3次元流による流体混合のカオスを用いた効率化

（研究課題番号13650064）

平成13年度～平成15年度科学研究費補助金

（基盤研究（C）（一般）（2））

研究成果報告書

平成16年3月

研究代表者　船越満明

（京都大学情報学研究科教授）

3次元流による流体混合のカオスを用いた効率化

（研究課題番号13650064）

平成13年度～平成15年度科学研究費補助金

（基盤研究（C）（一般）（2））

研究成果報告書

平成16年3月

研究代表者　船越満明

（京都大学情報学研究科教授）

はしがき

この報告書は、平成１３年度から平成１５年度までの３ヶ年間にわたって、文部省科学研究費補助金（基盤研究（C）（一般）（２））を得て行われた次の研究の成果をまとめたものである。

課題番号：１３６５００６４

研究課題：３次元流による流体混合のカオスを用いた効率化

研究組織

研究代表者：船越満明（京都大学情報学研究科教授）
研究分担者：金子　豊（京都大学情報学研究科助手）
研究協力者：水野吉規（京都大学情報学研究科）
研究協力者：川添博史（京都大学情報学研究科）

交付決定額

平成１３年度	２０００千円
平成１４年度	７００千円
平成１５年度	６００千円
総計	３３００千円

研究発表（学会誌等、口頭発表、出版物）

（１）学会誌等

1. M.Funakoshi：Lagrangian chaos and mixing of fluids, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, Vol.18, No.2, pp.613-626, 2001 年 6 月.

2. 水野吉規, 船越満明：空間的に周期的な定常流によるカオス混合, 日本流体力学会誌, 第 20 巻別冊, pp.191-192, 2001 年 7 月.

3. 水野吉規, 船越満明：空間周期的な３次元流によるカオス混合の数値的研究, 日本流体力学会誌, 第 21 巻別冊, pp.358-359, 2002 年 7 月.

4. Y.Mizuno and M.Funakoshi : Chaotic mixing due to a spatially periodic three-dimensional flow, Fluid Dynamics Research, Vol.31, No.2, pp.129-149, 2002 年 8 月.

5. 船越満明 : ラグランジアンカオスとカオス混合, 九州大学応用力学研究所 研究集会「流体現象における力学系的方法」報告書, pp.58-67, 2003 年 5 月.

6. 水野吉規, 船越満明 : 空間周期的な 3 次元流における流体の混合過程, 日本流体力学会誌, 第 22 巻別冊, pp.250-251, 2003 年 7 月.

7. Y.Mizuno and M.Funakoshi : Chaotic mixing caused by the axially periodic steady flow in the partitioned-pipe mixer, submitted to Fluid Dynamics Research, 2003 年 9 月.

8. 川添博史, 船越満明, 金子豊 : 偏心二円筒間流れにおける短時間での混合効率の指標について, 京都大学数理解析研究所共同研究集会「乱流の解剖ー構造とはたらきの解明」講究録, 2004 年 2 月 投稿.

（2） 口頭発表

1. 水野吉規, 船越満明 : 空間的に周期的な定常流によるカオス混合, 日本流体力学会年会 2001, 2001 年 7 月 31 日.

2. 船越満明 : 流体の混合におけるカオスの役割, 日本物理学会 2001 年秋季大会, 2001 年 9 月 19 日.

3. 船越満明 : 混合問題の解析におけるカオスの役割, 統計数理研究所 共同研究会「乱流の統計理論とその応用」, 2001 年 11 月 26 日.

4. 水野吉規, 船越満明 : スタティックミキサーにおけるカオス混合, 第 51 回理論応用力学講演会, 2002 年 1 月 24 日.

5. 水野吉規, 船越満明 : 空間周期的な 3 次元流によるカオス混合の数値的研究, 日本流体力学会年会 2002, 2002 年 7 月 24 日.

6. M. Funakoshi and Y.Mizuno :Chaotic mixing and the estimation of its

efficiency, International Conference on "Dynamics and Statistics of Coherent Structure in Turbulence:Roles of Elementary Vortices", (Tokyo), 2002年10月21日.

7. 船越満明：ラグランジアンカオスとカオス混合,九州大学応用力学研究所 研究集会「流体現象における力学系的手法」, 2002年11月22日.

8. Y. Mizuno and M. Funakoshi :A Numerical Study of Chaotic Mixing Due to a Spatially Periodic Three-Dimensional Flow, "Division of Fluid Dynamics Meeting 2002", (Dallas, Texas) , 2002年11月25日.

9. 水野吉規, 船越満明：空間周期的な3次元流における流体の混合過程,日本流体力学会年会 2003, 2003年7月29日.

10. Y. Mizuno and M. Funakoshi : Mixing Process within a Spatially Periodic Three-dimensional Flow, "Division of Fluid Dynamics Meeting 2003", (New Jersey) , 2003年11月23日.

11. 川添博史, 船越満明：偏心二円筒間流れにおける短時間での混合効率の指標について, 京都大学数理解析研究所共同研究集会「乱流の解剖ー構造とはたらきの解明」, 2004年1月15日.

12. Y.Mizuno and M.Funakoshi : Mixing process in a spatially periodic three-dimensional flow, "International Symposium on Nonlinear Analysis on Chaotic Mixing, Flow Instability and Turbulent Motion of Fluids" (Kyoto), 2004年3月17日.

13. M.Funakoshi and H.Kawazoe : Chaotic mixing and deformation of fluid elements in a short time, "International Symposium on Nonlinear Analysis on Chaotic Mixing, Flow Instability and Turbulent Motion of Fluids" (Kyoto), 2004年3月17日.

（3）出版物

なし

（４）研究成果による工業所有権の出願・取得

なし

研究成果

目次

［１］本研究での研究成果 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 6

（１）研究成果の概要 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 6

（２）印刷物 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 9

[1] 本研究での研究成果

(1) 研究成果の概要

本研究では，カオス理論をはじめとする力学系の理論を用いることによって流体混合の効率化について調べることを目的とした．流体の占める３次元あるいは２次元の領域において，速度場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$ が位置 $\boldsymbol{x}$ と時間 t の関数として既知であるとすると，流体の微小部分である流体粒子のこの速度場の下での運動の軌道 $\boldsymbol{X}(t)$ は，以下の微分方程式の解として得られる．

$$\frac{d\boldsymbol{X}}{dt} = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{X},t).$$

この方程式は，流体の占める３次元あるいは２次元空間を位相空間とする力学系とみなすことができる．軌道 $\boldsymbol{X}(t)$ がカオスとなる領域（以下ではカオス領域と呼ぶ）においては，流体要素は引き伸ばしと折りたたみの変形を繰り返し受け，カオスのもつ軌道不安定性から混合が効率的に行われると考えることができる．一般には，流体の占める領域は $\boldsymbol{X}(t)$ が規則的に振舞う領域（以下では規則領域あるいは島領域と呼ぶ）とカオス領域に分けることができるが，規則領域では $\boldsymbol{X}(t)$ は軌道不安定性をもたないので混合の効率は悪い．さらに，規則領域の流体とカオス領域の流体の間の混合は起こらないため，規則領域の存在は流体の効率的な混合にとっては都合が悪い．流体混合に関するこのようなカオスや力学系の理論の観点からの研究は２０年ほど前から行われており，主に３次元定常流や２次元時間周期流を作り出すさまざまな系について調べられている．

図 1: PPM の 1 周期分の概略図. (a) 従来の PPM. (b) 一般化された PPM.

本研究では，主に Partitioned Pipe Mixer（以下では PPM と書く）と呼ばれる系における流体混合について調べた．この系は，３次元定常流を用いた混合装置であるスタティックミキサーをモデル化したものとして，Khakhar et al.(1987) によって初めて導入された．このモデルでは，一定の長さ L を持つ平板が互いに直交するように交互に周期的に配置してある半径 R の長い円筒内の流体を考え，円筒の軸方向には一定の圧力勾配，断面方向には円筒壁の角速度 V/R での回転によって流れを発生させる．図 1(a) は PPM の１周期分の概略図である．この系においては，円筒の一端から入れた流体が軸方向に流れていくことに伴う断面方向の混合を考える．Khakhar et al.(1987), Ling (1993), Meleshko et al.(1999) による PPM での混合に関する研究では，無限に長い半円筒内の速度場を単につなぎ合わせただけの近似的な速度場が用いられてきた．この速度場を無次元化したものは，$V/(\langle v_z \rangle R)$ に比例する唯一のパラメータ β をもつ．ここで，$\langle v_z \rangle$ は軸方向の平均流速である．これらの研究においては，一般に円筒管内に軸方向に伸びた曲がった管状の規則領域が存在して，それが混合の障害となるという結果が得られている．また，β の増大とともにこの規則領域が縮小するという傾向も確認されている．

本研究では，図 1(b) に示されている一般化された PPM における混合について調べた．すなわち，2 種類の平板の長さ L_1，L_2 の比 $a = L_1/L_2$ を 1 から変える，あるいは 2 種類の平板のなす角 ϕ を直角から変える，という PPM モデルの一般化を行った．また，速度場としては，平板のつなぎ目にあたる断面においても体積保存則が満たされるように改良したものを用いた．その結果，このような PPM モデルの一般化を行うことによって，流体の混合の効率を上げることができることがわかった．例えば，a を 1 から大きくしていくと，1 周期ごとの断面における各流体粒子の位置を描いたポアンカレ断面における島領域の大きさは小さくなり，大部分の流体粒子はカオス的に動いて混合の効率は良くなることがわかった．

次に，これまでの研究では，カオス領域における混合の効率については，ほとんど定量的な評価がなされることはなかったが，PPM を実際の混合装置のモデルとして捉えて装置の性能を評価する場合には，この混合の効率も考慮する必要がある．また，実際の製造業などにおいて重要な，比較的少ない周期分だけ軸方向に進んだときの混合の効率の指標としては，多周期分進んだときの混合効率の目安しか与えないポアンカレ断面の情報だけでは不充分である．そこで本研究では，分離曲線 U^n という概念を導入し，その分布に基づいて比較的少ない周期での PPM の混合効率を評価した．この U^n は，ある断面から出発した流体粒子のうち，n 周期までの間にいずれかの平板の先端にぶつかるものの初期位置からなる集合として定義される．計算を行った結果，U^n はカオス領域のみに存在し，カオス領域におけるその分布は一様ではないことがわかった．この分布の非一様性がカオス領域における混合効率に大きく関係しており，U^n の分布密度が高い領域では n 周期分進む間に効率良く混合が起こり，U^n が近くに存在しない領域では n 周期での混合がほとんど起こらないことが，多くのシミュレーションにより確認された．したがって，U^n がカオス領域内で広く分布しているほど，n 周期分進む間での流体の混合効率は高いと考えることができる．この分離曲線の分布を用いた混合効率の評価手法は，一般のスタティックミキサーに対しても応用が可能である．

PPM に関するこれまでの研究では，近似的な速度場が用いられていた．しかし，この速度場は，特に平板の切り替わる断面付近での現実の流れをよく表現できているとは言えない．しかしながら，この速度場による研究の結果，PPM の 1 周期分の幾何学的形状を変えることによって規則領域を消滅させることができる，という興味深い結果が得られているので，この結果の妥当性を検証するために，実際の混合装置での流れに対応する厳密

な速度場を数値的に求めた．その結果，圧力勾配が小さいときにはこの速度場が逆流領域をもち，近似的な速度場とかなり異なることがわかった．また，厳密な速度場に基づくポアンカレ断面から，平板の長さの比 a を変えることによって規則領域を縮小させることが可能であるという，近似的な速度場の場合と同様の結果が得られることがわかった．さらに，分離曲線もこれまでと同様に導入することができ，その分布密度に基づく混合効率の定量化も可能であることがわかった．

次に，流体の微小線要素の伸長率は，流体の混合効率を考える上では非常に重要であるが，厳密な速度場を得たことにより，このような定量的評価もより意味のあるものとなる．さまざまな方向を向いた微小線要素が軸方向にある周期分だけ動いたときの断面方向の伸張率の中の最大値である最大伸長率を計算した結果，分離曲線の近くを出発した線要素の最大伸長率が大きな値をとることがわかった．また，分離曲線から離れた場所から出発した線要素の最大伸長率は比較的小さな値をとることもわかった．したがって，分離曲線の近くを出発した流体要素の受ける強い引き伸ばしが，PPM における混合に大きく寄与していることが確認できた．

また，各流体粒子が軸方向のある決まった周期分の区間に滞在する時間の分布が Khakhar らによって調べられている．彼らは5周期分の区間での滞在時間を調べ，規則領域内の流体粒子の滞在時間はカオス領域内のものに比べて著しく短いという結果を得ている．我々はカオス領域における滞在時間の分布を詳しく調べるために，1周期分の区間での滞在時間を計算した．その結果，分離曲線 U^1 の近くから出発した流体粒子の滞在時間は，U^1 から離れた場所から出発した流体粒子の滞在時間よりもかなり長いことがわかった．したがって，カオス領域においては，流体要素が断面方向に引き伸ばされない間は軸方向に速やかに進んで行き，あるところで平板の先端にぶつかると，その後急激に断面方向に引き伸ばされる，という過程が繰り返されることによって，流体の混合が進んでいくことがわかった．

次に，力学系の理論を用いて混合の問題を調べる研究においては，現在までのところ，ストークス流れ（流れのレイノルズ数が 0 の極限での流れ），あるいはそれに近い低レイノルズ数流れを対象とするものが多い．そして，混合効率のレイノルズ数への依存性に着目した研究はそれほど多くなく，この依存性についてはあまり理解が進んでいないのが現状である．これまでの研究においては，充分にレイノルズ数が高ければ，その両側にある流体どうしの混合を妨げる混合障壁が現れることはないが，レイノルズ数を 0 付近から増加させていくと，もともと存在しなかった混合障壁が出現する場合がある，という実験結果および数値シミュレーションの結果が報告されている．これは応用上興味深い結果であるが，このレイノルズ数の増加に伴う混合障壁の出現と消滅のメカニズムについての物理的説明は，いまだになされていない．

本研究では，PPM においてある程度以上大きいレイノルズ数での流れを数値的に求め，そのような流れの下での流体の混合を調べ始めている．これまでの予備的な計算の結果，レイノルズ数を上げていくと，速度場はより複雑な構造を持つようになり，上記のレイノ

ルズ数の増加に伴う混合障壁の出現と消滅が起こることが確認できた．今後の課題としては，流体の微小部分の運動と変形を追跡していくことによってPPMで起こっている混合過程を調べ，そのレイノルズ数への依存性を物理的な観点から明らかにすることが考えられる．

本研究では，２次元の時間周期的な流れの代表例である，偏心２円筒の交互の回転によって作り出される２円筒間の流体の流れ（偏心２円筒間流れ）における混合効率についても調べた．この流れについては，両円筒の回転が十分遅くてストークス近似が使える場合には速度場が解析的に与えられることが知られており，また実験も容易であるという理由から，これまで多くの研究がなされている．本研究では，２次元時間周期流における流体の短時間における混合の仕組みを調べ，混合効率を評価する方法を考察することを目的として，偏心２円筒間流れでの混合について調べた．具体的には，１周期の間での流体粒子の位置の移動から定義されるポアンカレ写像の不安定周期点の安定多様体・不安定多様体に注目し，これらの多様体の幾何学的な特徴が，流体要素の混合や変形とどのような関連性を持っているかを詳しく調べた．その結果，ポアンカレ写像の不安定周期点の安定多様体の一部である $S_{k,\delta}$ の分布を調べることにより，$S_{k,\delta}$ の分布密度の大きな箇所においては流体要素が短時間で効率的な引き伸ばしを受けることがわかった．また，不安定周期点の安定多様体 W^s および不安定多様体 W^u の曲率を調べることにより，W^s の曲率の大きな箇所から出発した流体要素は，その次の写像において W^s に平行な方向に引き伸ばされ，また W^u の曲率の大きな箇所に入り込んだ流体要素は，その写像において W^u に垂直な方向に引き伸ばされることがわかった．従って，このような写像の振る舞いから，W^s や W^u の曲率の大きい部分を通過する流体要素においては，引き伸ばしの効率が一時的に悪くなることがわかった．

(2) 印刷物