数理解析研究所講究録
760巻 1991年 11-23



# "$\mathcal{F}^1(M)$に属するdiffeomorphismはAxiom Aを満たす"について

早大 教育　林 修平 (Shuhei Hayashi)

Mは境界のない$C^\infty$ compact manifold、$\mathrm{Diff}^1(M)$をMの$C^1$ diffeomorphismの集合で、$C^1$ topologyを持つものとする。$\Omega(f)$は、$f\in\mathrm{Diff}^1(M)$のnonwandering setとする。$\mathcal{F}^1(M)$は、次のような$f\in\mathrm{Diff}^1(M)$の集合である—fのある$C^1$近傍$\mathcal{U}$が存在して、すべての$g\in\mathcal{U}$のperiodic pointはすべてhyperbolicである。

この小論では、次の定理の証明の概略を述べる。

<u>定理</u>　$f\in\mathcal{F}^1(M)$ならば、fはAxiom Aを満たす。

これは、Mañéのconjectureであり、詳しい背景は、[3], [4]を参照。

## §1、定理の命題への帰着

$f\in\mathcal{F}^1(M)$について、これまで知られている結果を述べる。$P(f)$はfのperiodic pointの集合を表し、$\overline{P}(f)$は$P(f)$のclosureとする。$f\in\mathcal{F}^1(M)$ならば、$\Omega(f)=\overline{P}(f)$である。$P_i(f)$を$x\in P(f)$の集合

で、$\dim E^s(x)=i$ のものとすると、$\Omega(f)=\bigcup_{i=0}^{\dim M}\bar{P}_i(f)$ で、$P_0(f)$, $P_{\dim M}(f)$ は finite set である。さらに、各 $0<i<\dim M$ に対し、dominated splitting $TM|\bar{P}_i(f)=\tilde{E}_i^s\oplus\tilde{E}_i^u$ と、定数 $0<\lambda_1<1$, $m\in\mathbb{Z}^+$ が存在して、

$$\|(Df^m)|\tilde{E}_i^s(x)\|\cdot\|(Df^{-m})|\tilde{E}_i^u(f^m(x))\|\leq\lambda_1 \qquad (1)$$

がすべての $x\in\bar{P}_i(f)$ に対して成り立つ。

定理を証明するためには、[3]と同様に、以下のように進める。$\Omega(f)=\bar{P}(f)$ は知られているので、(Pugh の closing lemma による)、$\Omega(f)$ が hyperbolic であることをいえば十分である。$\bar{P}_0(f)$ が hyperbolic (finite だから) であるから、$\bigcup_{0\leq i\leq j}\bar{P}_i(f)$ が hyperbolic であると仮定して、$\bar{P}_{j+1}(f)$ の hyperbolicity を示せばよい。そのためには、$P_{j+1}(f)$ が $\bigcup_{0\leq i\leq j}\bar{P}_i(f)$ に集積している場合のみを考えればよい([3])。ここで、$\bigcup_{0\leq i\leq j}\bar{P}_i(f)$ は $\Lambda_1\cup\dots\cup\Lambda_\ell$ と basic set の disjoint union でかけることはよく知られている。そこで、$P_{j+1}(f)$ は $\bar{P}_0(f)$ に集積しえないので、$\Lambda_1\cup\dots\cup\Lambda_\ell=\bigcup_{1\leq i\leq j}\bar{P}_i(f)$ と仮定してよい。Mañé は[3]で、$f\in\mathcal{F}^1(M)$ なら、$f$ のある $C^1$ 近傍 $\mathcal{U}$ が存在して、$g\in\mathcal{U}$ が $\bigcup_1^\ell\Lambda_t$ のある近傍で $f$ と一致していれば、$W_g^s(\Lambda_t)\cap W_g^u(\Lambda_t)=\Lambda_t$ がすべての $1\leq t\leq\ell$ に対して成り立つこと(*)を示した。従って定理の証明は、次の命題の証明に帰着される。

<u>命題</u>　$f \in \mathcal{F}^1(M)$ で、$P_{j+1}(f)$ が $\bigcup_1^{\ell} \Lambda_t$ に集積していれば、$f$ に $C^1$ でいくらでも近い $g$ で、$f$ と $\bigcup_1^{\ell} \Lambda_t$ のある近傍で一致し、ある $1 \leq t \leq \ell$ に対し、$W_g^s(\Lambda_t) \cap W_g^u(\Lambda_t) - \Lambda_t \neq \phi$ となるものが存在する。

§2、準備

$M$ は、$TM \mid \bigcup_1^{\ell} \Lambda_t = E^s \oplus E^u$ が hyperbolic splitting ならば、ある $0 < \lambda_0 < 1$ が存在して、すべての $x \in \bigcup_1^{\ell} \Lambda_t$ に対し、$\|(Df) \mid E_x^s\| < \lambda_0$, $\|(Df^{-1}) \mid E_x^u\| < \lambda_0$ となるような Riemannian metric を持つと仮定する。

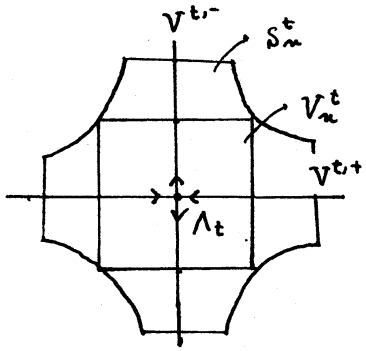
$$W_\varepsilon^s(\Lambda_t) = \bigcup_{x \in \Lambda_t} W_\varepsilon^s(x)$$

$$W_\varepsilon^u(\Lambda_t) = \bigcup_{x \in \Lambda_t} W_\varepsilon^u(x)$$

とし、小さな $\varepsilon_1 > 0$ を選び、compact sets

$$V^{t,+} = W_{\varepsilon_1}^s(\Lambda_t)$$

$$V^{t,-} = W_{\varepsilon_1}^u(\Lambda_t)$$




を定義する。このとき、

$$f(V^{t,+}) \subset V^{t,+}, \quad f^{-1}(V^{t,-}) \subset V^{t,-}, \quad \Lambda_t = V^{t,+} \cap V^{t,-}$$

である。さらに、

$$V_m^t = \{x \mid d(x, V^{t,+}) \leq r_m,\ d(x, V^{t,-}) \leq r_m\}$$

と定義する。ここに、$r_m = r_0^{(1+\delta)^m}$, $(m = 0, 1, \cdots)$, $0 < \delta < 1$ で、$0 < r_0 < 1$ はいくらでも小さくてよい。$S_m^t$ は、$x \in V_0^t$

の集合で次のようなものとする。$x=f^m(y)$, $m\in\mathbb{Z}$, $y\in V_n^t$ で、$m\geq 0$ ならすべての $0\leq j\leq m$ に対して、また、$m<0$ ならすべての $m\leq j\leq 0$ に対して、$f^j(y)\in V_0^t$、となるようなものである。

$$V^+=\bigcup_1^\ell V^{t,+},\quad V^-=\bigcup_1^\ell V^{t,-},\quad V_n=\bigcup_1^\ell V_n^t,\quad S_n=\bigcup_1^\ell S_n^t$$

そして、$\Lambda=\bigcup_1^\ell \Lambda_t$ とおく。(union はすべて disjoint とする.)

異なる点からなる finite backward orbit を <u>string</u> と呼ぶ。$\sigma=\{x,\cdots,f^j(x)\}\subset V_0^t$, $f(x)\notin V_0^t$, $f^{-(j+1)}(x)\notin V_0^t$ であるような string $\sigma$ を <u>0-string</u> と呼ぶ。0-string に対し、order relation $\sigma'>\sigma''$ を $\sigma'\neq\sigma''$ で、$\sigma''$ は $\sigma'$ の backward にあるとき、として定義できる。$(x,y)$ で $\{x,\cdots,f^{-j}(x)\}$, $f^{-j}(x)=y$ なる string を表す。さらに $\{(x_k,y_k)\}$ で、string $(x_k,y_k)$, $(k=1,2,\cdots)$ の列を表す。ただし、$y_k=f^{-t_k}(x_k)$ のとき、$\lim_{k\to\infty}t_k=\infty$ であるとする。

$\hat{\Lambda}$ を $f\in \mathrm{Diff}^1(M)$ の compact invariant set で dominated splitting $TM|\hat{\Lambda}=E\oplus F$ を持つものとする。$m\in\mathbb{Z}^+$ と $0<\gamma<1$ に対し、$(x,y)\subset\hat{\Lambda}$ が

$$\prod_{j=1}^{[\frac{n}{m}]}\|(Df^m)|E(f^{-mj}(x))\|\leq\gamma^{[\frac{n}{m}]},$$

$f^{-n}(x)=y$, $n\geq m$, を満たすとき、$(x,y)$ は <u>$(m,\gamma)$-string</u> という。また、$(f^{-mj}(x), f^{-m[\frac{n}{m}]}(x))$ がすべての $0\leq j<[\frac{n}{m}]$ に対し、$(m,\gamma)$-string, ただし、$f^{-m[\frac{n}{m}]}(x)=y$、のとき、

$(x, y)$ は、<u>uniform $(m, r)$-string</u> であるという。さらに、$\hat{\Lambda}$ における $\{(x_k, y_k)\}$ が、<u>$(m, r)$-sequence</u> であるとは、$(x_k, y_k)$ が、十分大なる $k$ に対し、$(m, r)$-string であるときをいう。特に、それが、十分大なる $k$ に対し、uniform $(m, r)$-string であるとき、<u>strongly $(m, r)$-sequence</u> であるという。これらの定義は、$\overline{P}_{j+1}(f)$ における string に対して用いられるので、今後、$\hat{\Lambda} = \overline{P}_{j+1}(f)$, $E = \tilde{E}^s_{j+1}$, $F = \tilde{E}^u_{j+1}$, $m$ は $i = j+1$ に対し、(1) で与えられたもの、$0 < r < 1$ は、[3] にあるように適切に選ばれているもの、と仮定する。

## §3、Three lemmas

この章では、命題を証明するための基本的な lemma を、挙げる。

(3.1) <u>Lemma</u> すべての $\hat{n} > 0$ に対して、次のどれか1つが成り立つとする。

a) $n \geq \hat{n}$, $1 \leq t \leq \ell$, $f \in \mathrm{Diff}^1(M)$ の ordered $\sigma$-strings $\sigma' > \sigma''$ で、$S^t_{n+1}$ に含まれるものが存在して、すべての $\sigma' > \sigma > \sigma''$ に対し、$\sigma \cap (S^t_n - S^t_{n+1}) = \phi$ である。

b) $n \geq \hat{n}$, $1 \leq t \leq \ell$, $f \in \mathrm{Diff}^1(M)$ の $\sigma$-string $\sigma'$ で、$S^t_{n+1} \cap W^u_f(\Lambda_t)$ に含まれるものが存在して、すべての $\sigma < \sigma'$

に対し、$\sigma \cap (S_n^t - S_{n+1}^t) = \phi$ である。

c) $n \geq \hat{n}$, $1 \leq t \leq \ell$, $f \in \mathrm{Diff}^1(M)$ の o-string $\sigma'$ で、$S_{n+1}^t \cap W_f^s(\Lambda_t)$ に含まれるものが存在して、すべての $\sigma > \sigma'$ に対し、$\sigma \cap (S_n^t - S_{n+1}^t) = \phi$ である。

このとき、$f$ に $C^1$ でいくらでも近い $g \in \mathrm{Diff}^1(M)$ で、$f$ と $\Lambda$ のある近傍で一致し、$W_g^s(\Lambda_t) \cap W_g^u(\Lambda_t) - \Lambda_t \neq \phi$ となるものが存在する。

(3.1) は、[2] の Theorem I.1 の証明の中で暗に証明されている。この Lemma により、命題の証明は (3.1) の仮定の満足を示すような string を見つけることに帰着される。

(3.2) <u>Lemma</u> $\{(x_k, y_k)\}$ を $f \in \mathcal{F}^1(M)$ の string の列とし、$N_k(i)$ は、$(x_k, y_k) \cap S_n^i$ の点を含む o-string の数が $\leq 1$ となる最小の $n \in \mathbb{Z}^+$ とする。$\{(x_k, y_k)\}$ は、ある $1 \leq t \leq \ell$ に対し、次のような性質を満たすとする。

a) $L \in \mathbb{Z}^+$ ($k$ によらない) が存在して、すべての十分大なる $k$ に対し、

$$S_{N_k(t)+L} \cap (x_k, y_k) = \phi \ ;$$

b) $\lim_{k \to \infty} N_k(t) = \infty$.

このとき、$\{(x_k, y_k)\}$ は $(m, \gamma)$-sequence である。

(3.2) は、[2] の Lemma 4 の証明の議論を (3.1) と (*) を用いて行なった結果 ((3.2) の仮定 $\Rightarrow \{(x_k, y_k)\}$ から自然に誘導されるすべての invariant measure $\mu$ に対し、$\mu(\Lambda) = 0$) と、「$\{(x_k, y_k)\}$ が not an $(m, r)$-sequence $\Rightarrow {}^{\exists}\mu(\Lambda) > 0$」(本質的に [3] の Lemma V.7 の証明にある) からわかる。次の Lemma は、[2] の Lemma 2 と Lemma 3 からわかる。

(3.3) <u>Lemma</u> $L_0, n_1 \in \mathbb{Z}^+$ が存在して、ある $1 \le t \le \ell$ に対し、$x \notin V_0^t$ ですべての $0 \le i \le j$ に対し、$d(f^{-i}(x), f^{-i}(z)) \le r_0/3$ のとき、$f^{-j}(z) \in V_n^t$ かつ $n \ge n_1$ ならば、$f^{-j}(x) \in S_{n-L_0}^t$ である。さらに、上の $f$ が $f^{-1}$ で置き換えられたものもまた正しい。

## §4. $(m, r)$-sequence と quasihyperbolic point

さて、命題の証明について述べることにする。命題の仮定により、periodic point の列 $\{p_k\} \subset P_{j+1}(f)$ で $\Lambda$ に収束するものが存在する。ここで、十分大なる $k$ に対し $p_k \in V_0^1$ であり、

$$\tau(\sigma_k) = \max\{n \mid S_n^1 \cap (p_k, f^{-a_k}(p_k)) \neq \phi\}$$
$$= \max\{n \mid S_n \cap (p_k, f^{-a_k}(p_k)) \neq \phi\}$$

と仮定して一般性を失なわない。ただし、ここで $\sigma_k$ は、$p_k$ を含む 0-string、$a_k + 1$ は $p_k$ の周期、そして $\tau(\cdot)$ は次のような non-negative integer である — すべての 0-string $\sigma \subset V_0^t$ に対して、$\tau(\sigma)$ は $\sigma \subset S_{\tau(\sigma)}^t - S_{\tau(\sigma)+1}^t$ なるもの —。

$x_k^{(i)}$, $(i \geq 1)$ は $p_k$ の backward orbit で $V_0'$ を出てから最初に $V'_{\tau(\sigma_k)-2iL_1}$ に入ったものとする。ここに、$L_1 > 0$ は、$L_1 \geq 5L_0$ なる整数であり、$L_0$ は (3.3) で与えられているものとする。さらに、$y_k^{(i)}$ は、$x_k^{(i)}$ の backward orbit で $V_0'$ をでてから、最初に、$V'_{\tau(\sigma_k)-2iL_1-L_1}$ に入った点とする。このとき、(3.1) と (*) から、$\{(x_k^{(i)}, y_k^{(i)})\}$ は (3.2) の仮定を満たすことがわかり、大きな $k$ に対して、

$$S'_{\tau(\sigma_k^{(i)})-L_1+1} \cap ((x_k^{(i)}, y_k^{(i)}) - \sigma_k^{(i)}) = \phi \qquad (2)$$

(ここに、$\sigma_k^{(i)}$ は $x_k^{(i)}$ を含む 0-string) が、成り立つこともわかる。従って、(3.2) と [3] の Lemma II.3 によって、次の性質を得る。すべての $i \geq 1$ に対し、

a) $\{(x_k^{(i)}, y_k^{(i)})\}$ は $(m, \gamma)$-sequence.

b) すべての $\gamma < \gamma_1 < 1$ に対し、$k$ が十分大きければ、$z_k^{(i)}$ が存在して、$z_k^{(i)}$ は $(x_k^{(i)}, y_k^{(i)})$ 上にあり、$\{(x_k^{(i)}, z_k^{(i)})\}$ は strongly $(m, \gamma_1)$-sequence である。

$z_k^{(i)}$ は、$(x_k^{(i)}, y_k^{(i)})$ 上で、b) を満たす最後の点とする。$s_k \geq 0$, $t_k \geq 0$ をそれぞれ、$x_k^{(i)} = f^{s_k}(z_k^{(i)})$, $y_k^{(i)} = f^{-t_k}(z_k^{(i)})$ なるものとする。上の $z_k^{(i)}$ の選択により、$\lim_{k\to\infty} t_k = \infty$ のとき、$(z_k^{(i)}, y_k^{(i)})$ は次の性質を持つ一ある $0 < \hat{\gamma} < 1$ が存在して、すべての、$N_2 \leq j \leq t_k$ と大きな $k$ に対して、

$$\prod_{l=0}^{[j/m]-1} \| (Df^{-m}) | F(f^{-ml}(z_k^{(i)})) \| \leq \hat{\gamma}^{[\frac{j}{m}]}$$

ここに、$N_2$は$k$によらない正の整数である。従って、b)と合わせて、$z_k^{(i)}$は大きな$k$に対し、"quasihyperbolicity"を持つ。

## §4、A shadowing string

dominated splitting $TM|\hat{\Lambda} = E \oplus F$に関連して、それぞれ、$F(x)$, $E(x)$, $(x \in \hat{\Lambda})$に$x$で接する locally invariant な embedded $C^1$ disks $D^F(x)$, $D^E(x)$の連続な family が存在する。$D_r^F(x)$, $D_r^E(x)$をそれぞれ、$D^F(x)$, $D^E(x)$の点で$x$への距離が$\leq r$であるものの集合とする。([1]を参照)

$z_k^{(i)}$の quasihyperbolicity によって、$\hat{\delta} > 0$が与えられたとき、$r > 0$が存在して$k$が十分大きければ、次のような性質がすべての$i \geq 1$に対して成り立つ。

a) すべての$0 \leq j \leq t_k$に対して、$\mathrm{diam}\, f^{-j}(D_r^F(z_k^{(i)})) < \hat{\delta}$.

b) すべての$0 \leq j \leq s_k$に対して、$\mathrm{diam}\, f^{j}(D_r^E(z_k^{(i)})) < \hat{\delta}$.

さて、$\bar{z}^{(i)}$, $(i \geq 1)$を$\{z_k^{(i)}\}$の集積点とするとき、すべての$i \geq 1$に対して、$\bar{z}^{(i)} = \lim_{k \to \infty} z_k^{(i)}$と仮定してよい。

$$\Gamma = \{x \mid x \in V^{1,-} \text{ and } d(x, V^{1,+}) \leq 2r_0\}$$

と定義する。最初に考える場合は、すべての$i \geq 1$に対し、$\bar{z}^{(i)} \notin \Gamma$となる場合である。このとき、$\lim_{k \to \infty} t_k = \infty$である。$M$は compact なので、すべての$\varepsilon > 0$に対し、$i_1 < i_2$で、$d(\bar{z}^{(i_1)}, \bar{z}^{(i_2)}) < \varepsilon$となるものが選べる。$t_k' \geq 0$, $s_k'' \geq 0$を

それぞれ、$y_k^{(i_1)} = f^{-t_k'}(z_k^{(i_1)})$, $x_k^{(i_2)} = f^{s_k''}(z_k^{(i_2)})$ とする。簡単のため、$z_k^{(i_1)} = z_k'$, $z_k^{(i_2)} = z_k''$, $y_k^{(i_1)} = y_k'$, $x_k^{(i_2)} = x_k''$, $\tau(\sigma_k^{(i_2)}) = \tau_k$ とかく。このとき、与えられた $r>0$ に対し、$\varepsilon$ を十分小さくとれば、すべての十分大なる $k$ に対し、

$$D_r^F(z_k') \cap D_r^E(z_k'') \neq \phi$$

となる。$w_k$ をその intersection とすると、上の a), b) により、$r$ を十分小さくとれば、すべての $0 \leq j \leq t_k'$ に対し、

$$d(f^{-j}(w_k), f^{-j}(z_k')) < r_0/3 \qquad (3)$$

であり、すべての $0 \leq j \leq s_k''$ に対して、

$$d(f^{j}(w_k), f^{j}(z_k'')) < r_0/3$$

である。従って、すべての十分大なる $k$ に対し、$f^{-t_k'}(w_k) \in V_0'$, $f^{s_k''}(w_k) \in V_0'$ である。

ここで、もとの sequences のとり方から、(3.1) と (*), (2), (3.2) を用いた議論によって、$(x_k'', z_k'')$, $(z_k', y_k')$ からなる pseudo orbit は (3.1) の仮定を満たすような string の形をしていることがわかる。そこで、(3.3) を使えば、shadowing string $(f^{s_k''}(w_k), f^{-t_k'}(w_k))$ も、(3.1) の仮定を満たす string であることがわかる。詳しくいうと次のようになる。$j_k' > 0$ を $f^{-j_k'+1}(w_k)$ が $f^{-t_k'}(w_k)$ の forward orbit が最初に $(V_0')^c$ に入った点となるものとし、$j_k'' > 0$ を、$f^{j_k''-1}(w_k)$ が、$f^{s_k''}(w_k)$ の backward orbit が最初に $(V_0')^c$ に入った点と

なるものとする。このとき、すべての大きなkに対し、次の性質が成り立つ。

a) $f^{-j_k'}(w_k) \in S^1_{\tau_k - L_0}$;

b) $f^i(w_k) \notin S^1_{\tau_k - L_0 - 1}$ for all $-j_k' < i < j_k''$;

c) $f^{j_k''}(w_k) \in S^1_{\tau_k - L_0}$.

（証明の概略） 十分大きなkに対して、$f^{-t_k'}(z_k') = y_k' \in V^1_{\tau_k}$, $\tau_k \geq n_1$（ここに、$n_1$は(3.3)で与えられたもの）、そしてある$0 \leq j \leq t_k'$が存在して$f^j(f^{-t_k'}(w_k)) \notin V_0^1$だから、(3)と(3.3)によって$f^{-t_k'}(w_k) \in S^1_{\tau_k - L_0}$である。これでa)が示せた。c)もa)と同じ状況にあることがわかるので上と同様にして証明される。b)については、2つの部分に分けて考える。まず、ある$-j_k' < j \leq 0$に対して$f^i(w_k) \in S^1_{\tau_k - L_0 - 1}$と仮定する。このとき、$f^i(w_k) \in V^1_{\tau_k - L_0 - 1}$としてより。すると、$0 \leq i \leq t_k'$で、$f^i(y_k') \notin V_0^1$となるものがあるので、$\tau_k - L_0 - 1 \geq n_1$なるkに対し、(3)と(3.3)を用いれば、$f^i(z_k') \in S^1_{\tau_k - 2L_0 - 1}$となる。このようなkをとって、列$\{(z_k', y_k')\}$を考えると、これは(3.2)の仮定を満たす。従って、$\{(z_k', y_k')\}$は$(m, \gamma)$-sequenceとなり、さらに、$z_k'$のときと同様にして、$(z_k', y_k')$上の点$\hat{z}_k$（$\neq z_k'$）で、$\{(z_k', \hat{z}_k)\}$がstrongly $(m, \gamma_1)$-sequenceとなるものがある。これは$z_k'$のとり方に反するから矛盾である。さて次に、ある$0 \leq j \leq j_k''$

に対し $f^j(w_k) \in S^1_{\tau_k - L_0 - 1}$ となる場合にも矛盾が生じることを示す。この場合も上と同様の議論によって $f^j(z_k'') \in S^1_{\tau_k - 2L_0 - 1}$ となることがわかる。ところが、$f^j(z_k'') \notin \sigma_k^{(i_2)}$ であることは明らかなので、(2) と $L_1 \geq 5L_0$ から、$f^j(z_k'') \in S^1_{\tau_k - 2L_0 - 1}$ とはなり得ない。 □

最後に、$z_k^{(i)} \in \Gamma$ となる $i \geq 1$ が存在するときを考える。このときは、$r_0$ を適切にとっていれば（$\{r_0(n)\}_{n \geq 1}$ を $r_0$ の選択の減少列としたとき十分大きな $n$ に対する $r_0(n)$ でよい）、$d(z^{(i)}, \Lambda_1 \cap \hat{\Lambda})$ が十分小さくなるので、大きな $k$ に対し、

$$D_r^E(z_k^{(i)}) \cap W^u_{2\varepsilon_1}(\Lambda_1) \neq \phi$$

となる。このとき、先の場合と部分的に平行な議論をすることによって、この intersection の点 $u_k$ で、下記の性質を持つものがある。$l_k' > 0$ を $f^{l_k'-1}(u_k)$ が、$f^{s_k}(u_k)$ の backward orbit が、最初に $(V_0')^c$ に入った点となるもの、$l_k = \min\{j \geq 0 \mid d(f^j(u_k), V^{1,+}) > 2r_0\}$, $\tau_k' = \tau(\sigma_k^{(i)})$ とする。このとき、大きな $k$ に対して、

a) $f^{l_k - 1}(u_k) \in V^{1,-}$;

b) $f^j(u_k) \notin S^1_{\tau_k' - L_0 - 1}$ for all $l_k \leq j < l_k'$;

c) $f^{l_k'}(u_k) \in S^1_{\tau_k' - L_0}$.

従って、この場合も、(3.1) の仮定を満たすことがわかり、命題が証明されることになる。

## REFERENCES

1. M. Hirsch, C. Pugh, M. Shub, Invariant manifolds, Springer Lecture Notes in Math. 583 (1977).
2. R. Mañé, On the creation of homoclinic points, Publ. Math. I.H.E.S. 66 (1988), 139 - 159.
3. R. Mañé, A proof of the $C^1$ Stability Conjecture, Publ. Math. I.H.E.S. 66 (1988), 161 - 210.
4. J. Palis, On the $C^1$ $\Omega$-Stability Conjecture, Publ. Math. I.H.E.S. 66 (1988), 211 - 215.