

不動点性と Approximate Shape Property について

山口大学教育学部数学教室

渡辺 正

Tadashi Watanabe

昨年度の文部省外地研究員として、アメリカのシアトル市にあるワシントン大学で10ヶ月間過ごしました。この大学には、トポロジーに関係の研究者はマイケル、ナミオカ、シーガル、そして、もう一人代数的位相幾何学の教授がいます。そして、客員教授として、ポーランドのスツピツが途中から来ました、私の帰国後には、ポーランドのポール夫妻が来ました。そして、毎週の様にある談話会、集中講義等で色々な人が来ます、例えば、ボルチャンスキー、ドラニシコフ、キースリング、・・・です。特に、フラクタル関係のトピックが盛んでした。

私の研究相手はシーガル先生です。毎週2回、先生と私の2人だけの”セミナー”をするのです。但し、この”セミナー”とは、日本で言うセミナーとは根本的に違います。日本でのセミナーとは、学部、大学院、そして研究者の間でも”本や論文をみんなで読む勉強会”を意味します。ここではオリジナルな結果を持ち寄っての討論発表を意味します。アメリカでもヨーロッパでも、本や論文をよむ勉強は一人であるのが基本です。学部、大学院の学生にたいしては、本や論文を読んで分からない点を、予約をして先生に面会した上で質問して教えてもらうのが基本です。外国で注意しなければならない点は、むこうでは、初めに面会を予約し、そして面会しなければならないことです。日本と同じ様なセミナーであれば、間違いなく貴方は学生として遇されているのです。外国で、研究者として遇されるか、学生として遇されるかは、天と地ほどの違いがあります。

しかしながら、その様なことなど関係無く、若い人達がどんどん外国に行き、武者修行して来ることは、大変有意義は事ですので、おおいに薦めま

す。

さて、シーガル先生とは、お互いの興味が一致するものとして、不動点を研究することにしました。不動点の研究は多くの研究者により研究されてきました。そのさい、研究の立場として、

①多面体等の良い空間を対象とする立場と

②一般の悪い空間を対象とする立場

とに分かれます。①ではレップレッシュ数のような代数的不変量をを基にして研究します。②では、①の様な不変量が無く代数的位相幾何学の手法が使えません。それ故に②での研究は場合場合による家内手工業的方法で研究しています。

私達には、①より②のほうが面白い問題を含んでいる様に思えた。そこで、大上段に構えて、次の問題設定をした。

問題 1. " 不動点の研究に於て②の立場で、この様な手工業的現状から脱出する方法はないものか? "

私達は、この問題 1 に対して、Approximate Inverse Limits 理論が使えるのではないかと考え今までの先人の研究をこの視点で眺め直す事にした。即ち、Inverse Limits を使用した不動点関係の論文を調べた。Inverse Limit と不動点との関係は今までに多くの研究者により調べられており多くの論文が発表されている。

空間 X が与えられており、 $(X) = \{X_\alpha, p_{\alpha\alpha'}, A\}$ と $(X') = \{X'_\beta, p'_{\beta\beta'}, B\}$ とを、 X の多面体による Inverse Systems への展開とする。先人の研究では、幾つかの性質 P に関して

(I) " ある性質 P を (X) が満たすとき、 X が不動点性質を持つ。 " を調べているのが目に就いた。しかしながら、これら、先人の研究された幾つかの性質 P はどれも Inverse Systems への展開に依存してしまう。即ち、性質 P が展開に依存しないとは、つぎの事が成立する事である。

(I I) " (X) が性質 P を持つならば、 (X') も性質 P を持つ。 "

Inverse system (X) の性質 P で (I) と (I I) を満たすものが本質的な我々が求める性質である。しかしながら、先人の論文を調べた限りでは、(I) のタイプの性質 P のみ調べている、更にそれらは、(I I) の性質を

満たしてはいない事が分かる。両方の性質 (I), (II) を満たす性質 P は今まで誰にも与えられていない。この (II) を満たす性質を Approximate Shape Property という。

我々は Approximate Inverse System にたいしてコスミックと言う性質を導入して、

定理 1. コスミックが (I), (II) の両方を満たす。

ことを示した。更に、この性質と Approximate Shape Theory とを使用して、

定理 2. Arc-like compact Hausdorff 空間の超空間は不動点性をもつ。

を示した。これは、Rogers Jr. の問題の肯定解をあたえる。

この様に、(II) を満たす性質を調べると言う基本的態度が今まで欠けていたのは致命的欠点である。これは、Approximate Shape 理論の必要性を示している物と言わざるを得ない。今後、この様な Approximate Inverse System の不変的性質を見つける事により未解決の問題へ挑戦する足掛りが得られものと考えている。この意味で面白いのは、次の問題である。

問題 2. 空間 X の局所連結性を、 X の多面体による Approximate Inverse System への展開 (X) の性質 P で (I), (II) を満たすもので特徴づけなさい。

我々の考えでは、問題 2 は、マンデルブローの問題への足掛りを与えるものと考えている。これらの考えは、フラクタル幾何学にいま一步の所であることを示している。現在、我々は Approximate Shape Theory をフラクタル幾何学へ応用する為に Measure Theory を Approximate Shape 的発想で再考している所です。

参考文献

1) S. Mardesić and T. Watanabe, Approximate resolutions of spaces and mappings, Glasnik Math. 24(1989), 583-633.

2) J. Segal and T. Watanabe, Cosmic approximate limits and fixed points I, II, submitted.