

数値地形情報を用いた山腹斜面系流出モデルの 集中化手法に関する研究

市川 温*・小椋俊博**・立川康人・椎葉充晴*・宝 馨

* 京都大学大学院工学研究科

** 住友信託銀行

要 旨

山腹斜面流出系における一般的な流量流積関係式を集中化する手法を述べる。まず、対象とする山腹斜面系を、矩形の小斜面（斜面素片）の集合体としてモデル化する。その地形モデルから上流域の面積の空間分布を得る。つぎに、降水－流出系が定常である場合の流量および通水断面積の空間分布を求める。最後に、通水断面積を空間的に積分することによって、対象とする山腹斜面系内の貯留量を計算し、貯留量と流出量の集中化された関係を得る。ただし、通水断面積を積分するとき、その積分を解析的に実行できるとは限らない。そこで、数値的な演算を減らす方法を与える。この手法によって集中化された表面流・中間流統合型 kinematic wave モデルを用いて流出シミュレーションを行ない、本集中化手法の有効性を検証するとともに、本手法によって集中化されたモデルの誤差構造について検討する。

キーワード：集中化、流量流積関係式、数値地形情報、定常状態、集中化誤差

1. はじめに

これまで、分布型流出モデルに関する数多くの研究がなされてきたが、現業の場で活用されている例はいまもって少ない。その理由の一つに、流出計算にかかる負担が大きいということが挙げられる。

筆者らは、このような負担を軽減するために、分布型流出モデルを集中化する研究を行ってきた（高棹ほか，1994；市川ほか，1997；市川ほか，1999）。本論文では、山腹斜面系における一般的な流量流積関係式を出発点として、対象とする斜面系の貯留量と流出量の関係を導出する手法を展開し、その具体例として、本手法を用いて表面流・中間流統合型 kinematic wave モデル（椎葉，1983）を集中化した例を示す。さらに、この集中化された表面流・中間流統合型 kinematic wave モデルを仮想的な単一斜面および実際の流域に適用し、本集中化手法の有効性を検証する。また、本手法によって集中化されたモデルの誤差構造についても検討する。

2. 集中化手法

2.1 概説

基本となる考え方は、市川ら（1999）と同様である。すなわち、対象とする山腹斜面系を、矩形の小斜面（斜面素片）の集合体としてモデル化し、そのモデルから得られる地形量を利用して、流量ならびに通水断面積の空間分布を定常状態のそれで近似する。そして通水断面積を空間的に積分することによって、対象とする山腹斜面系における貯留量を求め、貯留量と流出量の集中化された関係を導出する。

ただ、市川らと異なるのは、流れのモデルとして一般的な流量流積関係式を採用するために、降水強度によって流れの様相が異なり、通水断面積の空間積分を必ずしも解析的に実行できるとは限らないという点である。そこで、本手法では、貯留量と流出量の関係を離散的に求め、離散値の間は、線形補間で内挿することにする。この離散的な貯留量と流出量の関係と連続式を組み合わせることで流出計算を行なう。

2.2 具体的手順

(1) 基礎式の導出

流量流積関係式が次式で与えられているとする。

$$q(x, t) = g(h(x, t)) \quad (1)$$

ただし, $q(x, t)$: 単位幅流量, $h(x, t)$: 水深である。流量流積関係式にはいろいろなタイプが考えられるが, ここでは q が h の関数として陽に表され, かつ h で積分可能なものを考える。式 (1) を h について解いた式を,

$$h(x, t) = f(q(x, t)) \quad (2)$$

と書くことにする。 f は, g が $h(x, t)$ のべき乗といった単純な形であれば, 陽に求まるが, たとえば, 表面流・中間流統合型 kinematic wave モデルのように少し複雑になると, f を陽に求めることはできない。

いま, 対象とする山腹斜面系に, 定常でかつ空間的に一様な降水が与えられ, 降水-流出系が定常状態になっていると仮定する。このときの降水強度を \bar{r} と書くことにすると, 山腹斜面系内のある地点での流量は, その地点の集水域の面積に \bar{r} を乗じたものとなる。

この状態において, ある斜面素片の貯留量を求めることを考える。貯留量を s と書くことにすると,

$$s = \int_0^L w(x)h(x)dx \quad (3)$$

である。ただし, L : 斜面素片の長さ, $w(x)$: 斜面素片の幅である。また, 降水-流出系が定常であるという仮定から, 斜面素片内の流量は次式のように表される。

$$\begin{aligned} Q(x) &= Q(0) + \bar{r} \int_0^x w(x')dx' \\ &= \bar{r}A_{up} + \bar{r} \int_0^x w(x')dx' \end{aligned} \quad (4)$$

A_{up} は当該斜面素片の上流域の面積である。各斜面素片に対する A_{up} は, 数値地形モデルから計算されているとする。ここで, 斜面素片は幅一様の矩形であるから, $w(x)$ を \bar{w} (一定) と書き直して以下を得る。

$$s = \bar{w} \int_0^L h(x)dx \quad (5)$$

$$Q(x) = \bar{r}A_{up} + \bar{r}\bar{w} \int_0^x dx' = \bar{r}A_{up} + \bar{r}\bar{w}x \quad (6)$$

$$q(x) = Q(x)/\bar{w} = \bar{r}A_{up}/\bar{w} + \bar{r}x \quad (7)$$

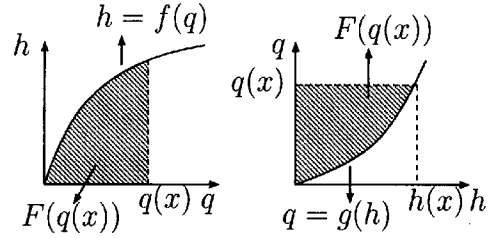


Fig. 1 Relationship among f , g and F

(2) 貯留量の算出

各斜面素片の貯留量を求めるには, 式 (5) の積分を実行すればよい。しかし, 式 (2) で与えられる f は, 先にも述べたように, 陽に求まっているとは限らないので, 式 (5) の積分を解析的に実行することはできない。各計算断面の流量に対応する水深を数値的に求め, これを数値積分するという方法も考えられなくはないが, 数値計算による誤差が発生するという問題がある。ここでは, 極力少ない数値計算で式 (5) の積分を実行する方法を示す。ここで示す方法によれば, 一つの斜面素片の貯留量を求めるのに必要な数値計算の回数は, わずか二回である。

まず式 (7) を x で微分して次式を得る。

$$dq/dx = \bar{r} \rightarrow dx = dq/\bar{r} \quad (\text{ただし } \bar{r} \neq 0) \quad (8)$$

したがって, 式 (5) は,

$$\begin{aligned} s &= \bar{w}/\bar{r} \int_{q(0)}^{q(L)} f(q)dq \\ &= \bar{w}/\bar{r} [F(q(L)) - F(q(0))] \end{aligned} \quad (9)$$

と変換することができる。ただし, $dF/dq = f$ である。式 (9) の意味は, 流量と空間座標の間に 1 対 1 の関係があることを利用して, 通水断面の空間的な積分を流量での積分に変換したということである。

Fig. 1 は, f , g , F の関係を模式的に示したものである。 f が, たとえば q の多項式のように q で陽に表され, かつ解析的に積分可能であれば, F は容易に計算できるが, ここでは q が h の関数として与えられていることを想定しているので, 一般には f は q の陽な関数として求めることができず, それゆえ F も f を解析的に積分して求めることができない。

しかし, g は h で積分可能である (と仮定している)。したがって, ある単位幅流量 $q(x)$ に対応する水深 $h(x)$ (Fig. 1 右) を求めることができれば, $F(q(x))$ は次式を用いて求めることができる。

$$F(q(x)) = q(x)h(x) - \int_0^{h(x)} g(h)dh \quad (10)$$

そこで、以下のような手順で s を計算することにする。まず、ある降水強度 \bar{r} を仮定する。すると、降水-流出係が定常であるとの仮定から、式(7)を用いて対象とする斜面素片の上下端での単位幅流量 $q(0)$, $q(L)$ を計算することができる。つぎに、その単位幅流量に対応する水深を数値的に求める。最後に、式(10)を用いて $F(q(0))$, $F(q(L))$ を求め、式(9)から s を計算する。このように、一つの斜面素片の貯留量を求めるのに必要な数値計算の回数は、斜面素片上端と下端の水深を求める計算の二回である。以上の手順ですべての斜面素片の貯留量を計算する。対象とする山腹斜面系全体の貯留量 S は $\sum_{i=1}^N s_i$ として求まる。ただし、 N : 斜面素片の数, s_i : 斜面素片 i の貯留量である。このときの山腹斜面系からの流出量 O は $\bar{r} \sum_{i=1}^N A_i$ となる。 A_i は斜面素片 i の面積である。この手順を、降水強度 \bar{r} を変えて繰り返し、様々な降水強度に対応する S と O の関係を求めておく。この手順の計算機アルゴリズムを以下にまとめる。

0. 降水強度 \bar{r} の上限値 \bar{r}_{max} , 計算ステップ数 M および計算刻み値 $d\bar{r}(=\bar{r}_{max}/M)$ を与え、計算ループのカウンタ j を 1 に設定する。
1. $\bar{r}=j \cdot d\bar{r}$ とする。
2. 式(7)を用いて、 \bar{r} に対応する斜面素片 i の上下端での単位幅流量 $q_i(0)$, $q_i(L)$ を計算する。
3. $q_i(0)$, $q_i(L)$ に対応する水深 $h_i(0)$, $h_i(L)$ を数値的に求める。
4. 式(10)を用いて $F(q_i(0))$, $F(q_i(L))$ を求める。
5. 式(9)を用いて s_i を計算する。
6. (2) ~ (5) をすべての斜面素片について繰り返す。
7. $S = \sum_{i=1}^N s_i$, $O = \bar{r} \sum_{i=1}^N A_i$ として、 S と O の関係を記憶する。
8. $j = j + 1$ として (1) ~ (7) の手順を繰り返す。
 $j > M$ になったら計算を終了する。

こうして求めた S と O の離散的な関係を運動方程式として流出計算を行なう。離散値の間は線形補間で内挿する。

(3) 貯留量 - 流出量関係の外挿

上に述べた方法では、 S と O の関係を離散的に求めているために、 \bar{r}_{max} を超えるところでの S と O の関係が定義されない。 \bar{r}_{max} を十分に大きくとっていけば(たとえば 200 mm/hour など) 実用上は問題ないが、ここでは \bar{r}_{max} を超えるところでの S と O の関係を外挿する方法も与えておく。

\bar{r}_{max} を超えるところでは、 S と O の関係は $S = KO^P$ で与えられるとする。 K, P は定数である。こ

の K, P を以下のようにして決定する。まず、上述の手順で計算した、 $\bar{r}_{max}(=M \cdot d\bar{r})$ に対応する貯留量を S_M , 流出量を O_M とし、 $(M-1) \cdot d\bar{r}$ に対応する貯留量を S_{M-1} , 流出量を O_{M-1} とする。 S と O の離散的な関係と $S = KO^P$ は (S_M, O_M) で連続しているの、

$$S_M = KO_M^P \quad (11)$$

を得る。また、 (S_M, O_M) での $dS/dO(=KPO_M^{P-1})$ を次式で近似する。

$$\frac{dS}{dO} = KPO_M^{P-1} = \frac{S_M - S_{M-1}}{O_M - O_{M-1}} \quad (12)$$

式(11), (12) から K, P は以下のように求まる。

$$P = \frac{O_M}{S_M} \cdot \frac{S_M - S_{M-1}}{O_M - O_{M-1}} \quad (13)$$

$$K = S_M / O_M^P \quad (14)$$

3. 表面流・中間流統合型 kinematic wave モデルの集中化

2. で述べた手法を用いて、表面流・中間流統合型 kinematic wave モデル(椎葉, 1983)を集中化する。筆者ら(1999)が以前構築した集中型モデルでは、表面流もしくは中間流のどちらか一方しか考慮することができなかったが、上記の手法で集中化された表面流・中間流統合型 kinematic wave モデルでは、表面流と中間流が混在して生起する流れの計算が可能であることを 4. で示す。

表面流・中間流統合型 kinematic wave モデルの連続式および流量流積関係式を次に示す。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r \quad (15)$$

$$q = g(h) = \begin{cases} ah & (0 < h < d) \\ \alpha(h-d)^m + ah & (h \geq d) \end{cases} \quad (16)$$

ここで、 h : 水深 [m], q : 単位幅流量 [m^2/sec], t : 時間 [sec], x : 空間座標 [m], r : 降水強度 [m/sec], $\alpha = \sqrt{\sin\theta}/n$, θ : 斜面勾配 [rad], n : Manning の粗度係数 [m-sec], m : 流量流積パラメータ [-] (> 1), $a(=k \sin\theta/\gamma)$: 地中水実質流速 [m/sec], k : 透水係数 [m/sec], γ : A 層空隙率 [-], $d(=\gamma D)$: A 層の空隙部分の深さ [m], D : A 層厚 [m] である。

本論文で展開した集中化手法の本質は、(9), 式(10)にある。すなわち、通水断面積の空間積分を流量での積分に置き換え、さらに、 $F(q(x))$ を求めるときに、 $f(q)$ を数値積分するのではなく、 $g(h)$ を解析的に積分することによって数値的な演算による誤差を防いでいる点である。ここではとくに、式(16)で与

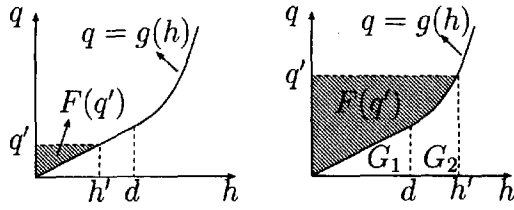


Fig. 2 Case of $h' < d$ Fig. 3 Case of $h' \geq d$

えられる流量流積関係式から $F(q(x))$ を求めた例を示す。

式 (10) を次に再記する。

$$F(q(x)) = q(x)h(x) - \int_0^{h(x)} g(h)dh \quad (17)$$

$h(x)$ は $q(x)$ に対応する水深である。 $h(x)$ は $m=2$ などの特別な場合を除いて解析的には求まらないので、ニュートン法などを用いて数値的に求めておく。以下では式を見やすくするため、 $q(x)$ を q' 、 $h(x)$ を h' と書くことにする。

まず、 $h' < d$ の場合を考える (Fig. 2)。この場合は $h' = q'/a$ となり、図からも明らかなように、 $F(q')$ を容易に計算することができて、次式のようになる。

$$F(q') = \frac{1}{2} \cdot q' \cdot \frac{q'}{a} = \frac{q'^2}{2a} \quad (18)$$

次に、 $h' \geq d$ の場合を考える (Fig. 3)。この場合の $F(q')$ は、図中の G_1, G_2 を使って次のように書ける。

$$F(q') = q'h' - G_1 - G_2 \quad (19)$$

G_1 は容易に計算できて、 $ad^2/2$ である。 G_2 は $g(h) = \alpha(h-d)^m + ah$ を d から h' まで積分したものであるから、

$$\begin{aligned} G_2 &= \int_d^{h'} \{\alpha(h-d)^m + ah\}dh \\ &= \frac{\alpha}{m+1} [(h-d)^{m+1}]_d^{h'} + \frac{a}{2} [h^2]_d^{h'} \\ &= \frac{\alpha}{m+1} (h'-d)^{m+1} + \frac{a}{2} (h'^2 - d^2) \end{aligned} \quad (20)$$

となる。このようにして求めた G_1, G_2 を式 (19) に代入して整理すると、

$$F(q') = q'h' - \frac{\alpha}{m+1} (h'-d)^{m+1} + \frac{ah'^2}{2} \quad (21)$$

を得る。あとは、2.2.2 で示した手順にしたがって S と O の関係を求める。

Table 1 Parameter values for single slope simulation

	(a)	(b)	(c)
n [$m^{-1/3} \text{sec}$]	0.3	—	0.3
m [-]	1.667	—	1.667
k [m/sec]	—	0.015	0.015
γ [-]	—	0.4	0.4
D [m]	0.0	∞	0.1

4. 集中化された表面流・中間流統合型 kinematic wave モデルの適用

4.1 単一斜面素片への適用

3. で集中化した表面流・中間流統合型 kinematic wave モデルを単一の斜面素片に適用した。斜面素片の長さは 100 m、面積は 1000 m^2 、勾配は 0.2618 rad (15°) である。集中化したモデルの動作を検証するため、(15)、式 (16) を差分化して計算した結果 (以下、これを「分布型モデルによる計算結果」とよぶ) と比較した。計算は、(a) 表面流のみのケース、(b) 中間流のみのケース、(c) 表面流・中間流がともに起きるケースの三通りで行なった。Table 1 に計算条件をまとめた。—は、そのケースでは使用しないパラメタである。またすべてのケースにおいて、36 mm/hour の雨を 10 時間与えた。

Fig. 4 に計算結果を示す。実線が分布型モデルによる計算結果、点線が集中型モデルによる計算結果である。

まずケース (a) であるが、両モデルの計算結果はほぼ一致している。つぎにケース (b) であるが、ケース (a) に比べて計算結果の違いが大きくなっている。筆者らの展開する集中化手法では、定常状態での貯留量-流出量関係を導出し、これを用いて流出計算を行なっているため、降水-流出系が定常状態に達しやすい条件下では、集中型モデルと分布型モデルの計算結果がよく一致し、逆に定常状態に達しにくい条件下では両計算結果はあまり一致しない。ケース (a) のように、表面流のみ生起するような条件下では、降水-流出系が定常状態に達しやすく、両計算結果がよく一致している。ケース (b) では中間流のみが生起するため、ケース (a) に比べて降水-流出系は定常状態に達しにくい。そのため、計算結果の違いがやや大きくなっている。

ケース (c) の分布型モデルの計算結果を見ると、計算開始後 1 時間を過ぎたあたりで表面流が発生しており (図中○をつけているところ)、集中型モデルもそれによく追従している。筆者らが以前構築した集中型モデルでは、このように表面流と中間流が混在している流れを扱うことができなかったが、今

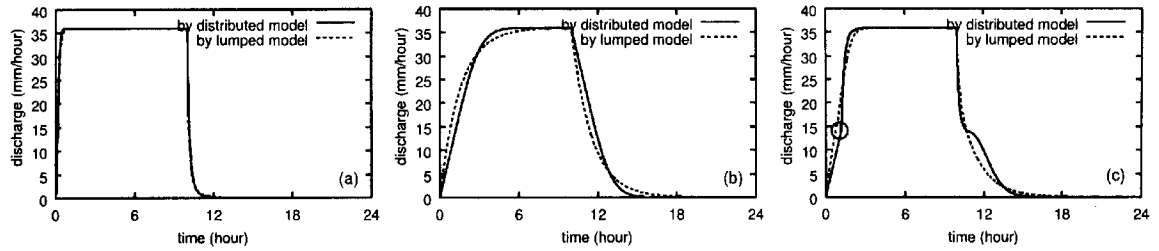


Fig. 4 Calculated discharge hydrographs for single slope simulation ((a) surface flow, (b) subsurface flow, (c) surface-subsurface flow)

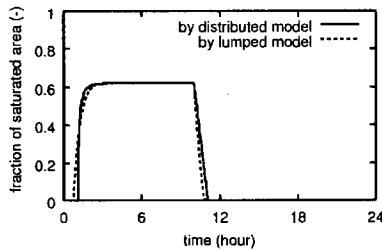


Fig. 5 Fraction of saturated area

回構築した集中型モデルではこのような流れに対しても適用可能であることが示された。Fig. 5 はケース (c) における飽和面積率の時系列である。飽和域の発生、衰退、ピーク時の面積率において、両モデルはよく一致している。

Fig. 6 は、それぞれのケースにおける貯留量と流出量の関係である。実線が分布型モデルによるもの、点線が集中型モデルによるものである。いずれのケースにおいても、分布型モデルによる貯留量と流出量の関係にはヒステリシスが存在している。一方、集中型モデルでは貯留量と流出量の関係は一価となっており、この違いが両モデルの計算結果 (Fig. 4) の違いの原因となっている。ケース (a) のように、貯留量と流出量の関係の違いが小さい場合には、計算結果の違いも小さい。

4.2 大戸川流域への適用

(1) 対象流域について

集中化された表面流・中間流統合型 kinematic wave モデルを大戸川流域に適用する。大戸川は淀川水系瀬田川の支川で、流域面積 189.5km² の一級河川である。河床の平均勾配は、下流部で約 1/250、上流部では 1/250 から 1/100 である。Fig. 7 に大戸川流域の模式図を示す。今回モデルの適用の対象としたのは、大鳥居 (おおとりい) 地点より上流の流域 (148.9 km²) である。

(2) 流域モデルの構成

椎葉らの手法 (1999) にしたがって、大戸川流域の数値地形モデルを作成し、これをもとに対象域を七つの部分流域に分割した。つぎに、集中化された表面流・中間流統合型 kinematic wave モデルを各部分流域の斜面域に適用し、河道網に対しては、河道網集中型 kinematic wave モデル (高棹ほか, 1994) を適用した。表面流・中間流統合型 kinematic wave モデルのパラメタ値として、 n : 0.6 [m-sec], m : 1.667 [-], k : 0.015 [m/sec], γ : 0.15 [-], D : 1.0 [m] を使い、河道網集中型 kinematic wave モデルのパラメタ値として、粗度係数: 0.05 [m-sec] を用いた。これらのパラメタのうち、 n については、1990年9月19日から22日にかけて得られたデータ (下記のケース 2) を用いて試行錯誤的に同定し、残りのパラメタについては、椎葉 (1983)、日野ほか (1989) などを参考に値を決定した。また、比較のため、斜面域の流出計算を分布型モデルでも行なった。パラメタ値は集中型モデルと同じとした。

(3) 使用した水文データ

降水および流量データは、大鳥居観測所において 1982年8月1日から3日にかけて得られたデータ (ケース 1)、1990年9月19日から22日にかけて得られたデータ (ケース 2) を使用した。まず、流量データから直接流出成分を分離したのち、直接流出量に対する流出率を求め、これを降雨データに乗じて有効降雨を得た。この有効降雨をすべての部分流域に対して一様に与えた。

(4) 計算結果

Fig. 8 はモデルによる計算流量と観測流量 (直接流出成分) を比較したものである。太い実線が集中型モデルによる計算流量、細い実線が分布型モデルによる計算流量、一点鎖線が観測流量、点線が有効降雨である。

いずれのケースにおいても、集中型モデル・分布型モデルともに、ピーク付近で計算流量が過大となった。計算流量と観測流量の一致の程度を Nash / Sutcliffe 指標 (Nash and Sutcliffe, 1970) で評価する

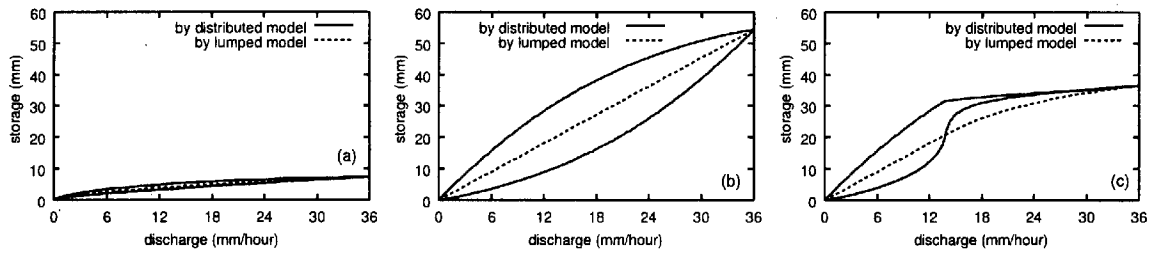


Fig. 6 Relationship between storage volume and outflow ((a) surface flow, (b) subsurface flow, (c) surface-subsurface flow)

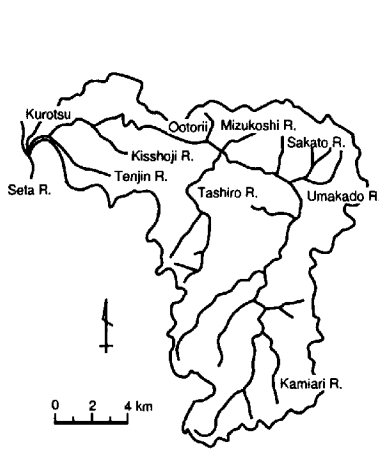


Fig. 7 Daido River basin

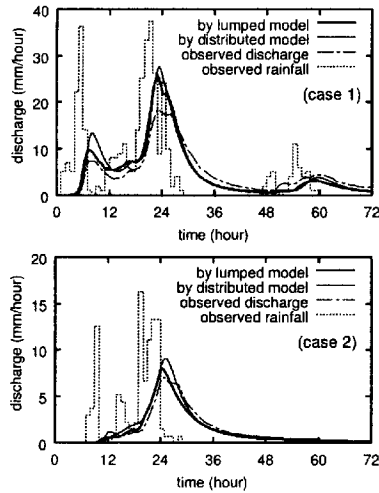


Fig. 8 Simulated discharge and observed discharge

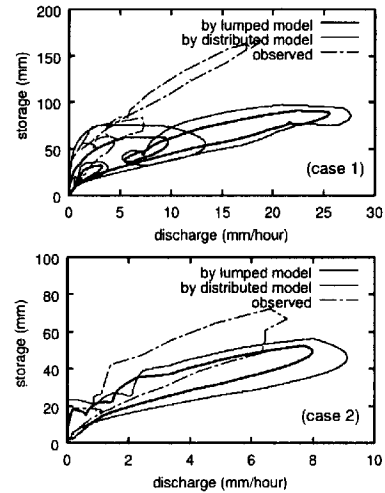


Fig. 9 Relationship between storage volume and outflow

と、ケース 1 では集中型モデル: 0.696, 分布型モデル: 0.5788, ケース 2 では集中型モデル: 0.924, 分布型モデル: 0.8426 となった。集中型モデルの結果が良好なのは、集中型モデルを用いてパラメタ値を同定したためと思われる。集中型モデルと分布型モデルの計算結果はよく一致している。

Fig. 9 はモデルによって得られた貯留量と流出量の関係と、観測値から得られた貯留量と流出量の関係と比較したものである。今回用いたパラメタ値では、集中型モデル・分布型モデルともに、貯留効果の表現が不十分なため計算流量が過大となっている。貯留効果を表すパラメタである粗度係数の値を大きくすれば、この関係はある程度修正することができると考えられる。

5. 降水の空間的平均化が流出計算に及ぼす影響

5.1 概説

2. で示した集中化手法では、降水が空間的に一様であると仮定しているため、実際には分布している降水を空間的に平均化する必要がある。そこで、空間的に分布する仮想的な降水場（時間的には一定）

を発生させ、それを様々なスケールで平均化して流出モデルに与え、平均化スケール・降水場の分布特性（降水強度 μ , 変動係数 δ , 相関長さ α ）・流出計算誤差の三者の関係を調査した。

5.2 降水場の生成

対象とする領域を Fig. 10 に示す。この領域は第 3 章で対象とした大戸川流域の一部である。この領域を覆う横方向 9000 m, 縦方向 12000 m の長方形の区画を考え、この区画に仮想的な降水場を生成する。降水場のデータ間隔は 250 m とする。したがって区画内に 36×48 個のデータがあることになる。生成される降水場は対数正規分布に従っており、かつ空間的にも Gauss 共分散関数で与えられる相関構造を有している。

降水場生成の際に設定するパラメタは、(1) 降水データの平均値 μ [mm/hour], (2) 降水データの変動係数 δ , (3) 相関長さ α [m] の三個である。ここで、相関長さとは空間相関係数の値が $1/e$ になるような距離のことである。Fig. 11 は、 $\mu = 5.0$, $\delta = 0.5$, $\alpha = 1500.0$ として発生させた降水場である。Fig. 12 はそのときの降水強度のヒストグラムであり、Fig.

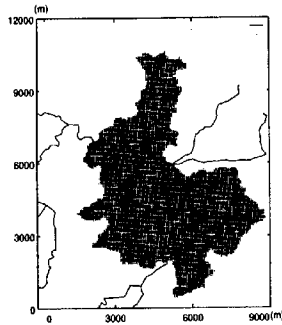


Fig. 10 Study area

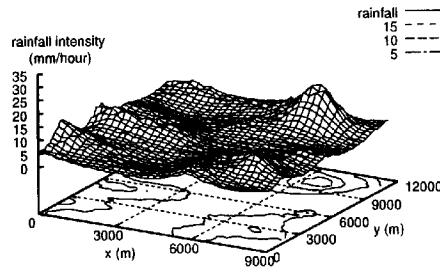


Fig. 11 Example of generated precipitation field ($\mu = 5.0$, $\delta = 0.5$, $\alpha = 1500.0$)

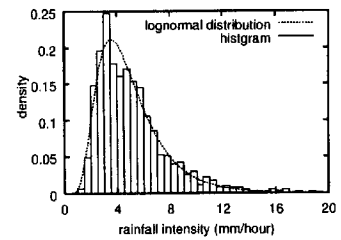


Fig. 12 Histogram of precipitation intensity

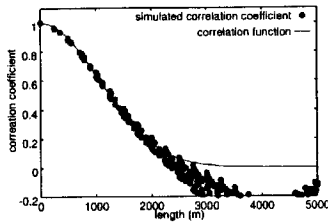


Fig. 13 Spatial correlation function of generated precipitation field

Table 2 Parameter values for precipitation field generation

case	μ (mm/hour)	δ	α (m)
1	5.0	1.0	500.0
2	5.0	1.0	1500.0
3	5.0	0.5	500.0
4	5.0	0.5	1500.0
5	10.0	1.0	500.0
6	10.0	1.0	1500.0
7	10.0	0.5	500.0
8	10.0	0.5	1500.0

13 は空間相関関数である。

前述の μ, δ, α の3個のパラメタにそれぞれ、 $\mu = 5.0, 1.0, \delta = 0.5, 1.0, \alpha = 500.0, 1500.0$ の二種類の値を与え、Table 2 のような計8種類の降水場を考えることにする。さらに、偶然性を排除するため、各ケースについて5個の降水場を生成する。すなわち全部で40個の降水場を作成する。ここで生成した降水場のことをレベル1の降水場と呼ぶことにする。

ここで、変動係数および相関長さをTable 2のように与えた理由について説明する。大戸川流域を観測領域に含む建設省深山レーダー雨量計から得られる5分間隔の降水量データから3時間平均降水強度を求め、その分布特性を調べたところ、おおむね領域全体で降水が観測された場合において、降水強度のヒストグラムが対数正規分布として近似できること、またその変動係数は1.0前後であることがわかった。そこで、変動係数についてはそれに近い値0.5と1.0を用いることにした。また、前述のレーダーデータから相関長さを求めたところ、約1.5 kmとなった。レーダーデータがカバーする領域は約140 km四方であり、相関長さとの比はおよそ1/100である。そこで、今回対象とする領域(約10 km四方)にもその比率を適用して相関長さを約1000 mと想定し、その前後の値である1500 m, 500 mをシミュレーションに用いることにした。

5.3 降水場の平均化

5.2 で作成した降水場を空間的に平均化する。今回のシミュレーションでは

- レベル2 … 750m × 750m
- レベル3 … 1500m × 1500m
- レベル4 … 3000m × 3000m
- レベル5 … 9000m × 12000m

の4段階の空間的平均化を施す。上に示した領域ごとにその領域に含まれるグリッドの降水強度を算術平均し、さらに領域内の流域平均降水強度が保存されるように定数倍する。

5.4 流出計算

5.2, 5.3 で作成した降水場データを入力として流出計算を行なう。

Table 2 で示した各ケースについて、まずレベル1の降水場を用いて流出計算を行なう。各ケースにつき降水場は5個あるので、5回流出計算をすることになる。この計算結果が降水の空間的平均化による誤差を評価するための基準値となる。次にレベル2の降水場を用いて流出計算する。ここでも各ケースにつき降水場は5個あるので5回流出計算する。同様にしてレベル3, レベル4, レベル5についても流出計算する。

降水は80000秒継続して与えることとした。これ

は、対象領域に 5 mm/hour の一様降雨を与えたところ、流出高が降水強度の 95%である 4.5 mm/hour に到達するのにかかった時間が約 40000 秒であったことから、その 2 倍の時間として決定した。この時間であれば、流域が定常になるまでの過程、定常になってからの過程双方の効果を含んだ形で比較ができると考えたからである。

5.5 計算結果の誤差評価

レベル 1 の降水場を入力とした場合の流出計算結果を基準値として各レベルの計算誤差 ϵ_r を評価する。誤差評価は次式を用いる。

$$\epsilon_r = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \left\{ \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N^i} (Q_{1,j}^i - Q_{k,j}^i)^2}{N^i}} / R_m^i \right\} \quad (22)$$

ここで、 i は各ケースの 5 個の降水場および計算結果を示す添字、 j は計算時刻を示す添字、 R_m^i は i 番目の降水場の流域平均降水強度 [mm/hour]、 N^i は i 個目の計算結果のデータ総数、 $Q_{1,j}^i$ はレベル 1 における i 番目の計算結果の時刻 j での流出高 [mm/hour]、 $Q_{k,j}^i$ はレベル k における i 番目の計算結果の時刻 j での流出高 [mm/hour] を表す。

5.6 シミュレーション結果および考察

(1) 流出計算結果

これまでの説明に基づいたシミュレーションにより得られた流出計算結果を示す。まずはじめに各ケースにおけるレベル 1 の降水場の一例を Fig. 14 に示す。次に、Fig. 15 に各ケースの流出計算結果を示す。

(2) 考察

(a) 平均降水強度 μ が異なる場合

Fig. 16 は、変動係数 δ 、相関長さ α が同じで平均降水強度 μ のみ異なる 2 つのケースの計算誤差を比較したものである。図左はケース 1 (■) とケース 5 (●) ($\delta = 1.0, \alpha = 500$)、図中央左はケース 2 (■) とケース 6 (●) ($\delta = 1.0, \alpha = 1500$)、図中央右はケース 3 (■) とケース 7 (●) ($\delta = 0.5, \alpha = 500$)、図右はケース 4 (■) とケース 8 (●) ($\delta = 0.5, \alpha = 1500$) の計算誤差を示したものである。グラフの縦軸は計算誤差、横軸は降水の空間的平均化レベルである。

いずれの場合も、降水を平均化する領域が大きくなるにつれて計算誤差は大きくなっている。また比較する 2 ケース間で ϵ_r の大きさはほぼ同程度となっている。 ϵ_r は、計算結果の違いをそのときの降水強度で除して正規化した指標であるから、計算結果の違いそのもの (差の絶対的な大きさ) は降水強度にほぼ比例していることになる。

次式はレベル 1 の降水データとレベル 2 ~ 5 の降水データとの差異を示す指標である。

$$\epsilon_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (R_{1,i} - R_{k,i})^2}{N}} / R_m \quad (23)$$

ここで、 i は降水データの識別番号、 $R_{1,i}$ はレベル 1 における第 i 個目の降水データ、 $R_{k,i}$ は平均化レベル k における第 i 個目の降水データ、 R_m は流域平均降水強度、 N は降水データの個数である。

Fig. 17 は ϵ_p と平均化レベルの関係を示したものである。Fig. 16 は Fig. 17 とほぼ同等の傾向を示しており、流出計算の誤差は、空間的平均化による降水データそのものの誤差とほぼ対応していることがわかる。

(b) 変動係数 δ が異なる場合

Fig. 18 は、平均降水強度 μ 、相関長さ α が同じで変動係数 δ のみが異なる 2 つのケースの計算誤差を比較したものである。図左はケース 1 (■) とケース 3 (●) ($\mu = 5, \alpha = 500$)、図中央左はケース 2 (■) とケース 4 (●) ($\mu = 5, \alpha = 1500$)、図中央右はケース 5 (■) とケース 7 (●) ($\mu = 10, \alpha = 500$)、図右はケース 6 (■) とケース 8 (●) ($\mu = 10, \alpha = 1500$) の計算誤差を示したものである。

この図から、同じ平均降水強度 μ 、相関長さ α であれば、変動係数 δ が大きいほど降水の空間的平均化によって流出計算結果の誤差が大きくなることがわかる。Fig. 19 は ϵ_p と平均化レベルの関係を示している。 δ を 0.5 から 1.0 と 2 倍にすることによって ϵ_p もほぼ 2 倍となっており、これに対応して流出計算の誤差も大きくなっている。

(c) 相関長さ α が異なる場合

Fig. 20 は、平均降水強度 μ 、変動係数 δ が同じで相関長さ α のみが異なる 2 つのケースの計算誤差を比較したものである。図左はケース 1 (■) とケース 2 (●) ($\mu = 5, \delta = 1.0$)、図中央左はケース 3 (■) とケース 4 (●) ($\mu = 5, \delta = 0.5$)、図中央右はケース 5 (■) とケース 6 (●) ($\mu = 10, \delta = 1.0$)、図右はケース 7 (■) とケース 8 (●) ($\mu = 10, \delta = 0.5$) の計算誤差を示したものである。

同じ平均降水強度 μ 、変動係数 δ であれば、平均化スケールが小さい時は相関長さ α が大きいケース ($\alpha = 1500$ m) の方が誤差が小さかった。しかし、平均化スケールが 1500 m を超えてくると、極端に誤差が増大する傾向が見受けられた。

これまでと同様に ϵ_p と平均化レベルの関係 (Fig. 21) を見てみよう。 α が 500 m の時は、降水の平均化スケールを大きくしていくと ϵ_p の値の増加率が鈍化するのに比べ、 α が 1500 m の時は降水の平均化スケールが α の値を超えるレベル 3 からレベル

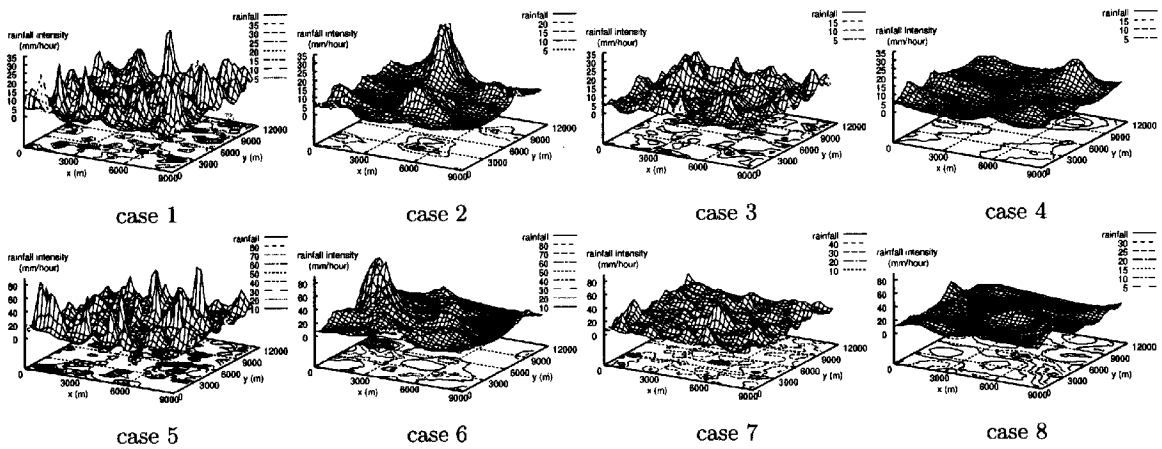


Fig. 14 Generated precipitation fields

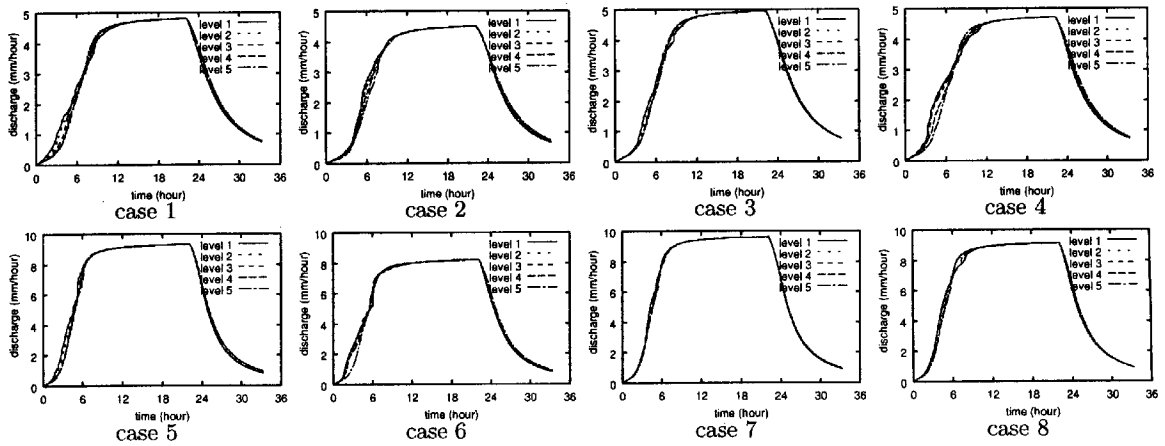


Fig. 15 Runoff simulation results

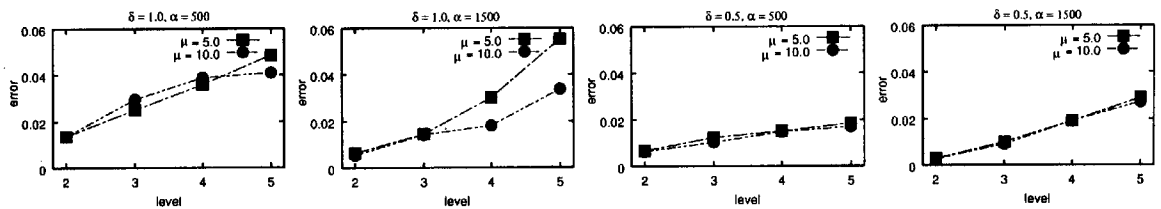


Fig. 16 Comparison of ϵ_r between $\mu = 5.0$ and 10.0

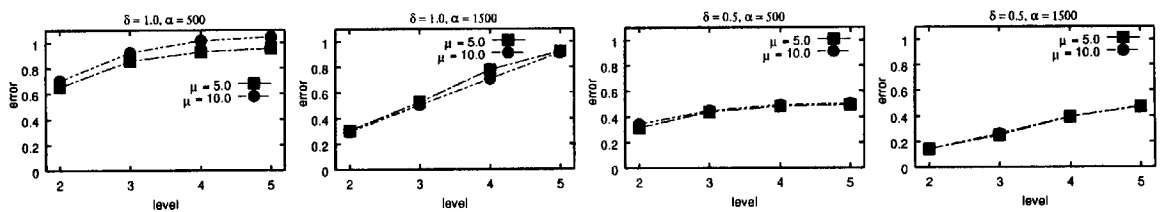


Fig. 17 Comparison of ϵ_p between $\mu = 5.0$ and 10.0

4 にかけて ϵ_p の値が大きく増大している。 $\alpha = 500$ の場合は、対象とする領域の大きさに比べて変動スケールが小さいため、平均化するスケールを大きくしていく過程で平均化の影響が均等に現れる。一方、

$\alpha = 1500$ の場合は、対象領域の大きさと比較して変動スケールがある程度大きいため、変動スケールを超えて平均化するところでその影響が急激に現れていると考えられる。

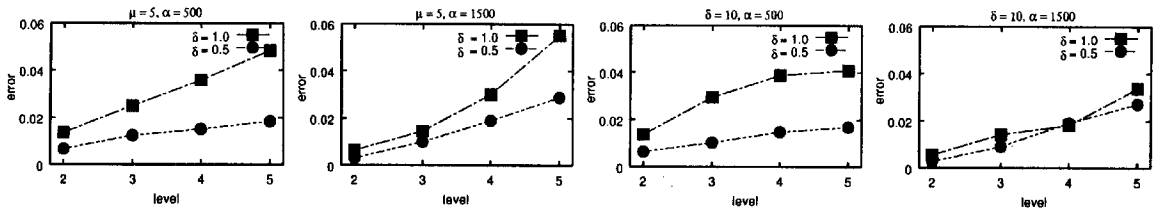


Fig. 18 Comparison of ϵ_r between $\delta = 1.0$ and 0.5

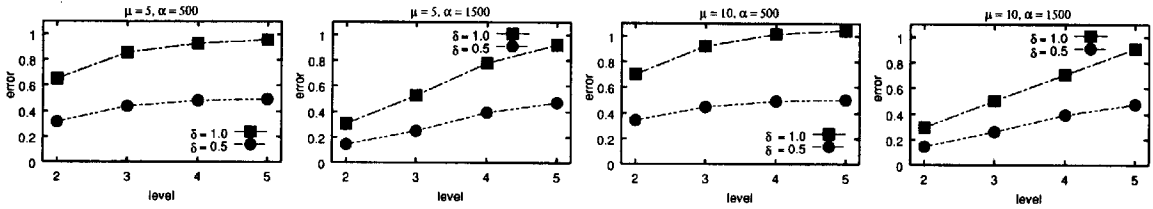


Fig. 19 Comparison of ϵ_p between $\delta = 1.0$ and 0.5

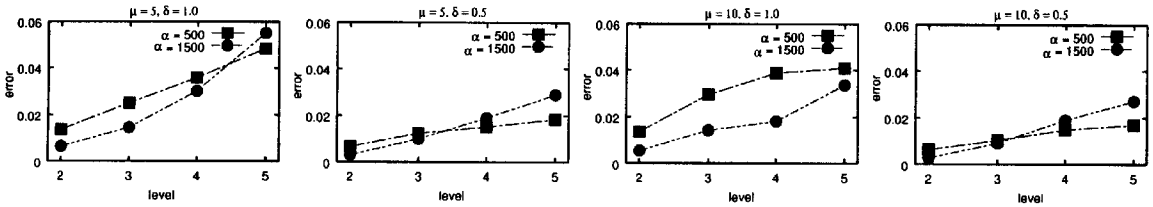


Fig. 20 Comparison of ϵ_r between $\alpha = 500$ and 1500

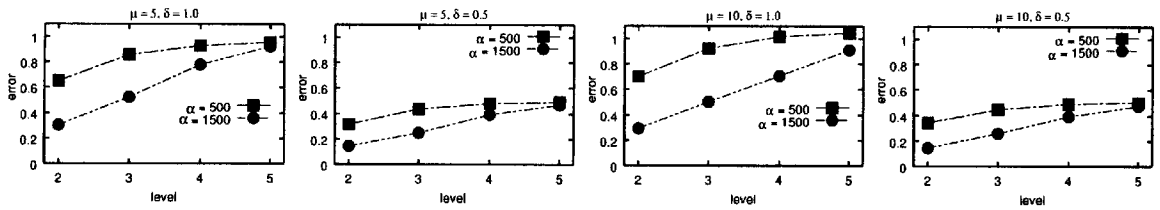


Fig. 21 Comparison of ϵ_p between $\alpha = 500$ and 1500

5.7 まとめ

本章では降水の空間的平均化スケールと流出計算誤差の関係について調査した。その結果をまとめると以下ようになる。

- 流出計算結果の違いは流域平均降水強度にほぼ比例する。
- 降水場の平均降水強度、相関長さが等しければ、変動係数が大きい場の方が平均化による誤差が大きくなる。
- 相関長さが比較的大きい場合、その長さを超えて降水を平均化すると急激に誤差が大きくなる。

6. 降水の時間変動と集中型モデルの計算誤差との関係

2. で示した集中化手法では、雨水の空間分布を定常状態のそれで近似しているが、実際には降水中に

流出系が定常になることは考えられない。そこで、時間的に変動する仮想的な降水データ（空間的には一様）を作成し、その時間変動特性（降水強度 μ 、相関長さ γ ）と流出計算誤差の関係を調査した。

6.1 降水時系列データの生成

(1) 生成方法

降水時系列データの生成には、時間平均値に有色ノイズを加えるという方法を用いる。有色ノイズを $p(t)$ と書くことにすると、 $p(t)$ は式(24)のように表される。

$$p(t + \Delta t) = e^{-\Delta t/\gamma} p(t) + v(t, t + \Delta t) \quad (24)$$

ここで、 Δt は計算時間間隔、 v は正規白色ノイズ、 γ は降水時系列データの自己相関係数が $1/e$ となる時間である。以下 γ を相関長さと呼ぶことにする。降水強度時系列 $R(t)$ は式(25)で与えられる。

Table 3 Parameter values for generating precipitation time series

case	μ [mm/hour]	γ [sec]
1	5.0	3600
2	5.0	7200
3	5.0	14400
4	10.0	3600
5	10.0	7200
6	10.0	14400
7	20.0	3600
8	20.0	7200
9	20.0	14400

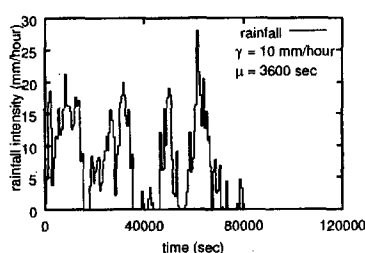


Fig. 22 Example of generated precipitation time series

$$R(t) = \mu + p(t) \quad (25)$$

ただし μ は降水データの時間平均値である。 $p(t)$ の値によっては $R(t)$ がゼロ以下になることもあるが、その時は $R(t)$ をゼロとした。

(2) シミュレーションで用いる降水強度時系列の生成条件

(1) で説明した (μ, γ) の 2 つのパラメタをそれぞれ 3 種類 ($\mu = 5, 10, 20$ mm/hour, $\gamma = 3600, 7200, 14400$ 秒) とし、ケース 1 からケース 9 の計 9 種類 (Table 3) の降水時系列を考えることにする。偶然性を排除するため、各ケースについて 10 個の降水時系列データを生成する。前出の μ の値については恣意的に決定した。また、 γ の値については、今回対象とする流域内で観測された複数の降水時系列データ (10 分値) から γ を求めたところ、平均して約 7200 秒であった。そこでこの値をばさんで 3600 秒, 7200 秒, 14400 秒をとることにした。

Fig. 22 は、 μ を 10 mm/hour, γ を 3600 秒として作成した降水時系列データの例である。

6.2 流出計算

大戸川流域に含まれる 12 個の領域 (A ~ L) を対象に、6.1 で生成した降水時系列データを入力として流出計算を行なう。それぞれの流域の面積、斜面

勾配、斜面長を Table 4 に示す。

6.3 計算結果の誤差評価

各流域において、分布型モデルの計算結果を基準として集中型モデルの計算誤差を評価する。計算誤差は各ケースごとに次式を用いて算定される。

$$\epsilon_r = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \left\{ \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N^i} (Q_{d,j}^i - Q_{i,j}^i)^2}{N^i}} / R_m^i \right\} \quad (26)$$

ここで、 i は各ケースの 10 個の降水時系列データおよび計算結果を示す添字、 j は計算時刻を示す添字、 R_m^i は 10 個の降水時系列データのうち i 番目の降水時系列の時間平均降水強度 [mm/hour]、 N^i は i 番目の計算結果のデータ総数、 $Q_{d,j}^i$ は分布型モデルによる i 番目の計算結果の時刻 j での流出高 [mm/hour]、 $Q_{i,j}^i$ は集中型モデルによる i 番目の計算結果の時刻 j での流出高 [mm/hour] を表す。

6.4 シミュレーション結果および考察

(1) 矩形降水を入力とした場合

本章で行なう数値実験の主目的は、降水の時間変動と集中型モデルによる流出計算の誤差の関係を調査することであるが、その前に、この誤差と降水強度との関係や対象とする流域の面積、斜面長との関係といった基礎的な情報を得るために矩形降水を用いて流出シミュレーションを行なった。Fig. 23 上段は、5 mm/hour の矩形降水 (継続時間 80000 秒) を与えた場合の、流域 A, D, G, J の計算結果、Fig. 23 下段は、20 mm/hour の矩形降水 (継続時間 80000 秒) を与えた場合の、流域 A, D, G, J の計算結果である。実線が分布型モデル、破線が集中型モデルによる計算結果である。10 mm/hour の矩形降雨を与えた場合についても同様に計算を行なっているが、図としては載せていない。

Fig. 24 は矩形降水を入力としたときの集中型モデルの計算誤差と降水強度の関係を示したものである。横軸に降水強度、縦軸に誤差の値を示している。

いずれの流域においても降水強度が強くなるほど誤差の値は小さくなった。本研究で構築した集中型モデルは定常状態における貯留量 - 流出量関係を利用しており、降水 - 流出系は降水強度が強いほど早く定常状態に達するため、集中型モデルの計算誤差が小さくなったと考えられる。

流域面積の大きさと計算誤差については明瞭な相関は見られなかった。斜面長や斜面勾配といった地形特性は Table 4 を見てわかるように流域ごとに大きく変化しない。例えば流域面積が約 32km² の流域 A, B, C と、面積がその約 1/4 の流域 G, H, I を比

Table 4 Topographic quantities of study basins

	area [km ²]	slope gradient			slope length		
		average [rad]	median [rad]	COV	average [m]	median [m]	COV
A	32.99	0.2712	0.2588	0.6533	1561.2	1261.1	0.7433
B	32.61	0.2610	0.2398	0.7021	1468.7	1196.7	0.6919
C	32.00	0.3132	0.2977	0.5588	1854.4	1730.1	0.5717
D	16.11	0.2592	0.2559	0.5995	1394.7	1170.4	0.6939
E	15.14	0.2312	0.2050	0.7355	1181.2	1019.6	0.6498
F	14.71	0.2541	0.2414	0.6632	1232.6	1153.5	0.5550
G	8.050	0.2326	0.2101	0.6857	1259.9	1120.3	0.6525
H	7.900	0.2643	0.2632	0.5834	1653.5	1519.2	0.6294
I	7.835	0.2599	0.2599	0.7629	1236.1	1144.4	0.5476
J	1.704	0.3048	0.3004	0.5862	970.3	981.0	0.4862
K	1.674	0.2737	0.2693	0.4454	1150.5	1117.2	0.3678
L	1.567	0.2060	0.2060	0.7472	1010.2	747.4	0.7798

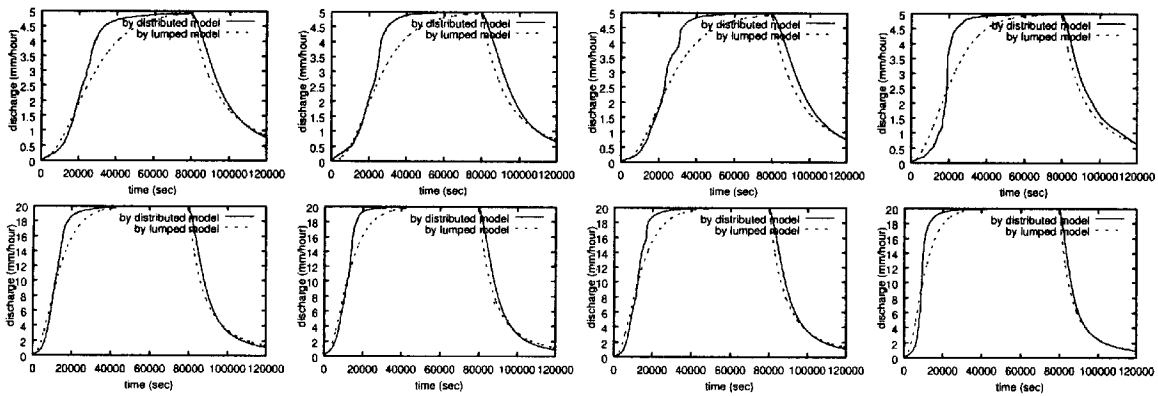


Fig. 23 Simulated hydrographs for constant precipitation (upper row: precipitation intensity = 5 mm/hour, lower row: 20 mm/hour, first column: basin A, 2nd: D, 3rd: G, 4th: J)

較しても、斜面勾配、斜面長ともに大きな違いはない。面積が最も小さい流域 J, K, L では斜面長が他の流域に比べて若干短い傾向がみられるが、流域面積の違いに比べればさほど大きな違いではない。こうしたことから流域面積の違いによっては誤差に大きな違いが出なかったと思われる。

(2) 時間的に変動する降水を入力とした場合

Fig. 25 は、流域 A における各ケースの流出計算結果の一例である。破線が降水強度時系列、実線が分布型モデルによる計算流量、一点鎖線が集中型モデルによる計算流量である。各ケースにつき 10 個の降水データおよびそれに対応する計算結果が存在するのだが、ここでは各ケースにつき 1 個ずつ載せている。他の流域においても同様に計算をしているが、結果は流域 A と類似しているため、図としては載せていない。

(a) 時間平均降水強度 μ と計算誤差の関係

ここでは、時間変動する降水データを入力としたときに、時間平均降水強度 μ と集中型モデルの計算

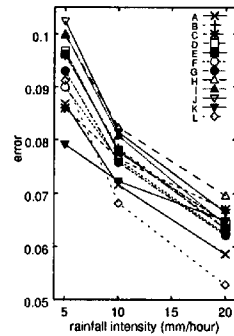


Fig. 24 Lumping error of constant precipitation simulation

誤差の間にどのような関係があるかを調査し、考察する。Fig. 26 は、各流域ごとに μ と計算誤差の関係を示したものである。■ は γ が 3600 秒のケース (ケース 1, 4, 7), ● は γ が 7200 秒のケース (ケース 2, 5, 8), ▲ は γ が 14400 秒のケース (ケース 3,

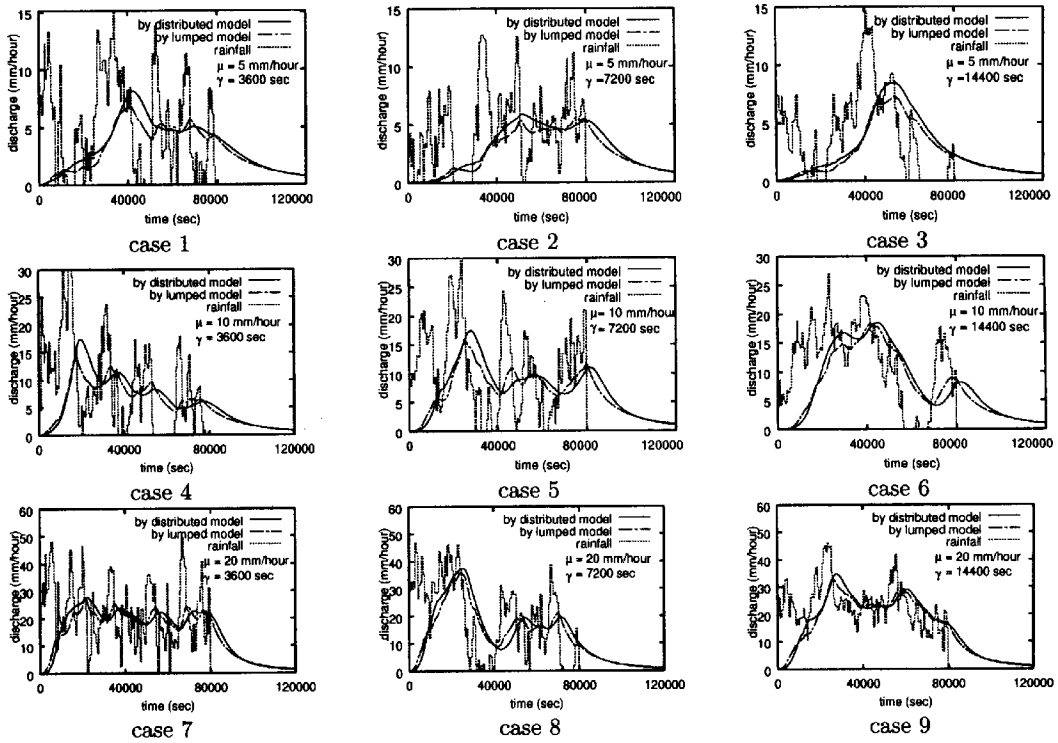


Fig. 25 Simulated hydrographs for basin A

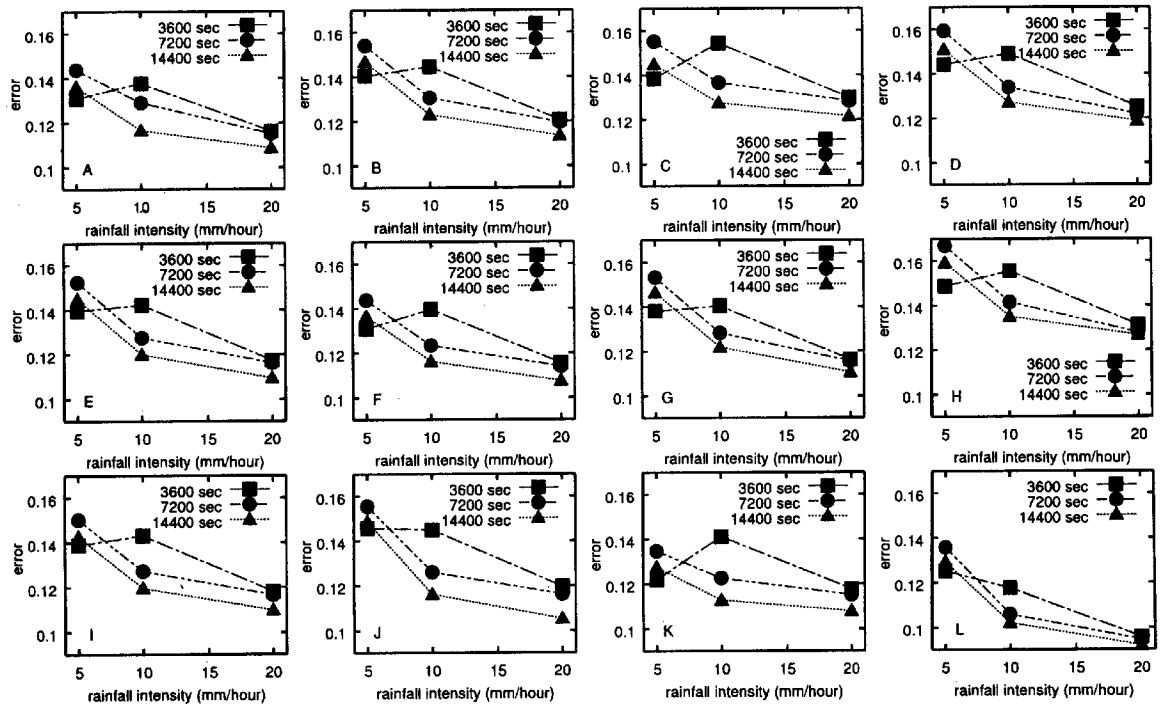


Fig. 26 Relationship between μ and lumping error

6, 9) を示している。

本集中型モデルでは定常状態における貯留量-流出量関係に基づいている。したがって、 γ が同じ値の場合であれば、降水強度が小さな方が流出係が定常に達しにくいいため、流出計算の誤差は大きくなる

と予想していた。 γ が 7200 秒, 14400 秒の場合には μ が大きくなるにつれて計算誤差が小さくなっており、予想通りの結果となったが、 γ が 3600 秒の場合は、 μ が 10 mm/hour より 5 mm/hour の方が誤差が小さくなる流域も見受けられた。

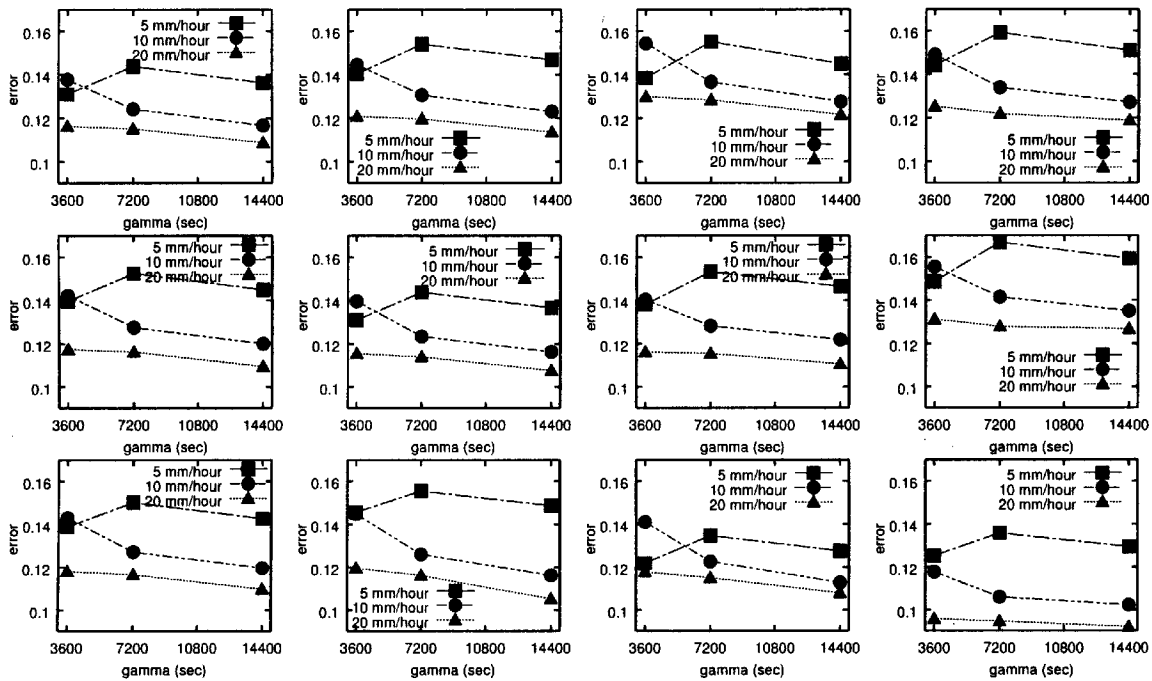


Fig. 27 Relationship between γ and lumping error

(b) 相関長さ γ と計算誤差の関係

相関長さ γ と集中型モデルの計算誤差との関係を調査し、考察する。Fig. 27 は各流域における γ と計算誤差の関係を示したものである。■ は μ が 5 mm/hour のケース (ケース 1, 2, 3), ● は μ が 10 mm/hour のケース (ケース 4, 5, 6), ▲ は μ が 20 mm/hour のケース (ケース 7, 8, 9) を示している。

繰り返しになるが、本集中型モデルでは定常状態の貯留量 - 流出量関係に基づいているため、 μ が同じ値の場合であれば、 γ が小さな方が降水の時間変動が大きく、降水 - 流出係が定常になりにくいいため、流出計算の誤差は大きくなると予想していた。

Fig. 27 を見ると、 μ が 10 mm/hour, 20 mm/hour の場合には γ が大きくなるにつれて計算誤差が小さくなっており、予想通りの結果となっていた。しかし、5 mm/hour の場合は γ が大きくなって一方向的に計算誤差が小さくなるわけではなく、予想とは反する結果となった。

Fig. 25 に示したケース 1, 2, 3 の計算結果をみると、いずれのケースにおいても降水が中断する期間で分布型モデルと集中型モデルの計算結果の差が大きくなっている。

集中型モデルでは、定常状態における貯留量 - 流出量関係式を用いているため、分布型モデルに比べて降水の時間変動に敏感である。とくに、降水 - 流出係が定常に達していない状態で降水が中断すると、集中型モデルではすぐに流量が減り始めるのに対し、分布型モデルでは流量が減り出すのに若干時

間がかかる。そのため、分布型モデルと集中型モデルの計算結果の差が大きくなる。

一般に γ が大きい場合には、降水の変動が緩やかになり誤差が小さくなるはずであるが、 μ が小さく γ が大きい場合には、一度無降水状態が発生すると降水の中断が長く続きやすいため、分布型モデルと集中型モデルの計算結果が異なる時間帯が多くなり、その結果誤差が大きくなったと考えられる。

6.5 まとめ

本章では、降水の時間変動特性と集中型モデルの流出計算誤差との関係について調査した。その結果をまとめると以下ようになる。

- 流域の大きさと計算誤差には関係がない。
- 降水強度が強いほど計算誤差が小さくなる。
- 一般に降水の相関長さが大きいほど計算誤差が小さくなるが、平均降水強度が小さく相関長さが大きい場合には、一度無降水状態が発生すると降水の中断が長く続きやすいため計算誤差が大きくなる。

7. おわりに

本論文では、まず、山腹斜面系における一般的な流量流積関係式から貯留量と流出量との関係を導出する手法を展開し、その具体例として、表面流・中間流統合型 kinematic wave モデルを集中化した例について説明した。本集中化手法は、特定の流量流積関

係式に特化したものではなく、様々な流量流積関係式に適用可能である。また、貯留量と流出量の関係を導出する過程では、数値的な演算を極力減らし、計算誤差の混入を防いでいる。

本手法で集中化された表面流・中間流統合型 kinematic wave モデルの動作を検証するため、仮想的な単一斜面に適用したところ、集中型モデルと分布型モデルの計算結果はよく一致した。とくに、以前構築したモデルでは扱えなかった表面流と中間流が混在した流れに対しても、本モデルは適用可能であることが示された。さらに、大戸川流域を対象として流出計算を行ない、モデルによる計算流量と観測流量を比較した。その結果、ピーク付近で計算流量が過大となったものの、集中型モデルと分布型モデルの計算結果はよく一致した。

次に、降水の空間的平均化による流出計算誤差の構造を明らかにするため、空間的に分布する仮想的な降水場を作成し、それを様々なスケールで平均化して流出モデルに与え、平均化スケール・降水場の分布特性・流出計算誤差の三者の関係を調査した。その結果、流出計算結果の違いは流域平均降水強度にほぼ比例すること、降水場の平均降水強度、相関長さが等しければ、変動係数が大きい場の方が平均化による誤差が大きくなること、相関長さが比較的大きい場合、その長さを超えて降水を平均化すると急激に誤差が大きくなること、の三点が明らかとなった。

最後に、定常状態における貯留量 - 流出量関係式を用いることによる流出計算誤差の構造を明らかにするために、時間的に変動する仮想的な降水データ

を作成し、その時間変動特性と流出計算誤差の関係を調査した。その結果、流域の大きさと計算誤差には関係がないこと、降水強度が強いほど計算誤差が小さくなること、一般に降水の相関長さが大きいほど計算誤差が小さくなるが、平均降水強度が小さく相関長さが大きい場合には、一度無降水状態が発生すると降水の中断が長く続きやすいため計算誤差が大きくなること、の三点が明らかとなった。

参考文献

- 市川 温・椎葉充晴・立川康人 (1997) : 流域内地形量の統計解析による流出過程の集中化, 水工学論文集, 第 41 巻, pp. 79-84.
- 市川 温・小椋俊博・立川康人・椎葉充晴 (1999) : 数値地形情報と定常状態の仮定を用いた山腹斜面系流出モデルの集中化, 水工学論文集, 第 43 巻, pp. 43-48.
- 椎葉充晴 (1983) : 流出系のモデル化と予測に関する基礎的研究, 京都大学博士論文.
- 椎葉充晴・市川 温・榊原哲由・立川康人 (1999) : 河川流域地形の新しい数値表現形式, 土木学会論文集, No. 621 / II-47, pp. 1-9.
- 高埴琢馬・椎葉充晴・市川 温 (1994) : 分布型流出モデルのスケールアップ, 水工学論文集, 第 38 巻, pp. 809-812.
- 日野幹雄・太田猛彦・砂田憲吾・渡辺邦夫 (1989) : 洪水の数値予報, 森北出版株式会社.
- Nash, J. E. & Sutcliffe, J. V. (1970) : River flow forecasting through conceptual models; Part I - a discussion of principles, *J. Hydrol.*, 10(3), pp. 282-290.

Study on Lumping Method for Slope Runoff Model Using Digital Topographic Information

Yutaka ICHIKAWA*, Toshihiro OGURA**, Yasuto TACHIKAWA,
Michiharu SHIIBA* and Kaoru TAKARA

* Graduate School of Engineering, Kyoto University

** Sumitomo Trust & Banking

Synopsis

The method to lump a general kinematic wave equation of the slope runoff system is described. The method is as follows: At first, the basin topography is modeled as a set of slope units using digital topographic information. From the topographic model, the spatial distribution of the upslope contributing area is easily obtained. Secondly, the spatial distributions of the discharge and the flow area are calculated assuming that the rainfall - runoff system is under a steady state. Finally, the storage volume of the slope system is calculated by spatially integrating the flow area and then the lumped relation between the storage volume and the outflow discharge is obtained. The flow area can not be always analytically integrated and some numerical computations are required. Then the technique to reduce the numerical computations is also given.

Keywords: Lumping, Kinematic wave equation, Digital topographic information, Steady state, Lumping error