲がりが発生し、このため流量配分比に比べ流砂配分比ははるかに大きくなる。*Bulle*[3]によると、分岐角30°の水路において流量配分比 $K=25\%$ に対し流砂配分比 $K_s=55\%$、$K=60\%$ に対し $K_s=100\%$ に達することが示されている。この対策として土砂調節のための導流壁を設けることが行なわれており、その効果についての模型実験による研究[4]も行なわれている。

以上、流量配分工の設計に当って考慮すべき諸条件の概略を述べたが、普遍的な知見が得られている項目はごく限られており、個々の具体的設計では水理模型実験による検討が必要であろう。設計項目、設計条件および設計方法を挙げると次のとおりである。





2. 流量配分工の一般的水理計算法

流量配分工の水理設計は 1.で述べたように、計画流量配分比を満足するための分水構造物の寸法を決定することであり、水理解析の方法は通常水路全体にわたる一次元解析法にもとづく不等流計算による。

いま、定められた上流流量 Q_0 に対する計画流量配分比 K によって主水路下流の流量 Q_m および分水路流量 Q_b が定まる。すなわち

$$Q_m = (1-k)\,Q_0\,,\quad Q_b = kQ_0 \qquad (2\cdot1\cdot1)$$

分水工の上、下流端での限界水深 h_{co}、h_{cm} および等流水深 h_{no}、h_{nm} は次式で計算される。

$$\sin\theta_0 = \frac{n_0^2\,Q_0^2}{R_{no}^{4/3}\,A_{no}^2} \qquad \sin\theta_m = \frac{n_m^2\,Q_m^2}{R_{nm}^{4/3}\,A_{nm}^2} \qquad (2\cdot1\cdot2)$$

$$\cos\theta_0 = \frac{\alpha_0\,Q_0^2}{g\,A_{co}^3}\left(\frac{\partial A}{\partial h}\right)_{co},\quad \cos\theta_m = \frac{\alpha_m Q_m^2}{g\,A_{cm}^3}\left(\frac{\partial A}{\partial h}\right)_{cm} \qquad (2\cdot1\cdot3)$$

次にせき高または開度を適当に仮定して、分水工上、下流端での流出量 q_{xo}、q_{xm} を求め、それに対応する等流水深 h_{n1} および h_{n2} を次式で求める。

$$\sin\theta_1 = \frac{n_o^2 Q_o^2}{R_{n1}^{4/3} A_{n1}^2} - \frac{\alpha_o P_o q_{xo} Q_o}{g A_{n1}^2} \qquad (2\cdot1\cdot4)$$

$$\sin\theta_1 = \frac{n_m^2 Q_m^2}{R_{n2}^{4/3} A_{n2}^2} - \frac{\alpha_m P_m q_{xm} Q_m}{g A_{n2}^2} \qquad (2\cdot1\cdot5)$$

このようにして計算された分水工の上、下流端での限界水深と等流水深との位置関係から、分岐端での水面形の支配特性が明らかにされる。したがって、主水路の上流または下流の支配断面から逐次不等流計算を行ない、分水工の上流端または下流端での水深の初期値を与える。分岐端に支配断面がある場合は上の考察によってその発生が確かめられている。この初期水深および流量を場所的に流量が減少する場合の水面形方程式に代入し、流量変化 q_x を適宜与えながら数値積分を行ない、（2・1・1）式の関係を満足するまで h と x の関係を求める。このようにして求められた分水工長 L が適当でないときは、せき高 W または開度 ψ を仮定し直して同様な計算を繰り返せばよい。

分水路への計画配分流量 Q_b に対して不等流計算で求められた分水路側の分岐端水深 h_b がせき上、下流端でそれぞれ（$h_{co}-W$）および（$h_{cm}-W$）なる越流水深をもつ流れのせき趾部での水深に対する共役水深より大きいときには、分水路側水位の影響を考えた越流量の変化特性を経験的に明らかにしておく必要がある。自然分岐の場合については、一般に放水路側水位および水路形状要素を考慮した流量配分比についての経験的関係に乏しいから、流量配分比を仮定した不等流計算で求められる分岐部下流端での主水路側および分水路側のエネルギー水頭を一致させることによって流量配分比を決定する方法を用いなければならない。

しかしながら、以上の一般的水理解析法はいずれも分岐端での局所流れの影響を考慮せず、断面平均的な漸変流理論によるものであるから、巨視的な許容精度を与えるにすぎない。

第2節　計画設計理論[5)]

第1節で述べた設計諸条件のうち、流量および水位条件はこれを必要な機能に応じて適宜定めることによって、その条件を満足する流量配分工の形状、寸法を基礎方程式に基づいて求めることができる。河水を時間的・空間的に自由に制御するという機能が分水構造物に要請されつつある現在、このような設定条件を満足させる機能設計理論の展開とその適用性の検討は何にもまして必要であろう。

いま任意の初期流量に対して一定の分水量を常に確保するには、明らかに水門やバルブによる調節操作が必要である。時間的変動が比較的小さい場合には、広く使用されているように水門の一定開度操作または固定ぜきからの越流によって流量条件を満足させることができる。一定の初期流量に対する計画分水量を確保するには前節2.で述べた計算法によってせき高W（または開度ψ）あるいは分水工長Lを求めることができる。しかしながら、この場合分水区間で流れの状態が変化し、流量変化も不連続となる場合が生じると、水理解析は複雑になる。したがって、水路単位長さ当りの流出量q_*が一定となるように分水工を設計することが望ましい。

一方、分水区間での水面の急激な変化は乱れを助長し、下流河道に対して悪影響を及ぼすから、分水区間での水深を一定に保つことが要求される場合も考えられる。これらの所与条件に対する流量配分工の水理機能設計理論はいずれも水面形方程式に基づいて展開されるものであり、以下に横越流ぜきおよび底部分水工に関しての設計理論を考察する。

1. 設計理論

(1) q_* を一定とする場合

$$\frac{dQ}{dx} = -q_* = 一定、\qquad Q = Q_0 - q_* x \qquad (2・2・1)$$

なる条件を与えると、前章第4節で述べたように q_* は水深 h の関数として与えられることから、（1・4・26）式および（1・2・2）式の C_h および μ を一定と仮定すれば、水路幅および分水工寸法を一定とする条件について、表2・2・1に示す関係が得られる。

すなわち、横越流ぜきでは全区間にわたって越流水深が変らず、とくにせき高が一定の場合には全水深が一定となる。したがって、(1) 水面がせきを含む水路全区間にわたって連続的に変化する。(2) せき区間での掃流力は流下方向にほぼ一定であるから、安定した河床が維持され、分水機能に変化をきたさない。(3) 水面形追跡が容易であるから設計が簡単に行なわれる。など機能設計上きわめて有利である。表2・2・1の条件式と水面形方程式とを組み合わせることにより、q_* を一定とする主水路形状またはせき高（開度）の変化を表わす微分方程式を導くことができる。

条件Ⅰ：表2・2・1の流量表示式より

$$h = W + \left(q_* \Big/ \frac{2}{3}\sqrt{2g}\,\mu\right)^{3/2} \qquad (2・2・2)$$

表2・2・1　q_* を一定とするための条件式

			横越流ぜき	底部分水工
q_* の表示式			$q_* = \frac{2}{3}\sqrt{2g}\,\mu\,(h-w)^{3/2}$	$q_* = C_h B \psi \sqrt{2gh}$
条件式	条件Ⅰ	B = 一定 $w = w(x)$ $\psi = \psi(x)$	$\frac{dh}{dx} - \frac{dw}{dx} = 0$	$\frac{d\psi}{dx} + \frac{\psi}{2h}\frac{dh}{dx} = 0$
	条件Ⅱ	$B = B(x)$ w, ψ = 一定	$\frac{dh}{dx} = 0$	$\frac{2h}{B}\frac{dB}{dx} + \frac{dh}{dx} = 0$

が、また連続式より

$$\frac{dh}{dx}=\frac{dw}{dx}=-q_*\frac{dw}{dQ} \qquad (2・2・3)$$

がえられる。いま簡単のため、長方形断面一様水路を考え、せき区間での主流の比エネルギーが変化しないものと仮定すると、（2・2・3）式と漸変流の水面形方程式（1・5・1）′式および（1・5・2）′式で、$\sin\theta=\tau/\rho gR$、$\partial A/\partial x=0$とした式より

$$\frac{dQ}{dh}-\frac{Q}{ph}=-\frac{g\cos\theta B^2h^2}{\alpha\rho Q} \qquad (2・2・4)$$

というベルヌーイ型の線型微分方程式が得られる。上式を積分し、$h=h_0$で$Q=Q_0$なる条件で積分定数を定めると、

$$\left(\frac{Q}{h^{1/p}}\right)^2-\left(\frac{Q_0}{h_0^{1/p}}\right)^2=\frac{2gB^2\cos\theta}{\alpha(3p-2)}\left(h_0^{\frac{3p-2}{p}}-h^{\frac{3p-2}{p}}\right) \qquad (2・2・5)$$

の関係が得られる。前章で考察した結果にもとづいて$p=1$とすると、当然のことながら比エネルギー一定の関係を表わす式

$$h\cos\theta+\frac{\alpha}{2g}\left(\frac{Q}{Bh}\right)^2=h_0\cos\theta+\frac{\alpha_0}{2g}\left(\frac{Q_0}{Bh_0}\right)^2 \qquad (2・2・6)$$

と同等になる。（2・2・6）式から初期断面での流れのフルード数 $F_0=Q_0/Bh_0\sqrt{g\cos\theta\, h_0}$ をパラメーターとして分水工上での流量変化に対する水深の変化を求めて図示したのが図2・2・1である。これは比エネルギー一定の場合のQとhの関係曲線であり、$F_0>1$ のときその射流解を、$F_0<1$に対してはその常流解をとっている。分水区間内で、たとえば射流水深と共役な水深に対応したせき高を与えることによって、射流から常流に遷移し、しかもq_*を一定とするせき形状を与えることもできるが、一般に流出量特性が不連続に変わるところから、一定の流況について本理論を適用することが望ましい。せき高の変化はつぎのようにして求められる。流量配分比

をK、せき長をL、せき上流端より任意断面までの距離をxとすると、

$$Q/Q_0 = 1 - k(x/L)$$

（2・2・7）

であるから、これを（2・2・6）式に代入して無次元化した関係式

$$\left(1-k\frac{x}{L}\right)^2 = \left(\frac{h}{h_0}\right)^2\left\{1+\frac{2}{F_0^2}\left(1-\frac{h}{h_0}\right)\right\}$$

（2・2・6）'

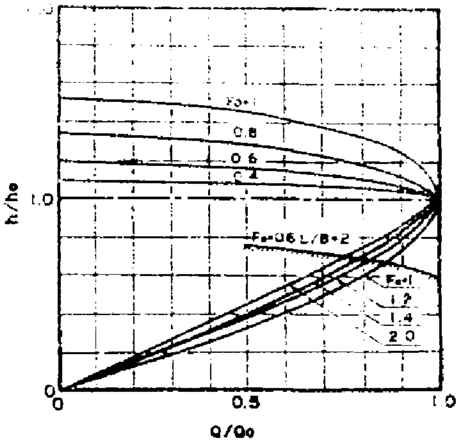


図2・2・1 水深せき高と流量変化との関係
（q＊＝一定、B＝一定）

において、$dh/dx = d\overline{W}/dx$、すなわち$\overline{W}_0$を$x=0$におけるせき高としたときの関係

$$(h/h_0) - 1 = (W/h) - (W_0/h_0)$$

を考慮すると、

$$\left(1-k\frac{x}{L}\right)^2 = \left(\frac{W}{h_0} - \frac{W_0}{h_0} + 1\right)^2\left\{1+\frac{2}{F_0^2}\left(\frac{W_0}{h_0} - \frac{W}{h_0}\right)\right\} \qquad (2\cdot2\cdot8)$$

として与えられる。また$\overline{W}_0$は（2・2・2）式より

$$\frac{W_0}{h_0} = 1 - \left(\frac{kF_0}{2\sqrt{2}\mu L/3B}\right)^{2/3} \qquad (2\cdot2\cdot9)$$

で与えられる。以上の結果よりF_0, μ, L/B, kを与えることによって所要せき高の変化が求められることになる。いま、図2・2・1には$F_0=0.6$、$L/B=2.0$、$k=0.5$とし、μとして*De Marchi*の実験値0.623を与えた場合のせき高の変化が示されている。

条件Ⅱ：表2・2・1の必要条件より$dh/dx=0$であるから、漸変流基礎方程式において特異点があらわれないときには、

$$\sin\theta - \frac{n^2Q^2}{R^{4/3}A^2} + \frac{\alpha Q^2}{gA^3}\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\alpha\beta q_x Q}{gA^2} = 0 \qquad (2\cdot2\cdot10)$$

が満足されなければならない。いま水路床こう配は一定とすると、流水断面積Aおよび径深Rはxとhによって定まるが、水深が一定でなければならないことから、hに関して無関係となる。したがって、この場合、基礎方程式より、

$$\frac{1}{A^3}\frac{dA}{dx}-\left(\frac{gn^2}{\alpha R^{4/3}}-\frac{pq_*}{Q}\right)\frac{1}{A^2}=-\frac{g\sin\theta}{\alpha Q^2} \qquad (2\cdot2\cdot11)$$

が得られる。この一般解は

$$A^{-2}e^{2\int\left(\frac{gn^2}{\alpha R^{4/3}}-\frac{pq_*}{Q}\right)dx}=\frac{2g\sin\theta}{\alpha}\int Q^{-2}e^{2\int\left(\frac{gn^2}{\alpha R^{4/3}}-\frac{pq_*}{Q}\right)dx}dx+C$$

であり、$q_*=-dQ/dx$の関係によって

$$Q^{2p}e^{\frac{2gn^2}{\alpha}\int\frac{dx}{R^{4/3}}}/A^2=(2g\sin\theta/\alpha)\int Q^{2(p-1)}e^{\frac{2gn^2}{\alpha}\int\frac{dx}{R^{4/3}}}dx+C \qquad (2\cdot2\cdot12)$$

が得られる。近似的に

$$e^{\frac{2gn^2}{\alpha}\int\frac{dx}{R^{4/3}}}\simeq e^{\frac{2gn^2x}{\alpha R_m^{4/3}}} \qquad (2\cdot2\cdot13)$$

が成立すると考えてよい。ここにRmは考えている区間xの間におけるRの平均値である。したがって、$p=1$とおくと、(2・2・12)式は

$$Q^2e^{\frac{2gn^2x}{\alpha R_m^{4/3}}}/A^2=(\sin\theta\cdot R_m^{4/3}/n^2)\,e^{\frac{2gn^2x}{\alpha R_m^{4/3}}}+C \qquad (2\cdot2\cdot14)$$

となり、$x=0$で$Q=Q_0$、$A=A_0$なる境界条件を与えて積分常数を求めると、

$$C=(Q_0/A_0)^2-(\sin\theta\cdot R_m^{4/3}/n^2)$$

となり、以上の結果から越流量を一定とするための主水路断面積の変化は次式で与えられる。

$$\left(\frac{A}{A_0}\right)^2=\frac{e^{\frac{2gn^2x}{\alpha R_m^{4/3}}}\left(1-\frac{q_*x}{Q_0}\right)^2}{1+\left(\frac{A_0}{Q_0}\right)^2\frac{\sin\theta\cdot R_m^{4/3}}{n^2}\left(e^{\frac{2gn^2x}{2R_m^{4/3}}}-1\right)} \qquad (2\cdot2\cdot15)$$

水路こう配がきわめて小さい場合には、$\sin\theta=0$、したがって、

$$\left(\frac{A}{A_0}\right)^2=\left(1-\frac{q_*x}{Q_0}\right)^2 \exp\left(\frac{2gn^2x}{\alpha R_m^{4/3}}\right) \qquad (2\cdot2\cdot16)$$

が得られる。

せき区間での摩擦損失を無視した場合には、$e^{(2gn^2x/\alpha R_m^{4/3})}\fallingdotseq 1$ であるから、(2・2・12) 式は

$$Q^{2p}/A^2=\left\{-2g\sin\theta\cdot Q^{2p-1}/\alpha q_*(2p-1)\right\}+C \qquad (2\cdot2\cdot17)$$

積分定数は

$$C=\frac{Q_0^{2p}}{A_0^2}+\frac{2g\sin\theta\cdot Q_0^{2p-1}}{\alpha(2p-1)q_*}$$

となるから、

$$\left(\frac{A_0}{A}\right)^2-\left(\frac{Q_0}{Q}\right)^{2p}=\frac{2g\sin\theta A_0^2}{\alpha q_*(2p-1)Q_0}\left\{\left(\frac{Q_0}{Q}\right)^{2p}-\left(\frac{Q_0}{Q}\right)\right\} \qquad (2\cdot2\cdot18)$$

の関係が得られる。(2・2・18) 式で $p=1$、$\alpha=1$、$K=2g\sin\theta Ao^2/q_*Qo$ とすると、長方形断面水路について q_* を一定とする主水路幅を表わす式として、

$$\left(\frac{B_0}{B}\right)^2=\left(\frac{Q_0}{Q}\right)\left\{\left(\frac{Q_0}{Q}\right)+K\left(\frac{Q_0}{Q}-1\right)\right\} \qquad (2\cdot2\cdot19)$$

が得られる。この場合のせき高Wは計画流量配分比Kおよびせき長Lが与えられれば、$q_*=KQo/L$ であるから、初期値 h_0 に対して (1・2・2) 式から求められる。

底部分水工についても流量係数 C_h を一定と仮定すれば、条件Ⅰに対して比エネルギー一定の条件のもとで

$$\left(\frac{\psi}{\psi_0}\right)^4=\left(\frac{Q_0}{Q_0-q_*x}\right)^2\left[1+M\left\{1-\left(\frac{\psi_0}{\psi}\right)^2\right\}\right] \qquad (2\cdot2\cdot20)$$

が得られる。ここに、$M=q_*^6\cos\theta/4g^2B^4C_h^6\psi_0^6 Q_0^2$である。条件Ⅱに対しても摩擦損失を無視しうるとして

$$\left(\frac{B}{B_0}\right)^2=\left(\frac{Q_0}{Q_0-q_* x}\right)^2\left\{1+N\left\{1-\left(\frac{B_0}{B}\right)^2\right\}\right\} \qquad (2\cdot2\cdot21)$$

が得られる。ここに、$N=q_*^6\cos\theta/4g^2Bo^4Ch^6\psi^6Qo^2$ である。

(2) hを一定とする場合

この場合には$dh/dx=0$を満足しなければならない。したがって、水路幅を一定とする横越流ぜきでは、

$$\sin\theta-\frac{n^2Q^2}{R_0^{4/3}A_0^2}+\frac{\alpha Pq_*Q}{gA_0^2}=0 \qquad (2\cdot2\cdot22)$$

が成立する。（2・2・22）式をxで微分し、越流量表示式とからQを求めると、次式で表わされる。

$$Q=\frac{\alpha Pq_*}{g}\left\{\frac{2n^2}{R_0^{4/3}}-\frac{3\alpha P}{2g(h_0-W)}\frac{dW}{dx}\right\}^{-1} \qquad (2\cdot2\cdot23)$$

（2・2・23）式を（2・2・22）式に代入し、いま $\sin\theta=0$ の場合を考えると、

$$\frac{dW}{dx}=\frac{2gn^2}{3\alpha pR_0^{4/3}}(h_0-W)$$

が得られ、これを積分し、$x=0$で$W=W_0$の条件を入れると、

$$\ln\left(\frac{h_0-W_0}{h_0-W}\right)=\frac{2gn^2}{3\alpha pR_0^{4/3}}x \qquad (2\cdot2\cdot24)$$

が得られ、せき高の変化が与えられる。

底部分水工についてもまったく同じ条件のもとで、

$$\ln(\psi/\psi_0)=(gn^2/R_0^{4/3})x \qquad (2\cdot2\cdot25)$$

なる開度の変化を与える関係をうることができる。

水路幅が変化する場合については、横越流ぜきでは q_* =一定とまったく同じ条件となり、水路幅変化は（2・2・16）式または（2・2・19）式で与えられることになる。

2. 分水工上の遷移特性

分水工上で特異点が現われるときは、水面形方程式の分子、分母はともに0となり、水面こう配は特異点の性質によって決定されるから、特異点の理論によって水面こう配を検討する必要がある。すなわち、水路幅が一定の場合については実際に現われる水面形が連続的に変化することを確かめ、一方水路幅が変化する場合については特異点での水面こう配が0となることを確認することにその意義がある。

(1) 条件Ⅰ：長方形断面一様水路における定常漸変流の水面形方程式は次式で与えられる。

$$\frac{dh}{dx}=\frac{\sin\theta-\dfrac{n^2Q^2}{R^{4/3}B^2h^2}+\dfrac{\alpha p q_* Q}{gB^2h^2}}{\cos\theta-\dfrac{\alpha Q^2}{gB^2h^3}}=\frac{f_1(h,x)}{f_2(h,x)} \quad (2\cdot2\cdot26)$$

特異点では $f_1(h, x)=0$、$f_2(h, x)=0$ を満足し、また q_* が一定であるから、

$$\frac{i_b}{h_c}=\frac{gn^2h_c}{\alpha R_c^{4/3}}-\frac{pq_*h_c}{Q_c} \quad (2\cdot2\cdot27)$$

の関係が得られる。特異点近傍での流れの挙動は近似的に線型化方程式

$$\frac{dh'}{dx'}=\frac{a_{21}x'+a_{22}h'}{a_{11}x'+a_{12}h'} \quad (2\cdot2\cdot28)$$

によって表わされる。常数係数はそれぞれ

$$\left.\begin{aligned}
&a_{11}=2q_*\cos\theta/Q_c>0,\quad a_{12}=3\cos\theta/h_c>0;\\
&a_{21}=\frac{2h_cq_*\cos\theta}{Q_c^2}\left(\frac{i_bQ_c}{h_c}+\frac{pq_*}{2}\right)>0\\
&a_{22}=\frac{h_c\cos\theta}{Q_c}\left\{\frac{2i_bQ_c}{h_c}+\frac{4}{3}\frac{R_c}{h_c^2}\left(\frac{i_bQ_c}{h_c}+p_cq_*\right)\right\}>0
\end{aligned}\right\} \quad (2\cdot2\cdot29)$$

で与えられる。したがって、特性方程式の判別式は $D=(a_{11}-a_{22})^2+4a_{12}a_{21}>0$ となり、根と係数の関係は

$$a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}=\frac{2q_{*}\cos^2\theta}{Q_c^{\,2}}\left\{\left(\frac{4}{3}\frac{R_c}{h_c}-1\right)\frac{i_bQ_c}{h_c}+\left(\frac{4}{3}\frac{R_c}{h_c}-\frac{3}{2}\right)pq_{*}\right\}$$

となる。$Rc \doteqdot hc$、$p=1$ のとき、限界水深と流量の関係および底部分水工での流出量表示式 $q_{*}=C_R B\psi\sqrt{2ghc}$ を上式に代入すると、

$$a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}=\left(\sqrt{gh_c}\,B/3\right)\left\{i_b-\left(\sqrt{2}\,C_R\psi/2\right)\right\} \qquad (2\cdot2\cdot30)$$

となる。i_bは一般に10^{-2}～10^{-3}オーダーであり、一方実用的分水工における$C_R\psi$は10^{-1}オーダーであるから、$a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}<0$ となり、特異点は鞍形点となることが示されたことになる。したがって、遷移点での水面形は連続的に変化し、急激な水面変化による流出量の不規則な分布は分水工上で認められないことがわかる。

(2) 条件Ⅱ　巾の広い長方形断面水路を考え、水路幅が流下方向に変化する場合の漸変流の水面形方程式は次式で与えられる。

$$\frac{dh}{dx}=\frac{\sin\theta-\dfrac{n^2Q^2}{B^2h^{10/3}}+\dfrac{\alpha Q^2}{gB^3h^2}\dfrac{dB}{dx}+\dfrac{\alpha pq_{*}Q}{gB^2h^2}}{\cos\theta-\dfrac{\beta Q^2}{gB^2h^3}}=\frac{f_1(h,x)}{f_2(h,x)}$$

$$(2\cdot2\cdot31)$$

特異点の位置は条件Ⅰと同様 $f_2(h,x)=0$ より、

$$\cos\theta=\alpha Q_c^2/gB_c^2h_c^3 \qquad (2\cdot2\cdot32)$$

また、(2・2・32) 式から特異点では近似的に

$$\frac{dB}{dx}=-\sqrt{\frac{\alpha}{g\cos\theta}}\left(\frac{q_{*}}{h_c^{1/2}}\right)$$

が成立するものとすると、$f_1(h,x)=0$ から

$$i_b=gn^2/\alpha h_c^{1/3} \qquad (2\cdot2\cdot33)$$

が得られる。特異点近傍の線型化方程式は (2・2・28) 式で与えられ、(2・2・32) 式から $(d^2B/dx^2)c=0$ の関係が成立するから、常数係数は $p=1$ とすると、

$$a_{11}=0,\ a_{12}=3\cos\theta/h_c,\ a_{21}=0,\ a_{22}=10 i_b \cos\theta/3h_c \qquad (2\cdot2\cdot34)$$

となる。

特異点での水面こう配を不定形の極限演算によって（2・2・28）式から求めると、

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)_c=\frac{-(a_{11}-a_{22})\pm\sqrt{(a_{11}-a_{22})^2+4a_{12}a_{11}}}{2a_{12}}=0 \text{ または } \frac{10}{9}i_b$$

となる。一方、特異点での局所的等流水深曲線および限界水深水深曲線のこう配はそれぞれ、（$-a_{21}/a_{22}$）および（$-a_{11}/a_{12}$）であって、この場合0となるから、遷移水面のこう配も0となることが証明される。したがって広幅長方形断面水路での流れに対しては、分水工上に特異点があらわれる場合にも、上述の設計理論は満足されることがわかる。

3.3. 実験による配分機能の検討

図2・2・2に示すように幅0.3 m、長さ14 mの長方形断面水路の途中に長さ0.6 m、高さ5 cmの横越流刃形ぜきを設け、せき高一定で水路幅が変化する場合の分水機能を考察した。せき上流端断面におけるせきを設けない場合の平均水深 h_0 および初期流量 Q_0 を境界条件として与え、$i_b=1/800$,

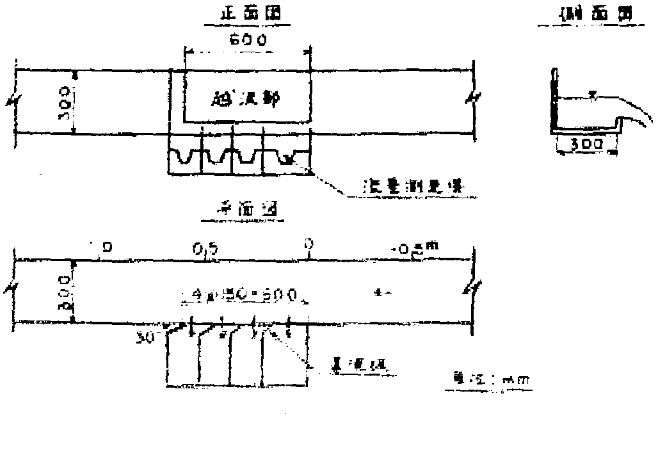


図2・2・2 実験装置

$Q_o=20\ l/sec$ および $i_b=1/200$、$Q_o=30\ l/sec$ の二つの条件に対する水路幅変化を（2・2・19）式で求めた。

流況観察の結果、せき区間での主流の状態によってその水面形および流出特性が著しく相違することが認められた。常流状態および射流状態での水路中心線上の水面形状および流量分布の実測結果をそれぞれ図2・2・3および図2・2・4に示す。

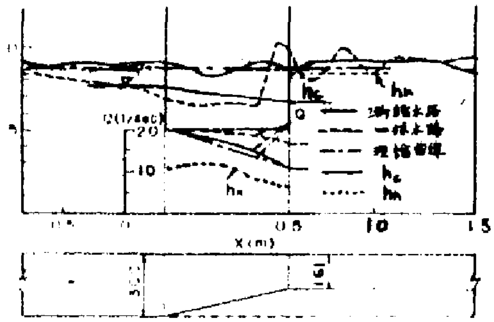


図2・2・3　常流分岐

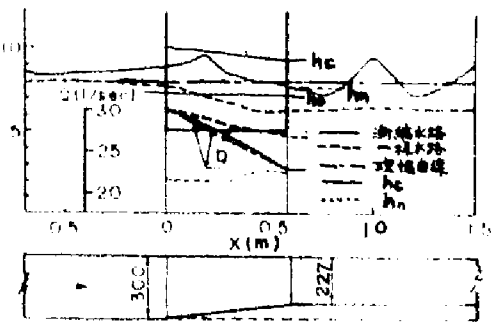


図2・2・4 射流分岐

常流状態ではせきからの流出にともなってせき側へ向って低下する横断水面形を示し、そのため流心がせき側へ移行してせき上流端から水面がわずかに低下する現象を示した。一方せき下流端では導流板と水路側壁面とで形成される橋台の背水による局所的水面上昇が認められた。したがって図示した実測流量分布曲線は直線的に変化せず、ただせき全体としては設計流量配分比を満足する分水機能を示すことが確認された。このような実験的事実は水面形と流量の変化を解析する場合の断面平均的取り扱いの限界を示したものといえる。

一方、射流の場合には水路両側壁の不連続面から発生する衝撃波によって水面形状は複雑に変化する。すなわち、せきと反対側の側壁の屈折点から出る正の衝撃波とせき上流端で発生する負の連続擾乱波とが水路中央部で干渉

する結果、顕著な交叉波が形成される。しかしながら、越流量に直接影響するせき上の水面は全体として流下方向に余り変化せず、したがって、q_*=一定の条件はほぼ満足される。次章で述べるように、射流分岐ではせきからの越流量は初期水理量によって一義的に決定され、また一様水路においても擾乱波は反射の影響がせき上に及ばない限りせき上の越流深は流下方向に変化しないことが理論的に証明されることから、ここで取り扱ったような一次元解析法ではその適切な設計法を展開することはむずかしく、二次元解析による流量変化特性を考慮した設計法の確立が望ましい。

第3節　底部分水工の機能設計法

第1章第5節において、水路形状および流出量の変化特性によって流量配分工の分水機能が分類されることを論じ、三次元位相面解析の問題もまた二次元問題に帰着されることを明らかにした。したがって、本章第1節に述べたようにいかなる条件に対しても計画分水を行なうための分水工必要寸法を基礎方程式の数値積分によって決定することができる。しかしながら、その設計計算はきわめて煩雑であり、とくに分水工上で特異点が発生する場合には、その位置の確認を定量的に論じることはむずかしく、実用的にはより合理的な設計理論の確立が望まれるわけである。

著者は従来用いられている底部分水工の大部分がダムの越流頂部や緩こう配水路の途中に設けられている事実にかんがみ、擬似鞍形点が発生する場合の底部分水工上の流れを実験的に考察し、その普遍的性状を明らかにするとともに、それに基づいた水面形解析法の適合性を検討した。

1. 擬似鞍形点発生時の水理特性

直径1 cmおよび8 mmの円形孔を水路軸方向に5 cm間隔に7列、横断方向に2.5 cm間隔に9列設けた場合の実験を行なった。開度ψはそれぞれ0.0565

および0.0362であり、実験記号はBおよびCとする。分水工上流端水深ないしは支配点の位置と水路こう配および開度との関係、ならびに分水工上での比エネルギーの変化についてはすでに前章第5節で述べたとおりである。

図2・3・1に水路床からの各高さにおける各点の流下方向流速を横断方向に加重平均したものをその高さでの平均流速uとし、それと全断面平均流速U_mとの比の深さ方向の変化を示す。xは分水工上流端からの距離であり、分水工全長は35cmである。上流端付近での流速は通常の開水路流れと同じく対数分布を示すが、分水工上では最大流速点は流下距離とともに次第に水路底近くに移行することが認められた。しかしながら、全体として流速分布形は一様分布に近づき、流下方向流速は各断面での平均流速によって代表させてもよいことがわかる。この事実によって分水工上で射流状態を示す流れでは、一般にエネルギー係数αを1.0に選んでよいといえる。

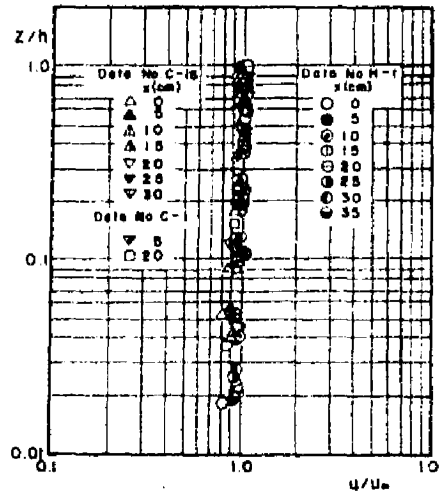


図2・3・1 u/U_mの分布特性

これまでの考察から一定の水路および開度条件に対しては、擬似跛形点が発生する分水工上流端での水理量が初期流量Q_0、すなわちそれに相当した限界水深h_{c0}のみによって支配されることが認められているから、分水工上での流れの水理諸量を限界水深点での比エネルギーH_{0c}で無次元化することによってその普遍的特性を見い出すことができる。そこで、実験で得た流出量測定値から$q_x = C_H B\frac{2}{3}\sqrt{2gH_{0c}}$の表示式を用いて計算された流量係数$C_H$と$x=0$における値$C_{H0}$の比$C_H/C_{H0}$と$\bar{x}=x/H_{0c}$との関係を示したのが図2・3・2である。図から流量係数C_Hは$\bar{x}$に関して指数関数的に減少す

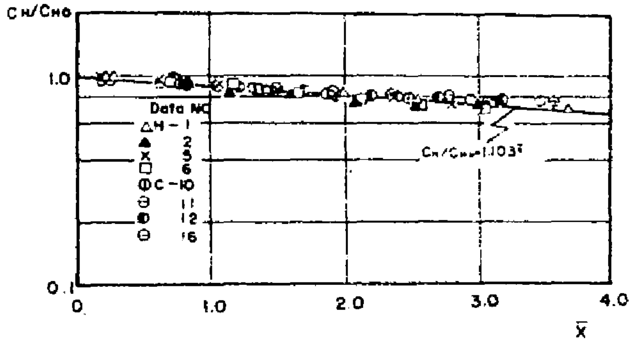


図2・3・2
C_H/C_{H0} の変化特性

ることが認められ、またその逓減係数は開度に無関係であって、$C_H/C_{H0}=(1.103)^{-\bar{x}}$ で表わせることがわかる。したがって、単位長当りの流出量 q_x は

$$q_x=C_{H0}B\psi\sqrt{2gH_{0c}}\cdot(1.103)^{-\bar{x}} \qquad (2\cdot3\cdot1)$$

となり、流量配分比Kは

$$K=\frac{\int^{x}q_x\,dx}{Q_0}=\frac{\sqrt{2g}\,B\psi\,H_{0c}^{3/2}}{Q_0}\int_0^{\bar{x}}C_H(\bar{x})\,d\bar{x} \qquad (2\cdot3\cdot2)$$

となるから、これに $C_H(x)$ と限界水深点での流量と比エネルギーの関係式

$$Q_0/B=(2\sqrt{2g}/3\sqrt{3})H_{0c}^{3/2} \qquad (2\cdot3\cdot3)$$

を代入すると

$$K=\frac{3\sqrt{3}}{2}\psi C_{H0}\int_0^{\bar{x}}(1.103)^{-\bar{x}}d\bar{x}=\frac{3\sqrt{3}C_{H0}\psi}{2\ln 1.103}(1-1.103^{-\bar{x}}) \qquad (2\cdot3\cdot4)$$

が得られる。8種の実験で求められた C_{H0} の値にはほとんど差異はなく、その平均値は0.437であった。$\int_0^{\bar{x}}C_H(\bar{x})d\bar{x}$ の計算値と実験値とを比較したのが図2・3・3であり、当然のことながら両者の間に良好な一致が認められ、この場合の流量配分比は開度と距離のみの関数で与えられることが示された。

2. 分水工上の特異点

本章第1節で述べたように分水工上での特異点の位置は一般に Q および h

が x の関数として非線型変化をするために一義的に与えられず、したがって前章で述べたその性質も定性的考察にとどまらざるを得なかった。しかしながら、擬似鞍形点が発生する流れについては、分水工上での流量変化と流下距離との間に線型的な関数関係が存在するために、特異点発生位置を容易に求めることができる。

この場合分水工上での特異点は結節点となることは明らかであるが、特異点位置は限界水深曲線と等流水深曲線との交点、すなわち $h_c = h_n$ の条件を満足する点である。限界水深および等流水深はそれぞれ、

$$\cos\theta = \frac{\alpha(1-k)^2 Q_0^2}{g B^2 h_c^3} \tag{2・3・5}$$

$$\sin\theta = \frac{n^2(1-k)^2 Q_0^2}{B^2 R_n^{4/3} h_n^2} - \frac{\alpha \frac{dk}{dx}(1-k) Q_0}{g B^2 h_n^2} \tag{2・3・6}$$

となり、（2・3・6）式を（2・3・5）式で割り $h_n = h_c$ として、

$$\cos\theta = \alpha Q_0^2 / g B^2 h_{c0}^3 \tag{2・3・7}$$

の関係を用いると、

$$i_b = \frac{g n^2}{(1-k)^{2/3} h_{c0}^{1/3}} \left\{1 + 2(1-k)^{1/3} \frac{h_{c0}}{B}\right\}^{4/3} - \frac{2 h_{c0}}{3(1-k)^{1/3}} \frac{dk}{dx} \tag{2・3・8}$$

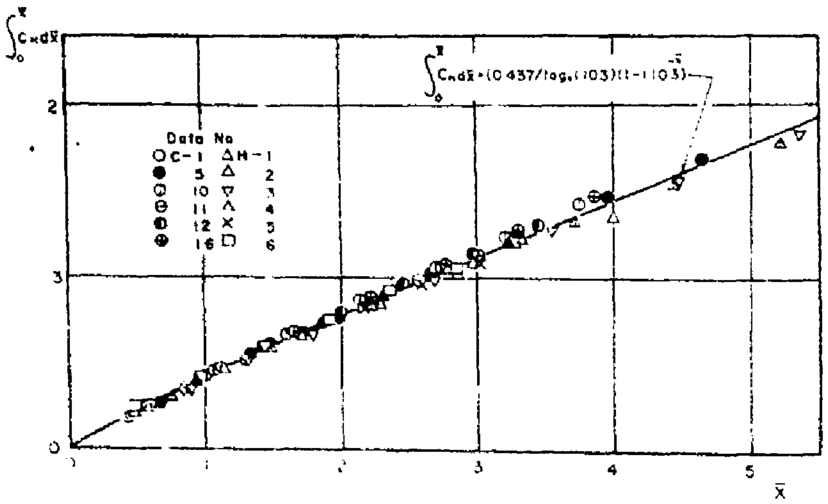


図2·3·3 流量配分比の変化特性

が得られる。（2・3・8）式に $h_{co}=(2/3)\bar{H}_{oc}$ および（2・3・4）式の関係を代入し、$gn^2/h_{co}^{1/3}=2\times10^{-3}$、$\bar{i}_b=2\times10^{-3}$ および 1×10^{-3}、$\psi=0.003\sim0.05$ の範囲における特異点の発生位置と R_{co}/B との関係を示したのが図2・3・4である。図に示された擬似鞍形点発生限界潤度は前章第6節の（1・6・5）式の C_h として0.437を用いて計算された ψ の最小値を連ねたものであって、与えられた R_{co}/B に対して $\bar{x}$ 軸に平行な線とこの曲線との交点に対応した潤度より小さい潤度を与えた場合には擬似鞍形点は発生せず、したがって分水工上に結節点が現われないことも明らかである。

著者は本研究で $gn^2/h_{co}^{1/3}=2.2\times10^{-3}$、$ib=1\times10^{-3}$、$\psi=0.0063$、$R_{co}/B=0.128$ の場合についての実験を行なったが、そのときの $\bar{x}$ の値は図2・3・4によれば9.9であり、一方分水工長 $\bar{L}=L/H_{oc}$ は5.5にすぎなかったから、結節点の発生を分水工上に認めることはできなかった。

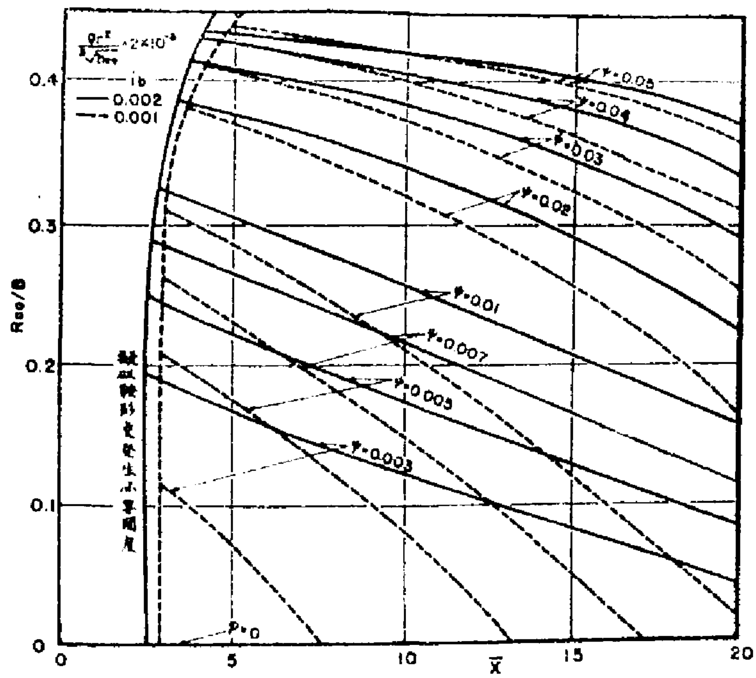


図2・3・4 特異点の位置

3. 水面形解析法の検討

ここでは上に得られた流量変化特性を示す（2・3・4）式を用いて従来の水面形解析法の適合性を論じるとともに、非静水圧項を考慮した水面形解析を行なって、水面形計算の精度に及ぼす諸水理量の効果を考察する。

(1) 比エネルギー一定の仮定　*Noseda, Mostkow, G. Dagan*[6] らはいずれも水路こう配と摩擦抵抗の影響を無視した実用的水面形計算法を提示している。いま、この比エネルギー一定の仮定を導入すると、限界水深発生点、分水工上流端断面および分水工上の任意断面の間に次の関係が成立する。

$$H_{oc} = \frac{3}{2}\lambda_c h_c \cos\theta = \lambda_f h_f \cos\theta + \frac{\alpha_f Q_o^2}{2gB^2 h_f^2} = \lambda h \cos\theta + \frac{\alpha Q^2}{2gB^2 h^2} \qquad (2\cdot3\cdot9)$$

いま、対象とする流れに対して漸変流を仮定し、また α_f および α については1での考察によって、$\alpha_f = \alpha = 1$ とみなしうるものとする。（2・3・9）式に連続の式 $Q = (1-K)Q_o$ を代入し、H_{oc} で無次元化すると、

$$\bar{h}\sqrt{1-\bar{h}\cos\theta} = \bar{h}_f\sqrt{1-\bar{h}_f\cos\theta}\,(1-K) \qquad (2\cdot3\cdot10)$$

となる。（2・3・10）式に（2・3・4）式を代入すると水面形方程式として

$$\bar{h}\sqrt{1-\bar{h}\cos\theta} = \bar{h}_f\sqrt{1-\bar{h}_f\cos\theta}\left\{1-11.61\psi(1-1.10\,3^{-\bar{x}})\right\} \qquad (2\cdot3\cdot11)$$

が得られる。（2・3・11）式を用いて、$\psi = 0.0565$、$h_f = 0.665$ の場合の水面形を計算した結果を図2・3・5に実線で示した。図から明らかなように計算水面曲線は実測水面曲線より常に低くなることが認められ、この種の流れでは比エネルギーが流下方向に減少することが示される。これについてはすでに第1章第4節で考察したが、この仮定に基づく解析法を常流から射流に遷移する流れに適用するのは問題があると考える。

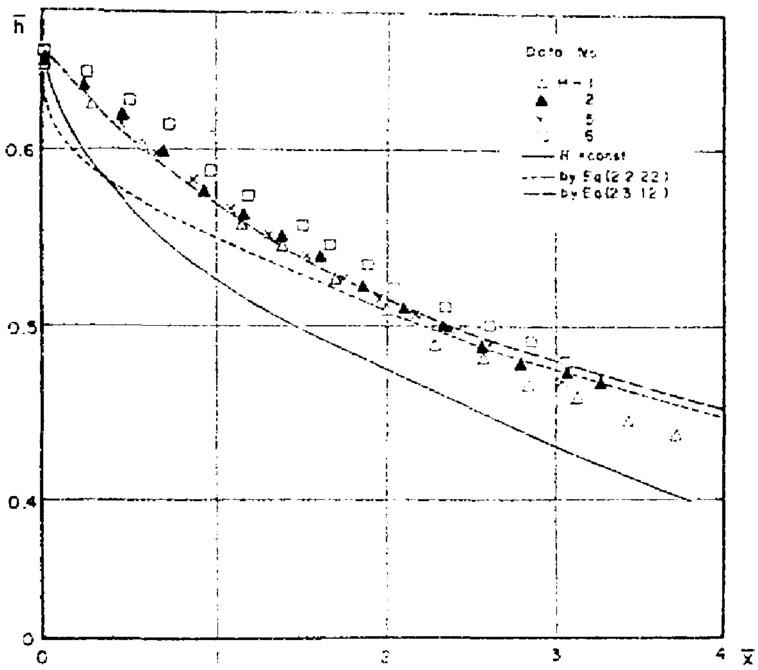


図2·3·5 理論水面形と実測水面形

(2) 漸変流解析法　エネルギー一次元解析法による開水路漸変流方程式（2・2・26）において、$p=1$、$\sin\theta=i_b=1/1{,}000$、$n=0.010$、$\cos\theta=1$、$\alpha=1$とし、（2・3・4）式および（2・3・1）式を代入して数値積分によって求められた理論水面曲線を図2・3・5に点線で示した。比エネルギー一定の仮定に基づく場合に比べて実測水面曲線との近似度が高く、より厳密な解を与えることを示しているが、分水工始端断面付近での理論水面の降下が著しく、この影響による実測水面形との不一致は分水工長の約半分に及んでいる。

(3) 非静水圧項を考慮した解析　この場合の実測水面形から求められた圧力係数の分水工上での変化特性はすでに図1・4・8に示したとおりである。この$d\lambda/dx$を基礎方程式

$$\frac{dh}{dx}=\frac{\sin\theta-\dfrac{n^2Q^2}{R^{4/3}B^2h^2}-\dfrac{\alpha p q_* Q}{2gB^2h^2}-h\cos\theta\dfrac{d\lambda}{dx}}{\cos\theta-\dfrac{\alpha Q^2}{gB^2h^3}} \qquad (2\cdot3\cdot12)$$

に代入して(2)と同様にして数値積分で求められた理論水面曲線が図2・3・5の破線で示される。理論水面曲線は実測水面曲線ときわめて良好な一致を示しており、この場合のように湖度がきわめて小さく、その水面形性状から一般には漸変流としての取り扱いが許される流れにおいても、その水面形解析の精度に及ぼす非静水圧項の影響はかなり大きいものと断定できる。

第4節　自然分岐の流量配分比

河川の放水路にみられるように、開水路流の一部が自然分岐する場合の水理現象では流況を支配する因子が多く、しかもそれらの関係を理論的に表示することが困難であるところから、厳密な解析法を確立することはむずかしい。とくに分岐部での流れが常流の場合には分流後の複数の下流水位条件に支配されるから、従来の河道設計では流量配分比を仮定し、背水計算を試算的にくり返し、分岐端での主、分水路のエネルギー水頭を一致させる方法が用いられており、主、分水路の流路延長が十分長い場合には、この方法によって実用上許容しうる精度で流量配分比を見積ることができるものとされてきた。しかしながら、この場合にも分流境界線の形が不明確であり、さらに流路延長が短かい場合や分岐水路側水位の高い場合には、流量配分比が分岐部での損失の大きさに支配されることになり、分岐部での乱れや剥離渦の発生に伴なう流れのエネルギー損失の大きさを適切に見積ることが必要となる。

室田[7]は開水路分岐の流れをポテンシャル流として取り扱い、有限幅水槽の開口部からの対称流出と一様流との重ね合わせとして解析し、澱流点の位置によって、分岐角に影響されない流量配分比の限界値を定め、これが幽口比

のみによって表わしうることを理論的に示した。さらに、この結果を用いて、分岐損失を考慮することなしに流量配分比を初期フルード数 Fu および水路形状要素のみで決定し、それによる計算結果が測定値ときわめて良好な一致を示すことを認めた。しかしこの場合にも対称流出の開口部平均水深を分水路での等流水深に選んで連続条件を与えていることから、分岐角が小さい場合の推定精度が低くなり、また主、分水路とも等流条件を前提としているから、その適用範囲も限られる欠点がある。

Taylor[8] は実験的考察によって得た主水路下流および分水路での水位一流量関係および主水路下流での流れのフルード数をパラメーターとして、下流水深の比と流量配分比との関係を表わす曲線を示しているが、関係曲線の一つは実験誤差に起因する関係を示したものであって、明らかに必要な経験的関係が一つ不足していることが認められる。さらに、G. Krishnappa およびK. Seetharamiah[9] は９０°分岐水路に関する数多くの実験結果から、流量配分比を上流フルード数 Fu と開口比 a の関数として次式で表わしうることを示した。すなわち、

$$k=(1.545-1.45Fu)a+0.16(1-2Fu) \qquad (2\cdot4\cdot1)$$

$Fu<0.8$ の範囲で（２・４・１）式が適用されるものとしているが、水理学的論拠に乏しいと考えられる。

著者は主水路下流および分水路の両方に固定ぜきを設けた常流分岐の場合の実験から、水理量相互の経験的関係を見い出し、その結果を用いた運動量一次元解析により流量配分比を半理論的に求めることを試みた。

図２・４・１に示す開水路分岐において分岐部での水深変化が比較的緩慢であり、初期流量 Qu の一部 Qm が主水路の下流に一様に拡っていくものと考えると、分岐部での流れで静水圧分布を仮定することができる。したがって、いま主水路幅 B、分岐角 θ が与えられたとき、上流水深 hu、主水路下流水

深 h_m、流量配分比 K および Q_u の間には、主流に関する運動量保存則より次式の関係が成立する。

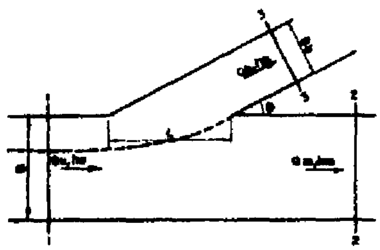


図2・4・1　記号説明

$$\frac{1}{2}\rho g(1-K)Bh_u^2+\rho(1-K)\frac{Q_u^2}{Bh_u}+\frac{1}{2}\rho gBK\left(\frac{h_m^2+h_u^2}{2}\right)=\frac{1}{2}\rho gBh_m^2+\rho\frac{(1-K)^2Q_u^2}{Bh_m}\qquad(2\cdot4\cdot2)$$

主水路上、下流での流れのフルード数を F_u および F_m とすると、連続の関係から

$$\left(\frac{h_m}{h_n}\right)^2=(1-K)^2\left(\frac{F_u}{F_m}\right)^2\qquad(2\cdot4\cdot3)$$

が得られる。（2・4・2）式と（2・4・3）式を組み合わせると、

$$(1-K)(F_u/F_m)=\left\{2(1-K)F_u^2+1-\frac{K}{2}\Big/2F_m^2+1-\frac{K}{2}\right\}^{3/4}\qquad(2\cdot4\cdot4)$$

となり、F_u および F_m が小さい場合には

$$(1-K)(F_u/F_m)\simeq1+(3/2-K)\left\{(1-K)F_u^2-F_m^2\right\}\qquad(2\cdot4\cdot5)$$

$1-K<1$ であるから、近似的に

$$F_m\simeq(1-K)F_u\qquad(2\cdot4\cdot6)$$

が成立し、これを（2・4・5）式に代入すると、第1次近似として、

$$(1-K)\frac{F_u}{F_m}\simeq1+\frac{3KF_u^2}{2-K}(1-K)\qquad(2\cdot4\cdot7)$$

が得られるが、右辺第2項は正であるから、

$$(1-K)(F_u/F_m)\geq1\qquad(2\cdot4\cdot8)$$

が成立する。したがって、（2・4・3）式より

$$\eta_m=h_m/h_u\geq1\qquad(2\cdot4\cdot9)$$

となり、主水路の流れについて圧力の静水圧分布が成立する場合には、下流

水深は常に上流水深より大となることがわかる。

さて、場所的に流量が減少する横越流せきや底部分水工上の流れが漸変流性状を示す場合には、*De Marchi* や *Noseda* の研究にみられるように、主流の比エネルギー一定の関係が一次元解析法の展開にあたって利用され、常流遷移の場合にはこの仮定がほぼ正しいことが著者の実験によっても証明された。開水路自然分岐の場合にも主水路が直線であり、流量配分比が比較的小さい範囲では、主流の変化が緩慢であるから、主水路上下流での比エネルギー一定の条件が成立するものと予測される。著者が図2・4・2に示す分岐角度30°、主、分水路とも幅40 cm、底こう配1/1,000 の開水路分岐実験水路で行なった実験から得られた主水路および分水路での比エネルギーの変化を表2・4・1に示す。

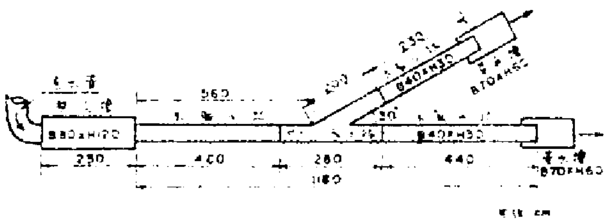


図2・4・2　自然分岐実験水路

水深は主水路上、下流および分水路で一様な流況を呈するとみなされる $x_m = -250$ cm、$x_m = +150$ cm および $x_b = +150$ cm（x は分岐下流端からの水路軸に沿った距離）の断面での平均水深をとっており、エネルギー係数αは1として計算された。表中の Hm/Hu の値から明らかなように、この場合流量配分比の大きさに無関係に比エネルギー一定の関係が成立することがわかる。一方、分水路では分岐端直下流での顕著な剝離渦の発生によって分岐流のエネルギー損失が大きくなることが認められる。以上の考察から主流に関して比エネルギー一定の関係、すなわち

$$\eta_m + \frac{(1-K)^2 F_u^2}{2\eta_m^2} = 1 + \frac{F_u^2}{2} \qquad (2 \cdot 4 \cdot 10)$$

表2・4・1　開水路分岐の比エネルギー変化

実験番号	測定断面	水深	比エネルギー	フルード数	K	Hm/Hu	$H_u - H_b / H_u$	せき高
1	u	18.90 cm	21.94 cm	0.567				cm
	m	21.45	22.14	0.254		1.01		10
	b	20.40	20.95	0.237	0.459		0.045	10
2	u	10.35	13.38	0.765				
	m	12.40	13.18	0.354		0.99		5
	b	10.55	11.05	0.310	0.394		0.172	5
3	u	16.00	17.22	0.390				
	m	17.45	17.74	0.183		1.03		10
	b	17.00	17.15	0.165	0.464		0.004	10
4	u	9.40	13.18	0.814				
	m	12.10	13.20	0.427		1.00		4
	b	9.20	9.52	0.273	0.291		0.270	5
5	u	9.05	11.11	0.675				
	m	11.10	11.54	02.81		1.04		5
	b	10.05	10.37	0.251	0.435		0.0666	5
6	u	9.75	11.46	0.593				
	m	11.40	11.85	0.282		1.03		5
	b	10.55	10.78	0.210	0.399		0.0594	6
7	u	10.95	12.34	0.520				
	m	12.15	12.73	0.309		1.03		5
	b	11.60	11.70	0.135	0.284		0.0564	8
8	u	8.95	10.62	0.602				
	m	10.62	10.99	0.262		1.03		5
	b	9.70	9.96	0.231	0.436		0.0367	5
9	u	10.54	11.71	0.473				
	m	11.36	11.92	0.290		1.01		5
	b	11.14	11.22	0.122	0.237		0.043	8
10	u	12.42	13.28	0.373				
	m	12.93	13.67	0.329		1.03		5
	b	13.14	13.15	0.158	0.042		0.005	12

	u	6.81	9.24	0.843				
11	*m*	8.06	9.25	0.543		1.00		2
	b	7.10	7.17	0.114	0.171		0.224	5
	u	7.36	9.24	0.679				
12	*m*	8.94	9.75	0.424		1.05		3
	b	8.09	8.19	0.161	0.245		0.113	5
	u	8.47	10.05	0.610				
13	*m*	9.60	10.11	0.323		1.00		4
	b	8.70	8.78	0.137	0.354		0.127	5
	u	12.60	14.56	0.559				
14	*m*	14.70	14.82	0.126		1.02	0.007	10
	b	13.60	14.46	0.356	0.715			5
	u	10.20	13.23	0.771				
15	*m*	13.05	13.60	0.290		1.03	0.104	6
	b	11.35	11.86	0.299	0.456			5
	u	8.15	10.77	0.803				
16	*m*	10.45	10.80	0.268		1.03	0.137	5
	b	8.65	9.31	0.389	0.530			3
	u	8.00	10.71	0.793				
17	*m*	10.00	10.30	0.248		0.96	0.119	5
	b	7.90	8.86	0.493	0.588			2
	u	11.50	12.50	0.454				
18	*m*	12.25	12.86	0.316		1.03	0.018	5
	b	12.22	12.24	0.629	0.167			10
	u	8.03	10.17	0.723				
19	*m*	10.01	10.36	0.263		1.02	0.076	5
	b	8.98	9.40	0.306	0.494			4
	u	7.27	9.86	0.787				
20	*m*	9.49	9.77	0.242		0.99	0.083	5
	b	8.41	9.04	0.386	0.568			3

が成立する。K、Fuの一定値に対して（2・4・10）式から求められるη_mの3根は、$\eta_{m1} \geq 1$、$1 > \eta_{m2} \geq 0$および$\eta_{m3} < 0$であるが、（2・4・9）式から$\eta_m \geq 1$であるから、この条件を満足する正根をとる。

つぎに流量配分比の算定には分岐端での形状損失の大きさが明らかでないため運動量解析によることとし、分水路流量をQb、分水路水深をh_bとして、断面1、2および3の間の流れについて主水路軸方向の運動量式をたてると、静水圧分布の仮定より次式が得られる。

$$\rho\frac{Q_u^2}{Bh_u}+\frac{1}{2}\rho gBh_u^2+\frac{1}{2}\rho gaBh^2\cos\theta\sin\theta=\rho\frac{Q_m^2}{Bh_m}+\rho\frac{Q_b^2}{aBh_b}\cot\theta+$$
$$\frac{1}{2}\rho gh_m^2B+\frac{1}{2}\rho gaBh_b^2\cos\theta\sin\theta \qquad (2・4・11)$$

ここに、hは分岐端での分水路側水深であるが、従来の断面不連続部での開水路流の研究[10]においても認められているように、上流水深huで代表させて解析するのが妥当のようである。これに連続式（2・4・3）を考慮すると、（2・4・11）式は次式で表わされる。

$$F_u^2+\frac{1}{2}\left(1+\frac{a}{2}\sin 2\theta\right)=\frac{(1-k)^2F_u^2}{\eta_m}+\frac{k^2F_u^2\cot\theta}{a\eta_b}+\frac{\eta_m^2}{2}$$
$$+\frac{a\eta_b^2}{4}\sin 2\theta \qquad (2・4・12)$$

ここに、$\eta_b=h_b/h_u$、a＝開口比＝L/Bである。

いま、主水路下流および分水路にせきがある場合を対象としているから、その水位一流量関係式として通常の越流量表示式をとることとする。すなわち、主水路下流については、

$$Q_m=\sqrt{g}\,C_m\,B\,(h_m-W_m)^{3/2} \qquad (2・4・13)$$

分水路については、

$$Q_b=\sqrt{g}\,C_b\,aB\sin\theta\,(h_b-W_b)^{3/2} \qquad (2・4・14)$$

で表わされる。ここに、Cはせきの越流係数、$\overline{W}$はせき高である。上式を$\overline{W}m/hu=\delta m$、$\overline{W}b/hu=\delta b$、$\overline{W}b/\overline{W}m=w$ を用いて無次元化すると、それぞれ

$$(1-K)F_u = C_m(\eta_m-\delta_m)^{3/2} \qquad (2\cdot4\cdot15)$$

$$K F_u = C_b\, a \sin\theta(\eta_b - w\delta_m)^{3/2} \qquad (2\cdot4\cdot16)$$

となる。

以上の考察から、与えられたFu、a、θ、$\overline{W}$およびCについて、(2・4・10)、(2・4・12)、(2・4・15)および(2・4・16)式を連立的に解けば、Kを求めることができる。そこで、実験によって得られた越流係数$Cm=Cb=0.820$として、$B=Bb$の場合の$w=1.0$～2.6に対するFuとKとの関係を示したのが図2・4・3である。実験値も併せ図示したが、一定のwに対して$\eta_m>\eta_b$の場合にはFuの増加に伴ない、わずかながら主水路への分派量が多くなる。$\eta_m<\eta_b$の範囲ではFuが大きくなるにつ

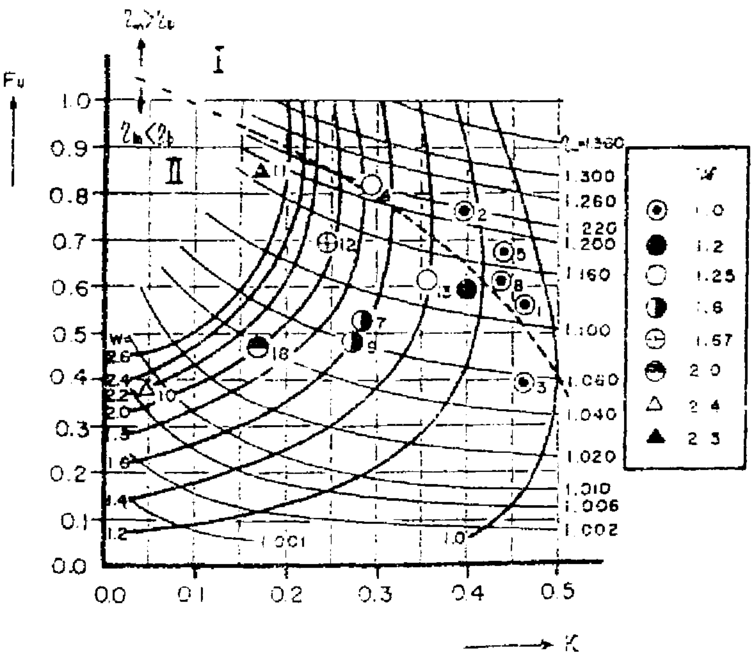


図2・4・3 Fu, WとKの関係曲線

れて、流量配分比は大きくなり、分水路流量が増加することになる。図示された実験値と理論曲線とを比較して、$\eta_m \simeq 1$ の場合には両者はよく一致するが、局所的に射流が発生する場合には、水流の乱れが激しく、水面変化も大きいから、分岐端での作用力の大きさの評価に問題があり、その適合度はやや低くなる。しかしながら、せきがある場合の常流分岐という限られた範囲内では、ここに述べた解析法を適用することによって流量配分比をかなりの精度で推定しうることがわかる。

第5節　結　　言

本章では流量配分工の水理機能設計に当って考慮すべき設計条件ならびに設計方法を論じ、安定した流況を維持し、しかも計画配分機能を満足させる計画設計理論を基礎方程式に基づいて展開するとともに、底部分水工と開水路自然分岐について、流れの普遍的性状の把握に基づく実用的設計法を提示した。本章での考察結果をまとめれば次のとおりである。

(1) 流量配分工の機能設計の順序を六つの段階に分け、それぞれの段階で流量配分機能および安全性の点から考慮されるべき因子を明らかにした。

(2) 流量配分工の一般的水理計算法を論じ、流量変化と水深との間の経験的関係を与えることによって、あらゆる型式の分水工寸法を一義的に決定できることを示した。

(3) 機能設計上きわめて優れている流量条件として、分水工に沿って流出量が一定という設計条件を与え、これを満足する水路形状および分水工寸法の力学的表示を基礎方程式から導き、その妥当性を実験により検討した。その結果、流出流量の変化特性に関するより適切な表示法が与えられるべきことが確認された。

(4) 底部分水工で擬似跳形点を発生し、常流から射流に遷移する場合の流

れの一般的性状を実験により明らかにし、分水工上での流量変化を幅度と距離の関数として表示することにより、実用的水面形解析法を展明した。また理論水面曲線と実測水面形とを比較することにより、一般に漸変流として取り扱われている流れにおいても、水面形解析において非静水圧項の影響を無視しえないことを明らかにした。

(5) 開水路自然分岐で主水路下流および分水路の両方に固定ぜきを設けた常流分岐を対象とした実験を行ない、主水路の流れに関して他の流量配分工と同様、比エネルギー一定の関係が成立することを確認した。またこの実験的事実にもとづいて流量配分比を運動量解析により求めた結果、この種の流れに対してはかなり高い精度で推定できることが示された。

参　考　文　献

1) *Harbermass, F.* : *Geschiebeeinwandrung in Werkkanäle und deren Verbinderung, Wasserkraft und Wasserwirtschaft* (1935)

2) *Orth, J., Chardonnet, E. and Meynardi, G.* : *Étude de grilles pour prises d'eau du type "en dessous", La Houille Blanche, N°3, pp.* 343－351 (1954)

3) *Bulle, H.* : *Untersuchungen über die Geschiebeableitung bei der Spaltung von Wasserläufen, Berlin, VDI-Verlag.* (1926)

4) 室田　明：開水路分水工の研究、土木学会論文集第７０号、別冊１－１、21－29頁（昭35）

5) 中川博次、宇民　正：横越流分水工の機能設計に関する研究、京大防災研究所年報第９号、539－550頁（昭41）

6) *Dagan, G.* : *Notes sur le calcul hydraulique des grilles "Par-dessous", La Houille Blanche, N°*1, *pp.* 59 −65 (1963)

7) 前出 4) 3−20頁

8) *Taylor, E. H.* : *Flow Characteristics at Rectangular Open-Channel Junctions, Trans. A. S. C. E., Vol.* 109, *pp.* 893−903 (1944)

9) *Krishnappa, G. and Seetharamiah, K.* : *A New Method of Predicting the Flow in a* 90° *Branch Channel, La Houille Blanche, N°* 7 (1963)

10) *Jaeger, C.* : *Engineering Fluid Mechanics, Blackie & Sons, London* (1956)

第3章　局所現象の解析による水理機能設計の高度化

第1節　概　　説

これまでの考察では、各種の流量配分工上の流れをあくまで断面平均流として取り扱い、しかも流下方向成分が卓越するものとして解析をすすめてきた。このような取り扱いによって開水路不連続流の巨視的な挙動を把握することは可能であっても、通常用いられる流量配分工上では、水路形状ならびに流量の不連続な変化による急変流特性ないしは三次元特性が顕著に現われる事実から考えて、急変流あるいは内部構造の解析法が確立され、これを具体的な設計問題に導入することが必要である。たとえば、底部分水工上流端での局所現象は漸変流として取り扱われてきた従来の解析法に問題があることを明らかにし、また三次元特性の顕著な横越流ぜきの流量解析に当って、一次元解析法は十分満足すべきものでないことを前章までの考察結果が示唆している。

しかしながら、一般に水理構造物上の局所急変流の機構を数学的に表示することは、特殊な場合を除いてはきわめて困難であり、また三次元不連続流では境界条件の設定に経験的関係を導入しなければならないこともあって、統一した解析法を見い出しえない現状である。そこで著者は各種の流量配分工上の流れの機構に関する水理学的モデルを流れの状態に応じて設定し、それに基づく理論解析によって局所流の挙動を表現しようと試みた。すなわち、横越流ぜきの射流分岐について超音速流の *Prandtl-Meyer flow* にシミュレートした二次元解析を行ない、従来の一次元解析法による越流量諸公式に比べて、はるかに高い精度で流量変化が求められることを示した。また、底部分水工の常流および射流状態の流れについて、流出端での流れの機構をそれぞれ非回転流および回転流の仮定に基づいて解析し、その結果を

一次元解析法に導入することによって、分水工上の諸水理量ならびに境界条件の決定を可能とした。さらに、開水路自然分岐について、その分岐端周辺での流れを二次元非回転流として解析し、憩流点位置や分流境界線を解明することによって一次元解析法をより合理化するとともに、局所流の三次元特性を実験的に考察することによって、流砂配分比、局所洗掘ならびに流れのエネルギー損失に与える局所流の影響を明らかにしようとした。

第2節　横越流量に関する二次元解析[1)]

第1章第4節で考察したように、既往の横越流量公式は射流分岐についての推定精度が低く、またその適用範囲も限られることがわかった。越流区間を射流で流下する場合はせき上流端でそのせき頂より上の側壁が急にとり除かれた状態であるから、その点から連続的な衝撃波が発生し、あたかも気体の超音速流における角を曲がる流れ、すなわち*Prandtl-Meyer flow*と同様な流れの特性を示す。すでに、嶋ら[2)]は射流自然分岐水路の流量配分比ついてこの解析法を適用しているが、著者はせきがある場合の取り扱い方を検討し、越流量の理論値と実験値との比較考察を試みた。

1. 越流量式

図3.2.1.のようにせき上流端のせき頂を原点とする円柱座標系を選び、半径、切線および鉛直方向の速度成分をそれぞれV_r, V_θ, V_z とすると、摩擦およびこう配の影響を無視した運動方程式は次式で与えられる。

$$V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} \qquad (3.2.1)$$

$$V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_\theta}{\partial z} + \frac{V_r V_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \theta} \qquad (3.2.2)$$

$$V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_z}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} \qquad (3.2.3)$$

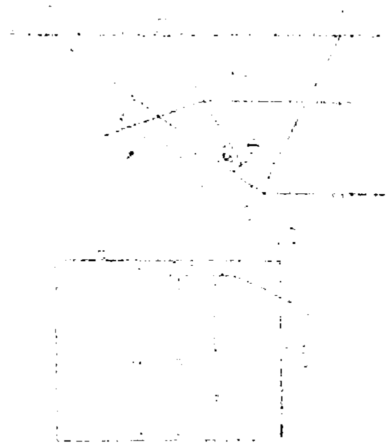


図3・2・1
横越流射流分岐記号説明

(3.2.3) 式で鉛直方向加速度を無視すると、圧力に関する静水圧分布式 $p=\rho g\ (d-z)$ (d：せき頂を基準とする水深) が得られるが、せきから流出する流れについては静水圧分布の仮定が成立せず、ここでは圧力係数λを導入して補正する。すなわち、

$$p=\rho g\ \lambda(d-z) \qquad (3.2.4)$$

いま、せき頂より下の流れは流出に関与せず、また鉛直方向に速度分布が一様であると考えると、せき頂から測られたエネルギー水頭Eは、ベルヌーイの定理により

$$E=\frac{1}{d\ Um}\int_0^d\left\{\frac{Vr^2+V\theta^2}{2g}+\lambda(d-z)+z\right\}u\,dz$$

$$\simeq\frac{Vr^2+V\theta^2}{2\ g}+\frac{(1+\lambda)}{2}d \qquad (3.2.5)$$

となる。ここに、uは水路軸方向の流速成分、Umはせきより上の流れの任意測線上の平均流速である。連続の条件は

$$\frac{1}{r}\ \frac{\partial(r\cdot Vr\cdot d)}{\partial r}+\frac{1}{r}\ \frac{\partial(V\theta\cdot d)}{\partial\theta}=0 \qquad (3.2.6)$$

で与えられるが、この場合超音速流の性質から、Vr, $V\theta$およびdはrに無

関係でθのみの関数であるから、（3.2.6）式は

$$V_\theta \frac{dd}{d\theta}+\left(V_r+\frac{dV_\theta}{d\theta}\right)d=0 \qquad (3.2.7)$$

となる。また、（3.2.1）式および（3.2.2）式も同様にして、

$$\frac{dV_r}{d\theta}-V_\theta=0 \qquad (3.2.8)$$

$$V_\theta \frac{dV_\theta}{d\theta}+V_rV_\theta=-\lambda g\frac{dd}{d\theta} \qquad (3.2.9)$$

（3.2.5）式をθについて微分し、（3.2.7）式とから$dd/d\theta$を消去すると、

$$\left(V_r+\frac{dV_\theta}{d\theta}\right)\left(1-\frac{V_\theta^2}{c^2}\right)=0 \qquad (3.2.10)$$

が得られる。ここに $c=\sqrt{g(1+\lambda)d/2}$ である。

（3.2.10）式の解の一つは平行流を示し、他の解は、

$$V_\theta=\pm c \qquad (3.2.11)$$

で、これと$d=2c^2/g(1+\lambda)$および（3.2.8）式の関係を（3.2.5）式に代入すると、

$$V_r^2+3(dV_r/d\theta)^2=2gE \qquad (3.2.12)$$

が得られ、これをV_rについて解くと、

$$V_r=\sqrt{2gE}\ \sin\frac{\theta+\theta_1}{\sqrt{3}} \qquad (3.2.13)$$

$$V_\theta=\sqrt{\frac{2gE}{3}}\ \cos\frac{\theta+\theta_1}{\sqrt{3}} \qquad (3.2.14)$$

が得られる。ここにθ_1は積分定数であって、$\theta=0$で$F_r=F_{r0}$なる条件から定まる。すなわち（3.2.13）式および（3.2.14）式を（3.2.5）式に代入すると、

$$d=\frac{4E}{3(1+\lambda)}\cos^2\frac{\theta+\theta_1}{\sqrt{3}} \qquad (3.2.15)$$

したがって、$F_r^2 = (V_r^2 + V_\theta^2) / \frac{gd}{2}(1+\lambda)$ とすれば、

(3.2.5) 式より、$d(1+\lambda)/2E = 2/(2+F_r^2)$ が得られ、(3.2.15) 式より、

$$\frac{2}{2+F_r^2} = \frac{2}{3}\cos^2\frac{\theta+\theta_1}{\sqrt{3}} \tag{3.2.16}$$

の関係が求められる。

越流量$\triangle Q$はせき長をL、初期マツハ角を$\beta_0 = \sin^{-1}(1/F_{r0})$ とすると、

$$\triangle Q = (V_\theta \cdot d)_{\theta=\theta_0} \cdot L \tag{3.2.17}$$

であるから、これに (3.2.14) 式および (3.2.15) 式の関係を代入し、さらに $\theta = 0$ で$d = d_0$ なる条件を用いると、結局越流量は次式で表わされる。

$$\triangle Q = \frac{2\sqrt{g}\,L d_0^{\frac{3}{2}}}{(1+\lambda)}\left(\cos\frac{\beta_0+\theta_1}{\sqrt{3}}\right)^3\left(\cos\frac{\theta_1}{\sqrt{3}}\right)^{-3} \tag{3.2.18}$$

したがって、初期越流水深d_0、初期流量Q_0 およびせき長Lが与えられると、β_0 およびθ_1 は初期フルード数 F_{r0} によって定まるから、圧力係数を実験によって定めることにより越流量を理論的に求めることができる。

2. 理論値と実験値との比較

(1) 二次流成分の分布　上述の理論的考察ではせき頂標高より下の流れはなんら越流に関係せず、水路軸方向の成分のみをもつものとして取り扱った。この仮定の可否を検討するために、流向流速の測定結果から越流区間の各断面における水路軸と直角方向の流速成分Vを求め、その等流速線を画いた結果を図3.2.2に示す。図から明らかなように、下層流内では二次流成分は無視しうるほど小さく、したがって下層流は流出にほとんど関与せず、上述の解析に当っての仮定が正しいことが立証される。また上流端断面ではせき近傍に卓越した成分が現われ、流下距離の増大とともにその分布がせき頂

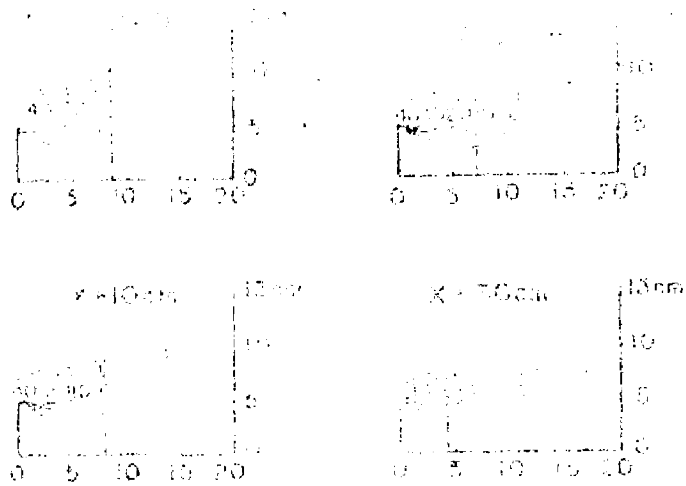


図5.2.2　V̄ー成分の等流速線図

付近より次第に水路内側に拡がっていく傾向にあるが、各断面での分流境界線を境にして主流側での等流速線間隔が疎になることが注目される。

(2) 圧力係数λ　　せきを越える水脈内の流線の方向を実験で明確につかむことが困難であるところから、直接測定によって越流水脈内の圧力分布を求めることは断念し、せきに沿った越流水深の変化を測定し、その平均値を（3.2.1 5）式に代入することによって各実験条件ごとのλの値を求めることとした。上述の理論的取り扱いによれば、水路軸方向と平行な衝撃波面はせき頂面と一致するから、せき上での越流水深は流下方向に変化せずに一定となり、したがって単位幅当りの越流量も流下方向に変らないはずである。ただせきと反対側の側壁で反射した波の影響がせき上に現われだすと、流下距離とともに越流水深が減少するから、反射波の影響が現われないL＝２０cmおよび３０cmの場合についてだけ越流水深を測定した。その結果を図3.2.3に示すが、図で縦軸にはせき上流端から５cm区間ごとの越流水深dwとせき全長にわたる平均越流水深dwmとの比がとられている。上流端断面では側方境界の不連続面に当るために、せき上の水深は極端に小さい値を示したが、その他の点ではほとんど全区間にわたって越流水深の変化は認められな

い。

次にこの平均越流水深を用いて（3.2.15）式より求められたλの計算値を流量配分比に対して図示したのが図3.2.4である。ζの増加につれてλがわずかに大きくなる傾向がみられるが、全測点は0.60〜0.85の範囲にあって全体のばらつきは少なく、λの平均値として0.751を得た。

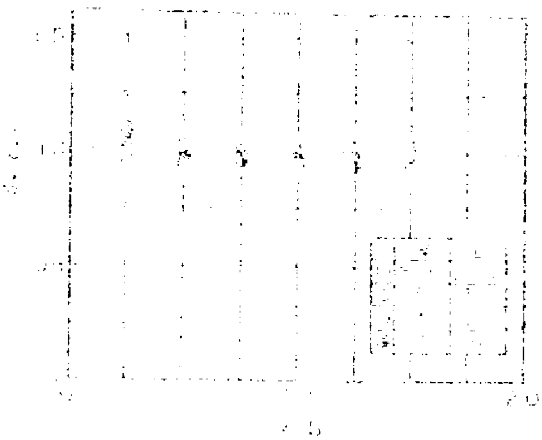


図3・2・3　せき上の越流水深の変化特性

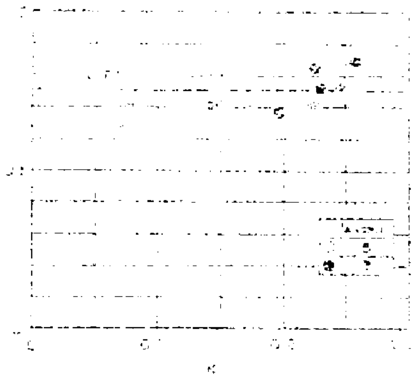


図3・2・4　圧力係数と流量配分比の関係

(3) 越流量

せき上でλは一定値0.751をとるものとして、(3.2.18)式にこの値と初期値とを代入して計算された横越流量の理論値と実験値とを比較したのが図3.2.5である。図によれば、$L \leqq 30$ cmすなわち$L/B \leqq 1.5$の範囲では、実験値$\triangle Q_E$と理論値$\triangle Q_T$とはきわめて良好な一致を示し、この解析法による最大推定誤差はわずか4％にすぎない。しかしながら、$L/B > 2.0$の範囲では、反射波の影響によって実際の越流水深は流下方向に次

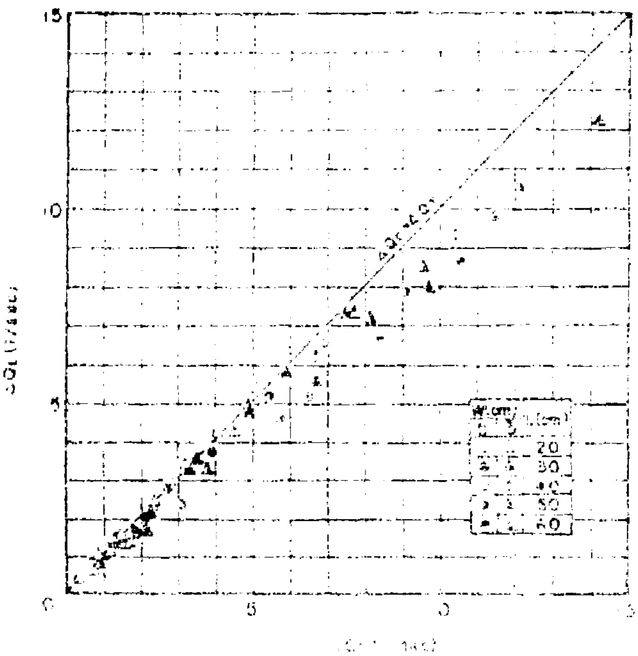


図3・2・5　越流量の理論値と実験値との比較（反射波を考慮しない場合）

第に減少していくから、実験値は理論値より小さくなることが認められた。

いま、$L/B>2.0$ の場合について、せき上流端に発生した不連続衝撃波が直線的に反対側の側壁に達し、そこで反射して次々に衝撃波の干渉をうけ、せき上に到達するまでの水面形および速度成分の変化を特性曲線法[3)]によって求め、上で得られた理論越流量 $\triangle Q_E$ を実験値と比較したのが図 3.2.6 である。このような反射波の影響を考慮した場合にもなお理論値は実験値よりやや大きくなるが、この原因として流れのエネルギー水頭が流下方向に変化しないとした取り扱いが実際現象に十分忠実でないこととともに、次に述べるように主流内での衝撃波面の屈折によってせき上での水面降下量はより増大するためと考えられる。このような反射波の影響を考慮した厳密な二次元解

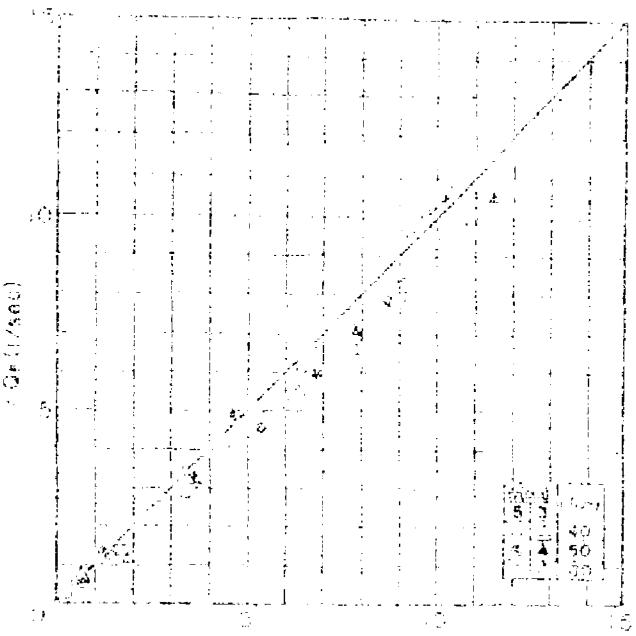


図3・2・6　越流量の理論値と実験値との比較 (反射波を考慮した場合)

析を行なえば、長さが十分大きいせきについても満足すべき流量推定精度が得られるものと考える。

3.　水面形の解析

(1)　解析法の検討　　上述の流量解析ではせき上流端に発生する擾乱の影響はせき区間の主流にまで直接及ぶものとして取り扱ってきた。したがって、その擾乱特性はせき頂を基準とする水理量に支配され、せき頂面での擾乱波高と横断方向流速の理論値から導かれた（3.2.1 8）式の越流量公式は反射波の影響がせき上に及ばない限り、適切な値を与えるものである。しかしながら、せきから離れた水路内部の点における衝撃波の特性は明らかにその点での全水深にわたる平均水理量に支配されるのであって、越流区間での水面

形を解析するにはこの点を考慮した取り扱いが必要である。

いま、図3.2.2の二次流成分の分布図で、二次流の卓越した領域が各断面でせき頂面を通り水路底に平行な線と分流境界線とで囲まれた領域にほぼ一致するという実験的事実から、分岐流内ではせき頂を基準とする水理量によって支配される衝撃波面が形成され、主流については分流境界線上での水面の連続性を考慮して、二つの衝撃波面間の水面高は分岐流でのそれと同じであり、伝播速度のみが全水深に基づく大きさで表わされるものと考えるのが合理的である。

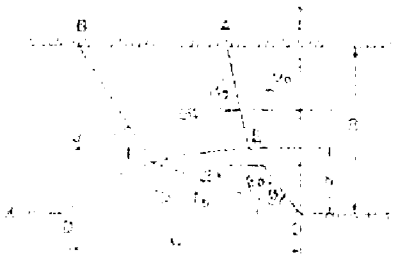


図 3・2・7　衝撃波の屈折性状

図3.2.7でせき上流端での側壁面から分流境界線までの距離 b は、連続の条件から求められる。

$$\triangle Q = b d_0 V_0 = \sqrt{g}\, L d_0^{\frac{3}{2}} \left(cos \frac{\beta_0 + \theta_1}{\sqrt{3}} \right)^3 \left(cos \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \right)^{-3} \qquad (3.2.19)$$

の関係から、

$$\frac{b}{L} = \frac{1}{F r_0} \left(cos \frac{\beta_0 + \theta_1}{\sqrt{3}} \right)^3 \left(cos \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \right)^{-3} \qquad (3.2.20)$$

で与えられる。ここに、V_0 はせき上流端断面での平均流速を表わす。分流境界線 ED については分岐流に関する流線の式 $(1/r)\ (dr/d\theta) = Vr/V_\theta$ に、$\theta=0$ で $r_b = b\ cosec\ \beta_0 = b\ F r_0$ の関係と（3.2.13）式および（3.2.14）式を代入して解くと、

$$r_b = b\ F r_0 \left(cos \frac{\theta + \theta_1}{\sqrt{3}} \right)^{-3} \left(cos \frac{\theta_1}{\sqrt{3}} \right)^3$$

が得られ、これに（3.2.20）式の関係を代入すると、

$$r_L = L\left(\cos\frac{\beta_0+\theta_1}{\sqrt{3}}\right)^3\left(\cos\frac{\theta+\theta_1}{\sqrt{3}}\right)^{-3} \qquad (3.2.21)$$

で表わされる。

初期衝撃波面OEはE点で屈折し、$\sin\beta_0' = \sqrt{gh_0}/V_0$ なるマッハ角で与えられる衝撃波面EAが形成される。初期衝撃波面OEからの微小偏角θを与えた場合の第二の衝撃波面OFもまたF点で屈折する。上述の仮定によって$EABF$領域内の水深hはOEF領域内の水深に等しいから、流線の変向角α'は衝撃波理論によって次式で与えられる。[1)]

$$\alpha' = \sqrt{3}\tan^{-1}\sqrt{\frac{3h/2H}{1-(3h/2H)}} - \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{3h/2H}{1-(3h/2H)}} - \alpha_A' \qquad (3.2.22)$$

ここに、α'：初期流向からの流線の変向角度、H：比エネルギー、α_A'：$h=h_0$で $\alpha'=0$ なる条件で定まる積分定数である。またマッハ角β'は次式で表わされる。

$$\beta' = \sin^{-1}\left[2\left(\frac{H}{h}-1\right)\right]^{-\frac{1}{2}} \qquad (3.2.23)$$

(2) 特性曲線法による水面形解析　(1)で述べた諸条件を考慮し、特性曲線法を用いて計算された衝撃波角および波高の変化から、水面形の平均的な二次元変化を求め、それに基づいて等水位線図を画いたのが図3.2.8である。実測水面と比較して明らかなように、実測結果では上流端付近より平均水面の低下がみられ、せき端部での擾乱の影響が上流にまで及ぶことが示されるが、越流区間内での水面変化の状態は上述の解析法が妥当なことを表わしている。とくに分岐流と主流とにおける擾乱の伝播特性の相違が実測水面形の変化からも歴然としているのは注目されよう。また擾乱波面の屈折点が図中に示される分流境界線とほぼ満足すべき一致を示しているのは、上記の解析に当っての仮定が満足されることを裏付けている。しかしながら、この水面

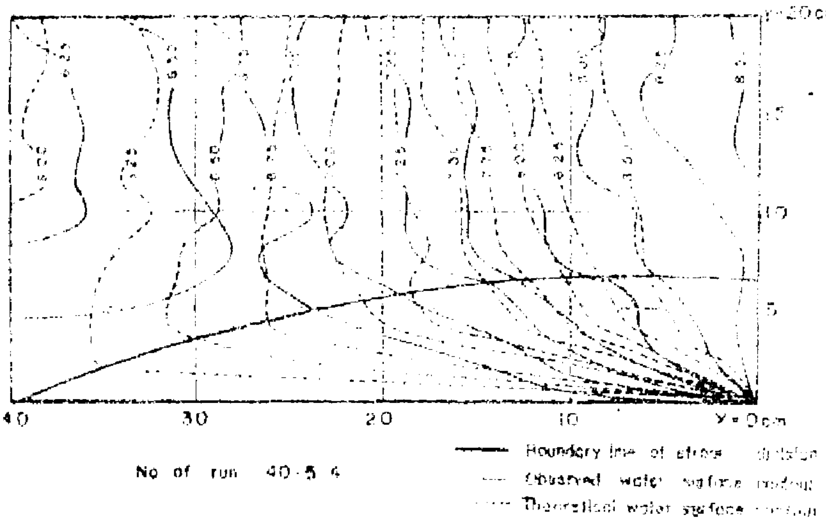


図 3・2・8 理論水面形と実測水面形

形計算では主流における流量の連続性および分岐流側のせき頂より下の流れの影響を考慮していない点に問題があると考えられる。

第3節　底部分水工上の局所現象に関する二次元解析

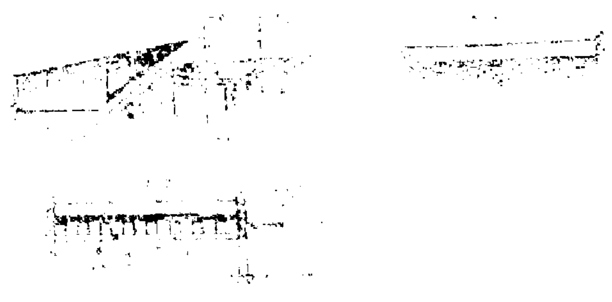


図3・3・1　底部分水樋の一例

図 3.3.1 に示すような固定ぜきの越流頂に分水桶を設けた場合には、一般に流量の場所的変化が大きく、第1章第6節で考察したように、上流の緩こう配水路を流下した流れは開口部上流縁付近で擬似特異点を通って射流状態に遷移する。一方、流出区間が短かいと、流出の影響は開口部上、下流に及び、また開口部周辺の流れは急激な変化を示す。このような開口部付近での開水路流れの水理学的性状を明らかにすることは流出流量の適確な推定ならびに土砂流送能力の評価などの面でも必要と考えられる。

そこで著者は二次元流れとしての取り扱いが可能なように水路底の一部を水路全幅にわたって完全にとりさった、いわゆるスリット型底部分水工周辺の開水路流れの挙動について考察した。すなわち、開口部をはさんで流れが常流から常流へ遷移する場合および限界水深をとおって常流から射流へ遷移する場合に分けて、それぞれの流下機構をモデル化した二次元解析を行なった。

1. 常流遷移の非回転流モデル[5)]

(1) 開口部近傍の水理学的特性　水路全幅にわたって設けられた開口部上の流れは二次元的取り扱いが可能であるから、いま図 3.3.2 に示すような開口部幅の中央を原点とする極座標 (r、ϕ) を考え、$\phi=0$ の軸を水路床に沿い下流向きにとる。点 (r、ϕ) における半径方向の流速成分を V_r、接線方向成分を V_ϕ とするとき、*Euler* の運動方程式は次式で与えられる。

図3・3・2　座 標 説 明

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{v_\phi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Omega}{\partial r} \tag{3.3.1}$$

$$v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_\phi v_r}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial \Omega}{\partial \phi} \tag{3.3.2}$$

ここに、$\Omega = p + \rho g r \sin(\phi - \theta)$ であり、θ は水路床こう配、p は圧力である。また、流れは非回転的であるとみなすと、

$$\frac{\partial}{\partial r}(r v_\phi) - \frac{\partial v_r}{\partial \phi} = 0 \tag{3.3.3}$$

が成立する。なお、連続式は自動的に満足される。

上式を直接解くことは困難であるから、解析にあたって流速分布に関するモデルを設定する。すなわち、実際の流れの流速ベクトルは水路底に平行な成分 u_m と座標原点に向かう対称流出の場の流速成分 u_r とから成るものとし、後者は半径 r の円周上では、

$$u_r = (\Delta q / \pi r) f(\phi) \tag{3.3.4}$$

で与えられるものとする。ここで、Δq は単位水路幅当りの開口部からの流出流量であり、$f(\phi)$ は半径 r の円周上での流速分布を表わす関数である。開口部より上流で、流線の曲がりがほとんどなく、圧力が静水圧分布を示すとみなしうる断面 I における水深および平均流速をそれぞれ h_1 とする。流速 u_m は流出に関与しないことを考慮すれば次式で表わすことができる。

$$u_m = \left(u_1 - \frac{\Delta q}{2h_1}\right) g(r, \phi) \tag{3.3.5}$$

ここに、$g(r, \phi)$ は流速分布を表わす関数であり、一様流速を仮定すると、$g(r, \phi) = 1$ であるから、(3.3.4) 式および (3.3.5) 式を考慮した v_r および v_ϕ を (3.3.3) 式に代入することによって $f(\phi) = 1$ を得るから、結局 v_r および v_ϕ は次式で与えられる。

$$v_r = -(\Delta q/\pi r) + u_m \cos\phi \qquad (3.3.6)$$

$$v_\phi = -u_m \sin\phi \qquad (3.3.7)$$

$g(r,\phi) \equiv f(\phi) = 1$ の仮定を検討するために、上流側流量が11.84 ℓ/sec、流出流量が7.31 ℓ/sec、下流水深が13.0㎝の場合について、開口幅3㎝を直径とする半円周上での$f(\phi)$および$g(r_0,\phi)$の分布を調べた。流出部近傍の流速ベクトルの測定には、流線曲率が大きいためにピトー管の使用が困難であるところから、トレーサーによる*flow visualization*法を用いた。トレーサーとしてはモノクロールベンゼンとノルマルヘクサンの混合液に螢光塗料を加え、その比重を1としたものを用いた。この混合液は水中で直径1～3㎜の粒状になるので、それをストロボ照明により写真撮影した。その結果の一例を図3.3.3に示す。多くの写真から読みとられた流速ベクトルを半径方向成分、すなわち$(\Delta q/\pi r_0)f(\phi)$と水路軸方向成分$\{u_1 - (\Delta q/2h_1)\}g(r_0,\phi)$とに分け、それから計算された$f(\phi)$、$g(r_0,\phi)$と$\phi$との関係を示したのが図3.3.4である。流速ベクトルを写真から読みとるさいにかなりの誤差が入ることはさけられず、また乱れの影響もあって結果はかなりばらついているが、図は$g(r_0,\phi)=1$の仮定について検討の余地があることを示している。

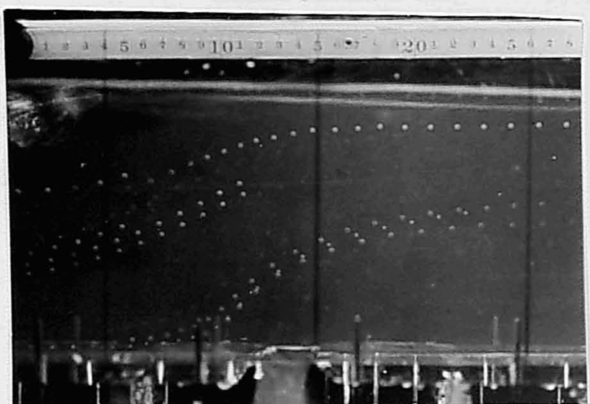


図3・3・3　開口部周辺の流れ

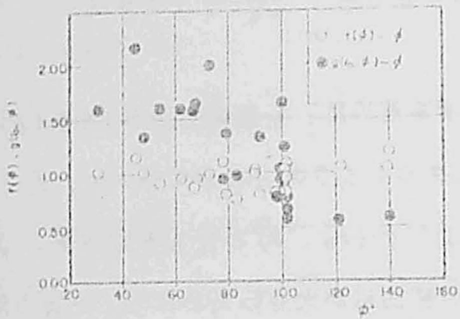


図3・3・4　$f(\phi)$ と $g(r_0,\phi)$ の実測値

つぎに開口部からの流出流量$\triangle q$に対して次式の表示を与える。

$$\triangle q = 2C_1 r_0 \sqrt{2gH_1} \qquad (3.3.8)$$

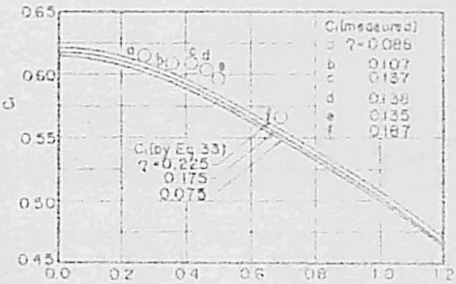
ここで、H_1 は断面Ⅰにおける比エネルギー、C_1 は流量係数、$2r_0$ は開口幅である。いま、開口部中心に対して対称な自由流出を考え、断面Ⅰでの水深が h_1 に等しく、比エネルギーをH_0、流量係数をC_0とするとき、断面Ⅰでの平均流速は$\triangle q/2h_1$で与えられるから、流出流量$\triangle q_0$は、

$$\triangle q_0 = 2C_0 r_0 \sqrt{2gH_0} = 2C_0 r_0 \sqrt{2gh_1 + (\triangle q/2h_1)^2} \qquad (3.3.9)$$

となる。流下方向流速成分 $u\,m$ は流出流量に関与しないから、非対称流出の流出流量$\triangle q$は対称流出流量$\triangle q_0$に等しくなり、結局流量係数に関する次式の表示が得られる。

$$C_1 = \frac{C_0}{\sqrt{(1-C_0^2\eta_1^2)(1+\frac{F_1^2}{2})}} \qquad (3.3.10)$$

ここに、$\eta_1 = r_0/h_1$，$F_1 = u_1/\sqrt{gh_1}$ である。したがって、任意水深に対する対称流の流量係数C_0をあらかじめ求めておけば、(3.3.10)式によって与えられたフルード数およびη_1に対するC_1を決定することができる。自由水面を有する対称流出の流量係数C_0の値は開口部の幾何形状および水深によって変化するため，実験によって求めなければならないが、著者は二次元開口部からの自由流出における収縮係数の理論値 $\pi/(\pi+2)$



3·3·5 流量係数の理論値と実験値

を用いて（3.3.10）式のC_1を計算し、実験値と比較したが、その結果は図3.3.5に示されている。C_1はF_1の増加にともなって減少し、またη_1とともに増加するが、この傾向は従来の各種流出孔に関する対称流出実験の結果とも一致している。実測値は計算値より全般的にやや大きくなるが、最大推定誤差は3％であって、ほぼ満足すべき結果を与えるといえよう。

さて、P（r，ϕ）における流速ベクトルの大きさuは、（3.3.6）式および（3.3.7）式を用いるとき、

$$u^2=\left(\frac{\Delta q}{\pi r}\right)^2-2\left(\frac{\Delta q}{\pi r}\right)u_m\cos\phi+u_m^2 \qquad (3.3.11)$$

となるから、$\triangle q$に関する（3.3.8）式および（3.3.10）式を用いると、

$$\frac{u^2}{g h_1}=\frac{4C_1^2(2+F_1^2)}{\pi^2}\left(\frac{r_0}{r}\right)^2+\frac{4C_1\sqrt{2+F_1^2}}{\pi}\left(F_1-C_1\eta_1\sqrt{2+F_1^2}\right)\cos\phi\cdot\left(\frac{r_0}{r}\right)$$
$$+\left(F_1-C_0\eta_1\sqrt{2+F_1^2}\right)^2 \qquad (3.3.12)$$

となる。

また、（3.3.6）式および（3.3.7）式を（3.3.1）式と（3.3.2）式に代入して積分すれば、$\triangle q$、u_mおよびθが一定であるという条件によって次式が得られる。

$$\frac{\Omega}{\rho}=-\left(\frac{\Delta q}{\pi}\right)^2\left(\frac{1}{2r^2}\right)+\left(\frac{\Delta q\cdot u_m}{\pi r}\right)\cos\phi+g_1(\phi) \qquad (3.3.13)$$

$$\frac{\Omega}{\rho}=\left(\frac{\Delta q\cdot U_m}{\pi r}\right)\cos\phi+g_2(r) \qquad (3.3.14)$$

この両式が成立するためには、

$$\frac{\Omega}{\rho}=-\left(\frac{\Delta q}{\pi}\right)^2\left(\frac{1}{2r^2}\right)+\left(\frac{\Delta q\cdot U_m}{\pi r}\right)\cos\phi+\frac{P_0}{\rho} \qquad (3.3.15)$$

でなければならない。ここにP_0/ρ は積分定数である。（3.3.15）式から圧力分布に関する次式が得られる。

$$\frac{p}{\rho g}=-r\sin(\phi-\theta)-\left(\frac{\Delta q}{\pi}\right)\left(\frac{1}{2gr^2}\right)+\left(\frac{\Delta q\cdot U_m}{g\pi r}\right)\cos\phi+\frac{P_0}{\rho g} \qquad (3.3.16)$$

断面Ⅰでの比エネルギーH_1 が保存されると仮定すると、$r=r_0$ 、$\phi=0$ での境界条件として次式が与えられる。

$$\left(\frac{p}{\rho g}\right)_{\substack{r=r_0\\ \phi=0}}=H_1-\frac{(U_r+U_m)^2}{2g} \qquad (3.3.17)$$

したがって、P (r , ϕ) 点での圧力は次式で表わされる。

$$\frac{p}{\rho g}=H_1+r_0\sin\theta-r\sin(\phi-\theta)-\frac{1}{2g}\left(\frac{\Delta q}{\pi}\right)^2\left(\frac{1}{r^2}-\frac{1}{r_0^2}\right)$$
$$+\frac{\Delta q\cdot U_m}{g\pi}\left(\frac{\cos\phi}{r}-\frac{1}{r_0}\right)-\frac{1}{2g}\left(\frac{\Delta q}{\pi r_0}+U_m\right)^2 \qquad (3.3.18)$$

ここで、流出流量表示式（3.3.8）および（3.3.10）式を用い、両辺をh_1 で割って無次元化すると、圧力が上流側のフルード数F_1 と流量係数C_1 およびη_1 の関数として表わされる。すなわち、

$$\frac{p}{\rho g h_1}=1+\frac{F_1^2}{2}+\frac{r_0}{h_1}\sin\theta-\frac{r}{h_1}\sin(\phi-\theta)-\frac{4C_1^2}{\pi^2}\left(1+\frac{F_1^2}{2}\right)\left(\frac{r_0}{r}\right)^2$$

$$-\frac{2c_1\sqrt{2+F_1^2}}{\pi}\left\{F_1-C_1\eta_1\sqrt{2+F_1^2}\right\}\cos\phi\left(\frac{r_0}{r}\right)-\frac{1}{2}\left(F_1-C_1\eta_1\sqrt{2+F_1^2}\right)^2 \tag{3·3·19}$$

（3.3.1 2）式および（3.3.1 9）式を用いて計算された開口部上流端断面$x=0$における流速分布ならびに圧力分布の理論値と実測値とを比較して

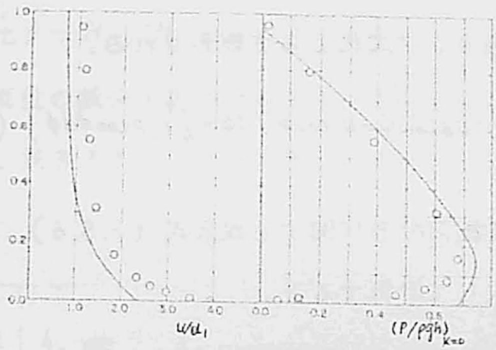


図3・3・6　$x=0$断面での流速・圧力分布

図 3.3.6 に示す。流速の理論値は実測値より全般的に小さく、とくに水路底近くにおいてその差が大きくなる。このことは流速の重ね合せの仮定ならびに流速分布関数の評価に検討の余地があることを示しているといえよう。圧力分布についても同様に、底面近くでの適合性の低いことが認められる。

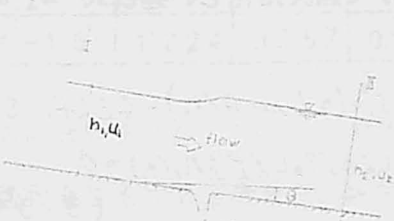


図3・3・7 主流解析記号説明

(2)　主流に関する一次元解析

図 3.3.7 に示すように、開口部の上、下流で流出の影響による流速分布のひずみや圧力の静水圧分布からのずれがほとんどない位置に断面 I お

よびⅡを選び、両断面間に流下方向の運動量方程式をたてると、

$$\rho h_2 u_2^2 - \rho h_1 u_1^2 = (\rho g h_1^2/2) - (\rho g h_2^2/2) + \rho g (h_1 + h_2)(L \sin\theta/2) - \rho g \Delta M - \tau_b L \qquad (3\cdot3\cdot20)$$

がえられる。ここに、hは水深、uは断面平均流速、Lは両断面間の水路床に沿った距離、τ_bは境界せん断応力である。またΔMは水路単位幅当りの流出量に関する比力であり、次式によって表わされる。

$$\Delta M = \frac{1}{\rho g}\left\{\int_0^\pi \rho r_0 v_r (v_\phi \sin\phi - v_r \cos\phi)\, d\phi + \int_0^\pi r_0 p \cos\phi\, d\phi\right\} \qquad (3\cdot3\cdot21)$$

上式に流速分布ならびに圧力分布に関する表示式（3.3.6）、（3.3.7）および（3.3.1 8）式を代入して計算すると、

$$\Delta M = (\Delta q \cdot u_m/g) - (\pi r_0^2 \sin^2\theta/2) \qquad (3\cdot3\cdot22)$$

が得られる。したがって、（3.3.2 0）式は

$$h_2 u_2^2 - h_1 u_1^2 = \frac{g}{2}\left\{h_1^2 - h_2^2 + (h_1 + h_2) L \sin\theta\right\} - \Delta q \cdot u_m + \frac{\pi g r_0^2 \sin^2\theta}{2} - \frac{\tau_b L}{\rho} \qquad (3\cdot3\cdot23)$$

となり、この両辺に（$2/g h_1^2$）をかけて無次元化し、連続式 $u_1 h_1 = u_2 h_2 + \Delta q$ の関係を導入すると、

$$\xi^3 - (\eta_1 L \sin\theta/r_0)\xi^2 - \left\{1 + 2F_1^2 + (\eta_1 L \sin\theta/r_0) - 4\varepsilon(F_1 - \varepsilon) + \pi\eta_1^2 \sin\theta\right\}\xi + 2(F_1 - 2\varepsilon)^2 - (2\eta_2 \tau_b L/\rho g h_1 r_0) = 0 \qquad (3\cdot3\cdot24)$$

が得られる。ここに、$\xi = h_2/h_1$、$\varepsilon = \sqrt{2} C_0 \eta_1 / \sqrt{1 - C_0^2 \eta_1^2}$である。流量配分比$K$は

$$K = \frac{\Delta q_1}{h_1 u_1} = \frac{2\sqrt{2} C_0 \eta_1}{F_1\sqrt{1 - C_0^2 \eta_1^2}} = \frac{2\varepsilon}{F_1} \qquad (3\cdot3\cdot25)$$

となり、（3.3.24）式で流出水による運動量変化ならびに境界抵抗を無視し、また $\theta=0$ とすると、

$$F_1^2 = \frac{\xi(\xi^2-1)}{2\{\xi-(1-\kappa)^2\}} \qquad (3\cdot3\cdot26)$$

の関係が得られるが、この式は開水路急拡部において境界抵抗を無視し、拡幅面に作用する圧力水頭が下流水深に等しいとして導かれる関係式において、水路拡大比 $\beta = B_2 / B_1$ を $1/(1-\kappa)^2$ におきかえたものに等しい。したがって、流量の減少を水路幅の急拡が流れに及ぼす効果と同様に論じることができる。表3.3.1に ξ の実測値、（3.3.24）式および（3.3.26）式による計算値を比較して示す。表中の値から、（3.3.24）式は実測値と十分な適合度をもつことならびに流出による運動量変化が水深変化に及ぼす影響がかなり大きいことが認められる。

表3.3.1　相対水深の比較

実験番号	h_1 cm	F_1	η_1	κ	ξ		
					実測値	(3.3.24)式	(3.3.26)式
F−3	10.93	0.428	0.137	0.577	1.090	1.094	1.125
F−5	8.04	0.638	0.187	0.516	1.210	1.215	1.330
F−6	11.13	0.495	0.135	0.512	1.111	1.114	1.152
F−11	13.99	0.349	0.107	0.541	1.069	1.065	1.090
F−12	17.10	0.273	0.088	0.569	1.050	1.050	1.062
F−14	10.86	0.470	0.138	0.513	1.105	1.070	1.141
F−15	12.24	0.357	0.123	0.617	1.010	1.007	1.104

2.　射流遷移の回転流モデル[6)]

著者は第1章第6節で段落ちおよびスリット型底部分水工における支配点特性ならびに圧力係数や流速分布補正係数を実験的考察に基づいて明らかにし、急変流に関する一次元解析法について検討を加えた。ここでは底部分水

工上流端で常流から射流に遷移する場合の急変流特性が段落流のそれに類似するところから、段落流の段縁点での水理特性を解析し、その結果を底部分水水工の流れの解析に適用することを試みた。

(1) 段落流に関する解析理論　　流れの基礎方程式としての運動方程式および連続の式はつぎのように表わされる。

$$g \cdot \mathrm{grad}\, H = V \times \mathrm{curl}\, V + \nabla^2 \varepsilon V \qquad (3 \cdot 3 \cdot 27)$$
$$\mathrm{div}\, V = 0$$

ここに、

$$H = \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z\cos\theta + \Omega_b \qquad (3 \cdot 3 \cdot 29)$$

であり、v：流速の絶対値、p：圧力、V：流速ベクトル、z：水路床からの鉛直高さ、θ：水路床こう配、ε：渦動粘性係数、Ω_b：水路床の基準水平面からの高さである。

流れは二次元的であるとし、流線に沿った座標軸sおよびこれと鉛直面内で直交する座標軸nとからなる直交曲線座標系を用いるとき、上式はそれぞれつぎのようになる。

$$\frac{g}{H_1}\frac{\partial H}{\partial s} = \nabla^2 \varepsilon v \qquad (3 \cdot 3 \cdot 30)$$
$$\frac{g}{H_2}\frac{\partial H}{\partial n} = \frac{v}{H_1 H_2}\frac{\partial}{\partial n}(H_1 v) \qquad (3 \cdot 3 \cdot 31)$$
$$\frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial}{\partial s}(H_2 v) = 0 \qquad (3 \cdot 3 \cdot 32)$$

ここに、$H_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial s}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial s}\right)^2}$　　$H_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial n}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial n}\right)^2}$

であり、H_1およびH_2はここでは長さの次元を持つように選ぶから、nおよびsは無次元量となる。また、水路床上では$n=0$、自由水面上では$n=1$である。いま、(3.3.30) 式で流線上ではHが変化しないと仮定すると、次式の関係が得られる。

$$\bar{H} = \bar{H}\ (n) \tag{3.3.33}$$

上流の適当な位置（$s = s_0$）に基準断面をとり、その断面で$H_2 = h_0$（基準断面での水深）となるように定める。さらに、その断面での圧力は静水圧分布をするものとし、流速も既知であるとする。すなわち、基準断面において、

$$\left.\begin{aligned} & s = s_0, \quad H_2 = h_0 \\ & v = v_0(n), \quad p = \rho g(h_0 - z)\cos\theta \end{aligned}\right\} \tag{3.3.34}$$

が成立する。このとき、$\bar{H}$は次式で与えられる。

$$H(n) = \frac{v_0^2(n)}{2g} + h_0\cos\theta + \Omega_{b0} \tag{3.3.33'}$$

つぎに連続式（3.3.32）式から$H_2 v$ はnのみの関数となり、基準断面での条件を考慮して次式が得られる。

$$H_2 v = h_0 \cdot v_0(n) \tag{3.3.32'}$$

また、（3.3.31）式から次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{g}{H_2}\frac{\partial \bar{H}}{\partial n} &= v\left(\frac{H_1}{H_1 H_2}\frac{\partial v}{\partial n} + \frac{v}{H_1 H_2}\frac{\partial H_1}{\partial n}\right) \\ &= \frac{v}{H_2}\frac{\partial v}{\partial n} + \frac{v^2}{R} \end{aligned} \tag{3.3.31'}$$

ここに、Rは流線の曲率半径であり、$1/R = (1/H_1 H_2)\ \partial H_1/\partial n$ の関係がある。（3.3.31′）式に（3.3.33′）式を代入して変形すると次式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial n}(v_0^2 - v^2) = \frac{2H_2}{R}v^2$$

（3.3.31′）式あるいは（3.3.35）式が二次元曲線流の運動を表わす一般式である。

（3.3.33′）式および（3.3.32′）式を（3.3.31′）式に代入して変形すると次式を得る。

$$\frac{v_0}{v}\frac{\partial v_0}{\partial n} = \frac{\partial v}{\partial n} + \frac{h_0}{R}v_0 \qquad (3\cdot3\cdot36)$$

上式は非線型であるから、左辺のvを断面平均流速v_mで近似することにより線型化し、さらに曲率は次式で与えられるものとする。

$$1/R = (1/Re)n^m, \quad m = m(s) \qquad (3\cdot3\cdot37)$$

このとき（3.3.36）式は

$$\frac{\partial v}{\partial n} = -\frac{h_0}{R_e}v_0 n^m + \frac{v_0}{v_m}\frac{\partial v_0}{\partial n} \qquad (3\cdot3\cdot38)$$

となる。ここに、Reは水面における曲率半径である。（3.3.38）式を$n=0$から1まで積分して、

$$v - v_i = -\frac{h_0}{R_e}\int_0^n v_0(n)n^m dn + \frac{1}{2v_m}(v_0^2 - v_{0i}^2) \qquad (3\cdot3\cdot39)$$

を得る。ここに、添字iは$n=0$における値を表わす。Jaeger[7]は段落について非回転流、すなわち$\partial H/\partial n=0$を仮定し、かつ$H_2=h$として解を得ており、また岩崎[8]は$H_2=h$かつ$m=1$の場合についての解を得ている。

いま、基準断面として初期流量に対する限界水深が生じる断面を選ぶこととし、そこでの流速は対数分布をするものとすれば、$v_0(n)$および$H(n)$は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned} v_0(n) &= a + b\log n \\ H(n) &= \{(a+b\log n)^2/2g\} + h_c\cos\theta \end{aligned}\right\} \qquad (3\cdot3\cdot40)$$

ここにaおよびbは定数であり、（3.3.33'）式に含まれているΩ_{hc}はこう配が小さいことから、以下の解析では無視することにする。このとき（3.3.32'）式から、

$$H_2 = (h_c/v)(a + b\log n) \qquad (3\cdot3\cdot41)$$

であり、また（3.3.39）式は次のようになる。

$$v - v_i = -\frac{h_c}{R_e}\left\{(a+b\log n) - \frac{b}{m+1}\right\}\frac{n^{m+1}}{m+1} + \frac{(a+b\log n)^2}{2v_m} \qquad (3\cdot3\cdot42)$$

段縁断面における上側自由水面での流速 v_c および下側自由水面での流速 v_i は（3.3.3 3′）式および（3.3.4 0)式を用いて次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned} v_e &= \sqrt{a^2 + 2g(h_c - h_f)\cos\theta} & (n=1) \\ v_i &= \sqrt{2gh_c\cos\theta} & (n=0) \end{aligned}\right\} \qquad (3\cdot3\cdot43)$$

ここで、hf は段縁断面において水路床に直角に測った水深であり、また（3.3.4 0)式で与えられる流速は n が非常に小さな値では負になるが、このような n の範囲では流速は０とした。（3.3.4 3）式を（3.3.4 2）式に代入して $\sqrt{ghc}$ で除すと、

$$\sqrt{\eta^2 + 2(1-\xi)} - \sqrt{2} = -\frac{h_c(\eta m+1)}{R_e(m+1)^2} + \frac{\eta^2\xi}{2} \qquad (3\cdot3\cdot44)$$

となる。ここに、$\eta = a/v_{mc}$，$\xi = hf/hc$ であり、また（3.3.4 0）式から、$v_{mc} = \sqrt{ghc} = a-b$ である。

ξ を定数とすれば、段落流に関する四つの未知数 m、V、R_e/hc および H_2 は（3.3.4 1）式、（3.3.4 2）式、（3.3.4 4)式ならびに H_2 に関する近似的な条件式

$$h_f = \int_0^1 H_2\,dn \qquad (3\cdot3\cdot45)$$

を連立して解くことによって決定される。

(2)　底部分水工の水理機構解析　　スリット型底部分水工で下流の影響が流出部に及ばない限り、流出部近傍の流れは主として上流側条件に支配され、さらに著者の段落流に関する実験では自由落下水脈の鉛直方向厚さは段縁点付近で流下方向にほとんど変らないことが確認された。以上の実験的事実に基づいて、底部分水工からの流出水脈としては、段落流の水脈がその特性を変えることなく自由落下するものに等しいと考える。すなわち、図 3.3.8 で、$z_u = d_2$ であり、しかも底部分水工の開口部始端断面（Ⅰ－Ⅰ）より上流

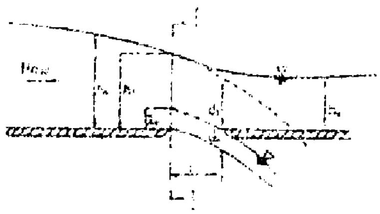


図3. 3. 8 解析記号説明

における流速および圧力の分布は上流条件が同じである段落流のそれと変らないものとする。ここに z_u はI－I断面における分流境界線の水路床からの高さである。

さて、以上の仮定に基づいて底部分水工上の流れの水理特性を考察する。いま、(3.3.42)式と(3.3.44)式とから h_c/R_e を消去すると、段縁点での流速が m のみの関数としてつぎのように表わされる。

$$\frac{v}{v_m}=\frac{\sqrt{\eta^2+2(1-\xi)}-\sqrt{2}-(\eta^2\xi/2)}{\eta m+1}\left\{(\eta-1)(m+1)\log n+(\eta m+1)\right\}n^{m+1}$$
$$+\frac{\xi}{2}\left\{\eta+(\eta-1)\log n\right\}^2+\sqrt{2} \qquad (3\cdot3\cdot46)$$

また(3.3.41)式と(3.3.45)式から、

$$\xi=\int_0^1\frac{a+b\log n}{v}\,dn \qquad (3\cdot3\cdot47)$$

となり、(3.3.46)式と(3.3.47)式とから v および m が求められる。またnと z/hf の関係は

$$z=\int_0^n\frac{h_c(a+b\log n)}{v}\,dn \qquad (3\cdot3\cdot48)$$

により与えられ、これに(3.3.41)式を用いれば計算される。一方、I－I断面における圧力分布はエネルギー保存式

$$\frac{1}{2g}(a+b\log n)^2+h_c\cos\theta=\frac{v^2}{2g}+\frac{p}{\rho g}+z\cos\theta \qquad (3\cdot3\cdot49)$$

に先に得た v および n と z との関係を代入して求められる。

つぎに流出流量 Δq は、I－I断面における分流境界線の高さの n 座標を

n_u とするとき、

$$\Delta q = \int_0^{n_u} v H_2 \, dn = h_c v_m n_u \{1+(\eta-1)\log n_u\} \qquad (3 \cdot 3 \cdot 50)$$

で与えられ、初期流量は $v_m h_c$ であるから、上下流の流量比は

$$q_2/q_1 = 1 - n_u \{1+(\eta-1)\log n_u\} \qquad (3 \cdot 3 \cdot 51)$$

となる。n_u は ℓ/H_0 （ℓは開口部幅、$H_0=(3/2)\,h_c$）の関数として与えられるから、上式から q_2/q_1 が ℓ/H_0 の関数として与えられる。

流出エネルギー $\triangle E$は、限界水深断面における流速分布 $v=a+b\ \log n$ から、

$$\triangle E = \int_0^{n_u} H(n) \cdot v H_2 \, dn$$

$$= \frac{q_1 h_c n_u}{2}\left[\{1+(\eta-1)\log n_u\}^3 + \{3(\eta-1)^2+2\}\{1+(\eta-1)\log n_u\} - 2(\eta-1)^3\right] \qquad (3 \cdot 3 \cdot 52)$$

となり、限界水深断面を通過する総エネルギー E_1 は上式に $n_u=1$ を代入して得られ、つぎのようになる。

$$E_1 = (q_1 h_c/2)\{3+3(\eta-1)^2-2(\eta-1)^3\} \qquad (3 \cdot 3 \cdot 53)$$

したがって流出によるエネルギー変化率 $E_2/E_1 = 1-(\triangle E/E_1)$ が計算される。E_2/E_1 もまた n_u のみの関数となるから、ℓ/H_0 あるいは q_2/q_1 の関数として与えられる。

下流水深 h_2 に関しては、下流側の単位幅当りの流れのもつ総エネルギーを E_2 とするとき、

$$E_2 = \left(\frac{\alpha_2^2 q_2^2}{2g h_2^2} + h_2\right) q_2$$

であり、これが $E_1 - \triangle E$ に等しいことから、$h_c = \sqrt[3]{\alpha_1 q_1^2/g}$ の関係を用いて無次元化した式

$$\left(\frac{h_2}{h_c}\right)^3 - \frac{3+3(\eta-1)^2-2(\eta-1)^3}{2}\left(\frac{E_2/E_1}{q_2/q_1}\right)\left(\frac{h_2}{h_c}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 = 0 \qquad (3 \cdot 3 \cdot 54)$$

によって求められる。

(3) 実験による考察　Hの鉛直方向の分布を調べてみると、図3.3.9に示すように、鉛直方向にかなりの変化があることが認められるが、流下方向各断面での同じz/hに対するHの値はほぼ同じになることが認められ、このことから同一流線上ではエネルギーHは保持されることが推論される。いま渦度の分布を考察すると、(3.3.31)式および(3.3.32')式から、

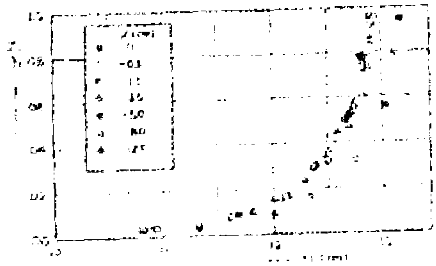


図3.3.9　エネルギーの鉛直方向分布

$$\mathrm{curl}\, V \text{ の } y \text{ 成分} = \frac{1}{H_1 H_2}\frac{\partial}{\partial n}(H_1 V)$$

$$= \frac{g}{H_2 V}\frac{\partial H}{\partial n} = \frac{g}{h_0 V_0(n)}\frac{\partial H}{\partial n}$$

であるから、Hがnのみの関数であると、渦度のy成分もnのみの関数である。すなわちcurl Vのy成分もまた流線上で保持されることになり、これは実測値から得られた渦度の分布を示す図3.3.10からも認められる。

さてn方向の運動方程式(3.3.31')式において$H_2 \fallingdotseq z/h$と近似し、流速および圧力の実測値から曲率$1/R$を計算し図示すると、図3.3.11のようになる。同一断面内では$1/R$

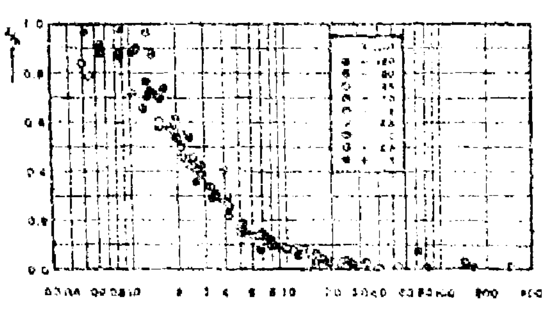


図3.3.10　渦度の分布特性

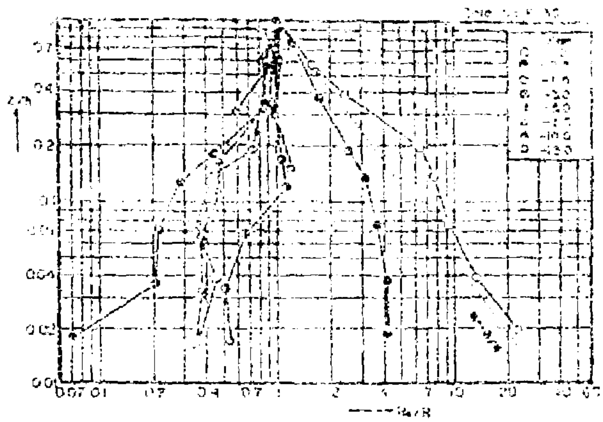


図 3. 3. 1 1　曲率変化特性

の変化は両対数紙上でほぼ直線となることから、曲率分布に関する（3. 3. 37）式の仮定が満足されることが認められる。

段縁点における流速分布およびmの値は、（3. 3. 4 6）式および（3. 3. 4 7）式を連立させて数値的に解くことができ、実験で得られたε＝0. 7 1 1、V_c/V_{mc}＝1.1＋0.1 ℓog（z/hc）の関係を用いるとき、m＝－0.7 5 が得られる。図 3. 3. 1 2 には計算により得られたV/V_{mc} の分布を示す。$Jaeger$ による非回転流としての解および底部分水工（資料番号F－1、F－3 6）と段落水路（G－5）に関する実測値も比較のため併示したが、段落流に関して（3. 3. 4 6）式は実際現象をよく表示していることがわかる。$Jaeger$ の解は水路底付近で実測値より大きくなっているが、これは水路底付近での $\partial H/\partial n$が大きい値となるにもかかわらず、これを無視していることに起因する。

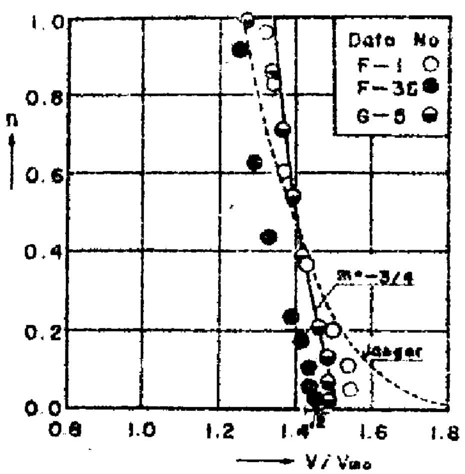


図3.3.1 2　段縁点での流速分布

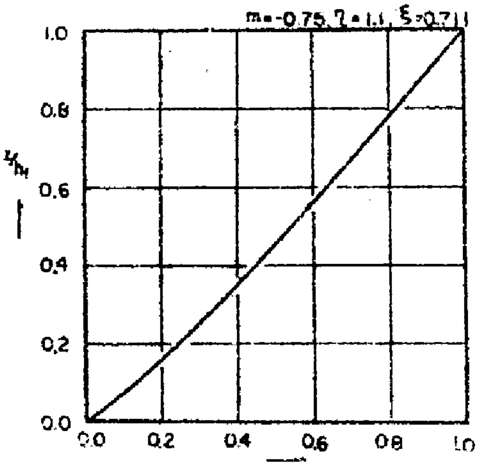


図3.3.1 3　$z/h_f \sim n$

また（3.3.48）式を用いてⅠ－Ⅰ断面におけるxとzの関係を求めた結果を図3.3.13に示す。これから水路底付近で流線が密集しており、したがって、H_2が小さいことが明らかであり、岩崎の解析にみられるように、$H_2 = h_f$ ＝一定と仮定することには問題があるといえる。

実測された段落流および底部分水工上流れの水脈形状を図3.3.14に示す。

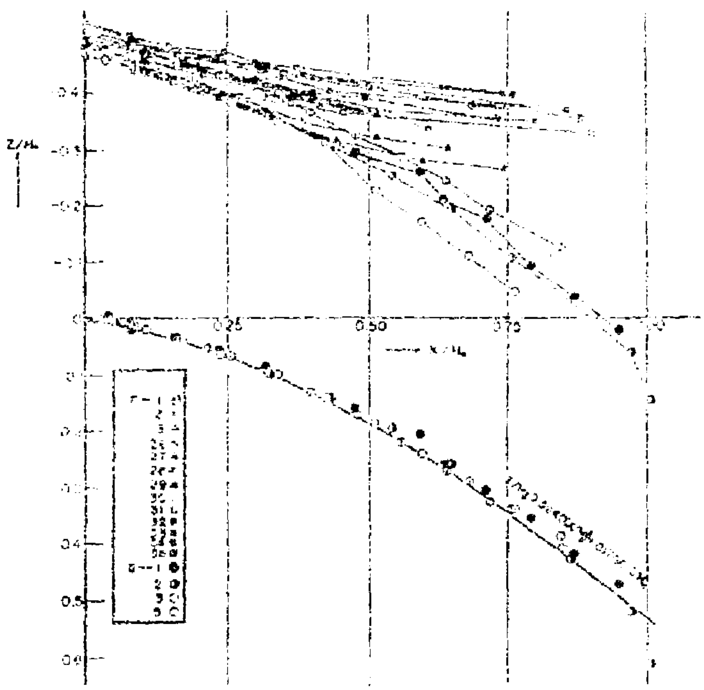


図3.3.14　実測水面形状

水深、流下距離ともに限界水深断面での比エネルギー$H_0 = (3/2)\ hc$ で無次元化し、段縁点を原点とする座標系によって表わしている。段落流の下面水脈形状を最小二乗法によって二次曲線で表示し、それを用いてz_u / h_fとℓ / H_0の関係を求めた結果が図3.3.15である。またⅠ－Ⅰ断面におけ

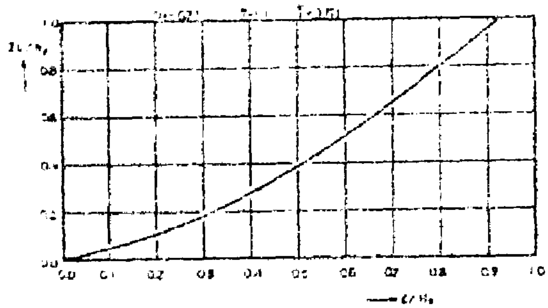


図3.3.15　$z_n/h_f \sim \ell/H_0$

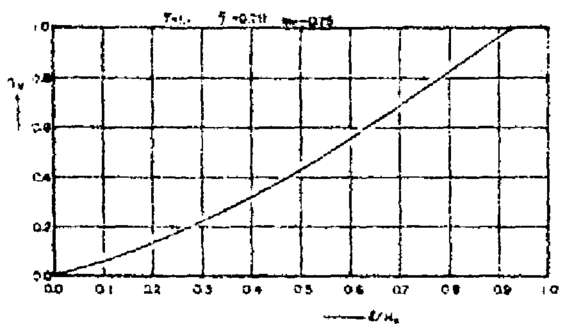


図3.3.16　$n_u \sim \ell/H_0$

るnとzの関係を示す図3.3.13を用いるならば、図3.3.15からn_uとℓ/H_0との関係が求められ、その結果を図3.3.16に示す。

底部分水工からの流出流量を与える（3.3.50）式にn_uとℓ/H_0の関係

を導入することにより、q_2/q_1 の値は ℓ/H_0 の関数として求められ、$\varepsilon=0.711$、$\eta=1.1$ に対する q_2/q_1 の変化特性は図3.3.17に示すようになる。図によると、流出流量の理論値は測定値よりやや大きくなっている

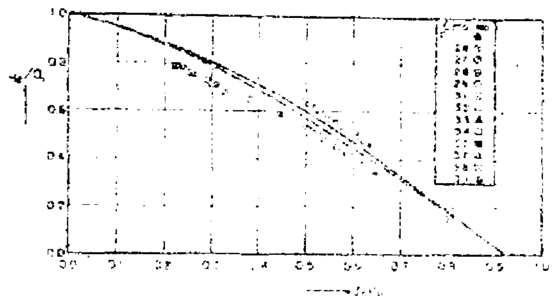


図3.3.17　流量変化と開口幅

が、これは測定値では水路全幅にわたる流量を用ているのに対して、理論値の方は水路中央断面における流速分布および圧力分布を基準としているためと考えられ、側壁近傍で流速が減少し、流出量が大きくなることを考慮すれば、この差異を説明することができる。なお図中破線で示されるのは非回転流として解析された場合の理論曲線である。

分水工上、下流でのエネルギー変化 E_2/E_1 と ℓ/H_0 の関係を示したのが図3.3.18であり、理論値と実験値との若干のずれは q_2/q_1 に関する先の考察と同様なことがこの場合にもいえること、ならびに理論式では分水工の末端に水流が衝突し変向するさいのエネルギー損失を無視しているためと考えられる。

以上の急変流二次元解析によって底部分水工上の流れの挙動をかなり明確にすることが可能となった。しかしながら、段落流に関する解析結果を底部

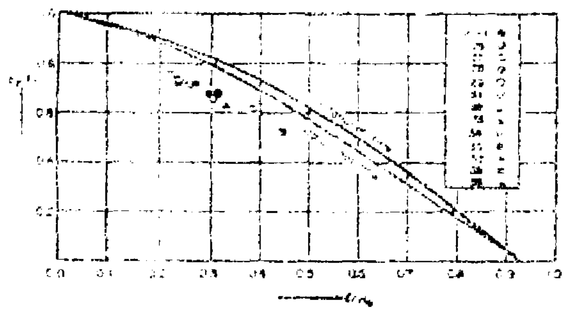


図 3.3.18　エネルギー変化と開口幅

分水工の流れに適用するに当っての種々の仮定になお検討しなければならない点が多々含まれていることは、流量変化やエネルギー変化の特性が回転流としてよりはむしろ非回転流としての理論曲線に近いことからも明らかである。

第 4 節　自然分岐の局所現象に関する二次元解析

開水路分岐の分岐端近傍では、流れは複雑な三次元性状を示すが、それに固有な特徴を示せば次のとおりである。

(1) 分水路壁面に沿って分岐端から顕著な剥離域が発達する。

(2) 表層流線と底層流線のねじれが生じる。

(3) 分岐下流端付近の

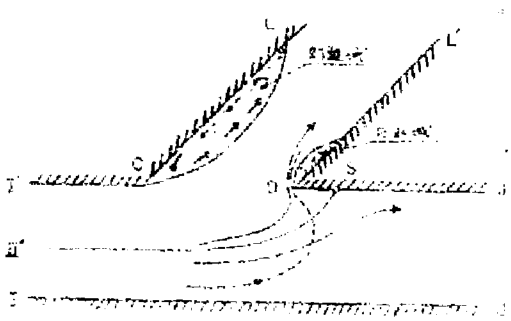


図 3.4.1　分岐点付近の流況

主水路側壁上によどみ点が存在し、分水路への戻り流れが発生する。

(4) 分岐部で局所的に射流が現われる場合がある。

剝離域での三次元的水理性状を把握することは、分岐部でのエネルギー損失および局所洗掘に関連して重要であり、分岐部での堤防、護岸計画の設定に欠くべからざるものである。また、上、下流線のねじれは流砂配分比を支配する要素として、河道安定に関連して明らかにされねばならない問題である。また、よどみ点の位置ともどり流れの挙動は流量配分比に関連して分流境界線を決定する上で重要である。さらに、水面形解析ならびに流れのエネルギー損失に与える局所射流の影響とその発生限界を明らかにすることも流量配分比の決定に当って必要であって、室田[9]はこれを *transonic flow* にシミュレートして、局所射流の発生限界と支配曲線性状について定性的考察を行なっている。

開水路分岐で流線のねじれを生じる上層と底層とを判然と区別することはかなり困難であるが、その特性が主流の流速分布に支配されるところから、上層では慣性が支配的であり、底層では粘性が卓越するものと考える。

1. 上層流の二次元解析[10]

水深方向に一様な流速をもつとみなされる領域を上層流と呼び、これを非回転流として取り扱うことは理論解析をすすめる上で非常に有効である。分岐流を非回転流として等角写像で解いたものとしては、オリフイスからの流出[11]や有限幅水槽の開口部からの流出[12]など、対称流出としての取り扱いが主であり、一定方向に流下する流れから分岐する場合については特定の仮定の下で解かれたものが一、二ある程度である。[13]

(イ) 収縮係数と流出角　　図 3. 4. 2 に示すように、II' から JJ' に向う一様流の水路側壁に開口部 CD を設けたとき、流出水束内の開口部から十分離れた断面 LL' における圧力は大気圧であると仮定する。Q、U、p、h は

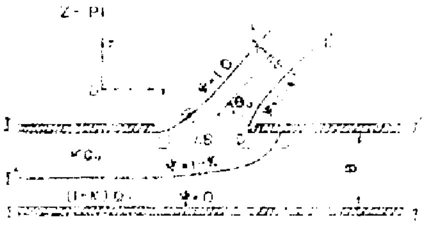


図 3.4.2　物理平面

それぞれ流量、平均流速、平均圧力および平均水深を表わし、添字 u 、 m 、 b はそれぞれ主水路上流、下流および流出水束における値を表わすものとすると、 $I\cdot I''$ と流出水束断面 LL' の間および主流に関するエネルギー保存則から、

$$\frac{p_u}{\rho g}+\frac{U_u^2}{2g}=\frac{U_b^2}{2g}=\frac{p_m}{\rho g}+\frac{U_m^2}{2g} \qquad (3.4.1)$$

の関係が成立する。また主水路軸方向の運動量式を求めると次の関係が得られる。

$$\rho(1+k)Q_u U_m+\rho k Q_u U_b \cos\theta_0-\rho Q_u U_u=p_u B h_u-p_m B h_m \qquad (3.4.2)$$

ここに、 θ_0 は流出角、 B は水路幅である。いま、水深変化を考慮しない二次元的取り扱いをすると、 $h_u=h_m=h_b=h$ であるから、（3.4.1）式と（3.4.2）式から p_u および p_m を消去し、さらに、 $Q_u=U_u Bh$ 、（ $1-k$ ） $Q_u=U_m Bh$ 、 $kQ_u=U_b\sigma nBh$ の関係を考慮すると、自由流出の収縮係数 σ と流出角 θ_0 の関係を表わす次式が得られる。

$$\sigma=\frac{2k}{n(2-k)}\cos\theta_0 \qquad (3.4.3)$$

ここに、 n は開口比（ $=\ell/B$ ）である。

(2)　写像関数　　非回転流であり、 $Laplace$ の方程式を満足するから、有限幅水路の開口部からの二次元非対称流出水束の自由流線を写像計算によって解析する。図 3.4.2 に物理平面 $z-p\ell$ を示す。 $z=x+iy$ であり、複素ポテンシャル関数は $W=\phi+i\psi$ で与えられ、これに $u=\partial\phi/\partial x$ 、

$v = \partial\phi/\partial y$、$u = \partial\psi/\partial y$、$v = -\partial\psi/\partial x$ の関係を考慮して dz/dw を求め、これによって速度平面 ζ を次式で定義する。

$$\zeta = dz/dw = e^{i\theta}/q \qquad (3.4.4)$$

ここに、$q = u + iv$ である。

つぎに $\Omega - p\ell$ を次式によって定義する。

$$\Omega = \log U_b\zeta = \log(U_b/q) + i\theta \qquad (3.4.5)$$

ここで、図 3.4.2 から θ および q について次の条件が得られる。

$$\left.\begin{array}{lll} I'C,\ SJ',\ IJ & \text{では} & \theta = 0 \\ CL,\ DL' & \text{では} & q = U_b \\ S & \text{では} & q = 0 \\ SD & \text{では} & \theta = \pi \end{array}\right\} \qquad (3.4.6)$$

また、(1)の考察によって $Ub > Uu > Um$ である。（3.4.6）式を考慮して $\Omega - p\ell$ を画くと、図 3.4.3 に示すようである。いま、$Uu = Qu/Bh$、$Um = Qm/Bh = kQu/Bh$ であるから、

$$\alpha' = \log\frac{BhU_b}{KQ_u} \qquad (3.4.7)$$

$$\beta' = \log\frac{BhU_b}{Q_u} \qquad (3.4.8)$$

$$\gamma' = i\theta_0 \qquad (3.4.9)$$

として、図 3.4.3.の α'、β'、γ' が定まる。

補助平面 $t - p\ell$ を 図 3.4.4 のように定め、$\Omega - p\ell$ の内部を $t - p\ell$ の上半分に写像すると、Schwarz-Christoffel の公式により、

$$\frac{d\Omega}{dt} = A(t+a_1)^{-\alpha_1/\pi}(t+a_2)^{-\alpha_2/\pi}\cdots\cdots(t+a_n)^{-\alpha_n/\pi} \qquad (3.4.10)$$

が成立する。ここに、a_i は $\Omega - p\ell$ の各頂点の $t - p\ell$ における値、α_i は $\Omega - p\ell$ の各頂点の外角である。$\alpha_D = \pi/2$、$\alpha_C = \pi/2$、$\alpha_S = \pi$、$a_D = 1$、

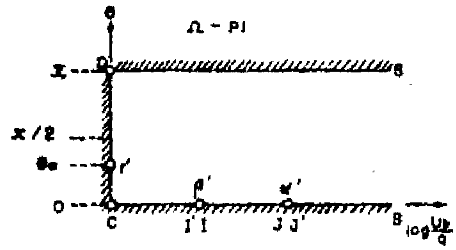


図3・4・3　Ω − 平　面

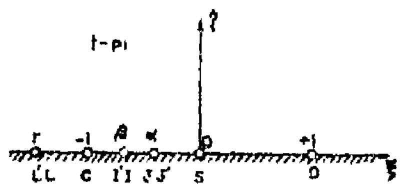


図3・4・4　補　助　平　面

$a_c=-1$、$a_g=0$ の条件から次式を得る。

$$\frac{d\Omega}{dt}=A(t+1)^{-\frac{1}{2}}(t-1)^{-\frac{1}{2}}(t-0)^{-1} \tag{3.4.11}$$

ここで、$\Omega=0$ で $t=-1$、$\Omega=i\pi$ で $t=+1$ を考慮して積分定数を定めると、次の写像関数が得られる。

$$\Omega=-i\sec^{-1}t+i\pi \tag{3.4.12}$$

したがって、（3.4.7）、（3 4.8）、（3.4.9）および（3.4.1 2）式で $U=KQ/\sigma nBh$ とすると、α、β および γ は

$$\alpha=\frac{-2}{\dfrac{1-K}{Kn\sigma}+\dfrac{Kn\sigma}{1-K}} \tag{3.4.13}$$

$$\beta=\frac{-2}{\dfrac{1-K}{n\sigma}+\dfrac{n\sigma}{1-K}} \tag{3.4.14}$$

$$\gamma=-1/\cos\theta_0 \tag{3.4.15}$$

で表わされる。つぎに $z-ph$ から複素ポテンシャル平面 W は図3.4.5のようになる。$W-p\ell$ は Schwarz-Christoffel の変換により、t 平面に写像される。すなわち、$t=0$ で $W=(1-K)i$，$t=1$ で $W=\phi+i$ の条件によって次式が得られる。

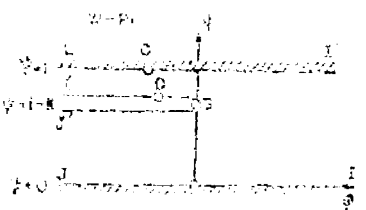


図3・4・5　複素ポテンシャル平面

（3.4.4）式、（3.4.5）式および（3.4.1 2）式から ζ および Ω

$$W=\frac{K}{\pi}\left\{\frac{\alpha(\beta-\gamma)}{(-\gamma)(\alpha-\beta)}\log\left(1-\frac{t}{\alpha}\right)+\frac{\beta(\alpha-\gamma)}{\gamma(\alpha-\beta)}\log\left(1-\frac{t}{\beta}\right)-\log\left(1-\frac{t}{\gamma}\right)\right\}+i(1-K) \tag{3.4.16}$$

を消去すると、z と t とを直接関係づけることができる。すなわち、

$$\frac{dz}{dw}=\frac{dz}{dt}\cdot\frac{dt}{dw}=\frac{e^{\Omega}}{U_b} \tag{3.4.17}$$

であり、dW/dt は（3.4.16）式から、

$$\frac{dw}{dt}=\frac{K(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)}{\pi\quad(-\gamma)}\ \frac{t}{(t-\alpha)(t-\beta)(t-\gamma)} \tag{3.4.18}$$

であるから、

$$z=-\frac{K(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)}{\pi\gamma}\int\frac{e^{-(\pi-\sec^{-1}t)}\ t\ dt}{(t-\alpha)(t-\beta)(t-\gamma)}+C$$

が得られる。ここに、$e^{-(\pi-\sec^{-1}t)}=-t^{-1}+i\sqrt{1-t^{-2}}$ である。

したがって、$t=1+i0$ で $z=0+i0$ として積分定数を決定すると、

$$\begin{aligned}
z=-\frac{K}{\pi U_b\gamma}\Bigg[&\frac{\beta-\gamma}{\alpha-\beta}\log\frac{(t-\beta)(\alpha-1)}{(t-\alpha)(\beta-1)}+\log\frac{(t-\beta)(\gamma-1)}{(t-\gamma)(\beta-1)}+2i\Bigg\{\frac{(\beta-\gamma)\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha-\beta}\times\\
&\tan^{-1}\sqrt{\frac{(t+1)(\alpha-1)}{(t-1)(\alpha+1)}}-\frac{(\alpha-\gamma)\sqrt{1-\beta^2}}{\alpha-\beta}\tan^{-1}\sqrt{\frac{(t+1)(\beta-1)}{(t-1)(\beta+1)}}-\frac{\sqrt{\gamma^2-1}}{2}\log\left(\frac{\sqrt{\frac{t+1}{t-1}}-\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}{\sqrt{\frac{t+1}{t-1}}+\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}\right)+\\
&\frac{\pi(\alpha-\gamma)\sqrt{1-\beta^2}}{2\ (\alpha-\beta)}-\frac{\pi(\beta-\gamma)\sqrt{1-\alpha^2}}{2\ (\alpha-\beta)}\Bigg\}\Bigg]
\end{aligned} \tag{3.4.19}$$

(3) 自由流線および分流境界線　流出水束の自由流線 CL および DL' における $\delta=-(1/t)$ の範囲は図3.4.4および（3.4.15）式から、

$$\left.\begin{aligned}&CL:\ \cos\theta_0<\delta\leq 1\\ &DL':\ -1\leq\delta<\cos\theta_0\end{aligned}\right\} \tag{3.4.20}$$

となり、自由流線 CL の座標は（3.4.19）式から、（3.4.20）式の範囲で次式によって与えられる。

$$x=-\frac{K}{\pi U_0\gamma}\left[\frac{\beta-\gamma}{\alpha-\beta}\log\left|\frac{(\delta+\frac{1}{\beta})(1-\frac{1}{\alpha})}{(\delta+\frac{1}{\alpha})(1-\frac{1}{\beta})}\right|+\log\left|\frac{(\delta+\frac{1}{\beta})(1-\frac{1}{\gamma})}{(\delta+\frac{1}{\gamma})(1-\frac{1}{\beta})}\right|\right]-nB$$

$$y=\frac{2k}{\pi U_b\gamma}\left\{\frac{(\beta-\gamma)\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha-\beta}\tan^{-1}\sqrt{\frac{(1-\alpha)(1-\delta)}{(1+\alpha)(1+\delta)}}-\frac{(\alpha-\gamma)\sqrt{1-\beta^2}}{\alpha-\beta}\tan^{-1}\sqrt{\frac{(1-\beta)(1-\delta)}{(1+\beta)(1+\delta)}}\right.$$
$$\left.-\frac{\sqrt{\gamma^2-1}}{2}\log\left|\frac{\sqrt{(1-\delta^2)(\gamma^2-1)}+(\delta+\gamma)}{1+\gamma\delta}\right|\right\} \qquad (3.4.21)$$

ここに、nBは$\delta=1$ で $x=-nB$、$y=0$ の条件から、

$$nB=-\frac{k}{\pi U_b\gamma}\left[\frac{\beta-\gamma}{\alpha-\beta}\log\left|\frac{(1+\frac{1}{\beta})(1-\frac{1}{\alpha})}{(1+\frac{1}{\alpha})(1-\frac{1}{\beta})}\right|+\log\left|\frac{(1+\frac{1}{\beta})(1-\frac{1}{\gamma})}{(1+\frac{1}{\gamma})(1-\frac{1}{\beta})}\right|\right] \qquad (3.4.22)$$

で与えられる。また、自由流線DL'は、

$$x=-\frac{K}{\pi U_b\gamma}\left[\frac{\beta-\gamma}{\alpha-\beta}\log\left|\frac{(\delta+\frac{1}{\beta})(1-\frac{1}{\alpha})}{(\delta+\frac{1}{\alpha})(1-\frac{1}{\beta})}\right|+\log\left|\frac{(\delta+\frac{1}{\beta})(1-\frac{1}{\gamma})}{(\delta+\frac{1}{\gamma})(1-\frac{1}{\beta})}\right|\right]$$
$$y=\frac{2k}{\pi U_b\gamma}\left[\frac{(\beta-\gamma)\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha-\beta}\tan^{-1}\sqrt{\frac{(1-\alpha)(1-\delta)}{(1+\alpha)(1+\delta)}}-\frac{(\alpha-\gamma)\sqrt{1-\beta^2}}{\alpha-\beta}\tan^{-1}\sqrt{\frac{(1-\beta)(1-\delta)}{(1+\beta)(1+\delta)}}\right.$$
$$\left.-\frac{\sqrt{\gamma^2-1}}{2}\log\left|\frac{\sqrt{(1-\delta^2)(\gamma^2-1)}+(\delta+\gamma)}{1+\gamma\delta}\right|\right]-\frac{K}{U_b\gamma}\left(\frac{(\alpha-\beta)\sqrt{1-\beta^2}}{\alpha-\beta}-\frac{(\beta-\gamma)\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha-\beta}\right) \qquad (3.4.23)$$

で表わされる。

つぎに、分流境界線$I''S$では明らかに、$\overline{W}=\phi+i\ (1-K)$ であるから、(3.4.1 6) 式から次式が成立する。

$$\phi=\frac{K}{\pi}\left\{-\frac{\alpha(\beta-\gamma)}{\gamma(\alpha-\beta)}\log\left(1-\frac{t}{\alpha}\right)+\frac{\beta(\alpha-\gamma)}{\gamma(\alpha-\beta)}\log\left(1-\frac{t}{\beta}\right)-\log\left(1-\frac{t}{\gamma}\right)\right\} \qquad (3.4.24)$$

上式で表わされるϕは実数であるから、$t=\xi+i\eta$ の ξ、ηは (3.4.2 4) 式の虚部が0であるための次の条件式を満足しなければならない。

$$\alpha(\beta-\gamma)\tan^{-1}\frac{\eta}{\xi-\alpha}+\beta(\gamma-\alpha)\tan^{-1}\frac{\eta}{\xi-\beta}+\gamma(\alpha-\beta)\tan^{-1}\frac{\eta}{\xi-\gamma}=0 \qquad (3.4.25)$$

したがって、（3.4.25）式を満足するξおよびηで表わされるtについて、（3.4.19）式を解けば分流境界線$I'S$を求めることができる。

憩流点Sの位置は（3.4.19）式で$t=0$とおくと、次式で表わされる。

$$x_s=-\frac{K}{\pi U_b\gamma}\left[\frac{\beta-\gamma}{\alpha-\beta}\log\frac{\beta(\alpha-1)}{\alpha(\beta-1)}+\log\frac{\beta(\gamma-1)}{\gamma(\beta-1)}+\frac{\sqrt{\gamma^2-1}}{(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)}\tan^{-1}\sqrt{\gamma^2-1}\right] \quad (3.4.26)$$

つぎに壁面DSに沿ったもどり流れの流速uは$u=-\partial\phi/\partial x$であり、また$W=\phi+i\ (1-k)$であるから、（3.4.16）式を微分することにより次式の関係が得られる。

$$U=-\frac{Kt(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)}{\pi\gamma(t-\alpha)(t-\beta)(t-\gamma)}\frac{dt}{dx} \quad (3.4.27)$$

また、DSでは流向$\theta=\pi$であるから、$\Omega=-i\sec^{-1}t=\log\ (1\pm\sqrt{1-t^2}/t)=\log\ (U_b/u)$となり、$U_b/u=\eta$とおくと、$t=2\eta/(\eta^2+1)$となり、これを（3.4.27）式に代入して、$x$と$u/U_b$との関係として次式が求められる。

$$\frac{dx}{d\eta}=\frac{4K(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)(1-\eta^2)}{\pi U_b\gamma(\alpha\eta^2-2\eta+\alpha)(\beta\eta^2-2\eta+\beta)(\gamma\eta^2-2\eta+\gamma)} \quad (3.4.28)$$

（3.4.28）式において、$x=0$で$\eta=1$なる初期値を与え、数値積分することによってDS沿いの流速分布が得られる。

いま、$Qu=20\ell/sec$、$h=10cm$、$n=2$、$K=0.45$の場合の自由流線形状、分流境界線および憩流点の位置を（3.4.21）式、（3.4.23）式、（3.4.25）式および（3.4.26）式によって計算し、分岐角30°の開水路分岐の測定値と比較した結果が図3.4.6に示される。図中、自由流線および分流境界線の理論値は細い実線で、実測の水面における分流境界線および剝離境界線は太い実線で、底面流線は破線で示されている。水面近くの分流境界線は非回転流としての理論解がよく適合することを示しているが、底層

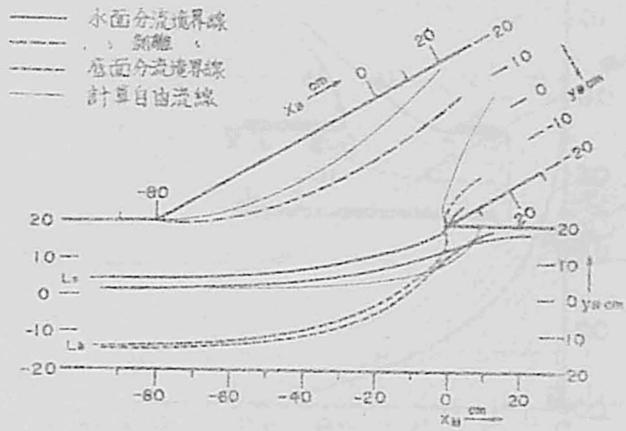


図3・4・6 分岐流線の計算値と測定値の比較

では顕著な二次流の発達によって分流幅が著しく大きくなることが認められる。流出角および収縮幅の理論値は測定値とかなり異なっているが、これは明らかに自由流線上では大気圧を仮定しているのに対して、実際の流れでは分水路右岸壁に沿うように下流側圧力が作用すること、ならびに剝離域内での乱流混合による流速拡散がおこる結果である。いま、計算で得られた収縮係数σの値は0.153であるが、収縮断面での圧力として下流水深に相当した静水圧を仮定し、自由流出の場合と同じエネルギー水頭を有するとして収縮係数を求めると、$\sigma=0.195$となり、実測有効幅比0.250に近くなる。

憩流点Sから分岐先端Dに向う流速分布を（3.4.28）式で計算した結果が図3.4.7に示される。戻り流れは憩流点から序々に加速され、流出端付近で急激に速くなることがわかるが、実験観察によっても分岐点での戻り流れは微弱であり、分岐先端で急速に加速されることが認められた。

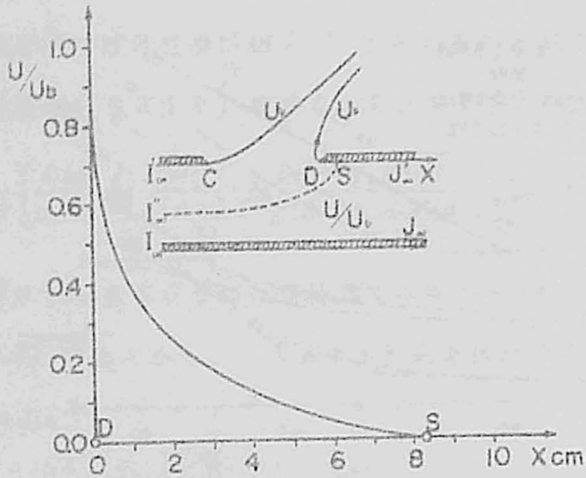


図3・4・7　　剥離点付近の流速分布

2. 実験による局所現象の定性的考察

開水路分岐部では、水路幅の変化、流量の場所的変化、流線曲率の変化をあわせ持った複雑な水理性状を示すから、分岐部での流れに関する厳密な理論解析は困難である。したがって、以下では実験による分岐部流れの挙動に関する定性的考察を行なう。

(1) 水面形　　図3.4.8は$Qu=20.15\ \ell/sec$、$K=0.436$で主・分水路下流端に高さ5cmのせきを設けた場合の分岐部近傍の等水位線を図示したものである。水路中心線に沿った水面形は分岐始端より上流では低下背水曲線を描き、それより下流では主・分水路ともに次第に水深が増加する傾向を示しており、断面急拡部の水面形と酷似している。一般に分水路下流の水深は主水路下流の水深よりも低くなることが多く、これは分水路側せき高が主水路側のそれより高い場合にも認められた。局所的な水面変化としては、分岐下流端での

図 3. 4. 8　分岐部水面形

局所的背水効果によってその主水路側に著しい水位の上昇がみられ、一方、分水路右岸側壁沿いには憩流点を通って主水路から分水路へ戻る流れの流速が急増する結果、急激な水面低下がおこるのが注目される。なお、この水面低下に伴ない、この部分は局所的射流状態を呈し、分水路右岸に沿って波状跳水を起して下流水位に接続するから、水面の乱れが激しいことが認められる。

(2)　流速分布　　現在までのところ開水路分岐部での流速分布を詳細に論じた研究は数少なく、わずかに *Ismail*[14] や室田[15]が分岐前後の流速分布測定を行なって、剥離幅や二次流の変化を論じている程度である。

著者はピトー管と回転式流速計を用いて分岐部近傍の流速分布を詳細に測定し、図 3. 4. 9 に示す各断面での等流速線図を得た。測点の座標は図 3. 4. 1 0 に示すとおりである。分岐始端の上流 6 0 cm（$xm = -140$ cm）の断面で

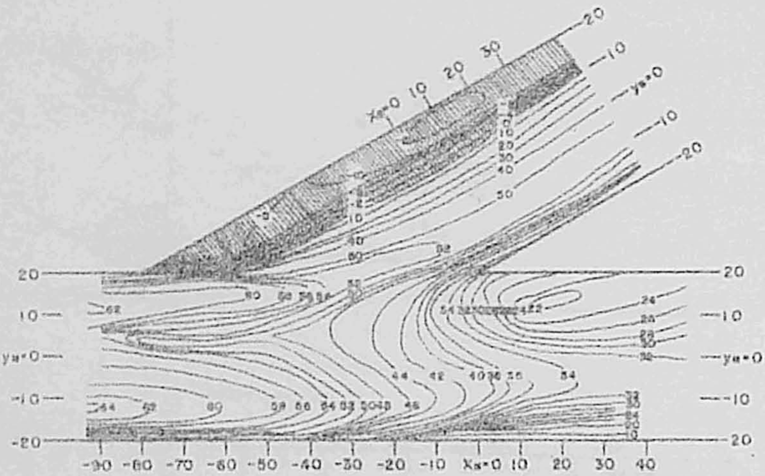


図3. 4. 9　等流速線図

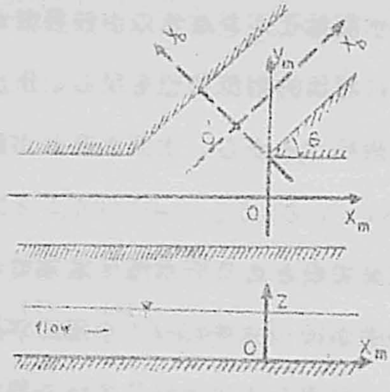


図 3. 4. 1 0　座標軸

最大流速点がそれぞれ左右両壁面寄りに分かれていて、分岐の影響がこの付近まで及ぶことが認められる。分岐部より下流の主水路では流速が次第に小さくなり、X_m＝１０㎝断面では　岸側壁付近の底面に死水域がみられるが、これは底面近傍の流線が分水路へ急激に曲り込むことによる。分水路では左岸寄りの剝離域内部の流速分布が興味ある特性を示している。すなわち、剝離境界線（U＝0）は水路底でやや壁面に近く、したがって、逆流域の幅は水面から水路底に向って小さくなることが認められた。これは底面付近の流線の分水路への曲り込みが顕著であるため、この付近の流れが支水路左岸壁に向って流れることによる。X_b ＝１００ ㎝の断面では逆流は消え、死水域に変っているが、流心はなお右岸側壁沿いにあり、流速の横方向拡散が緩慢であることがわかる。

図3.4.１１には分岐部の３断面で測定された流下方向流速成分Uの鉛直分布を示す。流下方向はいずれも各鉛直測線上の水面における流向をとっており、測点距離Y'は分流境界線よりの法線距離を表わし、分水路側を正としている。X＝－１０㎝の断面では各測線ともほぼ同じ分布形を示しており、一様流速とみなしうる上層厚さも明瞭であるが、流下距離の増大とともに底層流線の曲り込みによって左岸寄りの底層流速は次第に速くなり、一方上層流は剝離域内での乱流拡散によって減速される結果、全体として一様分布に近づく。X＝－１０㎝の断面の分流境界線付近では、水面から底面まで連続的に流向が変化するから、表層流速が卓越する分布形を示している。したがって、一様上層流域の存在を確認することはできない。図3.4.１２はUと直角方向のいわゆる二次流成分Vの分布を示したものであるが、流下距離とともに最大流速点が上昇し、また底層厚も次第に増加して二次流が急速に発達することが示される。

(3)　剝離域　　　分水路の分岐端より下流には顕著な剝離域が発達し、と

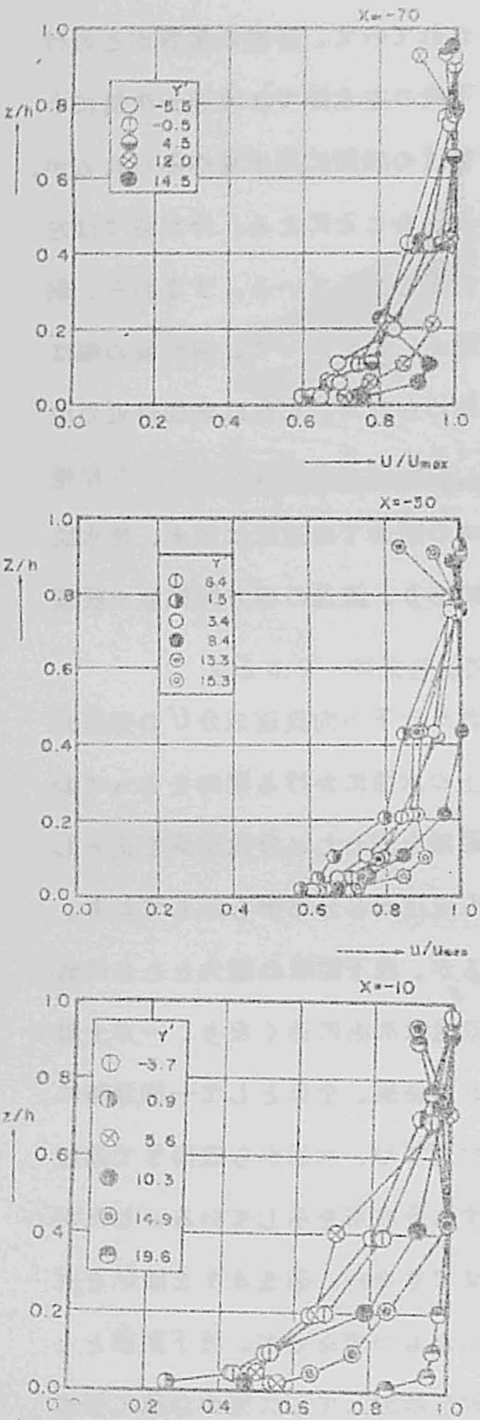


図3.4.11 流下方向流速の鉛直分布

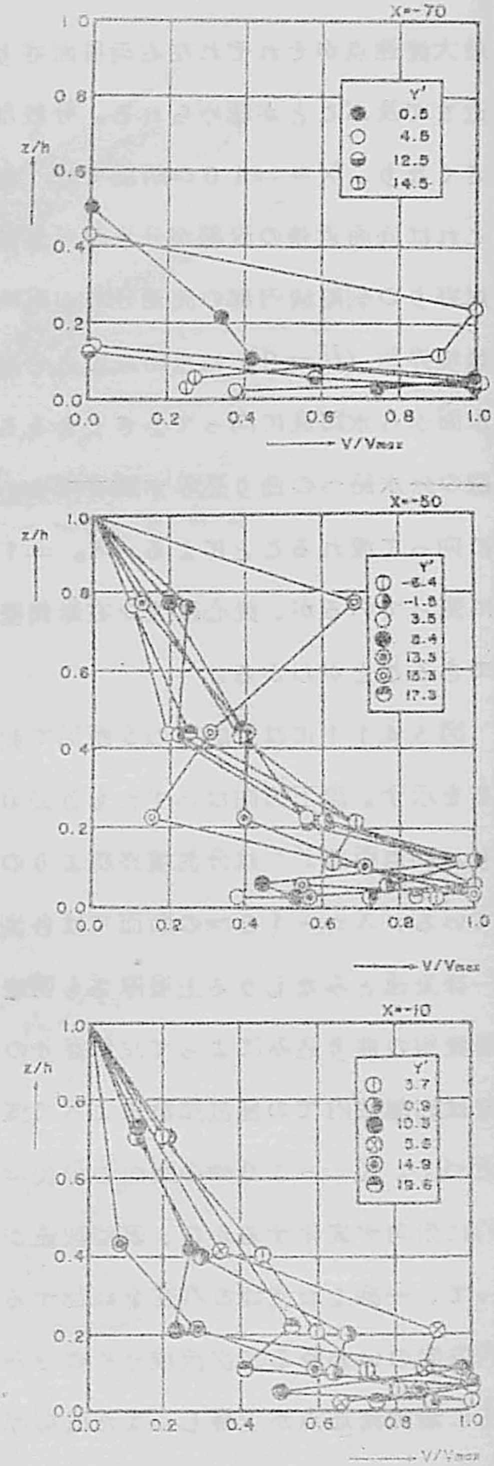


図3.4.12 法線方向流速の鉛直分布

くに流量配分比κが小さいか、あるいは分水路側せき高が主水路側のそれより十分大きい場合には、剝離域が水路下流端まで緩慢に発達することが認められた。ここで剝離域は逆流のある範囲とし、その逆流量と連続の関係が成り立つ順流域を含めた領域を循環域として、水路幅から循環域の幅を差し引いた有効通水幅の最小値をσBで表わし、σを収縮係数とする。$\kappa<0.5$の範囲で、分水路内での流速測定とアルミ粉末を浮べた流況写真解析によって求められた水面での収縮係数σは流量配分比が大きくなるとともに、増大する傾向を示した。

また、分岐損失係数fdを次式で定義する。

$$fd=2gH\ell/U_b^2 \qquad (3.4.29)$$

ここに、$H\ell$は分岐損失水頭、Ubは分水路下流端での平均流速である。fdと（$1-\sigma$）との関係を図示したのが図3.4.13であり、剝離幅が大きくなるとともに、分岐損失係数が急激に増大する傾向が認められる。

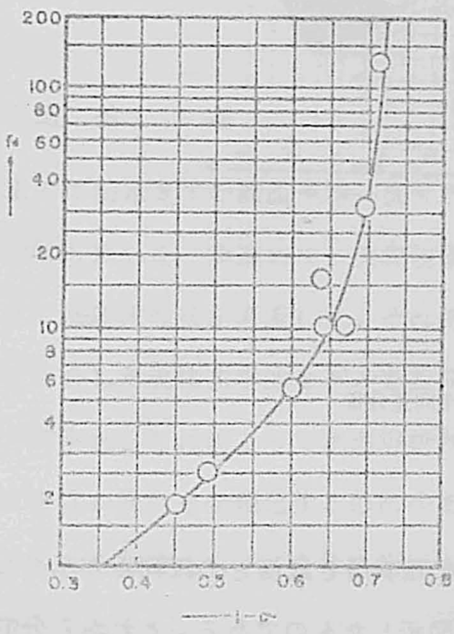


図3・4・13　分岐損失係数

(4)　流線のねじれ

分岐部での底層流線が二次流の影響によって表層流線より大きい平面曲率を有し、そのため掃流砂配分比が流量配分比よりはるかに大きくなることはすでに指摘したとおり

である。分岐部での流向の詳細な測定によって、(2)の流速測定と同じ実験条件において、底面から $z=4.0$ cm以上の範囲の流向は高さによって余り変化はなく、また分岐下流端でのごく限られた範囲を除いては、主水路の流れはほぼ水路軸方向に流下することが認められた。$z \leq 2.0$ cmの範囲では、上層流の流向とは著しい相違を示し、とくに主水路分岐下流端付近に分水路への顕著な曲り込みが認められ、これが上述の剝離域での底層流速特性を支配す

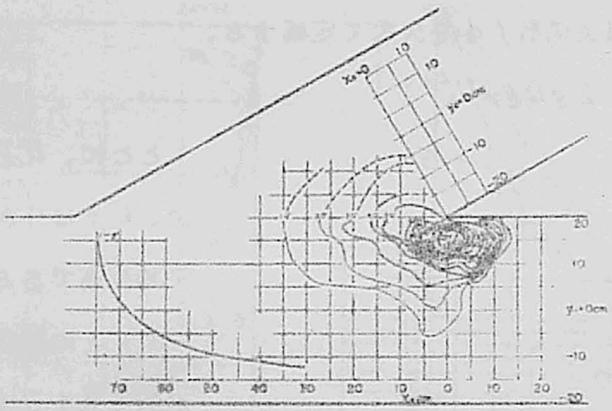


図3・4・14　表層と底層の流向差分布

るものとして注目される。図3.4.14には表層と底層との流向差が示されており、図3.4.15はそれぞれの流線を図示したものである。これから分岐に伴なって表層と底層の流線の間に著しいねじれが発生するのがわかる。

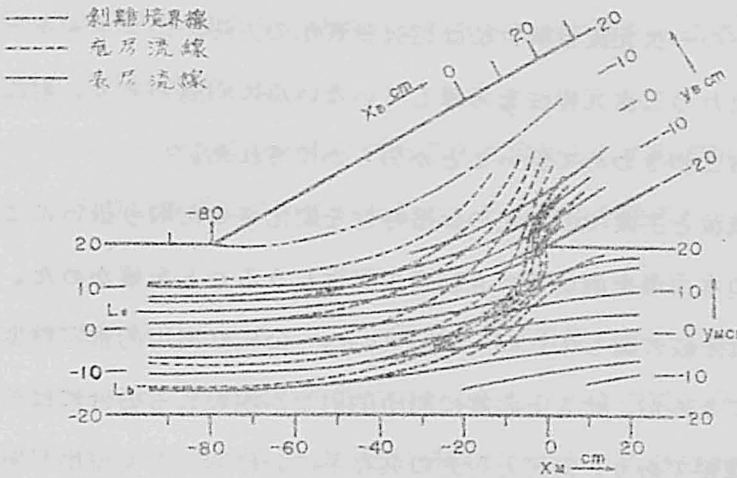


図3・4・15　水面及び水路床での流線

第5節　結　　言

本章では前章までの断面平均一次元解析法に基づく流量配分工上の流れの巨視的取り扱いを一歩進めて、実際現象で無視しえない流れの三次元的特性ならびに急変流性状を考慮して、それぞれの流量配分工型式ならびに流れの状態に適合した流体力学的モデルを設定することにより流れの挙動を解析しようと試みた。これによって水理解析精度は著しく向上され、また流量配分工の諸機能の設計を合理化するのに少なからず貢献されるものと考える。本章で得られた結論ならびに今後の研究を進める上での問題点を列挙すれば次のとおりである。

1. 横越流ぜきの流量解析について

(1) 横越流ぜきからの射流分岐流を *Prandtl Meyer flow* にシミュレートした二次元解析による越流量公式を提示し、最大誤差4％の精度

で傍越流量を推定しうることを実証した。

(2) 従来の一次元流量解析法は越流量表示の方法、比エネルギー一定の仮定および流れの三次元特性を考慮していない点に問題があり、射流分岐の場合には適合性がきわめて低いことが明らかにされた。

(3) 分岐流と主流での擾乱の伝播特性を変化させた取り扱いによって、せき区間での水面形を満足すべき精度で解析しうることを確かめた。

(4) 常流分岐に関して、*De Marchi* 公式は実用的推定精度を確保することができるが、せき上流端に局所的射流が現われる場合には流量の場所的変化が複雑であり、常流と射流の共存系における三次元流出量解析法の研究が必要である。

2. 底部局所流出機構について

(1) 流量変化が大きい底部分水工上の流れは漸変流理論では満足な解析結果は得られず、分水工上での圧力分布、流速分布の変化を考慮した急変流解析が必要である。常流状態で局所流出部を遷移する二次元流れについて、開口中心に向かう流速成分と水路底に平行な成分との重ね合せという非回転流としての流速分布モデルを設定し、流出部近傍の水理特性をかなり満足に説明することができた。

(2) 急変流解析の結果を主流の一次元解析に導入し、流量および水深変化を計算した結果、流出水のもつ運動量が水面形解析精度に大きい影響を与えることがわかった。

(3) 局所流出によって常流から射流に遷移する流れについて、段落流に関する解析を行なって水面支配条件を確定した。この場合回転流としての取り扱いがより適切な表示を与え、さらに直交曲線座標系の採用によって流線が水路底近くに密集する現象を表示しうることを確認した。

(4) 段落流の解析結果を底部分水工の水理解析に適用し、実測値とほぼ満

足すべき一致を得たが、より適確な表示をえるには、なお分水工上での水理量の横断方向分布に関する検討が必要であることが明らかにされた。

3. 開水路分岐について

(1) 分岐部の上層流について非回転二次元流れとして写像解析し、分流境界線および剝離域境界についてかなりよくその特性を説明しうることを確かめた。

(2) 詳細な実験的考察によって上層および下層流線のねじれ、二次流の流下方向の発達状況、剝離域の特性について注目すべき事実を見い出したが、これらの水理学的機構に関する系統的研究が行なわれる必要がある。

参　　考　　文　　献

1) 中川博次、中川　修：横越流ぜきの越流特性について，京大防災研究所年報、第１１号B（昭．４３）

2) 嶋　祐之、富永正照：射流分岐水路の流量配分比について、土木学会論文集、第５８号，５６－６２頁（昭．３３）

3) *Ippen, A.T.: Mechanics of Supercritical Flow, High-Velocity Flow in Open Channel, A Symposium, Trans, ASCE, pp.* １２９０－１３１７（１９４９）

4) 同　上

5) 中川博次，宇民　正：底部スリットを有する開水路流れの特性について，京大防災研究所年報、第１０号B．１８３－１９８頁（昭．４２）

6) 中川博次、宇民　正：底部スリットを有する開水路流れの特性について（第２報）、京大防災研究所年報、第１１号B（昭．４３）

7) *Jaeger, C.: Hauteur d'eau a léxtrémité dun long déversoir, La Houille Blanche, pp.* ５１８－５２３，*Nov－Déc*（１９４８）

8) 岩崎敏夫：段落水流の水理現象に関する実験的考察，土木学会誌第３８巻、第６号、３４頁（昭．２８）

9) 室田　明：開水路分水工の研究、土木学会論文集第７０号、別冊（１－１）、９－１５頁（昭．３５）

10) 中川博次：開水路分流の水理－水理・水文学における最近の進歩－土木学会関西・中部支部講習会テキスト（昭．４２）

11) *Rouse, H. and Abul-Fetouh, A.H.: Characteristics of Irrotational Flow through Axially*

Symmetric Orifices. Jouruai of Applied Mechanics. Vol. 17 (1950)

12) *v. Mises. R. : Berechnung von Ausfluß und Ueberfallzahlen. Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure. Band* 61. *Nr.* 22. 23 (1917)

13) *Anayan. A. K. : Fluid Flow in Bends of Conduits. Izdatelśtro Akademii Nauk Armyanskoi* (1957)

14) *Ismail. H. M. : Diversion of Canals. Proc. of ASCE* (1954)

15) 前出 9) 15−18 頁

第 4 章　附帯構造物の水理機能

第1節　概　説

流量配分工の分岐部に設置される固定ぜき、水門などの構造型式の選定と流量配分条件との関係についてはすでに第2章に述べたとおりである。流量配分工が洪水調節、発電、農業用水、工業用水、上水道など多目的に使用される場合には、上流水位および放流量に関する権利が複雑に交錯するとともに、洪水調節、発電上の常時水位の維持あるいは各種用水確保のための放流などについて、調節構造物の操作にも非常な高精度が要求される。そのためには、調節構造物のあらゆる操作状態における水理機能を完全に把握する必要があるにもかかわらず、現在までの研究ではほとんど放流量と水位条件および調節構造物の形状要素との間の普遍的関係を見い出すまでに至っておらず、個々の場合についての模型実験によってそれらの関係を求めている現状である。この場合にも模型と原型との間の力学的相似律を決定する諸水理力の影響をより適確に把握し、模型縮尺の限界や抵抗効果などを明らかにしなければならない。

越流部ゲートは代表的な調節構造物であり、ほとんどのダム洪水吐あるいは分流ぜきに設置されて常時操作されているにもかかわらず、その水理機能，とくに貯水位－ゲート開度－流出量の関係について未解決の点が非常に多く，ゲート半開時の放流量を正確に推定することはまったく困難である。このような現状をいくらかでも改善するために、本章では著者が行なったダム余水吐に関する模型実験資料を用いて、従来の流出量表示式に含まれる流量係数の変化を考察するとともに、自由越流量の推定は比較的容易であるという事実から、全開状態とゲート半開時の流出量の関係を見い出して、それを用いた流出量推定法を提案する。また、管路の末端に設けられたゲートの開度、

傾角、総水頭と流出量との関係を実験的に考察し、流出量に与える諸因子の影響について検討を加えることによって、各種ゲート操作時の流出量に関する　一般特性を明らかにしようとした。

最近、全国主要河川の治水、利水計画の高度化をはかるために、河道ぜきが盛んに建設されるようになり、そこに設置されるゲートも長径間で大型化しつつある。また、その調節操作にも多様性が要請され、ゲート頂部からの越流と底部からの流出を同時に行なう型式も現われているが、この場合ゲート周りの流れの周期的変動によって激しい振動がゲートに発生することが認められている。[1] さらにこの外力振動がゲートの振動によって変化するいわゆる水力弾性振動現象もあらわれる。現在まで多くの研究者によってこれらゲートに作用する振動外力特性ならびに水力弾性振動に関する実験的研究が試みられているが、[2)3)4)] 力学的相似律、外力のランダム変動特性、振動減衰性状の把握などに問題があって、それらの研究成果を実際の弾性振動系としてのゲートの挙動に結びつけるには至っておらず、今後の研究にまつところがきわめて多い。著者はすでに実用的見地から高圧放水管の調節用ゲートを操作した場合の空洞現象と振動の発生ならびにその防止対策について研究し、従来経験的に定められていた放水管給気孔について、管内圧力降下の影響および流れの乱れの強さと空気連行量との関係を考慮した給気孔断面の決定法を明らかにし、[5] 二、三のダム放水管についてその合理性を検証した。また角形放水管の流入口について空洞現象発生限界を実験的に求め、安全かつ経済的な流入口の設計法を提示した。[6] さらに実際の放水管ゲートの操作に伴なう諸種の障害を除去するためのゲート戸溝や放水管デフレクターの設計法を実験的考察に基づいて確立した。[7]

流量配分工の分岐端に固定ぜきあるいは水門を設置する場合、放出流は一般に高速射流となってその直下流に局所洗掘を惹起し、堤防、護岸あるいは

分水構造物自体の安全を脅かす。さらに河道の流砂能力が過大となるから河床が低下し、全体として安定な河床を維持できないというおそれがある。したがって、通常なんらかの方法で放流水のもつエネルギーを減殺しなければならない。流れのエネルギー減殺の方法として、水理学的に最も有効な跳水現象を利用した減勢工が採用され、一方河床安定をはかるためには、幾段かの床固めを設置する方法が採用されている。

跳水型減勢工の基本形は水平水路床上に形成される正常跳水によって代表されるが、実際の減勢工では個々の設計条件に適合するように種々の修正が施こされている。シュートブロック、バッフルピヤー、端末シルなどのいわゆる減勢補助構造物が必要に応じて採用され、それらの機能を検討するための実験的研究が数多く行なわれてきた。その結果、代表的な減勢工型式については、その設計に必要な解析資料が与えられ、それに基づいて設計された減勢工が満足すべき機能を発揮することが実証されている。著者はわが国の洪水調節用ダムや放水工に対してきわめて有効な放水処理機能を発揮する台形断面シルを提案し、その水理機能と設計理論について考察するとともに実際のダム減勢工に採用してその効果が大きいことを確かめた。またわが国の既設多目的ダムの減勢工について、その機能の実態を調査し、水理模型実験で示された機能と比較検討することによって、減勢工設計上の問題点と設計方針を明らかにした。[8]

第2節　水門半開時の流出量推定法

1.　越流部ゲート[9]

(1)　流出量表示式　　一般に越流部ゲート半開時の流出量を表示するのに用いられている式は次の三つである。

$$Qa = CB\left\{H^{3/2} - (H-a)^{3/2}\right\} \qquad (4\cdot2\cdot1)$$

$$Qa = CqBa\sqrt{2gH} \qquad (4\cdot2\cdot2)$$

$$Qa = mBa\sqrt{2g(H-a)} \qquad (4\cdot2\cdot3)$$

ここに、Qa ：越流部ゲート半開時の流量、B ：ゲート幅、H ：越流頂を基準とする全水頭、a ：ゲート開き（ゲート下縁と越流頂との標高差）、C, Cq , m ：流量係数である。これから C, Cq , m の間には次の関係があることがわかる。

$$Cq = \frac{C}{\sqrt{2g}}\frac{H}{a}\left\{1-\left(1-\frac{a}{H}\right)^{3/2}\right\} = m\sqrt{1-\frac{a}{H}} \qquad (4\cdot2\cdot4)$$

各表示式のもつ水理学的意義を明確にするために、表示式の導き方を考察する。記号は図４・２・１に示すようにとり、各断面は次のように選ぶ。

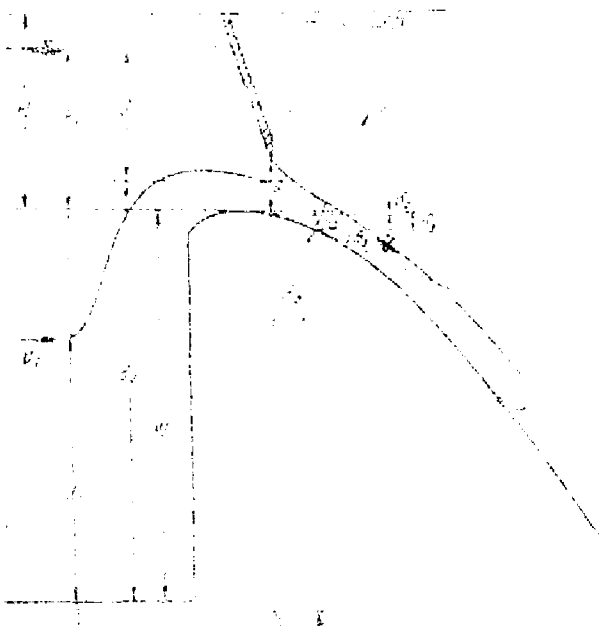


図4・2・1　記号説明図

すなわち、断面Ⅰは越流頂より十分上流の任意断面、断面Ⅱはゲート下縁をとおる断面、断面Ⅲはゲート下縁から流出する水脈がゲート下縁の収縮の影響を受ける終端断面である。この収縮した断面で水路底に直角に測られた水深 h_3 は水平床上に設置されたゲートの場合と同様に、$C_c^*(a+\delta_2)$ で表示されるものと仮定する。ここに、C_c^* は水平床の場合の収縮係数 C_c に対応する流線の曲率を考慮した収縮係数である。

図４・２・１で水脈をとおして一つの流線を考え、その流線上の断面Ⅰおよび Ⅱ の間でベルヌーイの定理を適用すると次式が得られる。

$$\frac{v_1^2}{2g}+d_1+\frac{p_1}{\rho g}=\frac{v_2^2}{2g}+d_2+\frac{p_2}{\rho g} \qquad (4\cdot2\cdot5)$$

ここに、p は圧力、v は流速であり、添字は断面番号を表わす。いま、$p_1=d_2+y-d_1$，$p_2=0$ とすると、$v_2=\sqrt{2gy+v_1^2}$ となる。流量係数 C' が与えられた貯水位およびゲート開きについては一定であると仮定すると、Qa は次のようにして求められる。

$$Qa=B\int_{h_1-a}^{h_1+\delta_2}C'\sqrt{2gy+v_1^2}\,dy=\frac{2}{3}C'\sqrt{2g}\,B\left\{(H+\delta_2)^{3/2}-(H-a)^{3/2}\right\}$$
$$=CB\left\{(H+\delta_2)^{3/2}-(H-a)^{3/2}\right\} \qquad (4\cdot2\cdot6)$$

（４・２・６）式における δ_2 の値を著者の取り扱った資料で検討すると、ゲートがローラーゲートである場合にはいずれも $\delta_2=0$ であるが、テンターゲートでは δ_2 が ２０ cm 以上の場合があるので、ゲート開きが小さいときにこれを無視すると過大な流量係数を与える結果となる。一般に、一定の貯水頭に対してゲート開きが小さいほど、越流面上の圧力も低くなり、流量係数も大きくなるのが普通であるが、δ_2 を無視すると、それをさらに過大に見積ることになる。しかし、ゲート開きが大きくなるにつれて、δ_2/H も急速に減少するから、$\delta_2/H=0$ とした（４・２・１）式を用いてもほとんど誤差は生じない。

つぎに、（４・２・２）式と（４・２・３）式の表示について考察する。いま、

越流面沿いに X 軸、これと直角方向に Y 軸をとった直交曲線座標系を考えると、Y 軸方向の $Euler$ の運動方程式は、

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial Y}=g\cos\theta-\frac{v^2}{R+Y} \qquad (4\cdot2\cdot7)$$

である。ここに、R は底面の曲率半径である。また、水脈中の一流線にベルヌーイの定理を適用すれば、

$$H+\delta=Y\cos\theta+\frac{p}{\rho g}+\frac{v^2}{2g} \qquad (4\cdot2\cdot8)$$

であり、これを Y で微分し、非回転運動を仮定すれば、$\partial(H+\delta)/\partial Y=0$ であるから、

$$0=\cos\theta+\frac{1}{\rho g}\frac{\partial p}{\partial Y}+\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{v^2}{2g}\right) \qquad (4\cdot2\cdot9)$$

となり、これと（4・2・7）式とから次の関係が得られる

$$v/(R+Y)+(\partial v/\partial Y)=0 \text{ すなわち } v(R+Y)=\text{一定} \qquad (4\cdot2\cdot10)$$

いま、水面での流速を v_s、水深を h とすると、（4・2・10）式より

$$v_s(R+h)=v(R+Y) \qquad (4\cdot2\cdot11)$$

である。（4・2・8）式から、水面では $p=0$ であるから、

$$v_s=\sqrt{2g(H+\delta-h\cos\theta)} \qquad (4\cdot2\cdot12)$$

（4・2・11）式および（4・2・12）式から Y 点の流速は、

$$v=\frac{R+h}{R+Y}\sqrt{2g(H+\delta-h\cos\theta)} \qquad (4\cdot2\cdot13)$$

で与えられる。（4・2・13）式から単位幅当り流量 q は次式で表わされる。

$$q=\int_0^h\frac{R+h}{R+Y}\sqrt{2g(H+\delta-h\cos\theta)}\,dY$$
$$=(R+h)\ln\left(1+\frac{h}{R}\right)\cdot\sqrt{2g(H+\delta-h\cos\theta)}$$
$$(4\cdot2\cdot14)$$

（4・2・14）式に断面Ⅲにおける水理量、$H=H-\triangle H$（$\triangle H$ は損失水頭），$\delta=\delta_3$, $h=C_c^*(a+\delta_2)$, $\theta=\theta_3$, $R=R_3$ およびゲート幅 B を考慮すれば流出量 Q_a は次式で与えられる。

$$Q_a = B\{R_3 + C_c^*(a+\delta_2)\}\ln\left[1+\frac{C_c^*(a+\delta_2)}{R_3}\right]\cdot\sqrt{2g\{H-\Delta H+\delta_3 - C_c^*(a+\delta_2)\cos\theta_3\}}$$

（4・2・15）

$\{C_c^*(a+\delta_2)\}/R_3$ が１に比べて十分小さいものとし、また $\Delta H=0$ とすると（4・2・15）式は近似的に次のように変形される。

$$Q_a = BC_c^* a\left(1+\frac{\delta_2}{a}\right)\left\{1+\frac{C_c^*(a+\delta_2)}{2R_3}\right\}\sqrt{2g\{H+\delta_3 - C_c^*(a+\delta_2)\cos\theta_3\}}$$

（4・2・16）

したがって、流出量表示式（4・2・2）式および（4・2・3）式は（4・2・16）に含まれる未知量 C_c^*, R_3 および θ_3 を省略あるいは近似させ、かつ δ_2 を無視した近似式に補正係数、すなわち流量係数 C_q あるいは m を導入したものにほかならない。

つぎに流量係数について検討する。C, C_q ならびに m 相互の関係はすでに（4・2・4）式で示しているから、いま C_q についてのみ考えれば、C_q は近似的に次式で与えられる。

$$C_q = C_c^*\left(1+\frac{\delta_2}{a}\right)\left\{1+\frac{C_c^*(a+\delta_2)}{2R_3}\right\}\sqrt{1+\frac{\delta_3}{H}-\frac{C_c^*(a+\delta_2)\cos\theta_3}{H}}$$

（4・2・17）

いま、$\delta_2=0$, $\delta_3=0$, $R_3=\infty$ および $\theta_3=0$ と考えることのできる水平床上に設置されたゲートから流出する場合は、C_c^* のかわりに C_c を用いて C_q は次のようになる。

$$C_q = C_c\sqrt{1-\frac{C_c a}{H}}$$

（4・2・18）

（4・2・18）式に含まれる収縮係数 C_c はいくつかの近似解[10,11,12]および実験的研究[13]により a/H の関数であることが示されているから、水平床上におかれたゲートの場合の流量係数は a/H の関数となろう。しかし、越流部ゲートの場合には、流量係数 C_q は（4・2・17）式に含まれる各因子の関数として表わされる。

すなわち、

$$C_q = f\ (C_c^*, a, H, \delta_2, \delta_3, R_3, \theta_3)$$

このうち水脈がゲート下縁の収縮の影響をうける終端断面の位置（δ_3, R_3, θ_3）および流線曲率の効果を含んだ収縮係数 C_c^* についてはまったく不明であるために推定することは不可能であり、模型実験により決定せざるをえない。

(2) 流量係数の変化　　著者が行なった二瀬、品木、矢木沢および五郷の四つのダムの水理模型実験でえられた流量測定資料を用いて　流量係数 C, C_q および m と H/a との関係を示したのが、それぞれ図4・2・2，4・2・3 4・2・4 である。各ダムの余水吐ならびにゲートの原型諸元は表4・2・1に示すとおりである。

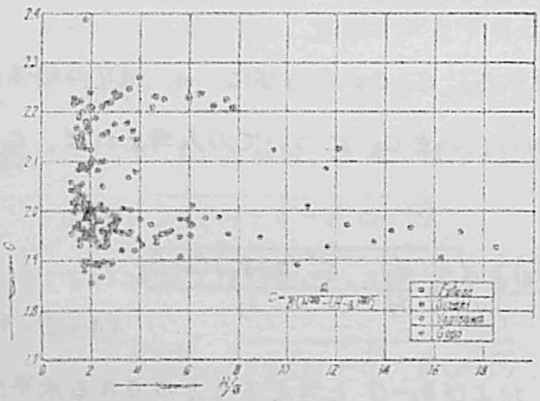


図 4.2.2
C ～ H/a 関係

図 4.2.3
Cq ～ H/a 関係

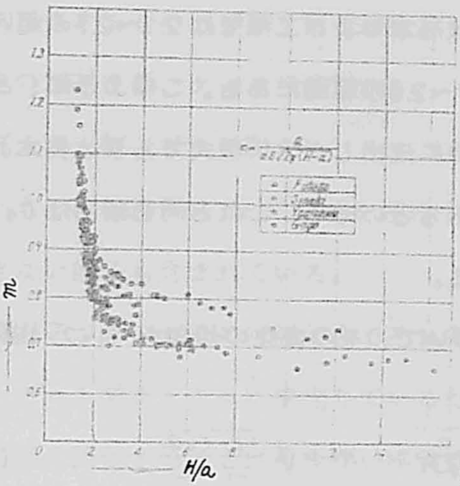


図4.2.4

m～H/a 関係

表4・2・1　余水吐諸元

ダム名 / 諸元	二瀬	品木	矢木沢	五郷
ダム型式	アーチ	重力	重力	重力
ダム高 (m)	94.0	43.0	116.0	37.4
越流面形状	標準型	〃	〃	〃
設計水頭 Hd (m)	4.000	7.029	9.000	6.500
径間数 n	2	2	2	1
径間幅 B (m)	2×10.000	2×5.000	2×9.500	8.000
橋脚幅 b (m)	2.00	2.00	3.000	—
橋脚先端形状	r=1.0m半円	r=1.0m半円	r=1.5m半円	—
ゲート型式	テンター	ローラー	テンター	ローラー
越流頂標高 EL(m)	537.000	904.500	845.000	181.400
ゲート敷標高 EL(m)	537.000	904.500	844.909	181.400
ゲートピン標高 EL(m)	540.500	—	850.000	
アーム半径 (m)	7.500	—	11.000	
ゲート下縁形状	—	鋭縁	—	鋭縁
模型縮尺	1/40	1/50	1/40	1/50

図4・2・2に示す関係ではCはH/aとほとんど無関係であり、ばらつきが非常に大きい。またCの値は品木および二瀬では2.1〜2.3の範囲であるのに対し、矢木沢、五郷では1.9〜2.0の範囲にある。このように、品木、二瀬両ダムの越流部ゲートは半開時に流出しやすい型式であり．矢木沢、五郷のゲートは流出しにくい型式であるといえる。これと同じ傾向はC_qあるいはmの変化にも等しく認められる。

いま、C_qおよびmについて、その変化の傾向を（4・2・18）式に基づいて検討する。

$$C_q=C_c\sqrt{1-C_c\frac{a}{H}}\ ,\quad m=\sqrt{\frac{H-C_c a}{H-a}} \qquad (4\cdot2\cdot19)$$

上式に示されるC_qおよびmとa/Hとの関係を$a/H\to0$と$a/H\to1$について考察すると、次表のような値をとるはずである。

	$a/H\to0$	$a/H\to1$
C_q	$\to C_c$	$\to C_c\sqrt{1-C_c}$
m	$\to C_c$	$\to\infty$

C_cの値は$Pajer$の計算結果によると、$a/H=0$で$C_c=0.611$，$a/H=1$で$C_c=1$であるから、結局次の値がえられる。

	$a/H\to0$	$a/H\to1$
C_q	$\to0.611$	$\to0$
m	$\to0.611$	$\to\infty$

図4・2・3および図4・2・4は明らかにこの関係が満足されることを示しているから、流量係数がダム相互間で一致しないこと、および各ダムでもばらつきが生じる原因は、各ダムでC_cに影響を及ぼす因子が異なり、その変化も一様でないことに起因すると考えることができる。越流部ゲート半開時の流量係数に影響を及ぼす因子としては、次のようなものが考えられる。

a．越流部形状に関するもの（越流面形状、橋脚形状および幅、径間数お

よび越流頂と河床との標高差)

b. ゲートに関係するもの(ゲート面の形状、ゲート下縁の形状、ゲート下縁と越流面との相対位置、ゲート戸溝形状)

c. その他(上流水位、ゲート開き)

ここに列挙したものは収縮係数 C_c に影響を及ぼす因子のほかに、二次元的取り扱いのできない因子も含まれている。

これらの影響因子がおのおのの越流ぜきでそれぞれ組み合され、かつその状態が貯水位、ゲート開きとともに変化しているために、それぞれの因子を抽出してその影響を評価することは数少ない実験資料からはまったく困難である。このことが、ゲート半開時の流量係数について、その影響因子を考慮した一般的表示をうることを困難にし、かつ放流量の推定をむずかしくしているのである。

(3) 流出量推定の一方法

これまで考察したように、従来の流量係数に関するどの表示を用いても流出量を適確に推定することがほとんど困難なことがわかった。そのために、著者は越流部ゲート下縁から流出する流量特性を今までとまったく異なった方法を用いて推定しようと試みた。

すなわち、越流部ゲート全開時の自由越流量については、従来から多くの実験資料の解析によってその特性が明らかにされ、現在すでに自由越流係数の一般的表示が与えられている[14]から、与えられた越流面形状および水理条件に対する越流量を推定することが可能である。自由越流量 Q には越流部形状に起因する影響因子がすでに含まれており、もし Q とゲート半開時の流出量 Qa との間に関連性をみつけることができれば、Qa を単独で推定する場合よりも影響因子が減少するという考えから、Q と Qa との関係について考察を加えた。

いま、自由越流量Qは（4・2・6）式と同様にして

$$Q = B\int_0^h C_f\sqrt{2gy + V_1^2}\,dy = C_f B\left\{H^{3/2} - \left(\frac{V_1^2}{2g}\right)^{3/2}\right\} \qquad (4\cdot2\cdot20)$$

で与えられる。ここに、Cfは自由越流係数である。接近流速水頭が無視しうるほど微小であれば、（4・2・20）式のかわりに

$$Q = C_f B H^{3/2} \qquad (4\cdot2\cdot21)$$

が用いられる。また、ゲート半開時の流出量Qaは（4・2・6）式で表示されるから、

$$\frac{Q_a}{Q} = \frac{C}{C_f}\left\{\left(1+\frac{\delta_2}{H}\right)^{3/2} - \left(1-\frac{a}{H}\right)^{3/2}\right\}$$

δ_2/Hが一般に無視できるほど微小である場合には、

$$\frac{Q_a}{Q} = \frac{C}{C_f}\left\{1 - \left(1-\frac{a}{H}\right)^{3/2}\right\} \qquad (4\cdot2\cdot22)$$

となる。（4・2・22）式で示される関数関係の特性について上記の各ダムの実験資料を用いて検討した。Qa/Q と a/H の関係を図4・2・5に示すが、三つの諸元の異なる余水吐においてa/Hに対するQa/Q の変化は一様であり、かつばらつきが非常に小さいことを示している。さらに、C/Cf の特性を考察するために、Qa/Qとそれに対応する$\left\{1-\left(1-\frac{a}{H}\right)^{3/2}\right\}$ との関係を示したのが図4・2・6であり、図からC/Cf の値はa/H に無関係にほぼ一定であることが認められる。

したがって、（4・2・22）式は実験係数k_1, k_2を用いて次の一般式で表わすことができる。

$$\frac{Q_a}{Q} = k_1 + k_2\left\{1 - \left(1-\frac{a}{H}\right)^{3/2}\right\} \qquad (4\cdot2\cdot23)$$

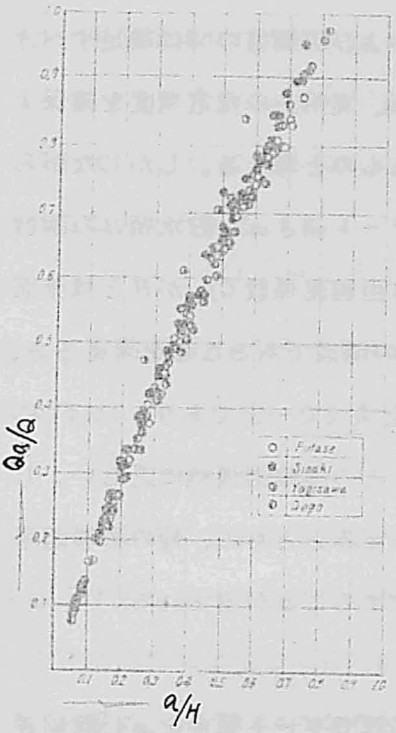


図4・2・5 $Q_a/Q \sim a/H$ 関係

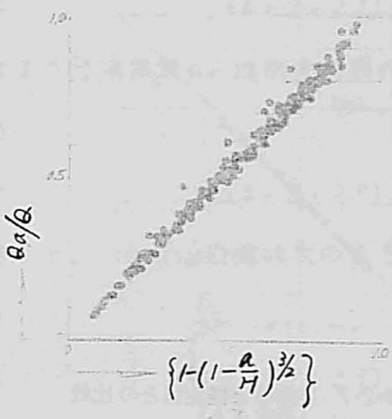


図4・2・6
$Q_a/Q \sim \left\{1-\left(1-\frac{a}{H}\right)^{3/2}\right\}$

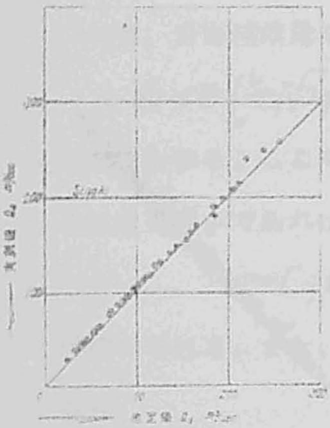
実験係数 k_1, k_2 を各ダムについて、最小二乗法を用いて決定したところ、次表に示す結果を得た。

	k_1	k_2
二　瀬	0.012	0.981
矢木沢	0.005	1.000
品　木	0.019	1.010
五　郷	0.002	1.022

これより、$k_1 \simeq 0$, $k_2 \simeq 1$ であるから、(4・2・23)式から近似的に次の流出量推定式を導くことができる。

$$Q_a = \left\{1-\left(1-\frac{a}{H}\right)^{3/2}\right\} Q \qquad (4\cdot2\cdot24)$$

いま、自由越流量を村によって提案された推定法によって求め、(4・2・24)式から品木ダムの越流部ゲート半開時の流出量を推定した結果を図4・2・7に



数 4·2·7　実測値と推定値との比較
（品木ダム）

示す。推定値および実測値の間に満足すべき一致が認められ、実用上の推定精度を確保することができるものと考える。しかしながら流量係数 C がゲート開き a と貯水頭 H の関数であり、また自由越流係数 Cf が H と越流面設計水頭 Hd との関数であることを考えると、C/Cf の値が全領域で一定であり、ほぼ1に等しいということの理論的根拠に乏しい。したがって、今後これらの関係について考察を加えるとともに、他の影響因子についても検討を行ない、一般的表示式を確立することが望まれる。

2.　放水管ゲート[15]

(1)　流出量表示式　　図 4・2・8 に示す水平管でゲート開きを a，収縮係数を Cc，貯水面から管底面までの総水頭を H，管出口直上流での有効水頭を He，管出口までの損失水頭を $\triangle H$，管高（長方形断面）を h，管長を L，入口損失係数を fe，出口損失係数を fo，摩擦抵抗係数を f とし、管内および最小断面での平均流速をそれぞれ v_1 および v_2 とすると、ベルヌーイの定理より、

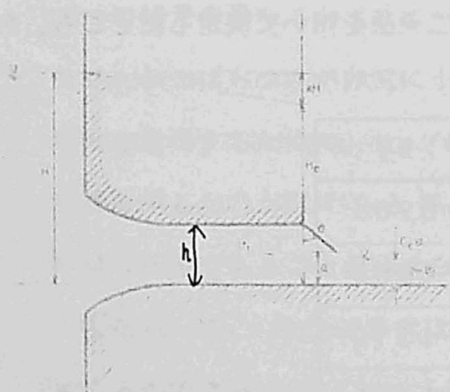


図4・2・8　放水管からの流出記号説明

$$H_e = H - \Delta H = (1+f_o)\frac{v_2^2}{2g} + C_c a \qquad (4\cdot2\cdot25)$$

$$\Delta H = \left(f_e + f\frac{L}{h}\right)\frac{v_1^2}{2g} \qquad (4\cdot2\cdot26)$$

いま、単位幅当りの流量 q を

$$q = C_v C_c a\sqrt{2g(He - C_c a)} \qquad (4\cdot2\cdot27)$$

で表わすと、(4・2・25)式および (4・2・26)式より流速係数 C_v は次式で表わされることがわかる。

$$1/C_v^2 = 1 + f_e \qquad (4\cdot2\cdot28)$$

また，有効水頭 He のかわりに総水頭 H を用いると、(4・2・27)式は次のようになる。

$$q = C_v C_c a\sqrt{2g(H - C_c a)/1 + \left(\frac{C_v C_c a}{h}\right)^2\left(f_e + f\frac{L}{h}\right)} \qquad (4\cdot2\cdot29)$$

(4・2・29) 式に含まれる係数のうち、fe は呑口形状として楕円ベルマウスを採用するかぎりきわめて小さいことが確認されている。ただ、貯水位が低いときは流出渦を生じて管内に空気が吸込まれるために入口損失が大きくなる。一般に、$H/h \geqq 4$ になると、流出渦が発生せず、その範囲内では fe は一定となるものと考えられ、著者の実験[16]によれば、円形管で 0.01，長方形管で 0.04 くらいの値が得られている。一方、摩擦抵抗係数 f は管内の流れのレイノルズ数が非常に大きい実際の放水管では、管の相対粗度のみによって定まる一定値を示すと考えてよく、実用的管径の範囲内で一般に新しい鋳鉄管については 0.012 程度、古い鋳鉄管については 0.025程度の値が採用されている。

貯水頭が管径に比して大きい場合には出口における損失はほとんど無視できることが従来の実験的研究で確認されており、$C_v \simeq 1$ とみなしうる。したがって、(4・2・29)式で L，a，h は所与の幾何寸法であるから、収縮係数 Cc の値がわかれば流出量を推定することができる。

Cc については完全流体の自由流線理論にもとづいて Von Mises が種々の境界条件に対する自由流線を解析したものがあり[17]、これらの値を用いてかなりの精度で流量を推定できるものと考えられる。しかしながら、これらの値

はいろいろの仮定のもとで計算されており、またこの種の流れの運動を支配する重力の影響も無視しているから、(4・2・29)式における収縮係数を実験的に検討し、これによって流出量が推定できるという実験的検証をうるために正方形断面管路について実験的考察を行なった。

(2) 流出量特性　実験は縦横とも15 cm の正方形断面管路模型を用い、その下流端に傾斜角を自由に変えられるゲート板をとりつけた。実験条件としては、

ゲート開度：20，40，60，80，100 %

ゲート傾斜角$\theta°$：0，30，45，60

貯水頭H cm：57.5，82.5，107.5，132.5

のそれぞれを組み合せた69種が選ばれた。考察結果を要約すれば次のとおりである。

a) 貯水頭およびゲート開度が同じであれば、傾斜角θが増加するにつれて流出量Q_aも増加する。

b) ゲート全開時の流量Q_fと半開時の流出量Q_aとの比は、θおよび開度が同じであれば、Hの変化に関係なくほぼ一定となる。

c) 流出量Q_aを

$$Q_a = C_a \beta a \sqrt{2g(H-a)} \qquad (4\cdot2\cdot30)$$

で表わすとき、流量係数C_aとa/hの関係は図4・2・9に示すとおりであり、貯水頭HによるC_aのばらつきは非常に小さいが、θにより相当変化することがわかる。

d) 収縮係数C_cの値を収縮断面の水深測定結果から求め、図示したのが図4・2・10である。C_cの値はHの変化に対してほぼ一定であることが認められたので、ゲート開度および傾斜角ごとに平均された値を示している。図中の曲線は$Mises$が二次元ポテンシャル流れとして求めた理論曲線であ

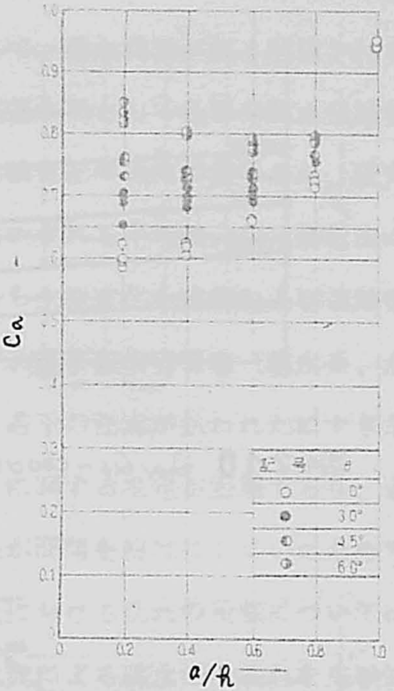


図4・2・9・Ca〜a/h関係

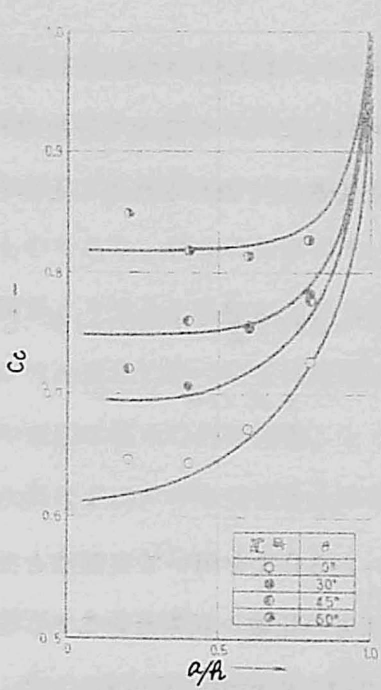


図4・2・9 Cc〜a/h関係

り、両者を比較すると、開度の小さい範囲で実測値が理論値より大きくなることが認められる。この原因は開度の小さいときの流出水脈が管底面での摩擦の影響を受けやすく、また流出断面での内部圧力もより高くなっているためと考えられる。

(3) 流出量推定の一方法　上に述べたように、著者が取り扱った$H/h>3.8$ の範囲では、一定のゲート開度および傾斜角に対してQa/Qf の値はHに無関係にほぼ一定であることが認められたから、流量比Qa/Qf はa/hとθの関数で表わされるものと考える。

いま、一定のa/h およびθごとにQa/Qf を平均した値と $\cos\theta$ との関係を示すと図 4・2・10 のようになり、$1\geq\cos\theta\geq0.5$ の範囲では、ゲート開度ごとに直線関係が得られることがわかる。また、Qa/Qf と a/h との間にも一定の傾斜角に対して直線関係が存在することが確かめられ、結局

Qa/Qf は $H/h>3.8$, $0.2\leq a/h\leq 0.8$, $1\geq \cos\theta \geq 0.5$ の範囲で貯水頭 H に関係なく次式で表わされることがわかった。

$$\frac{Q_a}{Q_f}=0.808\frac{a}{h}-0.140\cos\theta+0.110 \qquad (4・2・31)$$

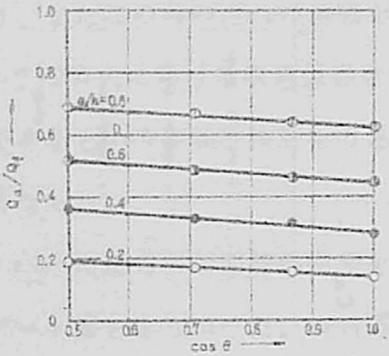


図4.2.10 $Qa/Qf\sim\cos\theta$ 関係

(4・2・31)式を用いて実測値と推定値との比較を試みたところ、図4・2・11 に示す結果がえられた。これによると推定式は実測値よりいくぶん小さい値を与えるようであるが、最大誤差は6％程度であり、実験範囲内での適用精度は十分確保されるものと考えられる。

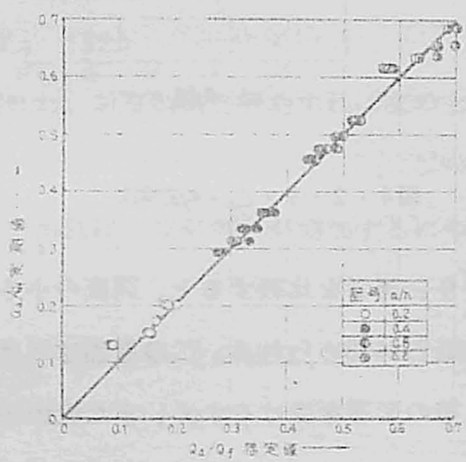


図4.2.11 実測値と推定値の比較

しかしながら、(4・2・31)式は測定結果をまとめたにすぎず、ゲート調節時の流れの機構を理論的に追求していない点に大きな欠点を有するものと考えられ、この点について今後さらに検討を加え、各種ゲートの調節時放流量を推定する方法を確立しなければならない。

第3節　減勢補助構造物の機能設計法とその適用限界

1. 減勢補助構造物の機能

(1) 跳水型減勢工　　流れのエネルギー減殺には水理学的に最も有利な方

法として、跳水現象が広く利用されており、水平水路床上に形成される正常跳水を基本形として各種の跳水型減勢工が発達してきた。跳水に関する研究も古く前世紀の始めに着手され、研究論文もおびただしい数にのぼるが、これらはいずれも平均流一次元解析法に基づくものであり、跳水の鉛直要素、すなわち水深変化を連続および運動量保存の関係より求めたものが大部分であって、流下方向の要素（跳水長、水面および流速変化）については経験的評価に若干の注意が払われたにすぎない。この原因は跳水の内部機構、とくに乱れに関する推定が困難であり、さらに跳水渦などにおける空気と水の混合特性が問題を複雑にしていたためである。

跳水における乱れの役割についてはその評価がまちまちである。*H. Rouse*[18]が空気流による跳水中の乱れを実験的に考察したのが、この種の研究の唯一のものであるが、その結果によると乱れエネルギーへの変換は表面渦の前半でおこり、平均運動により運ばれて渦終端付近で最大減衰率を示すことが確かめられている。またレイノルズ応力による仕事および乱れの速度水頭は驚くほど小さく、平均流で失われたエネルギーが乱れの形でかなりの距離にわたり持続されるという考えは誤まりであると述べている。

水流の乱れに関する研究は現在緒についたばかりであり、その測定方法にもなお問題が多い。跳水現象ではとくに重要な領域に無数の異種流体（連行気泡）が不連続に存在するために乱れ計測をより困難にするものと考えられ，おそらくその内部機構を実験的に解明しうる最後の水理現象の一つとなろう。

このように内部機構の不明な跳水現象も巨視的な平均量操作によって平均流としての挙動を説明しうるのは、他の水理現象と同様であり、以下ではこのような取り扱いによって減勢補助構造物の機能を論じる。

(2) 機能設計の基礎理論　　定常平均流に関する運動量方程式を直角座標

系で表わすとX軸方向について次式がえられる。

$$\int_{\mathrm{II}} \rho u^2 dA - \int_{\mathrm{I}} \rho u^2 dA = \int_0^L \rho X dA - \int_{\mathrm{II}} (p + \rho \overline{u'u'})\, dA + \int_{\mathrm{I}} (p + \rho \overline{u'u'})\, dA$$
$$- \int_0^L (p + \rho \overline{u'u'})_b \cos_b(x, \nu)\, ds - \int_0^L \tau_{xb}\, ds$$
(4・3・1)

ここに、u；流速のx方向成分、X：単位質量当りの体力成分、p：平均圧力、u'：平均流速からの変動量、$\cos_b(x, \nu)$：境界面にたてた法線ベクトルの方向余弦、τ_{xb}：境界面せん断応力、L：跳水長であり、断面Ⅰおよび Ⅱは跳水の前後におけるx軸に垂直な断面である。

いま、運動量係数β、圧力係数λ、跳水区間の流水質量に 関する補正係数K、平均流水断面積Am、せん断力を除く境界面作用力のx方向成分$P_x = \int_0^L (p + \rho \overline{u'u'})_b \cos_b(x, \nu)\, ds$ （上流向きを正）、水路床の傾斜角α（下流下がりを負），$\int_0^L \tau_{xb}\, ds = \tau A_m L / R_m$ （Rm：平均径深）を用いて (4・3・1)式を表わすとつぎのようになる。

$$\rho Q(\beta_1 U_1 - \beta_2 U_2) + \rho g(\lambda_1 A_1 h_{G1} \cos\alpha_1 - \lambda_2 A_2 h_{G2} \cos\alpha_2)$$
$$= \rho g K L A_m \sin\alpha + P_x + (\tau A_m L / R_m) = F_{\mathrm{I}} - F_{\mathrm{II}} \qquad (4 \cdot 3 \cdot 2)$$

ここに、Fは比力であり、

$$F = (\rho \beta Q^2 / A) + \rho g \lambda A h_G \cos\alpha \qquad (4 \cdot 3 \cdot 3)$$

で与えられる。(4・3・2)式で$Px = \alpha = \tau = 0$とした関係

$$F_{\mathrm{I}} - F_{\mathrm{II}} = 0 \qquad (4 \cdot 3 \cdot 4)$$

は明らかに、水平水路床上の二次元跳水の共役水深を与え、また$Px = \tau = 0$としたものは水路床面をx軸とする場合の傾斜水叩きの跳水関係式を表わす。

いま、跳水型減勢工において自然下流水深h_2が (4・3・4) 式から求められる跳水水深hjより小さい場合には、$F_{\mathrm{I}} > F_{\mathrm{II}}$となり、(4・3・2) 式を満足さすために、$P_x > 0$ となる構造物すなわちバッフルピヤー、段上り、副ダム、導流壁の絞りなどを設けるか、あるいは$\alpha > 0$なる逆傾斜水叩きを採用しな

ければならない。一方、h_2がhjより大きい場合には、Pxまたはαが負になる構造物、すなわち段落ちや順傾斜水叩きが有効に使用される。

このような減勢補助構造物を採用する目的は上述の跳水必要水深の確保のみならず、次のように多岐にわたる。

a）跳水の安定　跳水の位置は一般に下流水位の微妙な変動によっても大きく移動する。比較的小さい下流水位の変動に対して跳水を安定させる目的で、バッフルピヤー，端末シル，段上げ，逆傾斜水叩きを用いる。

b）跳水長の節減　下流河床の局所洗掘を防止し,また跳水長を減少する目的でバッフルピヤー，段上り、水はねなどが設けられ、水叩き長を大幅に節減するためにはローラーバケットや逆傾斜水叩きが採用される。

c）潜り状態の発生防止　下流水位が過大で潜り流況を生じ、高速底層流が発生する可能性がある場合には、端末シル，段落ち，傾斜水叩き，ローラーバケットを採用し　潜流の発生を防ぐ。

d）地形との適合　河道断面が減勢池中心線に対して著しく左右非対称であったり、平面的に急変している場合には、主としてその付近の河道がもつ三次元特性によって減勢工形状が決定され、水理学的に無理のない限り、減勢池導流壁に絞り、拡がり、彎曲などの修正を施して工費の節減をはかる。

e）集中流の処理　放水管の操作によって生じる水叩き内の集中流は平面渦や衝撃波など減勢処理上好ましくない状態を招く。これに対する対策としては、大規模なバッフルピヤー，バッフルブロック，分離壁などが考えられる。

(3)　台形シルの機能　　河川の上流部に建設される大部分のダムでは、その附近の河道が急流部を構成するから、自然の状態で跳水水深を期待することはむずかしく、副ダムの築造によって必要水位を確保しなければならない。一方、わが国の河川は一般に洪水総量に比してその最大流量が大きい出水特

性を有し、洪水調節計画においても計画高水流量が常時の放流量に比してきわめて大きいのが普通である。したがって、洪水調節用ダムの跳水型減勢工の設計に当って、副ダムの経済性が大きな問題としてとりあげられてきた。すなわち、常時の放流量に対する小規模な副ダムや水叩きを非常時の大放流に対してそのまま用いることは、構造物の高さや長さに不足をきたし、また激しい河床洗掘や副ダムへの過大な作用力によって副ダムが破壊する危険性が考えられる。一方、異常放流に対して満足な減勢機能を有する副ダムを建設することは余りにも不経済であり、また山間部に建設される放流設備に関してはその放水処理に対する河川管理上の要請は下流部におけるほどきびしくはない。そこで、計画放流量以下の流量に対しては副ダムとしての跳水減勢機能をもち、異常放流に対しては副ダムへの過大な作用力による破壊とその直下流の洗掘の危険性を除くために、水はねとして水叩き流入射流を平滑に下流河道に放出させうる台形断面シルを採用することによって、水叩き長,導流壁高および下流保護工の長さを著しく節減することが可能となろう。

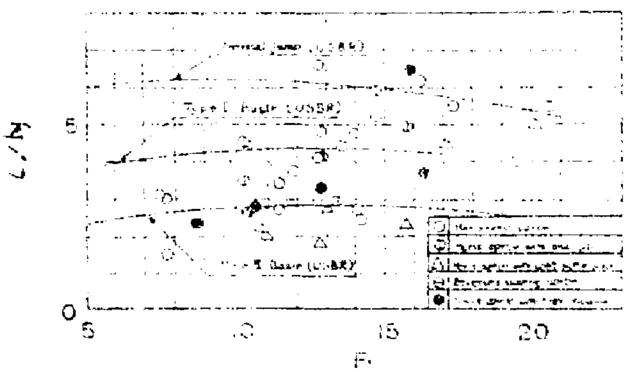


図4.3.1　既設減勢工の水叩き長

図 4・3・1 に既設多目的ダム減勢工の水叩き長と常流対応水深との比を水叩き流入射流の平均フルード数に対して図示するが、台形シルの高さを変化させて跳水形状を変えることによって、水平水叩きでの正常跳水長の60～70%

の減勢池長で満足すべき機能がえられることがわかる。図には米開拓局の推奨する各種減勢工の標準設計曲線を併示するが、操作水頭や最大流量に制限を受けるⅢ型減勢工（バッフルピヤー，シュートブロック，端末シルの組合せ）とほぼ同じ長さで十分な減勢効果が得られ、しかも水理条件になんら制約されない点で台形シルは優れているといえる。なお、図に示された連続バッフルブロックをもつ減勢工はいずれも高圧放流管からの放出流の強制減勢を目的としたもので水叩き長は非常に短かい。

このように常時と異常時に要請される機能を区別した合理的な減勢処理法は単に洪水調節用ダムのみならず、各種の流量配分工に利用されるものである。しかしながら、その採用はあくまで放水処理に対する河川管理上の要請が余りきびしくない地点に限られ、たとえば、下流部に設けられた放水路分流ぜきの減勢工としては、異常時の激しい飛散流況が堤防や護岸の破壊をもたらすから好ましくなく、別個の処理方法が考えられなければならない。

2. 自由越流時の機能[19)]

(1) 跳水特性　実験には幅 0.5 m, 長さ 5.5 m の長方形断面一様水路を用い、上流端ゲートで調節して初期フルード数が３～１９の範囲の射流を噴出させた。水路上流端から 2.4 m の位置に高さ 0.10，0.15 および 0.20 m の連続台形シルを設置した。シルの傾斜角は上下流面とも４５°，頂部の水平長はシル高 d に等しくした。

まず、減勢池内に形成される跳水がシルより下流の水位の影響を受けない、いわゆる自由越流の状態におけるシルの機能について考察した。シルによって保持されている下流水中に射流が突入すると、シルの高さと射流のもつエネルギーの相対関係によって、潜り跳水、正常跳水および飛散の３種の流況が現われる。正常跳水を形成している状態では、シル上流にほぼ h_j に等しい最高水深を示し、シル上の限界水深までいわゆる低下背水曲線でつながる。

この状態から流量を微小量ずつ増加させて安定した跳水が十分長時間形成されることを確認し、さらに流量を増加させるという操作をくり返すと、ある流量以上で突然跳水が下流におしやられ、射流状態のままシル上を飛散して下流水路に落下するという状態が生じる。また逆に飛散状態で次第に流量を減少していくと、ある流量以下でシル天端から上流へ向ってくずれ込みを生じる限界がある。このような臨界状態をそれぞれ、跳水－飛散および飛散－跳水臨界とよぶ。このような上下の臨界状態でえられる水理特性は明らかに与えられたシルによる跳水安定限界を与えるものであって、その機能設計に当っての必要余裕高や許容放流量を規制するものである。

表４・３・１　跳水－飛散臨界状態での実験資料

シル高 d cm	実験番号	流量 Q l/sec	初期水深 h_1 cm	最大水深 h_s cm	F_1	共役水深 h_j cm	減勢池長 X cm	跳水渦長 l_s cm	下流水深 h_3 cm
20	1	46.90	1.65	34.5	14.14	32.2	145	135	5.3
	2	44.90	1.31	35.0	19.13	34.8	145	128	5.8
	3	60.69	2.28	37.0	11.26	35.2	165	148	7.0
	4	65.97	3.60	38.5	8.04	39.1	172	162	9.4
	5	137.78	6.49	45.2	5.32	45.6	196	179	13.9
15	6	36.17	1.81	27.3	9.49	23.4	98	88	4.6
	7	46.27	2.32	29.4	8.37	26.3	109	99	5.4
	8	59.19	3.08	31.6	7.00	29.0	115	98	6.5
	9	80.31	4.49	35.3	5.39	32.0	130	113	8.8
	10	118.87	7.14	39.8	3.98	36.6	191	150	12.8
	11	30.42	1.40	26.7	11.73	22.5	110	110	4.1
	12	29.12	1.36	27.0	11.71	21.8	117	90	4.0
10	13	54.00	4.07	24.5	4.20	21.1	119	102	6.5
	14	41.94	3.05	23.0	5.03	20.2	80	70	5.2
	15	32.41	2.13	20.6	6.66	19.0	72	62	4.0
	16	24.42	1.56	20.2	8.01	16.9	83	66	3.4
	17	20.79	1.26	20.1	9.39	16.1	72	55	3.1
	18	18.77	1.14	18.4	9.85	15.3	62	52	2.8

跳水－飛散臨界状態での水理諸量の測定結果を表 4・3・1 に示す。跳水－飛散臨界状態での最高水深点はいかなる流量条件に対してもシル上流端より上流に存在することが認められた。また、図 4・3・2 に示される跳水諸量を

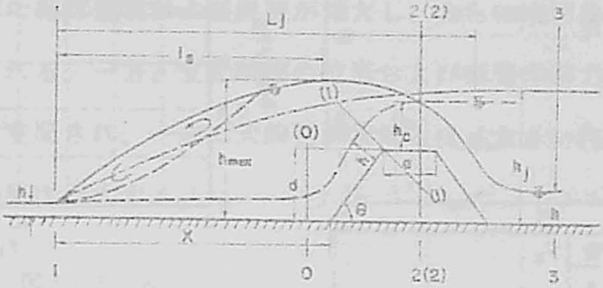


図4・3・2　記 号 説 明

正常跳水の水理量と比較するために、跳水始端からシル上流端までの距離 X（必要減勢池長）および最高水位を示す位置までの距離 ls と正常跳水長 Lj（$5hj$ として計算）との比を示したのが、それぞれ図 4・3・3 および4・3・4 であり、シル高が大なるほど若干大きい値を示すようであるが、X/Lj は 0.80〜0.95，ls/Lj は 0.70〜0.85 の値を示した。また、この場合の表面渦長はほぼ ls に等しいことが観察された。最高水深 $hmax$ と hj との比を F_1 に対して図示したのが図 4・3・5 であるが、$d=20\,cm$ のときを除いて $hmax/hj$ は F_1 に直線的に比例して増加することが認められた。

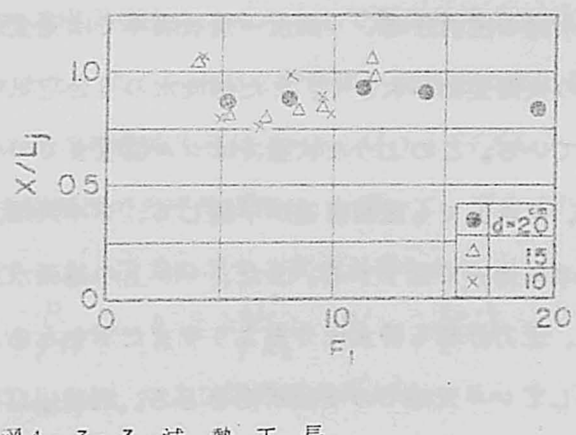


図4・3・3 減 勢 工 長

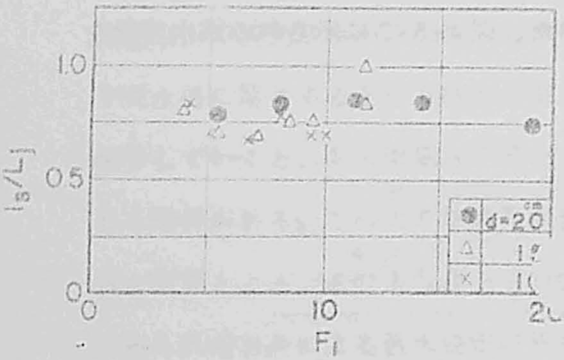


図4・3・4 ローラー長

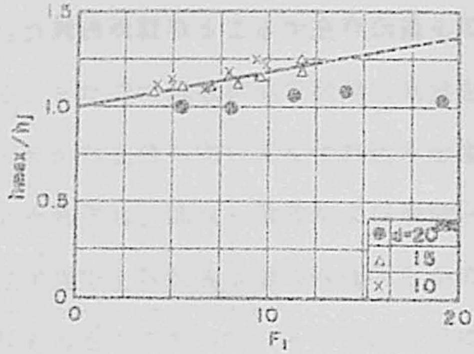


図4・3・5 最大跳水水深

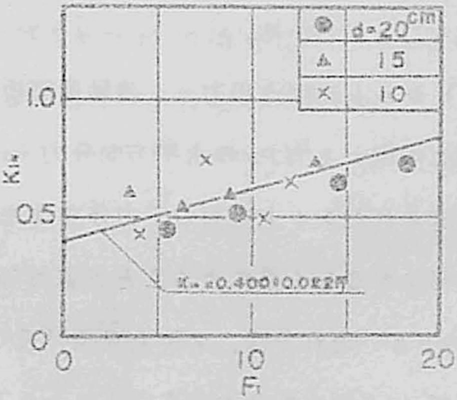
(2) 跳水一飛散臨界状態に対する必要シル高　　跳水を減勢工内で形成するための必要最小シル高は運動量解析によって求めることができる。そこでまず運動量方程式に含まれるべき断面作用力などについて考察し、それに基づいてシル高の表示式を導く。

1) シル越流水脈の圧力分布　　跳水一飛散臨界では完全跳水の場合に比べ、シル上流での水面変動が大きく、また越流水の混合空気量も大であって流れが白濁化している。このような状態ではシル位置までの流れの乱れ拡散は十分ではなく、シル上でも底層流速が卓越して、シル天端上流端での圧力は高速底流の剝離に伴って低下する。また、シル上の越流水面は上に凸な形状を有するから、圧力分布も静水圧分布よりやせた形をとる。

下流検査面としてシル天端での支配断面をとる。実験観察によると連行空気を含んだ見かけ上の限界水深があらわれる位置はシル天端上の越流水深が

減少するとともにシル天端上で上流側へ移行することが認められた。支配断面での実測底面圧力と限界水深 hc との比 k_{1*}は図 4·3·6 に示すように、F_1 の増加とともにほぼ直線的に増加する。これは越流水深の増加とともに、シル天端にそった剥離領域および流速が増大し、さらに水面曲率も大きくなるためと考えられる。一方、支配断面の位置および断面作用力は明らかに天端長の大きさに支配され、一般に天端長が大なるほど大きい作用力を示すから跳水の安定効果は増大する。

図4・3・6
支配点での
作用力係数



シル上の支配断面での圧力はシル天端先端での局所流れの影響と越流水面の曲がりの影響をうけるから、その分布形を厳密に求めることはむずかしいが、いま底面での流線の曲率半径は無限大、また水面での曲率半径は実測底圧から求められる有限値をとるものとして断面作用力を計算する。水面での曲率半径を Rs とし、底から水面まで曲率が直線的に変化するものとすると，深さ y における流線の曲率半径は,$R=Rs/\{1-(y/hc)\}$となる。いま、$\eta_*=y/hc$，支配断面での平均流速 U_c を用いて，彎曲流れの y 方向の運動方程式を積分すると，圧力に関する次式が得られる。

$$p_* = \frac{p}{\rho g hc} = \eta_* - \frac{U_c^2}{g R_s}\left(\eta_* - \frac{\eta_*^2}{2}\right) \qquad (4\cdot3\cdot5)$$

底面 $\eta_*=1$ で $p_*=k_{1*}$ および限界流条件 $U^2c=ghc$ を (4·3·5)式に代入すると，$Rs=hc/2(1-k_{1}*)$ をうる。

したがって、(4・3・5)式は、

$$p_* = \eta_*^2(1-k_{1*}) + \eta_*(2k_{1*}-1) \qquad (4\cdot3\cdot6)$$

となり、断面作用力 Pc は (4・3・6)式を積分して，

$$P_c/\rho g h_c^2 = \int_0^1 p_*\, d\eta_* = (4k_{1*}-1)/6 = k_1/2 \qquad (4\cdot3\cdot7)$$

で与えられる。ここに、k_1 は Pc と底面圧力が hc に等しい静水圧力 $\rho g h_c^2/2$ との比である。(4・3・7)式と図 4・3・6 から実際の支配断面での作用力と静水圧分布を仮定したときの作用力との差は F_1 の減少とともに増加することがわかる。

2）シル上流面作用力　　運動量解析に必要なもう一つの作用力はシル上流面に作用する力 Ps の水平方向分力 Psx の値である。跳水一飛散臨界状態で測定されたシル上流面の圧力分布は流量および初期フルード数によって、その形状を著しく異にすることが認められた。すなわち、流量が大きくかつ F_1 が小さい流れでは、シル上流端付近の圧力はその点での水深に相当する静水圧 p_h よりかなり大きく、それより下流へ向って急減し、副ダム天端でほぼ0圧力を示した。一方、F_1が大きい流れでは、シル上流面各点の圧力はその点での p_h にほぼ等しく、上流面にそった圧力こう配も非常に緩やかであることが確認された。一般に F_1 が小さいほど跳水による減勢効果は小さく、跳水終端での平均流速と初期流速との比が大きいから、流速水頭の大きさに支配されるシル上流端での衝撃力や遠心力が大きくなり、一方、シル天端付近では F_1 が小さい場合に境界面沿い流速が増大し、頂部での流線剥離にともなう圧力低下の影響をうけるものと考えられる。

水面形を測定した結果、シル上流面区間での水路床を基準とした平均水深はいかなる流量条件でも跳水水深 hj にほぼ等しいことが確かめられた。したがって、静水圧分布を仮定したシル上流面作用力の水平方向成分に対する Psx の比を k_2 として、跳水始端と支配断面の間に運動量方程式をたてると

次式が得られる。

$$\frac{h_1^2}{2} - k_1\frac{h_c^2}{2} - k_2\frac{d(2h_j-d)}{2} = \frac{q}{g}(U_c - U_1) \qquad (4\cdot3\cdot8)$$

無次元量 $\eta_j = h_j/h_1,\ \delta = d/h_1,\ \lambda_1 = F_1^2 = U_1^2/gh_1$ を用い，

また、$\lambda_1^{1/3} = h_c/h_1$ の関係を上式に代入して k_2 を求めると、

$$k_2 = \frac{1+2\lambda_1-(2+k_1)\lambda_1^{2/3}}{\delta(2\eta_j-\delta)} \qquad (4\cdot3\cdot9)$$

となる。実測水面から (4・3・9)式を用いて計算された k_2 の値および実測圧力から求められた Psx を用いて計算された k_2 の値と U_2/U_1（U_2 はシル上流端断面での平均流速）との関係を示したのが図 4・3・7 である。

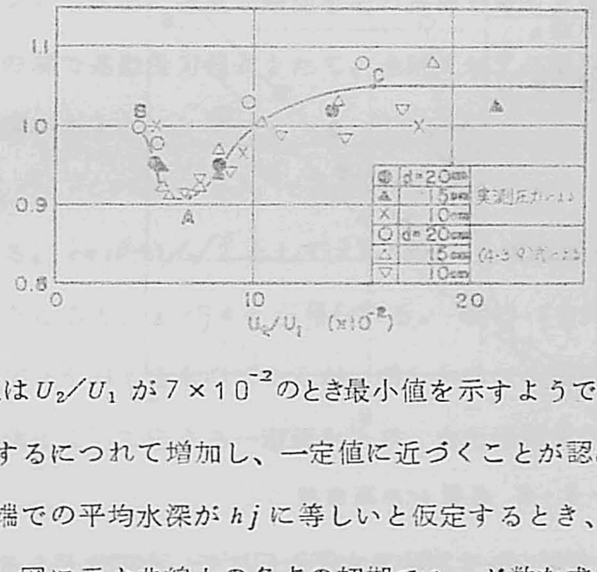


図4・3・7
シル作用力の変化

k_2 の値は U_2/U_1 が 7×10^{-2} のとき最小値を示すようであり、それより U_2/U_1 が増大するにつれて増加し、一定値に近づくことが認められた。U_2/U_1 はシル上流端での平均水深が hj に等しいと仮定するとき、$2/\left(\sqrt{1+8F_1^2}-1\right)$ となる。図に示す曲線上の各点の初期フルード数を求めると、最小値を示す A 点で 10.2，B 点で 18.0，C 点で4.7であって、それぞれ定常跳水、強跳水動揺跳水の限界フルード数に近く、跳水形態によって作用力の大きさが異なることが注目される。また、図示された k_2 の値はシル高の大きいものほど大きい値を示したが、これは多分シル面でのせん断力の大きさの差異および跳水現象における縮尺効果によるものと考えられる。

3）必要シル高　上で得られた k_1 および k_2 を用い、$U_2 = Uj$ ならびに

運動量係数 $\beta=1$ と仮定して次式により計算された跳水－飛散臨界状態における必要シル高は、図 4·3·8 の曲線 A で与えられる。

$$\delta=\eta_j-\sqrt{\eta_j-\frac{1}{k_2}\left\{(1+2\lambda_1)-(2+k_1)\lambda_1^{2/3}\right\}} \qquad (4\cdot3\cdot10)$$

計算値と測定値の間には十分満足すべき一致が得られた。図示された曲線 B は作用力係数 k_1 および k_2 が1に等しいとき、すなわち静水圧分布を仮定した場合の理論曲線であって、鉛直上流面をもつ段上げによって跳水が形成される場合の必要高を近似的に与えることが従来の研究によって実証されている。[20]

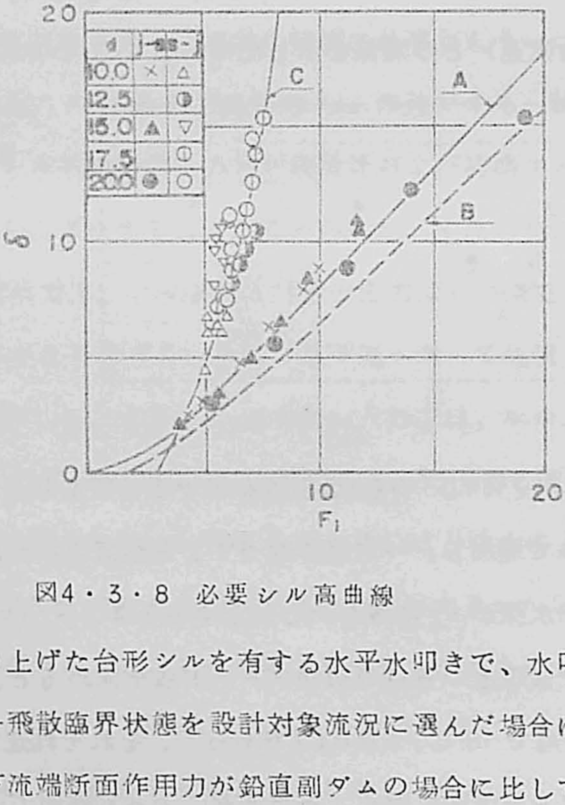


図4・3・8 必要シル高曲線

本研究でとり上げた台形シルを有する水平水叩きで、水叩き長を節減する目的で、跳水－飛散臨界状態を設計対象流況に選んだ場合には、シル上流面作用力および下流端断面作用力が鉛直副ダムの場合に比して小さくなり、より大きい作用力をうるためにシル高を大きくする必要があることが A, B 両曲線を比較して結論づけられる。

(3) 飛散－跳水臨界状態に対する必要シル高

1) 発生必要条件　　余水吐ゲートの誤操作によって跳水－飛散臨界流量

を上まわる放流が行なわれた場合には、減勢池内にはもはや跳水状態が維持されず、シル上を射流状態で飛散することになる。飛散水脈の下流になんらかの条件で上流向きの段波を生じ、その先端がシル天端の上流端に達すると水叩き内へ巻き込みを生じ再び跳水状態にもどる。一般にこれは放流量の減少によって達成される。ここで対象としている自由越流状態すなわち下流水位がシル上の流れに無関係な状態では、上流に向う段波が発生するための基本的条件はシル天端上に限界状態があらわれることである。

2）必要シル高　　いま、天端上の支配断面での圧力分布が静水圧的であり、シル上流面では射流状態が保持され、しかも静水圧分布をなすものと仮定する。シル上流面に垂直な断面をその頂部で考え、この断面と天端上の支配断面との間で運動量方程式をたて、連続式および限界流条件 $h_c/h = \lambda^{1/3}$ なる関係を用いると、

$$\cos^2\theta - 3\lambda^{2/3} + 2\lambda\cos\theta = 0 \qquad (4\cdot3\cdot11)$$

が得られる。$\cos\theta = 1/\sqrt{2}$ として λ について上式を解き、上述の仮定によって射流解をとると、$\lambda = 8.44$ が得られる。(4・3・11)式が飛散—跳水臨界での運動量関係を与えるものであるが、明らかにシル頂部での流れのフルード数は傾斜角によって定まる一定値をとり、また傾斜角が大きいほど大きい値を示す。

いま、シル上流端部と天端上流端との間にエネルギー方程式をたてると、

$$\frac{U_0^2}{2g} + h_0 = \frac{U^2}{2g} + h\cos\theta + d + h_f \qquad (4\cdot3\cdot12)$$

となる。これを h_1 で除して無次元化し、連続式と $(h/h_0) = (\lambda_0/\lambda)^{1/3}$ の関係を代入すると、

$$\frac{\lambda_0^{2/3}}{2} + 1 = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^{1/3}\left\{\cos\theta + \frac{\lambda}{2}\right\} + \delta + \zeta_f \qquad (4\cdot3\cdot13)$$

ここに、η_f は摩擦損失水頭 h_f とシル上流端での水深 h_0 との比であり、摩擦抵抗係数 f およびシル上流趾部と頂部との間の平均水理量を用いてこれを表わすと、

$$\eta_f = \frac{f\delta(\lambda_0\lambda)^{1/3}(\lambda_0^{2/3}+\lambda^{2/3})}{8\cos\theta(\lambda_0^{1/3}+\lambda^{1/3})}$$

となる。これを (4・3・13)式に代入して δ を求めると、$\theta = 45^\circ$ に対して次式が得られる。

$$\delta = \frac{(\lambda_0^{2/3}+2)-(\lambda_0/\lambda)^{1/3}(\lambda+1.41)}{2+\{f(\lambda_0\lambda)^{1/3}(\lambda_0^{2/3}+\lambda^{2/3})\}/2.83(\lambda_0^{1/3}+\lambda^{1/3})} \qquad (4 \cdot 3 \cdot 14)$$

$f=0.04$, $\lambda=8.44$ の場合の必要シル高を (4・3・14)式を用いて計算した結果を図 4・3・8 の曲線 C で示すが、5種のシル高について測定された実験値と理論曲線とは十分満足すべき一致を示した。曲線 A で与えられるシル高に比してはるかに高いシルを必要とするから、台形シルの実際設計で飛散－跳水臨界を設計対象流況に選ぶことはきわめて不経済であり、若干の安全率を見込んだ減勢池設計流量をとり、跳水－飛散流況を対象として設計を行なうのが合理的であると考えられる。

3. もぐり状態での機能[21]

(1) 跳水特性　台形シルより下流の水位が高くて、その上流に形成される跳水に影響を与える場合には、下流水位の変動に対して減勢工内の任意の位置に跳水が形成される。たとえば下流水位が次第に減少するとともに跳水始端は連続的に下流へ移動し、跳水中にシルが含まれる形となり、ある下流水位条件で飛散状態に移る。実際の減勢工では小流量時の下流水位が比較的高く、大流量では臨界水位より低くなる場合に、このような流況が現われる。跳水中にシルが含まれる場合の機能は、一般のバッフルピヤーや段上げと同じであって、強制跳水とよばれる跳水現象を示す。

この場合の実験は高さ 10 cm, 天端長 4 cm で、上流面こう配が 1 : 1,

下流面は鉛直なシルについて行なわれた。ここでは副ダムとしての機能を有する比較的高さの大きいシルを対象としているから、d/hj は0.25〜0.5の範囲にあり、高さの小さい一般の減勢補助構造物を設けた場合とは明らかに異なった跳水特性を示した。すなわち、$X/Lj<0.8$ の範囲では最大水深を示す位置は常にシル上流端より下流にあり、シル面に沿って底層流がはね上げられた位置に最高水面があらわれる。図4・3・9 には跳水始端位置に対する最大水深およびシル上流端水深の変化を示しているが、最大水深比 $hmax/hj$ は X/Lj のみならず d/h_1 によって変化するようであり、一方 hs/hj は X/Lj に比例した変化を示し、また $X/Lj<0.8$ の範囲では1より小さくなることが認められた。

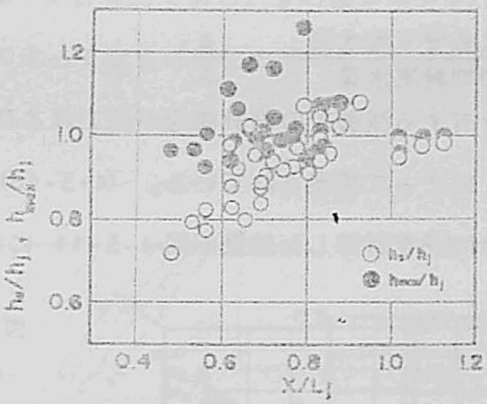


図4・3・9　跳水水深の変化

(2) 跳水形成に必要な下流水深　　強制跳水に運動量保存則は適用する場合の下流検査面はシルより十分下流にとられるから、シルへの作用力が求められねばならない。この作用力は一般に抗力の形で表わされる。すなわち

$$P_x = C_d \rho U_1^2 d/2 \qquad (4 \cdot 3 \cdot 15)$$

ここに、Cd は抗力係数、 は水の質量である。

図4・3・10 に圧力測定結果から計算された抗力係数と X/Lj との関係を示す。

図から Cd は X/Lj および F_1 の増加とともに減少し、$X/Lj>1.0$ に対してはほぼ一定値をとることがわかる。

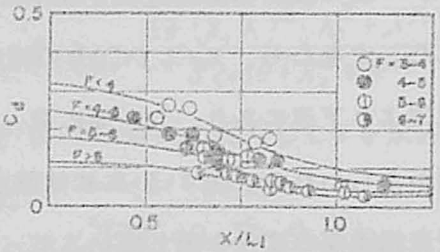


図4・3・10
坑力係数

抗力式を運動方程式に代入すると跳水必要水深に関する次の無次元表示式が得られる。

$$\eta^3-\{(2-Cd\delta)\lambda_1+1\}\eta+2\lambda_1=0 \qquad (4\cdot3\cdot16)$$

ここに、

$$\eta=\frac{\text{跳水必要下流水深}}{\text{初期射流水深}}=\frac{h_3}{h_1}$$

である。補助構造物を有する減勢工の設計曲線が抗力および運動量解析に基づいて Rajaratnam[22] によって提案されている。(4・3・16) 式の $Cd\delta$ を ε として、ε の種々の値に対する η を計算した結果が図 4・3・11 に示される。

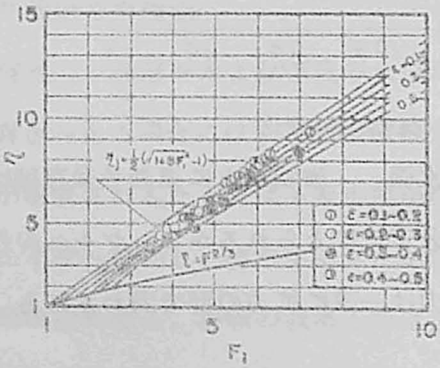


図4・3・11
相対水深の理論曲線と実験値の比較

水深の直接測定によって得られた結果は理論曲線によくのっている。図の下方に示された曲線は下流水深が限界水深に等しいことを示している。

(3) 臨界状態での必要下流水深　強制跳水で下流水位を序々に下げて

いくと、跳水先端は下流へ移動し、ある水位でシル上を露出射流状態で流下するに至る。この状態を跳水ー飛散臨界とよび、一方飛散水脈がシル天端から減勢池内へ巻きこみ始める状態を飛散ー跳水臨界とよぶ。自由越流の場合と同様、一定のδに対しては跳水ー飛散臨界水深は飛散ー跳水臨界水深より常に小さくなる。

1）跳水ー飛散臨界状態　　この状態での抗力係数を（4・3・16）式から計算した結果が図4・3・12に示される。Cdc はF_1の増加とともに減少し、またその変化の状態から判断して、図4・3・10に示された$X/Lj<0.5$ でのCdの変化の推定はおおむね妥当であると考えられる。この場合の相対シル高は比較的大きいから、シル天端を基準とする水深 $\xi=\zeta-\delta$ を用いて臨界状態での流れを解析するのが合理的である。ξの測定値とF_1との関係を図4・3・13に示すが、δによって定まる変化の傾向を示している。

図4・3・13　臨界状態での必要下流水深

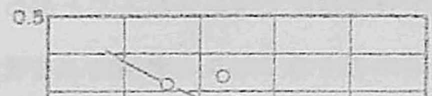


図4・3・12　飛散ー跳水臨界での坑力係数

を提案し、自由越流状態ともぐり状態とについて、減勢池内に跳水が形成される臨界流況を理論的に解析することによって、一般的設計法を確立した。本章での考察結果ならびに今後の問題点をあげれば次のとおりである。

越流部ゲートの調節時流量

(1) 越流面の曲率の効果を考慮した収縮係数を用いて、越流部ゲート半開時の流量推定式を導くとともに、従来の流量表示式における流量係数，C，C_q，mの意義を考察した。

(2) 実験資料からC，C_q，mを求めた結果、その変化はきわめて複雑であり、越流部およびゲート型式によって非常にばらつきが大きいことが確かめられた。

(3) 自由越流量と同一貯水位におけるゲート半開時の流量との関係は近似的に次式で表示できることがわかった。

$$Q_a = \left\{1-\left(1-\frac{a}{H}\right)^{3/2}\right\}Q$$

この流量推定式を用いて品木ダム余水吐の越流量を推定した結果、実測値と良好な一致をみた。

(4) ここで提案した推定式はそれに含まれる変数が少ない点で実用的にすぐれているが、流量係数と開度および貯水頭との関係、自由越流係数と貯水頭および設計水頭との関係についてより多くの実験資料に基づく検討が必要である。

放水管ゲートの調節時流量

(1) 放水管ゲート半開時の流量表示式を導き、一般に収縮係数C_cと開度および貯水頭との関係を明らかにすることによって流出量が求められることを示した。

(2) 実験で対象とした貯水頭Hと管高hの比が3.8より大なる範囲では、

収縮係数C_cは貯水頭の変化に無関係でゲート傾斜角θのみの関数となることが認められた。

(3) ゲート調節時の流出量Q_aとH, a/hおよびθとの関係はゲート全開時の流出量Q_fを用いて、つぎの実験式で表わされることがわかった。

$$Q_a=(0.808\frac{a}{h}-0.140\cos\theta+0.110)Q_f$$

(4) この関係式は実験結果をまとめたにすぎず、放水管ゲート調節時の放流量を適確に推定するには、流出機構に関する理論的追求が行なわれねばならない。

台形シルの機能設計法

(1) 減勢補助構造物の一般的機能を運動量方程式にもとづいて論じ、その適合性を明らかにした。

(2) 台形シル上を自由越流する場合の跳水安定限界における必要水叩き長は正常跳水長の0.80～0.95倍であり、最大水深は共役水深より常に大きくその比は初期フルード数の大きさにほぼ直線的に比例して増大する。

(3) 跳水一飛散臨界状態ではシル作用力が静水圧分布を仮定した場合に比べて小さく、鉛直面を有するシルの場合の1.1～1.3倍の高さが跳水安定のために必要である。

(4) 飛散状態から跳水状態へもどるためには、一般に跳水一飛散臨界での必要シル高の3倍以上を必要とするから、飛散流況を発生させない操作が必要である。

(5) 減勢池内の跳水現象が下流水位の影響を受ける場合には、シルへの作用力を抗力の形で表わすとき、その抗力係数Cdは跳水始端からシルまでの距離Xならびに初期フルード数F_1の増大とともに減少する。

(6) 跳水一飛散臨界状態での抗力係数CdcはF_1の増加とともに減少し、

その大きさは高々0.5である。

(7) 飛散一跳水臨界状態での跳水必要下流水深をシルが段落ちの機能を発揮するものとして求めた結果、理論値は十分満足すべき精度で実験値と一致することが示された。

(8) 実際設計では跳水始端がせきの下流面上にくる場合の水理機能が問題とされることが多く、その場合にはここで取り扱った水平水路床の場合と運動量関係が異なってくるから、実際設計に適合した機能解析が必要である。

参　考　文　献

1) *Escande, L. and Castex, L.* : Etude experimentale de mavoevre des batardeaux en eau vive, Proc., 6th General Meeting, I. A. H. R., Vol. 4, D 16 (1955)

2) *Naudascher, E.* : Vibration of Gates during Overflow and Underflow, Proc., ASCE, HY 5, pp. 63 − 86 (1961)

3) *Kolkmann, P. A.* : Vibration Tests in a Model of a Weir with Elastic Similarity on Froude Scale, Hydraulic Laboratory, Delft, Publication No. 15 (1959)

4) 鶴　祐之、萩原国宏：水理構造物の，特にゲートの振動に関する研究、第21回土木学会年次学術講演会講演概要（昭．41）

5) *Mura, Y., Ijuin, S. and Nakagawa, H.* : Air Demand in Conduits partly filled with Flowing Water, Proc., 8th General Meeting, I. A. H. R., Montreal (1959)

6) 村　幸雄、中川博次、酒井孝一：堰堤放水管に関する研究(6)－角形放水管流入口に関する実験的考察－建設省土木研究所報告113号の2、53－66頁（昭．36）

7) 中川博次：高圧放水管ゲートの水理的問題点、土木技術資料第2巻、12号、1～7頁（昭．35）

8) *Iwasa, Y. and Nakagawa, H.* : Historical Deve−

lopment and Some Experiences of Energy Dissipator at Multiple-Purpose Projects in Japan. Bull., D. P. R. I., Vol. 15. *Part* 3 (1965)

9) 中川博次、藤本 成：越流部ゲート半開時放流量の推定方法の検討、土木技術資料第5巻，9号，12－18頁（昭．38）

10) *Pajer. G. : Über den Strömungs vorgang an einer umströmten schorfkantigen Planschütze Z. A. M. M., Bd* 17. *Ht.* 5. 259 (1937)

11) *Koch-Carstanjen : Bewegung des Wassers. Springer. Berlin* (1926)

12) *v. Mises, R. : Berechnung von Ausfluss-und Ueberfallzahlen, V. D. I., Bd.* 61 (1917)

13) 岩佐義朗、各合宏之：水平床上に設置された鉛直水門の流出機構について、土木学会第20回年次学術講演会講演概要（昭．40）

14) 村 幸雄：洪水調節用ダム放水設備の設計合理化に関する研究（学位論文）京都大学（昭．38）

15) 中川博次、藤本 成、土屋紀夫：管路型余水吐ゲート調節時の放流量の一推定法、土木技術資料第6巻，6号，23－27頁（昭．39）

16) 前出 6)

17) 前出 12)

18) *Rouse. H., Siao. T. T. and Nagaratnam, S. : Turbulence Characteristics of the Hydraulic Jump. Proc., ASCE. HY1. Paper* 1528 (1958)

19) 中川博次：強制跳水に関する研究(1)－台形副ダムによる跳水特性－、京大防災研究所年報第8号，235－244頁（昭．40）

20) *Forster, J. W. and Skrinde, R. A.* : *Control of Hydraulic Jump by Sills, Trans., ASCE, Vol.* 115, *pp.* 978−1022 (1950)

21) *Jwasa, Y., Nakagawa, H. and Nakano, A.* : *Several Features of Hydraulic Jump formed by weir with Trapezoidal Section, Proc.,* 11*th General Meeting, I. A. H. R., Leningrad* (1965)

22) *Rajaratnam, U.* : *The Forced Hydraulic Jump, Water Power, pp.* 14−19, *January* (1964)

結　　論

以上、本研究では、流量配分工上の流れの水理学的特性を統一的に把握し、その成果を水理機能設計法の高度化に役立たせることを目的として、各種流量配分工に関する詳細な実験的研究を行なうとともに、流れの遷移形態および構造型式に適合した高次解析法を展開して、より合理的な水理機能設計法を確立した。また、水工計画における水理機能設計理論を流れの力学的表示に基づいて考察し、従来個別的に行なわれていた機能設計を体系的に行ないうる方向を示した。つぎに、本論文で明らかにされた事項を要約して結論とする。

緒論においては、流量配分工の機能特性とその変遷および研究の現状について述べることによつて、本研究の目的を明らかにした。

才1章においては、代表的な流量配分工である横越流ぜきおよび底部分水工に関する実験的研究を行ない、一次元解析法による水面形基礎式に含まれる流速分布係数、圧力係数流量変化の特性について定量的検討を加えた。すなわち流量配分工上での水面形および比エネルギーの変化特性から、従来の漸変流理論あるいは比エネルギー一定の仮定による実用解析法が適用される流況はきわめて限られた範囲にあることを示すとともに、流速分布係数が流れの状態と流量配分比に支配され、また水面形解析精度に及ぼす圧力の非静水圧効果を一般に無視しえないことを指摘した。また、底部分水工からの流出量に一次元解析法による表示を与えた場合の流量係数は主流のフルード数に支配され、一方、三次元特性の顕著な横越流ぜきの流出量解析には一次元解析法が不適当であることを明らかにした。つぎに、流量配分工上での水面形の一般特性を特異点の理論によつて検討し、ほとんどの場合、特異点は結節点となることを明らかにするとともに、分水工で擬似特形点が発生する条件とその位置を初期流量および分水工の幾何寸法との関係において考察して、水面形計算に当つての境界条

件を確定した。

オ2章においては、流量配分工の水理機能設計法に、オ1章で確立された基礎理論をいかに反映させるかを理論的に明らかにする目的で、まず流量配分工の水理機能設計の過程を六つに分け、それぞれの段階で機能目的および安全性の点から考慮すべき因子を明示したフローチャートを与えた。ついで、機能上きわめて有利な水理条件として、分水工に沿つて流出量または水位が一定となるための水路および分水工の幾何形状に関する力学的表示を基礎式から導き、水理設計理論の体系化を試みるとともに、その妥当性を実験的に明らかにした。一方、実用上発生頻度のきわめて高い遷移状態での現象解析に基づく機能設計法の展開を試み、とくに底部分水工で常流から射流に遷移する場合の流量変化と開度および流下距離の間の普遍的関係を実験的に明らかにすることによつて、分水工上での特異点位置を一義的に決定しうることを示すとともに、その特性を明らかにし、また水面形解析法を見い出した。さらに、開水路自然分岐の主水路流れにおける比エネルギー一定の経験的関係に立脚すれば、流量配分比を運動量解析法によつてかなり高い精度で推定しうることを示した。

オ3章においては、従来の流量配分工上の流れに関する断面平均的取り扱いによる巨視的な挙動の把握では、現象を満足に説明することができず、したがつて水理解析の精度も劣る事実にかんがみ、分岐端での局所流現象について流水の挙動をモデル化した二次元解析理論を展開し、現象観察の結果と詳細に照合することによつて、流量配分工の機能設計に果たす局所流の役割を明らかにした。すなわち、横越流せきからの射流分岐流量を推定する方法として、超音速流に関する *Prandtl-Meyer flow* にシミュレートした二次元解析による越流量公式を提示し、主流の初期値のみによつて越流量を適確に表示しうることを示した。また、分岐流と主流ではその水理性状を異にすることを確認し、擾乱波の伝播速度を変えた水面形解析によつて実際現象を忠実に表示できること

を明らかにした。つぎに、底面に横方向格子を有する水路での二次元開水路流れの急変流解析法を研究し、まず常流遷移に対しては、開口周辺での非回転流速分布モデルを設定することによって、流出部近傍での流れの内部機構を明確に表示することを可能ならしめるとともに、その解析結果を主流の一次元解析に導入し、流出運動量の適切な評価によって水理解析の精度を十分高めうることを示した。常流から射流に遷移する流れについては、段落流にシミュレートして流線の疎密を考慮した曲線流解析を行ない、従来の解析法と比べてはるかに高次な結果がえられることを明らかにした。さらに、開水路自然分岐の上層流について非回転二次元流としての写像解析を行なうことによって、分流境界線および剝離域境界について比較的満足にその特性が説明されることを示した。また、詳細な実験的考察によって、分岐部での上層流とのねじれ、二次流の流下方向への発達状況、剝離域の特性について注目すべき事実を見い出した。

才４章では、流量配分工の主要な付帯構造物である水門および減勢工の水理機能について、詳細な実験による考察を行ない、資料の普遍的解析に基づいて設計指針を明らかにした。すなわち、越流部ゲートの半開操作時の流出量の推定方法を考察するに当って、ゲート全開時の自由越流量との関係を見い出すことによって、流量表示式に含まれる影響因子数を少なくし、より適確に流量を推定する方法を提案した。また、放水管ゲート半開時流量についても、全開時流量との関係が開度および扉体の傾斜角のみの関数となることを示し、今後の解析の方向を明らかにした。減勢工の水理機能については、減勢補助構造物の一般的機能を理論的に体系化し、その適合性を論じるとともに、洪水処理機能上すぐれている台形シルを有する減勢工について、その跳水安定限界における水理特性を実験的に考察し、理論解析の結果と比較検討することによって、この種減勢工の機能設計法を確立し、またその適用限界を明らかにした。

以上述べたように、本研究は流量配分工上の流れの断面平均的特性ならびに

その内部機構を定量的に明らかにし、その解析結果を水理機能設計法に積極的に導入して、これを著しく高度化する方向を与えることができたものと信ずる。しかしながら、部分的には現象解析の表示方法になお不十分な点が残されており、また高次解析の成果を統一的に 水理機能設計の計画理論にまで発展させる段階には至っておらず、今後、分岐部での複雑な局所流の内部機構の究明とともに、それを機能設計に統一的に反映させる研究が行なわれなければならない。

最後に、本論文をまとめるに当って、終始御懇篤なる御教導を賜わった京都大学工学部石原藤次郎教授、岩佐義朗教授ならびに防災研究所教官諸兄に深甚の謝意を表する次第である。