

顧客の意思決定を伴う競合的在庫管理問題

大阪府立大学 北條仁志 (Hitoshi Hohjo)
大阪府立大学 寺岡義伸 (Yoshinobu Teraoka)
Department of Mathematics and Information Sciences,
Osaka Prefecture University

1 はじめに

既存研究 [3-6,10] では、連続的時刻および離散的時刻に発生する需要に対応する 2 者競合的在庫問題を扱った。これらのモデルでは、顧客の行動がある分布関数で与えられた問題に対して総費用最小化のもとで小売業者における期首発注量に関する Nash 平衡を探求していた。しかしながら、現実的には、顧客側も何らかの基準に基づいて購入先を決定し、行動を起こすであろう。本稿では、顧客の意思決定として出発時刻と距離に焦点を当て、単一製品を販売する 2 つの小売業者と購買意欲が強い 2 人の消費者間における行動戦略について解析を行う。小売業者は発注、在庫維持、不足によるペナルティ、販売に伴う利益を最大にするような発注戦略を決定し、消費者は移動、購入に伴う総費用最小化のもとで期首の時点で初めに向かう小売業者および出発時刻の決定を行なう。

2 モデル

同一製品を販売する 2 つの小売業者 (Retailer 1, Retailer 2) における次のような仮定をもつ 1 期間競合的在庫問題を扱う：この製品を欲しがっている 2 人の顧客 (Customer 1, Customer 2) がいて、製品を 1 単位ずつ購入しようとしている。小売業者と顧客間にはそれぞれ空間的 (あるいは時間的) 距離があり、顧客が小売業者のもとへ買いに行くものとする。Customer i の位置から Retailer j までの距離を λ_{ij} ($i = 1, 2; j = 1, 2$)、小売業間の距離を λ とする。顧客は期首の時点で初めに向かう小売業者の決定と出発時刻の決定を行なう。店の開店時間は両小売業者に共通な $[0, T]$ とし、 s_i ($i = 1, 2$) を Customer i の出発時刻とする。顧客は非常に強い購買意欲を持っており、価格に関係なく購入を試みる。しかしながら、初めに訪れた小売業者で購入することができなければ、もう一方の小売業者へ移動し、購入を試みる。これを可能にするために、 $0 \leq s_i \leq T - \lambda - \max\{\lambda_{i1}, \lambda_{i2}\}$ を仮定する。 P_i を顧客 i が選択する小売業者の番号とする。すなわち、 $P_i \in \{1, 2\}$ である。

両小売業者の在庫水準は 0 から出発する。期間中の需要に対応するために、Retailer j ($j = 1, 2$) は期首に製品を発注し、在庫水準が Q_j になるように補充する。期間中の各小売業者の発注は期首のみであり、発注した製品は瞬時に到着し、販売可能となる。小売業者は販売を目的としているため、すべての j に対して $Q_j > 0$ を仮定する。このモデルでは顧客の数が 2 であるとわかっているため、小売業者の発注量 Q_j は 1 あるいは 2 に限定される。各小売業者は 1 つ以上の発注をするので、顧客はどちらかの店において必ず需要を満たされる。

本モデルでは、小売業者において以下のような費用を扱う：Retailer j ($j = 1, 2$) は発注時に単位製品あたり c_j の費用がかかり、単位製品あたり r_j で販売する。計画期間中に製品を保管しているときには、単位時間単位製品あたりの在庫保管費用として h_j が課せられる。品切れに対しては、単位時間単位製品あたりの品切れ損失費用として p_j が課せられる。小売業者の目的は、発注、在庫維持、不足によるペナルティ、販売を考慮に入れた利益を最大にするような発注戦略を求めることである。

一方、消費者においては以下のような費用を扱う：顧客は移動に関して費用を伴い、顧客の移動時において負われる単位距離当たりの移動費用を d とする。消費者の目的は、移動および購入を考慮した総費用

を最小にするような出発時刻および出発先を決定することである。

3 利益関数と費用関数

このモデルでは、小売業者の発注量は需要のあり方から $Q_j \in \{1, 2\}$ に限定されており、顧客が選択する小売業者数は2であるので、これらの組み合わせから考えられる戦略対は16とおりである。Retailer j ($j = 1, 2$) の発注量 Q_j と Customer i ($i = 1, 2$) の初めに訪れる小売業者の選択番号 P_i に対してそれらの各状況における小売業者の利益および顧客の費用関数を以下に示す。 C_r^j ($j = 1, 2$) を Retailer j の利益、 C_c^i ($i = 1, 2$) を Customer i の総費用とする。

$$(a) (Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (2, 2, 1, 1)$$

顧客は Retailer 1 側に集中する。Retailer 1 には販売するのに十分な量の製品があり、両顧客の需要を満たすことができる。Retailer 2 は十分な量の製品を準備していたが、需要がまったく起こらない状況である。

$$C_r^1 = 2(r_1 - c_1) - h_1 \frac{s_1 + s_2 + \lambda_{11} + \lambda_{21}}{T} \quad (1)$$

$$C_r^2 = -2(c_2 + h_2) \quad (2)$$

$$C_c^1 = 2d\lambda_{11} + r_1 \quad (3)$$

$$C_c^2 = 2d\lambda_{21} + r_1 \quad (4)$$

$$(b) (Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (2, 2, 1, 2)$$

両小売業者は十分な量の製品を準備しているが、それぞれ1つしか販売できない状況を表す。

$$C_r^1 = r_1 - 2c_1 - h_1 \left(1 + \frac{s_1 + \lambda_{11}}{T}\right) \quad (5)$$

$$C_r^2 = r_2 - 2c_2 - h_2 \left(1 + \frac{s_2 + \lambda_{22}}{T}\right) \quad (6)$$

$$C_c^2 = 2d\lambda_{22} + r_2 \quad (7)$$

C_c^1 は (3) 式で与えられる。

$$(c) (Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (2, 2, 2, 1)$$

(b) と同じく、小売業者は十分な量の製品を準備しているが、それぞれ1つしか販売できない状況を表す。

$$C_r^1 = r_1 - 2c_1 - h_1 \left(1 + \frac{s_2 + \lambda_{21}}{T}\right) \quad (8)$$

$$C_r^2 = r_2 - 2c_2 - h_2 \left(1 + \frac{s_1 + \lambda_{12}}{T}\right) \quad (9)$$

$$C_c^1 = 2d\lambda_{12} + r_2 \quad (10)$$

C_c^2 は (4) 式で与えられる。

$$(d) (Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (2, 2, 2, 2)$$

Retailer 2 側に販売するには十分な量の製品があり、両顧客の需要を満たす。Retailer 1 は十分な量の製品を準備していたが、需要がまったくない状況である。

$$C_r^1 = -2(c_1 + h_1) \quad (11)$$

$$C_r^2 = 2(r_2 - c_2) - h_2 \frac{s_1 + s_2 + \lambda_{12} + \lambda_{22}}{T} \quad (12)$$

C_r^1, C_c^2 はそれぞれ (10), (7) 式で与えられる.

$$(e) (Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (2, 1, 1, 1)$$

(a) と同様, Retailer 1 側に販売するには十分な量の製品があり, 両顧客の需要を満たす. 一方, Retailer 2 側に到着する顧客はいない.

$$C_r^2 = -(c_2 + h_2) \quad (13)$$

C_r^1, C_c^1, C_c^2 はそれぞれ (1), (3), (4) 式で与えられる.

$$(f) (Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (2, 1, 1, 2)$$

顧客は別々の店を選ぶため, 再配分されることなく需要を満たすことができる. Retailer 1 は十分な量の製品を準備していたので, 最終的に在庫を抱える.

$$C_r^2 = r_2 - c_2 - h_2 \frac{s_2 + \lambda_{22}}{T} \quad (14)$$

C_r^1, C_c^1, C_c^2 はそれぞれ (5), (3), (7) 式で与えられる.

$$(g) (Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (2, 1, 2, 1)$$

(f) と同様, 小売業者は十分な量の製品を準備しているが, それぞれ 1 つしか販売できない.

$$C_r^2 = r_2 - c_2 - h_2 \frac{s_1 + \lambda_{12}}{T} \quad (15)$$

C_r^1, C_c^1, C_c^2 はそれぞれ (8), (10), (4) 式で与えられる.

$$(h) (Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (2, 1, 2, 2)$$

顧客が Retailer 2 に集中し, 不足の状態に陥る. Retailer 1 は再配分された需要を満たし, さらなる在庫を抱えている状況である.

$$C_r^1 = \begin{cases} r_1 - 2c_1 - h_1 \left(1 + \frac{s_2 + \lambda_{22} + \lambda}{T}\right), & s_1 + \lambda_{12} < s_2 + \lambda_{22} \\ r_1 - 2c_1 - h_1 \left(1 + \frac{s_1 + \lambda_{12} + \lambda}{T}\right), & s_1 + \lambda_{12} > s_2 + \lambda_{22} \end{cases} \quad (16)$$

$$C_r^2 = \begin{cases} r_2 - c_2 - h_2 \frac{s_1 + \lambda_{12}}{T} - p_2 \left(1 - \frac{s_2 + \lambda_{22}}{T}\right), & s_1 + \lambda_{12} < s_2 + \lambda_{22} \\ r_2 - c_2 - h_2 \frac{s_2 + \lambda_{22}}{T} - p_2 \left(1 - \frac{s_1 + \lambda_{12}}{T}\right), & s_1 + \lambda_{12} > s_2 + \lambda_{22} \end{cases} \quad (17)$$

$$C_c^1 = \begin{cases} 2d\lambda_{12} + r_2, & s_1 + \lambda_{12} < s_2 + \lambda_{22} \\ d(\lambda_{11} + \lambda_{12} + \lambda) + r_1, & s_1 + \lambda_{12} > s_2 + \lambda_{22} \end{cases} \quad (18)$$

$$C_c^2 = \begin{cases} d(\lambda_{21} + \lambda_{22} + \lambda) + r_1, & s_1 + \lambda_{12} < s_2 + \lambda_{22} \\ 2d\lambda_{22} + r_2, & s_1 + \lambda_{12} > s_2 + \lambda_{22} \end{cases} \quad (19)$$

$s_1 + \lambda_{12} = s_2 + \lambda_{22}$ のときには, 確率 $\frac{1}{2}$ でそれぞれの値をとり, 期待値によって利益あるいは費用の値を評価することにする.

$$(i) (Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (1, 2, 1, 1)$$

顧客が Retailer 1 に集中し, 不足の状態に陥る. 再配分された Retailer 2 側は十分な在庫を抱えているため, 需要を満たすことができる.

$$C_r^1 = \begin{cases} r_1 - c_1 - h_1 \frac{s_1 + \lambda_{11}}{T} - p_1 \left(1 - \frac{s_2 + \lambda_{21}}{T}\right), & s_1 + \lambda_{11} < s_2 + \lambda_{21} \\ r_1 - c_1 - h_1 \frac{s_2 + \lambda_{21}}{T} - p_1 \left(1 - \frac{s_1 + \lambda_{11}}{T}\right), & s_1 + \lambda_{11} > s_2 + \lambda_{21} \end{cases} \quad (20)$$

$$C_r^2 = \begin{cases} r_2 - 2c_2 - h_2 \left(1 + \frac{s_2 + \lambda_{21} + \lambda}{T}\right), & s_1 + \lambda_{11} < s_2 + \lambda_{21} \\ r_2 - 2c_2 - h_2 \left(1 + \frac{s_1 + \lambda_{11} + \lambda}{T}\right), & s_1 + \lambda_{11} > s_2 + \lambda_{21} \end{cases} \quad (21)$$

$$C_c^1 = \begin{cases} 2d\lambda_{11} + r_1, & s_1 + \lambda_{11} < s_2 + \lambda_{21} \\ d(\lambda_{11} + \lambda_{12} + \lambda) + r_2, & s_1 + \lambda_{11} > s_2 + \lambda_{21} \end{cases} \quad (22)$$

$$C_c^2 = \begin{cases} d(\lambda_{21} + \lambda_{22} + \lambda) + r_2, & s_1 + \lambda_{11} < s_2 + \lambda_{21} \\ 2d\lambda_{21} + r_1, & s_1 + \lambda_{11} > s_2 + \lambda_{21} \end{cases} \quad (23)$$

$s_1 + \lambda_{11} = s_2 + \lambda_{21}$ のときには、各値を確率 $\frac{1}{2}$ でとることにより期待値において評価する。

(j) $(Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (1, 2, 1, 2)$

顧客は別々の店を選ぶため、需要を満足できる。Retailer 2 はより多くの製品を抱えており、最終的に製品を余らす。

$$C_r^1 = r_1 - c_1 - h_1 \frac{s_1 + \lambda_{11}}{T} \quad (24)$$

C_r^2, C_c^1, C_c^2 はそれぞれ (6),(3),(7) 式で与えられる。

(k) $(Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (1, 2, 2, 1)$

(j) の場合と同様、小売業者は十分な量の製品を準備しているが、それぞれ 1 つしか販売できない状況である。

$$C_r^1 = r_1 - c_1 - h_1 \frac{s_2 + \lambda_{21}}{T} \quad (25)$$

C_r^2, C_c^1, C_c^2 はそれぞれ (9),(10),(4) 式で与えられる。

(l) $(Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (1, 2, 2, 2)$

(d) と同様、Retailer 2 に需要が集中する。Retailer 2 は販売するために十分な量の製品をもっており、両顧客の需要を満たすことができる。

$$C_r^1 = -(c_1 + h_1) \quad (26)$$

C_r^2, C_c^1, C_c^2 はそれぞれ (12),(10),(7) 式で与えられる。

(m) $(Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (1, 1, 1, 1)$

顧客が Retailer 1 に集中し、Retailer 1 は不足の状態に陥る。需要を満たされなかった顧客は再配分され、Retailer 2 により満たされる。

$$C_r^2 = \begin{cases} r_2 - c_2 - h_2 \frac{s_2 + \lambda_{21} + \lambda}{T}, & s_1 + \lambda_{11} < s_2 + \lambda_{21} \\ r_2 - c_2 - h_2 \frac{s_1 + \lambda_{11} + \lambda}{T}, & s_1 + \lambda_{11} > s_2 + \lambda_{21} \end{cases} \quad (27)$$

C_r^1, C_c^1, C_c^2 はそれぞれ (20),(22),(23) 式で与えられる。 $s_1 + \lambda_{11} = s_2 + \lambda_{21}$ のときには、確率 $\frac{1}{2}$ で各値をとることにより期待値で評価する。

(n) $(Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (1, 1, 1, 2)$

需要と供給のバランスがちょうどよい状況である。 $C_r^1, C_r^2, C_c^1, C_c^2$ はそれぞれ (24),(14),(3),(7) 式で与えられる。

(o) $(Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (1, 1, 2, 1)$

需要と供給のバランスがちょうどよい状況である。 $C_r^1, C_r^2, C_c^1, C_c^2$ はそれぞれ (25),(15),(10),(4) 式で与えられる。

(p) $(Q_1, Q_2, P_1, P_2) = (1, 1, 2, 2)$

(l) と同様、Retailer 2 に顧客が集中し、不足が生じる。再配分された顧客は Retailer 1 によって満たされる。

$$C_r^1 = \begin{cases} r_1 - c_1 - h_1 \frac{s_2 + \lambda_{22} + \lambda}{T}, & s_1 + \lambda_{12} < s_2 + \lambda_{22} \\ r_1 - c_1 - h_1 \frac{s_1 + \lambda_{12} + \lambda}{T}, & s_1 + \lambda_{12} > s_2 + \lambda_{22} \end{cases} \quad (28)$$

C_r^2, C_c^1, C_c^2 はそれぞれ (17),(18),(19) 式で与えられる。 $s_1 + \lambda_{12} = s_2 + \lambda_{22}$ のときには、確率 $\frac{1}{2}$ をもって期待値により評価する。

4 解析

前節では、すべての場合における小売業者の利益および顧客の費用関数を求めた。我々はこれらの値をもとにして、小売業者および顧客の行動戦略を決定する。

まず、顧客の行動戦略についての決定について論じる。顧客の目的は、移動および購入を考慮に入れた総費用を最小にするような出発時刻および出発先を決定することである。前節で述べた (h),(i),(m),(p) の場合には、 s_1 と s_2 の出発時刻が決定しさえすれば、顧客の費用 C_c^i の値が一意に決定する。それゆえ、顧客の行動戦略についてはまず最初に、それぞれの状況における最適な出発時刻の決定から始める。

(h),(i),(m),(p) を除くすべての場合において、Customer 1 の費用関数 C_c^1 は一意であるので、最適出発時刻 s_1^* は区間 $[0, T - \lambda - \max\{\lambda_{11}, \lambda_{12}\}]$ 上の任意の時刻をとることができる。しかしながら、他の顧客の存在性と購買意欲の強さにより、通常はより早い時刻に購買行動を起こすべきであろう。よって、これらの場合における最適出発時刻として $s_1^* = 0$ を選ぶべきである。(もし、購買意欲に乏しいのであれば、 $s_1^* = T - \lambda - \max\{\lambda_{11}, \lambda_{12}\}$ でもかまわないであろう。) 同様に、Customer 2 の費用関数 C_c^2 もこれらの状況では一意であるので、最適出発時刻は $s_2^* = 0$ と決定される。

次に、(h) の場合について考える。固定された s_2 に対して Customer 1 は費用関数 C_c^1 より $r_1 - r_2 < d(\lambda_{12} - \lambda_{11} - \lambda)$ であれば、 $s_1^* > s_2 + \lambda_{22} - \lambda_{12}$ を満たすように s_1^* を選ぶであろう。そうでなければ、 $s_1^* < s_2 + \lambda_{22} - \lambda_{12}$ を満たすように s_1^* を選ぶであろう。また、Customer 2 は費用関数 C_c^2 より $r_1 - r_2 < d(\lambda_{22} - \lambda_{21} - \lambda)$ であれば、 $s_2^* > s_1 + \lambda_{12} - \lambda_{22}$ を満たすように s_2^* を選ぶであろう。そうでなければ、 $s_2^* < s_1 + \lambda_{12} - \lambda_{22}$ を満たすように s_2^* を選ぶであろう。顧客はお互い独立して出発時間を決定するため、これらの結果から顧客の出発時間に関して次のような結果が得られる。

- (I) $r_1 - r_2 < d(\lambda_{12} - \lambda_{11} - \lambda)$ かつ $r_1 - r_2 < d(\lambda_{22} - \lambda_{21} - \lambda)$ であれば、 $s_1^* = T - \lambda - \max\{\lambda_{11}, \lambda_{12}\}$, $s_2^* = T - \lambda - \max\{\lambda_{21}, \lambda_{22}\}$ である。
- (II) $r_1 - r_2 < d(\lambda_{12} - \lambda_{11} - \lambda)$ かつ $r_1 - r_2 > d(\lambda_{22} - \lambda_{21} - \lambda)$ であれば、 $s_1^* = T - \lambda - \max\{\lambda_{11}, \lambda_{12}\}$, $s_2^* = 0$ である。
- (III) $r_1 - r_2 > d(\lambda_{12} - \lambda_{11} - \lambda)$ かつ $r_1 - r_2 < d(\lambda_{22} - \lambda_{21} - \lambda)$ であれば、 $s_1^* = 0$, $s_2^* = T - \lambda - \max\{\lambda_{21}, \lambda_{22}\}$ である。
- (IV) $r_1 - r_2 > d(\lambda_{12} - \lambda_{11} - \lambda)$ かつ $r_1 - r_2 > d(\lambda_{22} - \lambda_{21} - \lambda)$ であれば、 $s_1^* = 0$, $s_2^* = 0$ である。

その他の場合にも同様に、費用に関する各条件に対して最適出発時刻は 0 あるいは $T - \lambda - \max\{\lambda_{i1}, \lambda_{i2}\}$ が選ばれる。以上により、最適出発時刻が求められた。これらの最適出発時刻を用いると、(h),(i),(m),(p) における利益と費用が一意に定まり、ゲーム理論における平衡解析が可能となる。

5 数値例

前節で与えた解法を数値例によって示す。各パラメータの値を $c_1 = 1.1, c_2 = 1.0, r_1 = r_2 = 1.3, h_1 = h_2 = 0.1, p_1 = 0.3, p_2 = 0.5, d = 1.0, T = 1.0, \lambda = 0.2, \lambda_{11} = 0.1, \lambda_{21} = 0.3, \lambda_{12} = \lambda_{22} = 0.2$ とする。そのとき、小売業者の利益の値および顧客の費用は表 1 のとおりである。説明のため、表の各欄をセルと呼ぶことにする。1 つのセルの中にある 4 つの数字は、上からそれぞれ $C_r^1, C_r^2, C_c^1, C_c^2$ を表している。この例においてはすべての状況において最適な出発時刻が $s_j^* = 0, j = 1, 2$ となった。(h) と (p) においては、客が同時到着となっているため、期待値により計算されている。また、表中の値 1.9 (2.0) は Customer 2 が値 1.9 により自分自身の行動を判断したけれど、実際に支払った値が 2.0 であることを意味している。

Customer 1 は 1 列目と 3 列目の各同一行のセルにおける 3 番目の値 C_c^1 を比較する。同様に、2 列目と 4 列目の各同一行のセルにおける 3 番目の値 C_c^1 を比較する。そのとき、すべての比較において 1 列目あるいは 2 列目の値の方が 3 列目と 4 列目の値より小さいため、Customer 1 は最初に訪れる店と

表 1: 小売業者の利益と顧客の費用

		(P_1, P_2)			
		(1,1)	(1,2)	(2,1)	(2,2)
(Q_1, Q_2)	(2,2)	0.36	-1.01	-1.03	-2.4
		-2.2	-0.82	-0.82	0.56
		1.5	1.5	1.7	1.7
		1.9	1.7	1.9	1.7
	(2,1)	0.36	-1.01	-1.03	-1.04
		-1.1	0.28	0.28	-0.12
		1.5	1.5	1.7	1.75
		1.9	1.7	1.9	1.85
	(1,2)	-0.02	0.19	0.17	-1.2
		-0.85	-0.82	-0.82	0.56
		1.5	1.5	1.7	1.7
		1.9 (2.0)	1.7	1.9	1.7
(1,1)	-0.02	0.19	0.17	0.16	
	0.25	0.28	0.28	-0.12	
	1.5	1.5	1.7	1.75	
	1.9 (2.0)	1.7	1.9	1.85	

して Retailer 1 を選ぶ。すなわち $P_1^* = 1$ である。同様の議論により、Customer 2 は 1 列目と 2 列目、3 列目と 4 列目の各同一行のセル内で 4 番目の値 C_2^2 を比較し、最初に訪れる店として Retailer 2 を選ぶ。すなわち、 $P_2^* = 2$ である。このとき、小売業者は $(P_1, P_2) = (1, 2)$ のセルにおいて彼らの利益 C_1^1 と C_2^2 を比較する。その結果、小売業者はそれぞれ 1 つずつ製品を発注することを選ぶ。つまり、平衡点は $(Q_1^*, Q_2^*, P_1^*, P_2^*) = (1, 1, 1, 2)$ である。

6 最後に

本稿では、単一製品を販売する 2 つの小売業者と購買意欲が強い 2 人の消費者間における行動戦略について解析方法を示した。本モデルは顧客の意思決定を考慮に入れた競合的在庫問題に対する解析の第一歩であり、様々な観点においてさらなる配慮が必要である。特に、本モデルでは、小売業者は必ず発注しなければならないという仮定と消費者は購入できるまで行動するという強い仮定を与えた。これらの仮定が、単純な結果をもたらしているため、意思決定者の選択肢についての改善が必要であろう。また、消費者数や小売業者数の一般化、顧客の購入量に関する一般化、連続的に発生する需要モデルへの拡張等、様々なバリエーションが考えられる。これらの問題については今後の研究課題とする。

謝辞

本研究の一部は、文部科学省科学研究費若手研究 (B)(課題番号 18710135) の援助を受けたことを付記する。

参考文献

- [1] J. Bryant, Competitive equilibrium with price setting firms and stochastic demand, *International Economic Review*, **21**, 619–626, (1980).
- [2] D.P. Heyman and M.J. Sobel, *Stochastic Models, Handbooks in Operations Research and Management Science 2*, Elsevier Science Publishers, North-Holland, (1990).
- [3] H. Hohjo, A competitive inventory model with the customer's general choice probability, *Computers & Mathematics with Applications*, **41** (3-4), 523–530, (2001).
- [4] H. Hohjo and Y. Teraoka, On a competitive inventory model with a customer's choice probability, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **43** (3), 355–364, (2000).
- [5] H. Hohjo and Y. Teraoka, A duopolistic inventory problem including the possibility that the customers give up purchasing the merchandise, *Scientiae Mathematicae Japonicae*, **55** (2), 361–367, (2002).
- [6] H. Hohjo and Y. Teraoka, A competitive inventory model with reallocation on a plane Market, *Mathematical and Computer Modelling*, **38** (11-13), 1191–1201, (2003).
- [7] M.Kodama, *The Basis of Production and Inventory Control Systems* (in Japanese), Kyushu University Press, Japan, (1996).
- [8] S.A. Lippman and K.F. McCardle, The competitive newsboy, *Operations Research*, **45** (1), 54–65, (1997).
- [9] M. Parlar, Game theoretic analysis of the substitutable product inventory problem with random demands, *Naval Research Logistics*, **35**, 397–409, (1988).
- [10] 北條仁志, 寺岡義伸, 離散型需要をもつ競合的在庫モデルについて, 京都大学数理解析研究所講究録 1477, 112–117, (2006).
- [11] 北條仁志, 寺岡義伸, 三企業間の競合的在庫問題に関する一考察, 京都大学数理解析研究所講究録 1457, 179–186, (2005).