

## 非構造格子による氾濫解析モデル

井上和也・川池健司\*・戸田圭一  
\*京都大学大学院 工学研究科

### 要 旨

従来より、平面2次元流れを解析するにはデカルト座標系が主として用いられてきた。しかし、都市域での氾濫解析にこれを適用すると、都市域には道路や建造物、さらには中小河川や連続盛土など氾濫水に大きな影響を及ぼす要素が数多く存在するために、これらの影響を考慮した解析が困難になる。そこで本報では、対象領域を任意形状の格子に分割することのできる非構造格子を用いた氾濫解析法を展開し、これを実際の都市域へ適用した。その結果、このモデルが中小河川からの氾濫水の排出や、その堤防や連続盛土による氾濫水の遮断を考慮した氾濫解析を行うのに有効であることがわかった。

キーワード：非構造格子、氾濫解析モデル、中小河川・連続盛土

### 1. はじめに

従来より、特に機械工学、航空工学などの分野において、非構造格子を用いた流体の数値解析に大きな関心が寄せられている。

非構造格子を用いる利点は、主に、形状の複雑な計算領域でその形状に即した格子形成に適していること、また領域内において計算上の重要度に応じて格子の大きさを変化させることができることなどである。氾濫解析においても、特に都市域においては道路や建造物、さらに中小河川やその堤防、連続盛土など氾濫水に影響を及ぼす要素が多い上、対象とする地形形状も複雑である。従来より氾濫解析に用いられてきたデカルト座標系や一般曲線座標系のような四辺形を基本とした格子では、これらの要素の影響を表現するには限界がある。したがって、格子形成の融通性にすぐれた非構造格子を適用すれば、より詳細な都市域での氾濫解析が可能になろう。

本報では、以上の考えに基づき、非構造格子を用いた氾濫解析法を展開し、それを実際の都市域に適用して、従来から用いられている氾濫解析法と比較する。さらに、中小河川や連続盛土を考慮した氾濫解析への適用例を示し、本手法の有効性を考察する。

### 2. 泛濫解析法

本章では、デカルト座標系を用いた方法にはじまる氾濫解析法の展開とその問題点を考える。

#### 2.1 デカルト座標系を用いた氾濫解析法

デカルト座標系を用いた氾濫解析は、最も一般的である。例えば武田（1996）の高潮氾濫解析では、海域での高潮解析、陸域での氾濫解析のいずれにもデカルト座標系の格子が用いられている。以下では、本報で用いる高潮解析および氾濫解析をまとめておく。

##### 高潮解析

高潮解析には、浅水方程式を基礎式としたつぎの方法を用いる。

<連続式>

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

<運動量式>

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial(uM)}{\partial x} + \frac{\partial(vM)}{\partial y} \\ = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{h}{\rho_w} \frac{\partial P_0}{\partial x} \\ + \varepsilon_h \left( \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sx}}{\rho_w} - \frac{\tau_{bx}}{\rho_w} + fN \quad (2) \\ \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial(uN)}{\partial x} + \frac{\partial(vN)}{\partial y} \\ = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{h}{\rho_w} \frac{\partial P_0}{\partial y} \\ + \varepsilon_h \left( \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sy}}{\rho_w} - \frac{\tau_{by}}{\rho_w} - fM \quad (3) \end{aligned}$$

ここで、 $h$ : 水深、 $u, v$ :  $x, y$ 方向の流速、 $M, N$ :  $x, y$ 方向の流量フラックス ( $M = uh, N = vh$ )、 $H$ : 水位、 $\tau_{sx}, \tau_{sy}$ : 自由水面上でのせん断応力の  $x, y$  方向成分、 $\tau_{bx}, \tau_{by}$ : 水底面でのせん断応力の  $x, y$  方向成分、 $\varepsilon_h$ : 渦動粘性係数、 $P_0$ : 大気圧、 $\rho_w$ : 海水の密度、 $f$ : コリオリのパラメータ、 $g$ : 重力加速度、 $t$ : 時間、 $x, y$ : デカルト座標の座標値である。

自由水面上でのせん断応力には、一般に用いられている次式を使用する。

$$\begin{aligned} \tau_{sx} &= \rho_a \gamma^2 W_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \quad (4) \\ \tau_{sy} &= \rho_a \gamma^2 W_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \end{aligned}$$

ここに、 $\rho_a$ : 空気の密度、 $\gamma^2$ : 自由水面上での抵抗係数、 $W_x, W_y$ : それぞれ自由水面上 10m での  $x, y$  方向の風速である。水底面でのせん断応力は、高潮のように自由水面上に大きなせん断応力が作用する場合、次式（岩垣・榎木、1982）が用いられる。

$$\begin{aligned} \tau_{bx} &= \frac{\rho_w g n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} - k \tau_{sx} \quad (5) \\ \tau_{by} &= \frac{\rho_w g n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} - k \tau_{sy} \end{aligned}$$

ここに、 $n$ : マニングの粗度係数、（高潮解析領域では、 $n=0.020$ ）、 $k$ : 定数であり、ここでは  $k=0.25$  としている。

離散化手法として、差分法の陽的解法である Leap-Frog 法を用いる。式(1)～(3)のそれぞれの項に関して、時間項には前進差分、移流項には Donor Cell スキーム、底面摩擦項に関しては Vasiliev の不安定をさけるため局所的 implicit な形を用いて中央差分を行い、他の項には中央差分をそれぞれ適用する。

開境界条件と気圧場・風速場の設定については武田・井上ら（1996）の方法を用いる。

氾濫解析

氾濫解析においても、以下の浅水方程式を基礎式として用いる。

<連続式>

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

<運動量式>

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial(uM)}{\partial x} + \frac{\partial(vM)}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{gn^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} \quad (7)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial(uN)}{\partial x} + \frac{\partial(vN)}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{gn^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} \quad (8)$$

氾濫解析を進めるにあたって、一般的には上の式(6)～(8)を用いるが、隣り合う格子の地盤高と水深との関係により、式(7)あるいは式(8)によらずに、越流公式あるいは段落ち式を用いている（武田、1996）。つまり、隣り合う地盤高が低い方の水位 ( $H_l$ ) が、他方の地盤高 ( $z_h$ ) よりも高い場合には、 $h_1 = H_l - z_h$  として次の越流公式を用いて流量フラックス  $M_0$  を求める。

$$M_0 = \mu h_1 \sqrt{2gh_1} \quad (9)$$

ここで  $\mu = 0.35$  である。また、地盤高の低い方の水位が他方の地盤高よりも低い場合には、地盤高の高い方の水深  $h_h$  を用いて次の段落ち式より流量フラックス  $M_0$  を求める。

$$M_0 = \mu h_h \sqrt{gh_h} \quad (10)$$

ここで  $\mu$  は井上（1986）にしたがい一定値  $\mu = (2/3)^{3/2}$  を用いる。

また、氾濫水の移動限界水深は、岩佐・井上・水鳥（1980）にしたがい、0.001m を用いる。

格子形成の簡便さから、二次元平面流れの解析にはデカルト座標系の格子が最もよく用いられてきた。しかし、デカルト座標系の格子を市街地に用いると、Fig. 1(a) に示すように 1 つの格子の中に建造物や道路を混在させざるを得なくなり、それらが氾濫水に及ぼす影響を的確にとらえることが不可能になる。林（1998）は格子に道路や建造物の属性を付すことを目的として、以下の一般曲線座標系および街路ネットワークモデルによる氾濫解析を試みている。

## 2.2 一般曲線座標系を用いた氾濫解析法

一般曲線座標系を用いると、Fig. 1(b) に示すように主要な道路に沿った座標軸をとることができ、道路だけで構成される格子を形成することが可能となる。以下に一般曲線座標系で用いた基礎式を示す。これらの基礎式は、デカルト座標系の基礎式を、物

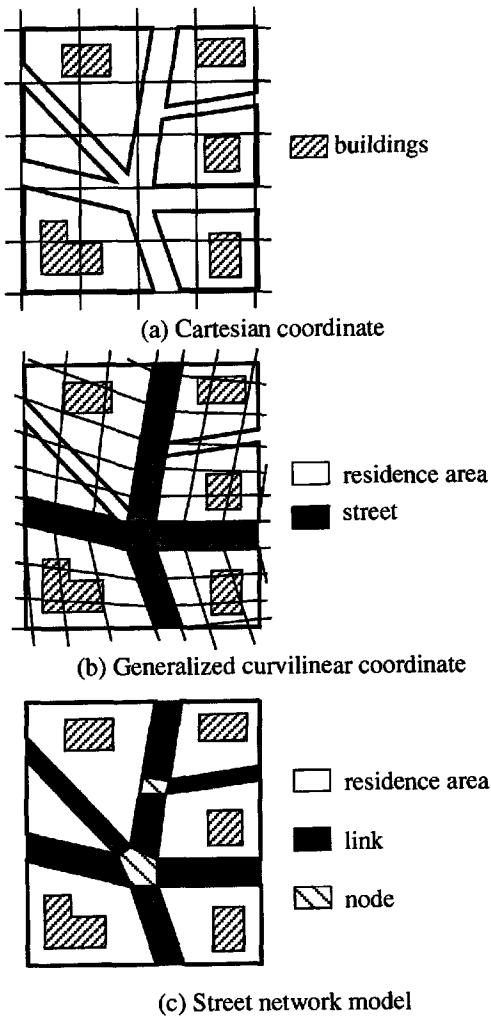


Fig. 1 Schematic view of meshes in each model

理平面( $x, y$ )系から計算平面( $\xi, \eta$ )系に変換することによって得られる。

<連続式>

$$\frac{\partial h}{\partial t} + J \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{M^\xi}{J} \right) + J \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{M^\eta}{J} \right) = 0 \quad (11)$$

<運動量式>

( $\xi$ 方向)

$$\begin{aligned} \frac{\partial M^\xi}{\partial t} &= -J^2 y_\eta \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{u^\xi M^x}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{u^\eta M^x}{J} \right) \right\} \\ &+ J^2 x_\eta \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{u^\xi M^y}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{u^\eta M^y}{J} \right) \right\} \\ &- J^2 g h \left\{ (x_\eta^2 + y_\eta^2) \frac{\partial H}{\partial \xi} - (x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta) \frac{\partial H}{\partial \eta} \right\} \\ &- \frac{g n^2 M^\xi \sqrt{(M^x)^2 + (M^y)^2}}{h^{\frac{7}{3}}} \end{aligned} \quad (12)$$

( $\eta$ 方向)

$$\frac{\partial M^\eta}{\partial t} = J^2 y_\xi \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{u^\xi M^x}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{u^\eta M^x}{J} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned} &- J^2 x_\xi \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{u^\xi M^y}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{u^\eta M^y}{J} \right) \right\} \\ &- J^2 g h \left\{ -(x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta) \frac{\partial H}{\partial \xi} + (x_\xi^2 + y_\xi^2) \frac{\partial H}{\partial \eta} \right\} \\ &- \frac{g n^2 M^\eta \sqrt{(M^x)^2 + (M^y)^2}}{h^{\frac{7}{3}}} \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、 $J$ はヤコビアンであり、次式で表される。

$$J = \frac{1}{x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi} \quad (14)$$

なお、上付き添字はこの変数の方向の流速および流量フラックスを表し、下付き添字はこの変数による偏微分を表す。

一般曲線座標系の場合も、デカルト座標系と同様に、Leap-Frog法で計算を進める。また、氾濫水が不連続になっている場合には、式(9)(10)を用いて流量フラックスを計算する。さらに、時間項には前進差分、移流項にはDonor Cellスキーム、底面摩擦項は局所的implicitな形を用いて中央差分を行い、その他の項には中央差分を用いる点も、デカルト座標系と同様である。

一般曲線座標系を用いれば主要な道路に沿った格子形成が可能となり、デカルト座標系と比較して、氾濫水に及ぼす道路や建造物の影響を評価しやすくなる。例えば林(1998)は、ある格子にどのくらいの面積比で建造物が含まれるかを示す占有率という概念を導入し、道路格子とそれ以外の格子(住区格子)のそれぞれに異なる占有率と粗度係数を与えることによって、道路や建造物の影響を考察している。しかし、一般曲線座標系による方法は、デカルト座標系の場合と比較して格子形成の制約はかなり少なくなるとはいえ、基本的には格子形状は四辺形でなければならぬ上、計算の安定性を保つためには隣接する格子の大きさや形状が著しく変化してはならない(藤井、1994)という制約もある。したがって、格子形成の際に考慮できる道路には限界があり(例えば五叉路)，かなり細かい道路までとり入れることは難しいという欠点がある。

### 2.3 街路ネットワークモデルを用いた氾濫解析法

市街地を網の目のように走る街路網をより簡易な方法で格子にとり入れることを目的としたモデルとして、林(1998)は街路ネットワークモデルを提唱している。すなわち、道路の交差点をノード、交差点間の道路をリンクとして街路網をネットワーク化するとともに、道路(リンク)においてはその方向に沿ってさらに細かく分割して1次元解析を行い、交差点(ノード)および住区(建造物、細かい道路、

空地などからなる)においてはそれを1格子とみなし、連続式のみを考慮した氾濫解析を適用するというモデル化である。このモデルでは、道路沿いの流れがより重視されている。このモデルを用いれば、Fig. 1(c)に示すように、かなり細かい道路まで考慮に入れることができる。

用いた基礎式は以下に示すとおりである。また、氾濫水が不連続になっている場合には、上記の2手法と同様に式(9)(10)を用いて流量フラックスを計算する。

#### リンク内の計算

<連続式>

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = \frac{q_{in}}{B} \quad (15)$$

<運動量式>

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial(uM)}{\partial x} = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{gn^2|M|M}{h^{7/3}} \quad (16)$$

ただし、リンクは長方形一様断面水路とみなし、始点ノードから終点ノードの向きに  $x$  軸をとる。ここに、 $u, M$  はそれぞれ  $x$  方向の流速、流量フラックス、 $q_{in}$  は横流入流量、 $B$  はリンク幅である。

#### ノードおよび住区の計算

ノードおよび住区においては、それらを1格子とみなし、次に示す連続式から水深を求める。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{A} \sum_{k=1}^m Q_k \quad (17)$$

ここに、 $h$  は格子の水深、 $A$  は格子の面積、 $Q_k$  は格子辺からの流入流量、 $m$  は格子を構成する辺の数である。

#### リンク、ノード、住区間の流量フラックス

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{gn^2|M|M}{h^{7/3}} \quad (18)$$

つまり、式(16)から移流項( $\partial(uM)/\partial x$ )を略した関係を用いて、式(15)(17)の  $q_{in}$  や  $Q_k$  を求める。

なお、街路ネットワークモデルにおいても、計算は Leap-Frog 的に進められることはこれまでのモデルと同様である。

この街路ネットワークモデルは、デカルト座標系や一般曲線座標系と比較して、かなり細かい道路まで考慮することができ、道路を流れる氾濫水の解析により重点を置いたモデルとなっている。林(1998)は一般曲線座標系と同様に、街路ネットワークモデルでも道路格子(リンクとノード)と住区格子のそれぞれに異なる占有率と粗度係数の値を与えて、道路沿いに流れる氾濫水を求めている。この方法は、

建造物が密集した市街地での氾濫解析にはかなり適しているといえるが、このモデルで解析を行うには、格子形成にかなりの時間と労力を要するという欠点がある。

#### 2.4 非構造格子を用いた氾濫解析法

非構造格子による氾濫解析手法として、ここでは他の3手法と同様に Leap-Frog 的に計算を進めていく方法を探る。すなわち、時間ステップ  $n$  において全ての隣接格子間の流量フラックスを求め、時間ステップ  $(n+1)$  において各格子の水深を求めることがある。

#### 基礎方程式

本報で用いた未知量は、Fig. 2に示すような位置で定義される。すなわち、全領域に対してまず直交(デカルト)座標軸( $x$ 軸、 $y$ 軸)を設定し、この座標系における各方向の流量フラックス( $M, N$ )、および流速( $u, v$ )を非構造格子の境界(多角形の辺の中点)で、水深( $h$ )を非構造格子の図心で定義する。

基礎式には以下の浅水方程式を用いる。

<連続式>

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (19)$$

<運動量式>

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial(uM)}{\partial x} + \frac{\partial(vM)}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{gn^2 M \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (20)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial(uN)}{\partial x} + \frac{\partial(vN)}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{gn^2 N \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (21)$$

ただし、氾濫水が不連続になっている場合には、式(9)(10)を用いて流量フラックスを計算した後、それ

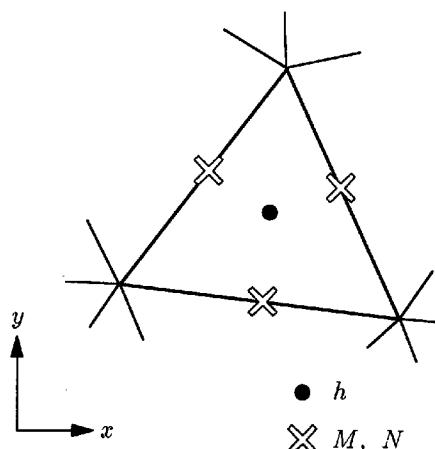


Fig. 2 Definition position of variables

を  $x$  方向成分,  $y$  方向成分に分解する。

### 連続式

連続式は, Fig. 3 に示すようなコントロールボリュームで計算する。差分式には以下の式を用いる。

$$\frac{h^{n+3} - h^{n+1}}{2\Delta t} + \frac{1}{A} \sum_{l=1}^m \{ M_l^{n+2} (\Delta y)_l - N_l^{n+2} (\Delta x)_l \} = 0 \quad (22)$$

ここで,  $h$  は格子の水深,  $m$  は格子を囲む辺の数,  $A$  はコントロールボリューム, すなわち格子の面積である。 $M_l, N_l$  はそれぞれ辺  $l$  上での  $x, y$  方向の流量フラックスを示す。 $(\Delta x)_l, (\Delta y)_l$  は辺  $l$  での両端の点の  $x$  座標,  $y$  座標の差を表す。なお, 上付き添字は時間ステップである。

### 運動量式

運動量式は, 隣接する水深定義点の間で計算する。例えば格子  $i, j$  にはさまれた格子辺  $L$  での計算には, Fig. 4 に示す値を用いて以下の差分式を用いる。

( $x$  方向)

$$\begin{aligned} & \frac{M_L^{n+2} - M_L^n}{2\Delta t} + M1 + M2 \\ &= -g\tilde{h}^{n+1}(\nabla H)_x - \frac{gn^2 \frac{M_L^{n+2} + M_L^n}{2} \sqrt{(u_L^n)^2 + (v_L^n)^2}}{(\tilde{h}^{n+1})^{4/3}} \end{aligned} \quad (23)$$

( $y$  方向)

$$\begin{aligned} & \frac{N_L^{n+2} - N_L^n}{2\Delta t} + N1 + N2 \\ &= -g\tilde{h}^{n+1}(\nabla H)_y - \frac{gn^2 \frac{N_L^{n+2} + N_L^n}{2} \sqrt{(u_L^n)^2 + (v_L^n)^2}}{(\tilde{h}^{n+1})^{4/3}} \end{aligned} \quad (24)$$

ここで,  $M_L, N_L$  は格子辺  $L$  上での  $x$  および  $y$  方向の

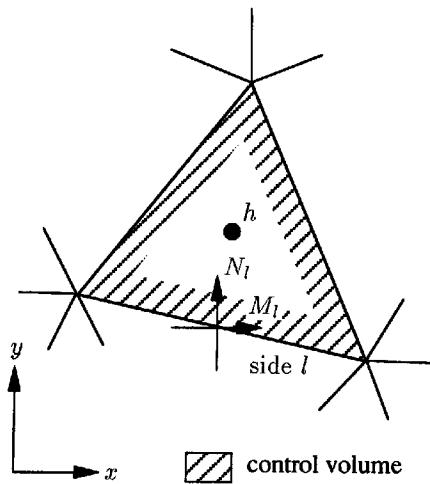


Fig. 3 Control volume for continuity equation

流量フラックス,  $u_L, v_L$  は格子辺  $L$  上での  $x$  および  $y$  方向の流速である。 $M1, M2$  はそれぞれ式 (20) の移流項 (左辺第2項, 第3項) を,  $N1, N2$  はそれぞれ式 (21) の移流項 (左辺第2項, 第3項) を表しており, 後に詳述する。 $(\nabla H)_x, (\nabla H)_y$  はそれぞれ格子  $i, j$  間の水面勾配  $\nabla H$  の  $x, y$  方向成分であり, 以下のように計算する。

$$(\nabla H)_x = \frac{H_j - H_i}{DL} \cdot \frac{x_j - x_i}{DL} \quad (25)$$

$$(\nabla H)_y = \frac{H_j - H_i}{DL} \cdot \frac{y_j - y_i}{DL} \quad (26)$$

ここで,  $H_i, H_j$  は格子  $i, j$  の水位,  $(x_i, y_i), (x_j, y_j)$  はそれぞれ格子  $i, j$  の図心の座標である。 $DL$  は格子  $i, j$  の図心間距離である,

$$DL = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (27)$$

である。 $\tilde{h}$  は格子辺上の水深であり, 図心における水深から補間して求める必要がある。本報では, Fig. 5 の場合, 格子  $i, j$  での水深をそれぞれ  $h_i, h_j$ , 格子  $i, j$  の図心と辺の中点との距離をそれぞれ  $d_i, d_j$  とす

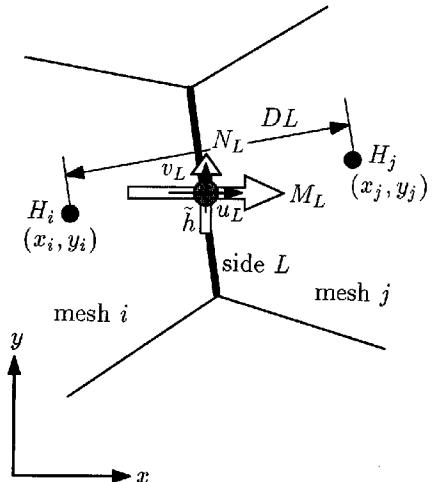


Fig. 4 Discretization of momentum equation

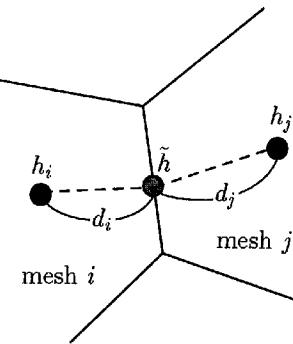


Fig. 5 Interpolation of water depth

ると、水深 $\tilde{h}$ は $d_i, d_j$ の逆数により加重平均して補間した。すなわち、

$$\begin{aligned}\tilde{h} &= \frac{\frac{1}{d_i}h_i + \frac{1}{d_j}h_j}{\frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_j}} \\ &= \frac{d_j h_i + d_i h_j}{d_i + d_j}\end{aligned}\quad (28)$$

で求める。

移流項に関しては、Fig. 6 に示すコントロールボリュームを考える。このコントロールボリュームにガウスの発散定理を適用すると、式(23)の $M_1 + M_2$ 、および式(24)の $N_1 + N_2$ はそれぞれ、

$$M_1 + M_2 = \frac{1}{A_{cv}} \sum_{l=1}^{m'} \{(u_l \tilde{M}_l)(\Delta y)_l - (v_l \tilde{N}_l)(\Delta x)_l\} \quad (29)$$

$$N_1 + N_2 = \frac{1}{A_{cv}} \sum_{l=1}^{m'} \{(u_l \tilde{N}_l)(\Delta y)_l - (v_l \tilde{M}_l)(\Delta x)_l\} \quad (30)$$

となる。ここで、 $A_{cv}$ はコントロールボリュームの $xy$ 面への投影面積、 $m'$ はコントロールボリュームを囲む辺の数、 $u_l, v_l$ は辺 $l$ 上での流速、 $(\Delta x)_l, (\Delta y)_l$ は辺 $l$ の両端の $x$ 座標値、 $y$ 座標値の差である。 $\tilde{M}, \tilde{N}$ は、移流項の計算に用いる格子の図心上の流量フラックスであり、格子辺上の流量フラックスから補間して求める必要がある。すなわち、Fig. 7 に示すように $m$ 角形の格子において、各辺上の流量フラックスをそれぞれ $M_1, M_2, \dots, M_m, N_1, N_2, \dots, N_m$ とし、さらに各辺の中点とこの格子図心との距離を $d_1, d_2, \dots, d_m$ と定義すると、流量フラックス $\tilde{M}, \tilde{N}$ は、

$$\tilde{M} = \frac{\frac{1}{d_1}M_1 + \dots + \frac{1}{d_m}M_m}{\frac{1}{d_1} + \dots + \frac{1}{d_m}} \quad (31)$$

$$\tilde{N} = \frac{\frac{1}{d_1}N_1 + \dots + \frac{1}{d_m}N_m}{\frac{1}{d_1} + \dots + \frac{1}{d_m}} \quad (32)$$

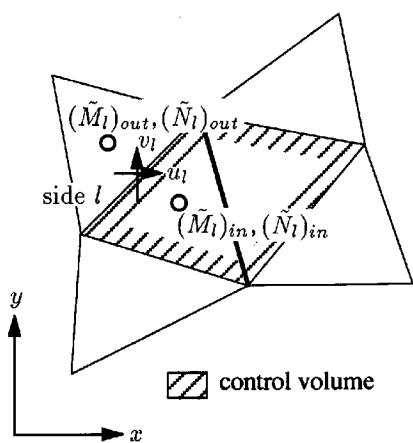


Fig. 6 Control volume for calculation of convective term

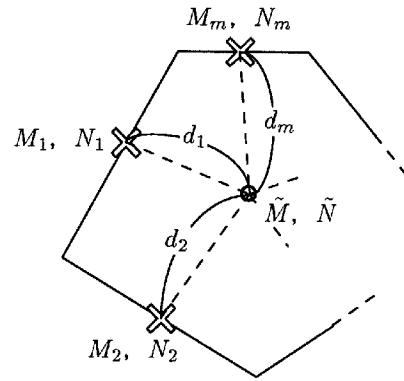


Fig. 7 Interpolation of discharge fluxes

で求める。これらの補間された流量フラックスと、格子辺上の流速を用いて移流項を計算するとき、格子辺上の流速の方向にしたがって $\tilde{M}, \tilde{N}$ には上流側の補間された流量フラックスを用いる。すなわち、Fig. 6 の辺 $l$ において、各項の $\tilde{M}_l, \tilde{N}_l$ はそれぞれ、

$u_l \tilde{M}_l, u_l \tilde{N}_l$ について

$$\begin{cases} \tilde{M}_l = (\tilde{M}_l)_{in} \\ \tilde{N}_l = (\tilde{N}_l)_{in} \end{cases} \quad u_l \cdot \Delta y \geq 0 \text{ のとき}$$

$$\begin{cases} \tilde{M}_l = (\tilde{M}_l)_{out} \\ \tilde{N}_l = (\tilde{N}_l)_{out} \end{cases} \quad u_l \cdot \Delta y < 0 \text{ のとき} \quad (33)$$

$v_l \tilde{M}_l, v_l \tilde{N}_l$ について

$$\begin{cases} \tilde{M}_l = (\tilde{M}_l)_{out} \\ \tilde{N}_l = (\tilde{N}_l)_{out} \end{cases} \quad v_l \cdot \Delta x \geq 0 \text{ のとき}$$

$$\begin{cases} \tilde{M}_l = (\tilde{M}_l)_{in} \\ \tilde{N}_l = (\tilde{N}_l)_{in} \end{cases} \quad v_l \cdot \Delta x < 0 \text{ のとき} \quad (33)$$

である。

### 3. 汛溢解析法の比較

#### 3.1 大阪市港区への適用

##### 計算領域

前章において導かれた4種類の汎溢解析法により、大阪市港区周辺を対象とした汎溢解析を行う。

対象領域は、Fig. 8 に示す大阪市港区の大部分と西区の一部からなる、安治川、木津川、尻無川および大阪湾に囲まれた領域で、面積は約 $6.4\text{km}^2$ である。

Fig. 9 に、各解析手法で用いた格子と地盤高を示す。地形および地盤高は、1/2500 地形図より読み取った。格子数は、デカルト座標系では 2434 個、一般曲線座標系では 2701 個、街路ネットワークモデルでは 7396 個、非構造格子では 1430 個である。

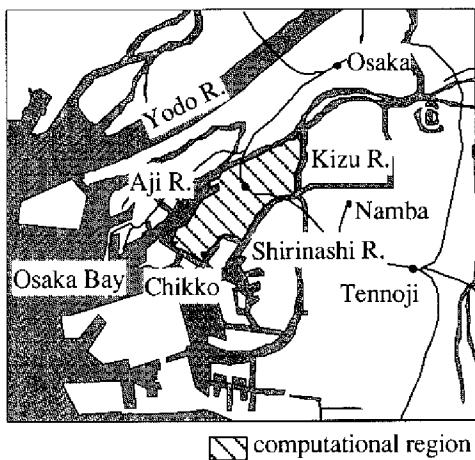


Fig. 8 Computational region

#### 計算条件

本報の対象領域の周囲は十分に高い直立壁で囲まれているとし、想定破堤点においてのみ氾濫水の流入を考える。氾濫外力には大阪市の計画台風（伊勢湾台風規模の台風が室戸台風と同一のコースを通過したと仮定した台風）を用い、2.1で述べた手法を用いて高潮解析を行う。高潮解析の結果得られた大阪築港付近の潮位を境界条件として、まず一般曲線座標系でFig. 9に示される破堤幅 62.0m（破堤箇所の一格子辺）の破堤点で氾濫解析を行い、得られた流入流量ハイドログラフ（Fig. 10）をその他の3モデルの計算にも共通の境界条件として与えることとする（潮位低下時の逆流—堤内地から流量が流出する場合は考えないことにする）。なお、破堤幅は、格子の形状の関係より、デカルト座標系で 57.25m、一般曲線座標系で 62.0m、街路ネットワークモデルで 124.3m、非構造格子で 86.5m である。また、粗度係数は全領域で 0.067 を用い、4 モデルとも道路や建造物の影響を考慮せずに解析を行う。

#### 解析結果

氾濫解析の結果から、氾濫水の先端部分の拡がりを4つのモデルを通して比較したのがFig. 11である。Fig. 12は4つのモデルの氾濫面積の時間変化を示す。デカルト座標系、一般曲線座標系、街路ネットワークモデルの間では浸水結果にそれほど大きな差がみられないことは林（1998）が確認している。さらに、本報で提案した非構造格子の解析結果をそれら3手法と照合してみると、やはり、浸水結果はほぼ一致していることがわかる。したがって、道路や建造物の影響を考えない場合には、本報で提案した非構造格子を用いた解析手法は、従来の氾濫解析手法とほぼ同程度の結果をもたらすことが知られる。

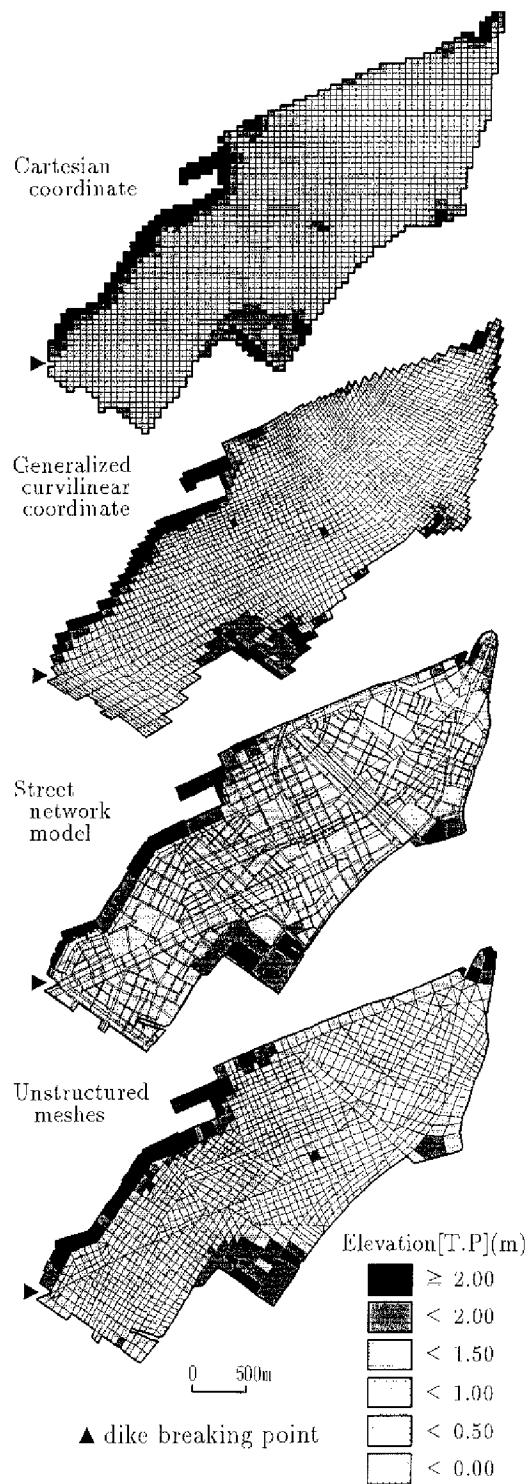


Fig. 9 Computational meshes of each model

#### 3.2 泛濫解析モデルの特性

以上の4つの氾濫解析モデルはそれぞれ格子形状に特徴をもっており、そこから生ずる次の長所や短所を挙げることができる。

まず、デカルト座標系については、前述のとおり、氾濫解析には広く一般的に用いられているモデルで、

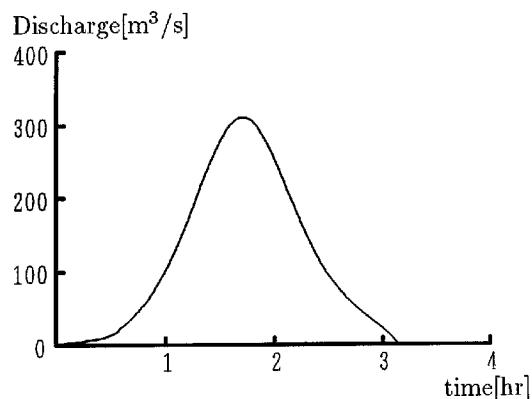


Fig. 10 Inundation discharge from the coastal dike

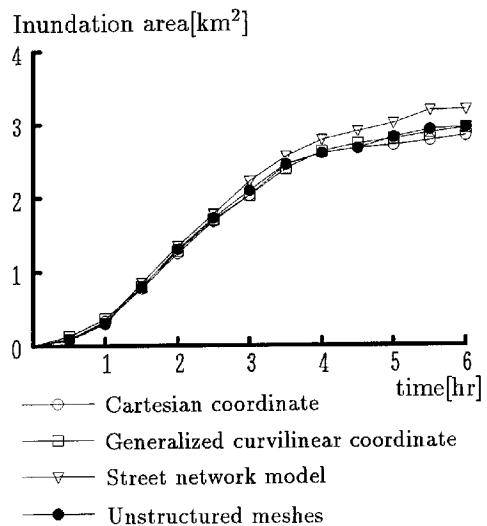


Fig. 12 Temporal change of inundated area

一般曲線座標系は、蛇行部を含む開水路流れの数値解析などにおいて広く用いられている座標系である。この座標系を市街地に適用する場合、座標軸を適切にとることができれば、道路や建造物を格子ごとに属性分けすることができる。したがって、デカルト座標系と比較すれば、市街地での詳細な氾濫解析に適したモデルであるといえる。しかし、デカルト座標系の場合より、格子形成にはかなりの労力が要求される。しかも、もともと座標軸は、 $x$ 、 $y$ の2本に限られるので、考慮に入れられる道路は、それらの方向に沿う道路に限られる。この点は、対象領域の街路網に大きく左右される条件である。

街路ネットワークモデルは、密集市街地への適用を目的として開発された氾濫解析モデルである。密集市街地では建造物が道路の両側に林立し、氾濫水は主に道路を伝って、市街地を伝播していくと予想される。街路ネットワークモデルでは、この点に着目して、道路だけを取り出す形で格子形成が進められる。したがって、一般曲線座標系よりはるかに細かな道路まで考慮に入れることができる。しかし逆に、格子形成に要する時間と労力は4手法の中でも最も大きくなる。

非構造格子を用いる方法の長所は、先に述べたように、境界や形状の複雑な領域に対して格子を形成しやすいということ、および計算上重要でない領域では格子を粗くとることができることなどである。しかし、格子形状は任意であるとはいえ、全く制約がないわけではない。本報においても、格子形成の際には、

- 格子形状はなるべく正三角形や正方形に近い形にすること、
- 隣接する格子の大きさが極端に変化しないこと、

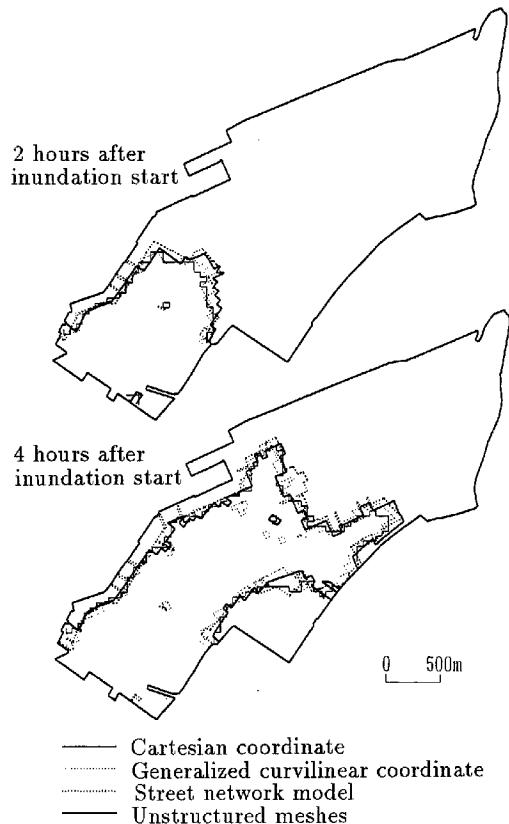


Fig. 11 Comparison of inundation area

これは格子形成の簡便さに起因すると考えられる。すなわち、格子形成に要する時間や労力は、4手法の中では最も少なくてすむ。しかし、市街地に適用する場合、建造物も道路も同一の格子内に混在することになり、これらの影響を詳しくみようとする氾濫解析は不可能となる。道路や建造物だけで格子が形成できる程度に細かい格子分割を行うことが考えられるが、格子数が膨大になり格子形成におけるデカルト座標系の利点を損なってしまうであろう。

Table 1 Advantage and disadvantage of each model

| Inundation model                   | Advantage  | Disadvantage   |
|------------------------------------|--|--|
| Cartesian coordinate               | easy to generate computational meshes, and suitable for grasping inundated area or water depth roughly | hard to consider the effect of buildings and streets                                       |
| Generalized curvilinear coordinate | possible to generate computational meshes along main streets   | hard to consider the detailed streets due to limitation in generating computational meshes |
| Street network model               | suitable for considering the effect of buildings and streets in highly urbanized area                  | require much time and labor in generating computational meshes                             |
| Unstructured meshes                | suitable for considering small rivers and continuous dike  | require much time and labor in generating computational meshes                             |

が留意されている。都市域においては、複雑な線形を有する中小河川やその堤防、また鉄道や道路などの連続盛土が存在し、それらは氾濫水に大きな影響を及ぼす。これらの影響を考慮に入れた氾濫解析には非構造格子の適用が有利であろう。しかし、非構造格子においても、街路ネットワークモデルほどではないにしろ、格子形成に要する時間と労力は多大である。

以上に述べた各モデルの長所、短所をまとめたのが Table 1 である。このように、本章で適用した 4 つの氾濫解析手法は、それぞれの長所、短所をもっているから、適用する都市域の特性や解析の目的に応じて、それに適した手法を用いることにより、現実に即した氾濫予測を行うことができるであろう。

#### 4. 利根川流域への適用

本章では、前章において提示した非構造格子による氾濫解析モデルを、利根川流域に適用する。この領域では、中小河川や連続盛土が氾濫水の挙動に大きく影響を及ぼしていると考えられる。

##### 4.1 利根川流域における従来の氾濫解析

本報で対象とする領域は、1947年（昭和22年）9月のカスリン台風来襲時に、大利根町の利根川右岸側堤防が決壊して大氾濫が発生した領域である。こ

の洪水は、破堤後数日間かけてゆっくりと中川、綾瀬川流域を南下して、東京都内にまで達したという、流下型の洪水であった。その当時の浸水実績を Fig. 13 (建設省, 1995a) に示す。

建設省 (1995b) では、平面タンクモデル（ボンドモデル）を用いて、カスリン台風時の洪水氾濫の再現計算や同規模の氾濫が生じたときの予測を行っている。ボンドモデルを用いる利点は、中小河川や連続盛土などの影響を取り入れやすいことにある。しかし、平面 2 次元的な氾濫水の流れをこのモデルでは、ボンド（水槽）とそれらをつなぐ仮想的な水路で表しており、その数多くの仮想的な水路の通水能をパラメータとして定めなければならない、また予測計算ではそれらのパラメータを予測しなければならないというむずかしさを有している。以下では 2 章で展開したモデルの適用を考える。

滝沢ら (1998) は、カスリン台風時の利根川破堤と同規模の洪水が現在の地形において発生した場合の浸水状況を、デカルト座標系を用いて解析している。しかし、滝沢らの解析では、下流端（氾濫域の末端）では堤防高が浸水深と比較して十分高いと設定していること、および氾濫域内の中小河川からの氾濫水の排出を考えていないことのため、時間が経過するとともに下流端で氾濫水が貯留され、それが対象領域の西方にまでかなりの規模で拡大する結果となっている。これらはカスリン台風時の実績とは異なる結果である。実際、カスリン台風時には氾濫水は氾濫域外へ流出し氾濫域内での貯留は滝沢らの

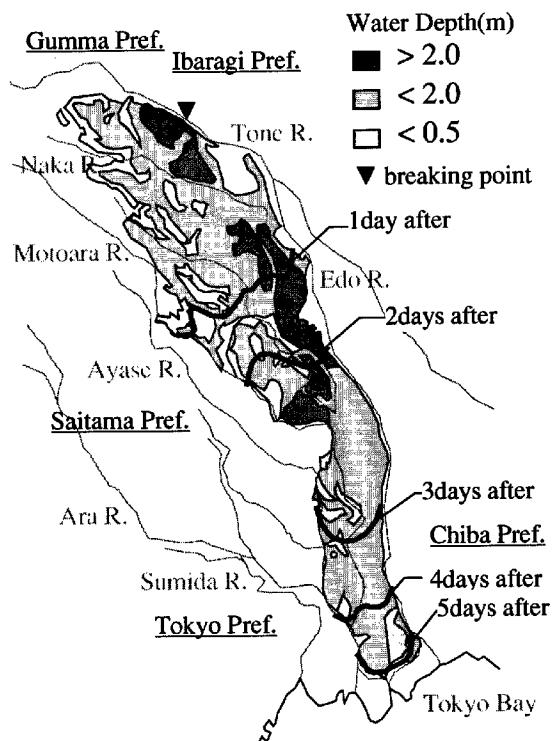


Fig. 13 Inundation area in 1947

解析よりかなり少なかったと考えられるが、それに 泊溢域内の中小河川を通しての流出が最も大きく寄与していると思われる。

#### 4.2 非構造格子を用いた泊溢解析

本報では、滝沢ら（1998）の研究をふまえて、同じ領域において非構造格子を用いた解析を行う。まず、対象領域は、Fig. 14に示すように、利根川、江戸川、荒川に囲まれた、埼玉県東部および東京都足立区、葛飾区、江戸川区にまたがる領域である。面積は約  $956\text{km}^2$ 、格子数は 5426 個である。格子形成の際に用いた地形は、1/50,000 の地形図から読み取り、粗度係数は、全領域において  $n=0.067$  を用いる。

泊溢水の流入に関しては、カスリン台風時の破堤点を想定破堤点とし、そこから流入流量は Fig. 15 に示すハイドログラフで与える。なお、このハイドログラフは、先述のポンドモデルを用いて利根川破堤による流域の泊溢特性を検討したときの資料（建設省、1995b）によるものである。また本報では、破堤幅を約 550m と想定している。

##### (1) デカルト座標系との比較

まず本モデルの、この領域での適用性を検討するために、デカルト座標系を用いた解析と同一の条件（すなわち、中小河川や連続盛土を考えない）のもと

での結果を考察する。Fig. 16 に、デカルト座標系および非構造格子による解析での格子と地盤高を示す。この地盤高は、建設省国土地理院の発行する数値地図 50m メッシュ（標高）を用いて作成している。デカルト座標系を用いた泊溢解析結果を Fig. 17、非構造格子を用いた結果を Fig. 18 に、それぞれ示す。この計算では、上記のように中小河川や連続盛土などの都市的要素を考慮していないため、下流端で極端に浸水が大きくなり、浸水域が西方に拡大しており、このような特徴は Fig. 17 および Fig. 18においてほぼ一致してみられる。つまり、中小河川や連続盛土を考慮しない場合には、デカルト座標系あるいは非構造格子による解析はたがいにほぼ一致する結果を与えるといえる。ただし、これらの結果は都市的要素（中小河川や連続盛土）を考慮していないために、Fig. 13 に示すカスリン台風時の実績



Fig. 14 Computational region

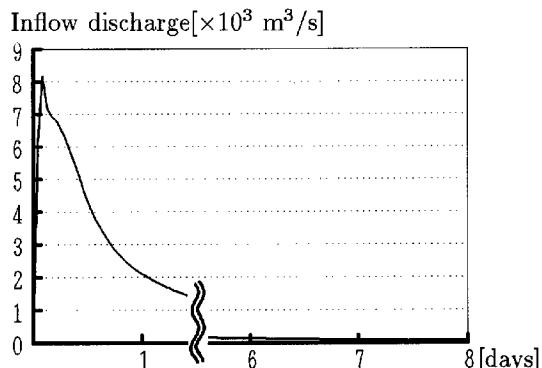


Fig. 15 Inundation discharge

と比較すれば、下流端の浸水深や浸水面積において大きく異なることは4.1で述べたとおりである。

## (2) 中小河川を考慮した解析

非構造格子による解析において、領域内の格子を、中小河川格子とそれ以外の堤内地格子に区別する。Fig. 19は、中小河川という属性をもつ格子を表している。本報で考慮した中小河川は、中川、大落古利根川、新方川、元荒川、綾瀬川、新芝川、権現堂川、大場川、三郷放水路である。これらの各河川格子には、建設省利根川上流工事事務所の資料を基

にした河床の地盤高の値を与える。すなわち、中小河川という属性をもつ格子は、周囲の格子よりも地盤高の低い長方形断面の掘り込み河道として取り扱う。ただし、流路幅は、格子の平面形状から求めたものを用いる。さらに河川格子と堤内地格子との境界には堤防を考慮して、それらには同事務所資料に基づいて堤防天端高を与える。また、河川格子と堤内地格子との間ではつきの本間の越流公式（上木学会、1971）を適用する。すなわち、隣接する格子のうち低い方の水位を $H_1$ 、高い方の水位を $H_2$ 、堤防天端高を $H_0$ とし、 $h_1 = H_2 - H_0$ 、 $h_2 = H_1 - H_0$ とすれば、 $h_1 > 0$ のときの流量フラックス $M_0$ を、

$$h_2/h_1 \leq 2/3 \text{ (完全越流) のとき}$$

$$M_0 = \mu h_1 \sqrt{2gh_1} \quad (34)$$

$$h_2/h_1 > 2/3 \text{ (潜り越流) のとき}$$

$$M_0 = \mu' h_2 \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

で求める。ここで $\mu$ および $\mu'$ は、完全越流および潜り越流時の流量係数で、それぞれ0.35および0.91とする。これらの概念をFig. 20に示す。

粗度係数は、河川格子では0.020、堤内地格子では0.067とする。

下流端の境界条件は、中川、綾瀬川、新芝川、三郷放水路の各下流端の格子において、Manningの公式を用いた等流条件、すなわち、

$$\begin{aligned} Q_{out} &= vA \\ &= \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} \cdot A \\ &= \frac{1}{n} \frac{(Bh)^{5/3}}{(B + 2h)^{2/3}} I^{1/2} \end{aligned} \quad (35)$$

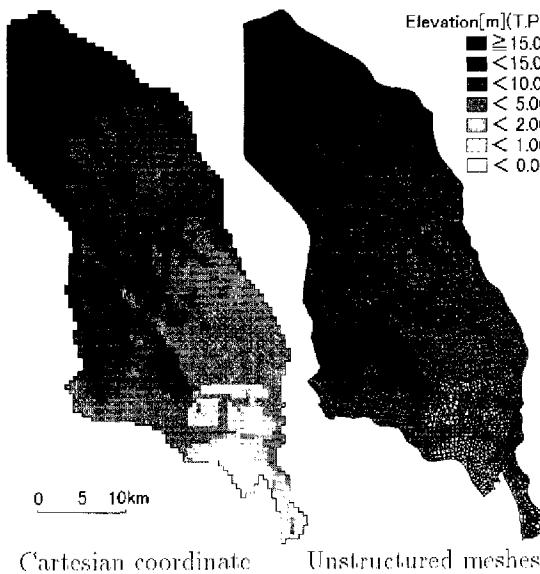


Fig. 16 Computational meshes and elevation

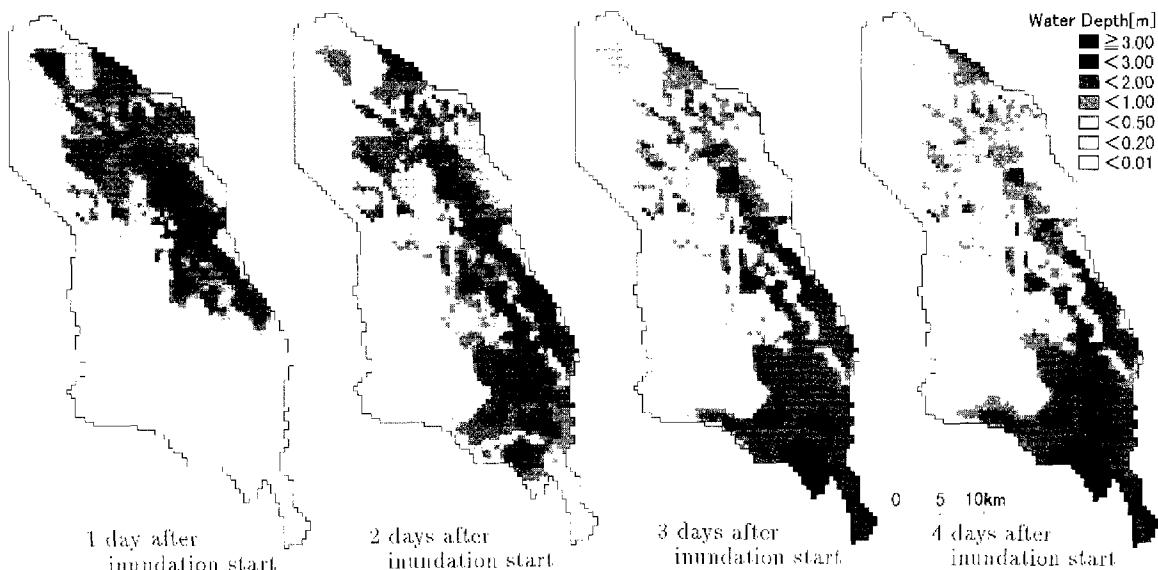


Fig. 17 Temporal change of water depth (Cartesian coordinate)

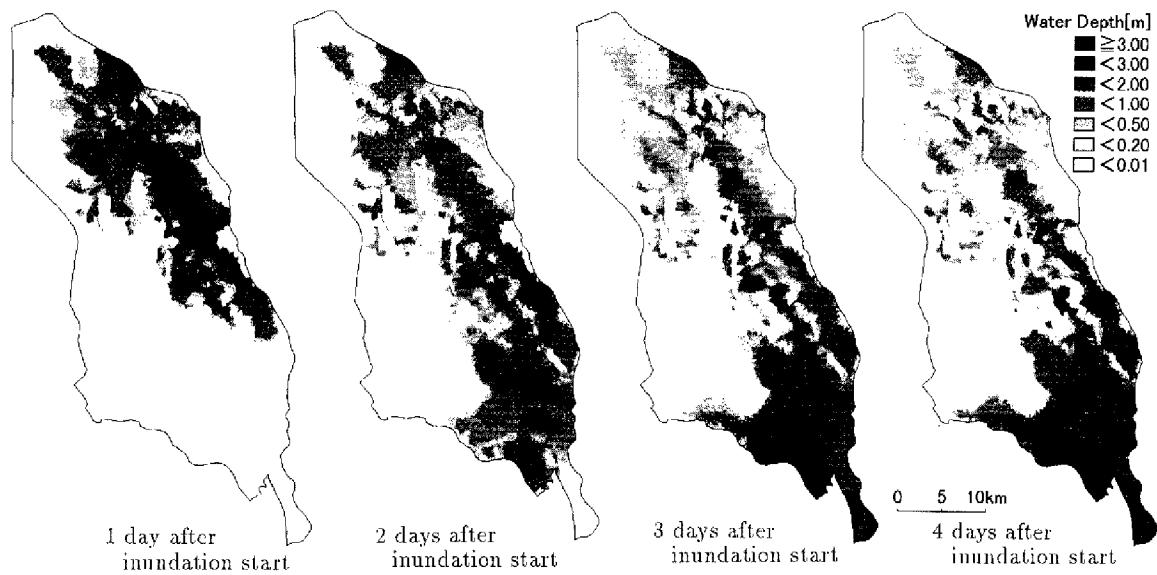


Fig. 18 Temporal change of water depth (Unstructured meshes)

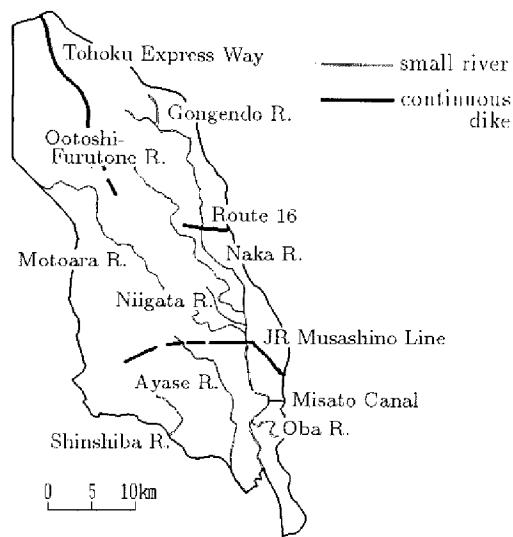


Fig. 19 Small rivers and continuous dike

により、流出流量が求められる。ここで、 $Q_{out}$ :下流端から流出する流量、 $A$ :断面積、 $I$ :河床勾配、 $R$ :径深、 $B$ :川幅、 $h$ :水深である。氾濫水の排出はこの河川の下流端でのみ考慮し、それ以外の領域境界は十分高い直立壁で囲まれているとする。

また、これらの河川における初期条件には、建設省利根川上流工事事務所の資料から、Table 2に示す各河川の高水時流量の不等流状態を与える。すなわち、この流量を各河川の上流端の格子に時間的に変化しないとして与え、下流端の境界条件を適用して十分長い時間計算した後、河川格子の水深が時間的に変化しなくなった状態を定常状態とみなして、

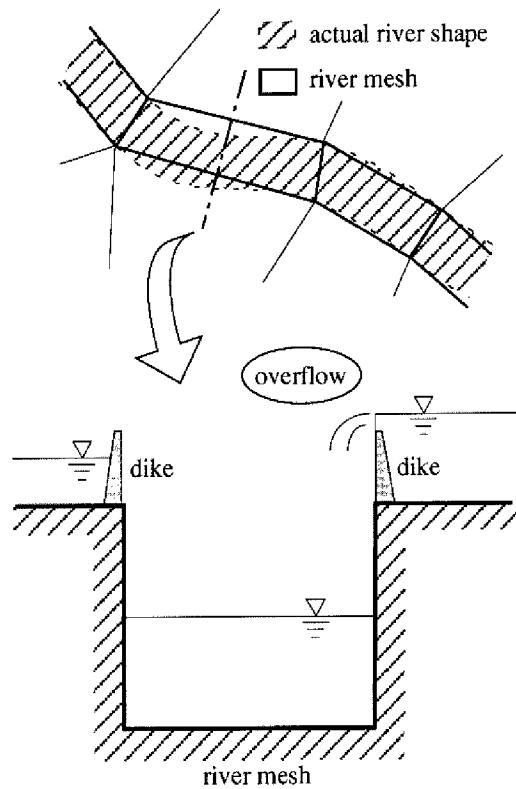


Fig. 20 Treatment of river mesh

その水深を各河川格子の初期条件として用いる。なお、この流量は、氾濫解析中も絶えず与え続けることとする。

上記の条件で解析した結果を Fig. 21 に示す。こ

Table 2 High water discharge

|                     | high water discharge<br>[m <sup>3</sup> /s] |
|---------------------|---|
| Naka R.             | 54.8  |
| Ootoshi-Furutone R. | 105.7                                       |
| Niigata R.          | 92.7  |
| Motoara R.          | 89.5  |
| Ayase R.            | 22.6  |
| Shinshiba R.        | 33.4  |

の図によると、まず中小河川からの排水を考慮したために、Fig. 18 に比較して、下流端に近い領域での浸水が大きく緩和されているのがわかる。また、滝沢ら（1998）の計算において下流端で氾濫水が貯留されるにしたがい、西方へ伸びていた氾濫域が、今回の計算では綾瀬川の左岸側までに抑えられているのがわかる。さらに、この綾瀬川をはじめとして、元荒川、中川、三郷放水路などにおいて、河川堤防によって氾濫水の拡がりがせき止められている効果も確認される。氾濫水の伝播速度については Fig. 18 と Fig. 21 を比較すると、中小河川からの排水を考慮してもそれほど大きくは変わっていない。

この結果を Fig. 13 のカスリン台風時の実績と比較すると、中小河川を考慮することによって、氾濫域が元荒川と綾瀬川の河川堤防までに抑えられている点が再現できている。しかし、三郷放水路の南側に氾濫域が到達していないこと、さらに氾濫水の伝播速度が2倍程度速くなっている点が異なっている。

その理由としては、前者については、昭和22年当時

には三郷放水路が建設されていなかったこと、後者については、実際には対象領域の地盤の微地形が影響して氾濫水の伝播速度を遅らせる要因となりうることが挙げられる。

領域内の氾濫水量の時間変化を、中小河川を考慮しない場合とあわせて Fig. 22 に示す。この図をみると、中小河川を考慮した場合では、中小河川からの排水の効果で氾濫水量が2日目以降で大きく減少していることがわかる。

### (3) 連続盛土を考慮した氾濫解析

都市域においては、河川堤防のみならず、鉄道や道路などの連続した盛土が存在する。都市域で氾濫が生じた場合、これらが氾濫水を遮る影響は無視できない。したがって、前節で示した中小河川に加えてこれらの連続盛土を考慮に入れた氾濫解析を行う。非構造格子を用いた解析は、このような連続盛土を考慮した氾濫解析に対しても有利である。

本報では、Fig. 19 に示すように、東北自動車道、国道16号線、JR武蔵野線の連続盛土を考慮した氾濫解析を行う。盛土が途切れている部分は、鉄道の高架や、周囲の地盤高の方が鉄道や道路の路面よりも高い切土部である。格子境界においてこれらの連続盛土が存在するとし、河川堤防の取り扱いと同様に、これを越流（横断）する流量フラックスは式(34)を用いて計算する。なお、ここで用いた盛土の標高は、建設省利根川上流工事事務所の資料によるものである。また、この場合も 4.2 (2) と同様に中小河川を考慮する。

解析結果を Fig. 23 に示す。まず、領域の北西部

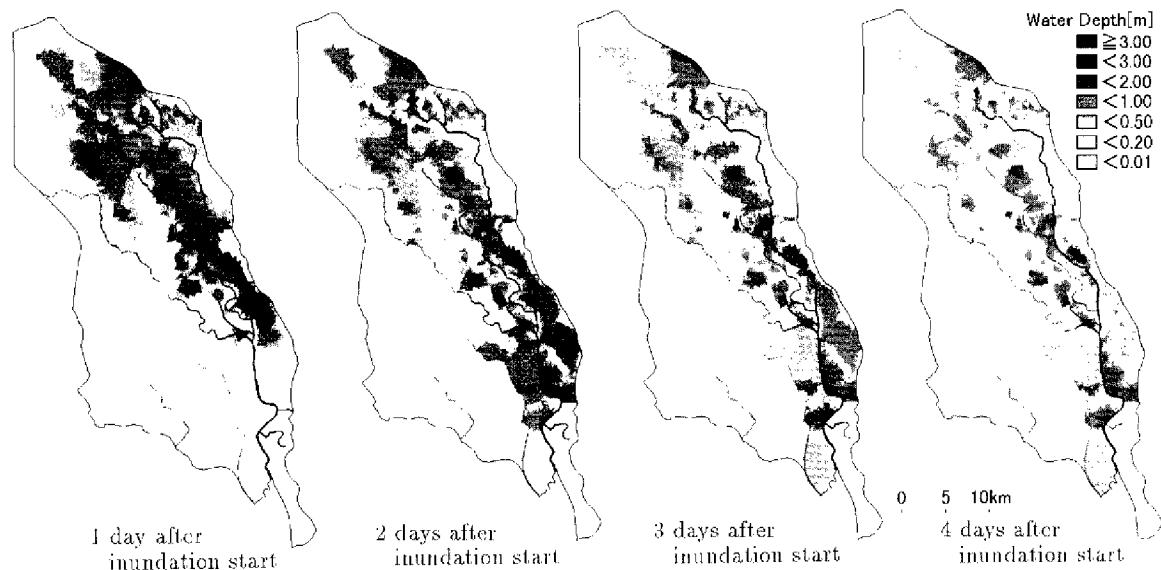


Fig. 21 Temporal change of water depth (considering small rivers)

において、東北自動車道の盛土の影響により氾濫水の拡がりが遮断されているのがわかる。また、氾濫開始2日後以降、JR武藏野線の盛土の影響で浸水深の境界が明瞭に現れているが、東北自動車道のように氾濫水が完全に遮断されるのではなく、盛土が途切れている箇所から流下している。しかし、盛土よりも下流側では氾濫水の到達が遅れたり、浸水深が浅くなっている。これは、盛土の上流側で貯留された氾濫水の一部が、中小河川から排出されたことによって氾濫原を伝わる氾濫水量が減少したためと考えられる。また、国道16号線の盛土は、氾濫状況にはほとんど影響を与えていない。

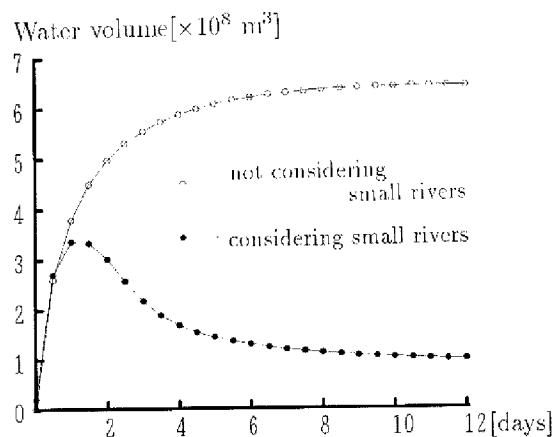


Fig. 22 Temporal change of water volume

## 5. おわりに

本報で得られた成果は、以下のようにまとめられる。

- 対象領域を任意形状に分割することができる非構造格子を氾濫解析に適用し、その解析手法を開発した。
- 従来より用いられている氾濫解析手法と、本報で提案した非構造格子による氾濫解析法を大阪市港区周辺に適用して、その結果を比較した。これより、都市的要素を何ら考慮しない簡単な条件のもとでは、本手法は従来の手法と比較して同程度の結果をもたらすことが確認できた。
- 非構造格子を用いて、中小河川からの氾濫水の排出、また中小河川堤防、道路や鉄道などの連続盛土を考慮した氾濫解析を行った。その結果、本手法を用いると、これらの影響を考慮したより現実に即した詳細な氾濫解析が可能であることがわかった。

## 謝辞

本研究を遂行するにあたって数々の資料をご提供いただきました、建設省関東地方建設局利根川上流工事事務所調査課の方々に深く御礼申し上げます。さらに、本研究には河川情報センターによる助成をいただいたことを明記するとともに、この場を借りて御礼申し上げます。

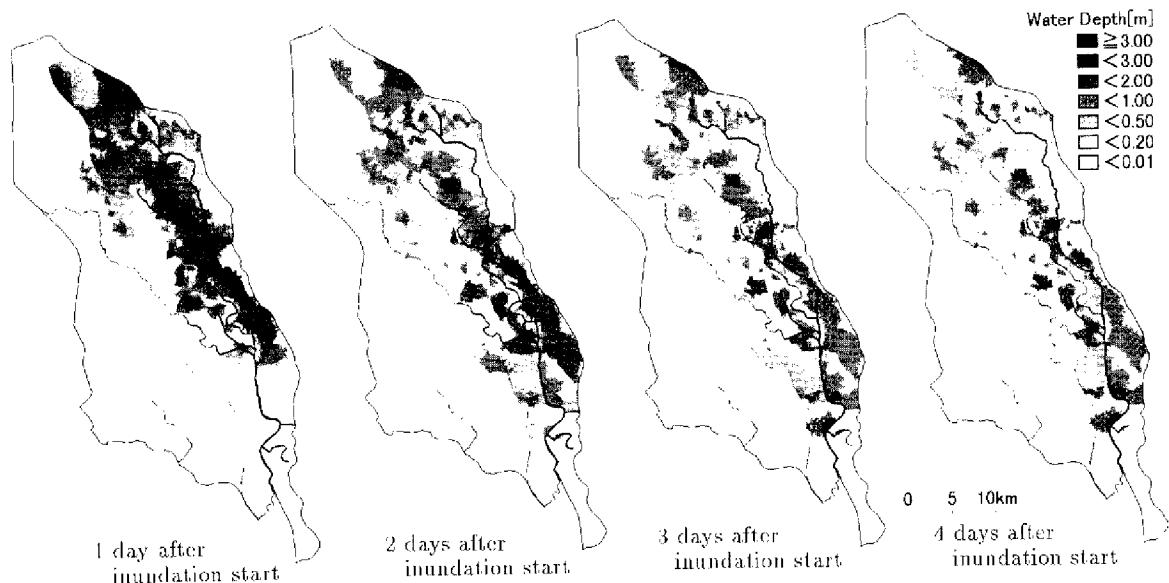


Fig. 23 Temporal change of water depth (considering small rivers and continuous dike)

## 参考文献

- 井上和也 (1986) : 開水路非定常流とその水工学への応用に関する研究, 京都大学学位論文, pp.172-177.
- 岩佐義朗・井上和也・水鳥雅文 (1980) : 水理の数値解析法, 京都大学防災研究所年報, 第23号B-2, pp.305-317.
- 岩垣雄一・榎木亨 (1982) : 海岸工学, 共立出版, p.224.
- 建設省関東地方建設局利根川上流工事事務所 (1995a) : 利根川 (小冊子).
- 建設省関東地方建設局利根川上流工事事務所・パシフィックコンサルタンツ株式会社 (1995b) : 洪水対策調査報告書.
- 滝沢正徳・戸田圭一・井上和也・川池健司・村瀬賢 (1998) : 利根川流域の都市域における洪水氾濫解析, 土木学会平成10年度関西支部年講, pp.II-120-1 ~ 2.
- 武田誠 (1996) : 高潮の氾濫解析法とその都市域への応用に関する研究, 京都大学学位論文.
- 武田 誠・井上和也・上塚哲彦・松村貴義 (1996) : 高潮解析における数値解析モデルおよびその境界条件に関する検討, 水工学論文集 第40巻, pp.1089-1094.
- 土木学会編 (1971) : 水理公式集, 昭和46年改訂版, p.265.
- 林秀樹 (1998) : 市街地における氾濫解析法とその応用に関する研究, 京都大学修士論文.
- 藤井孝蔵 (1994) : 流体力学の数値計算法, 東京大学出版, pp.176-177.

## Modeling of Inundation Flow Analysis Using Unstructured Meshes

Kazuya INOUE, Kenji KAWAIKE\* and Kei-ichi TODA

\* Graduate School of Engineering, Kyoto University

### Synopsis

In analysis of two-dimensional overland flood flow, Cartesian coordinate has been used most popularly. However, in application of the coordinate to urban area, some difficulties arise for treating urban geographical factors — streets, buildings, small rivers or continuous dike —, which have large influence on inundation flow. Then in this paper, an inundation flow model using unstructured meshes which can divide the computational region into arbitrary shapes of meshes is developed, and applied to urban area. Consequently, it is found that this model can take small rivers and continuous dike into account and can be applicable for predicting an inundation flood hazard in urban area.

*Keywords : Unstructured meshes, Inundation flow model, Small rivers and continuous dike*