数理解析研究所講究録
804巻 1992年 55-74

秩序とカオスのはざま（臨界点）に自己組織化する複雑系のダイナミクス

神戸大学理学部地球科学　伊東敬祐　(Keisuke Ito)
神戸大学理学部地球科学　郡司幸夫 (Yukio-Pegio Gunji)

１。情報伝播速度が遅い世界で生まれる内部矛盾

我々がある行為をするとき、我々は周りの世界の情報を全て知っているわけではない。彼は海辺の丘を下って、渚に出た。この時、沖合いの海底で地震が起こって、津波が襲いつつあることを、彼は知る由もなかった。走者は投手の隙を見て、スタートを切った。その瞬間、投手が一塁に牽制球を投げる決断をしたことを知らなかった。投手は走者のスタートを見て牽制したのではない。走者は投手の牽制動作を見逃したのではない。決めてから動作に移るミリセクの時間遅れがドラマを産む。

観測が足りないのではない。情報が悪いのではない。情報が伝わるには時間がかかるから、我々は次の瞬間に起こる出来事を予測し得ない。我々はそういう世界で行為し、間違いを犯しながら、賢くなってゆく。

通常科学は、予測出来る科学を目標とするから、予測出来ないことを科学の対象にしたがらない。対象にする時には、確率的にせよ予測出来るような論理を作り上げる。通常はそうすることで、実用としては良い結果を得る。しかし、最初に述べたような場合は、科学よりも勘や虫の知らせの方が頼りになる。虫の知らせとは、我々が気が付いていない情報を我々の体が受け取っているのだと言う見方もある。そんな事もあるかも知れないが、情報がなくとも我々は判断し、行為する。どうやって？　出たら目では無い筈だ。この出たら目では無さを理解することが、生き物が生きている事を理解する上で大変重要なことに思われる。

今仮に、我々が知り得ない外部世界も見通している絶対者がいると仮定しよう。後でそれは否定する。我々は自分の知り得る情報に基づいて、その限りにおいて論理的に行為するものとする。その論理を内部ルールｆと呼ぼう。外部世界は、その

中にいる私の予測不能の行為を除けば（除くことは出来ない）、やはり論理的に時間発展するものとする。その論理を外部ルールＦとしよう。ｆもＦも、決定論的なルールとする。ルールとしてセルオートマトン（ＣＡ）を考える。ｋを状態の数、ｒを次の状態を決める隣接セルの範囲とする。例えば、私の知り得る世界は両隣（ｒ＝１）迄で、私はその情報で次の行為（０、１）をする。これは、ｋ＝２，ｒ＝１のＣＡである。ところが実際には、遅れて入ってくる更に一つ先のセルからの情報も私の次の行為に影響する。つまり外部世界は、ｋ＝２，ｒ＝２のＣＡのルールで動いているとする。内部ルールと外部ルールが違うとき、私の行為は世界の動きと食い違う。この矛盾を解消しようとして、ある時は世界が私を変え、ある時は私が世界を変える。私も世界もこの食い違いが出来るだけ少なくなるように変化するだろう。

ＣＡの挙動は、Wolfram[1),2)] によって、定常状態が時間・空間的にも一様なクラスⅠ、空間的に非一様で時間的には一様または周期的なクラスⅡ、時間・空間的に非一様でランダムなクラスⅢに分類される。クラスⅢはＣＡの性質からして非周期的ではないが、連続量の力学系のカオスに相当する。この他に、クラスⅡとクラスⅢの境界に位置して、不規則なパターンを作る少数のクラスⅣのＣＡがある。クラスⅣは、周期的秩序構造とランダムな構造との境の臨界的相転移状態になっている。図１に、ｋ＝２，ｒ＝１のelementary CAと、ｋ＝２，ｒ＝２のtotalistic ruleのCAの代表的なパターンを示す。

外部ルールが支配する場合の私と世界の食い違い量と、内部ルールが支配する場合の私と世界の食い違い量との差をもって、外部と内部の食い違いの強さと定義してみる。外部ルールも内部ルールも、クラスⅠ、Ⅱ、Ⅳ、Ⅲの順序に並べて、上に定義した食い違いの強さを表１に示す。ルール番号の付け方は Wolframに従っている。各クラスの中での順序には余り意味はなく、パターンの類似で並べてある。当り前のようだが、外部ルールと内部ルールのパターンが似ている時に、食い違いの強さは小さい。私は外部世界に適合するように自分を変え、私は外部世界を自分の都合の良いように変革する。

図 1

(a) Elementary CA　　(b) Totalistic CA

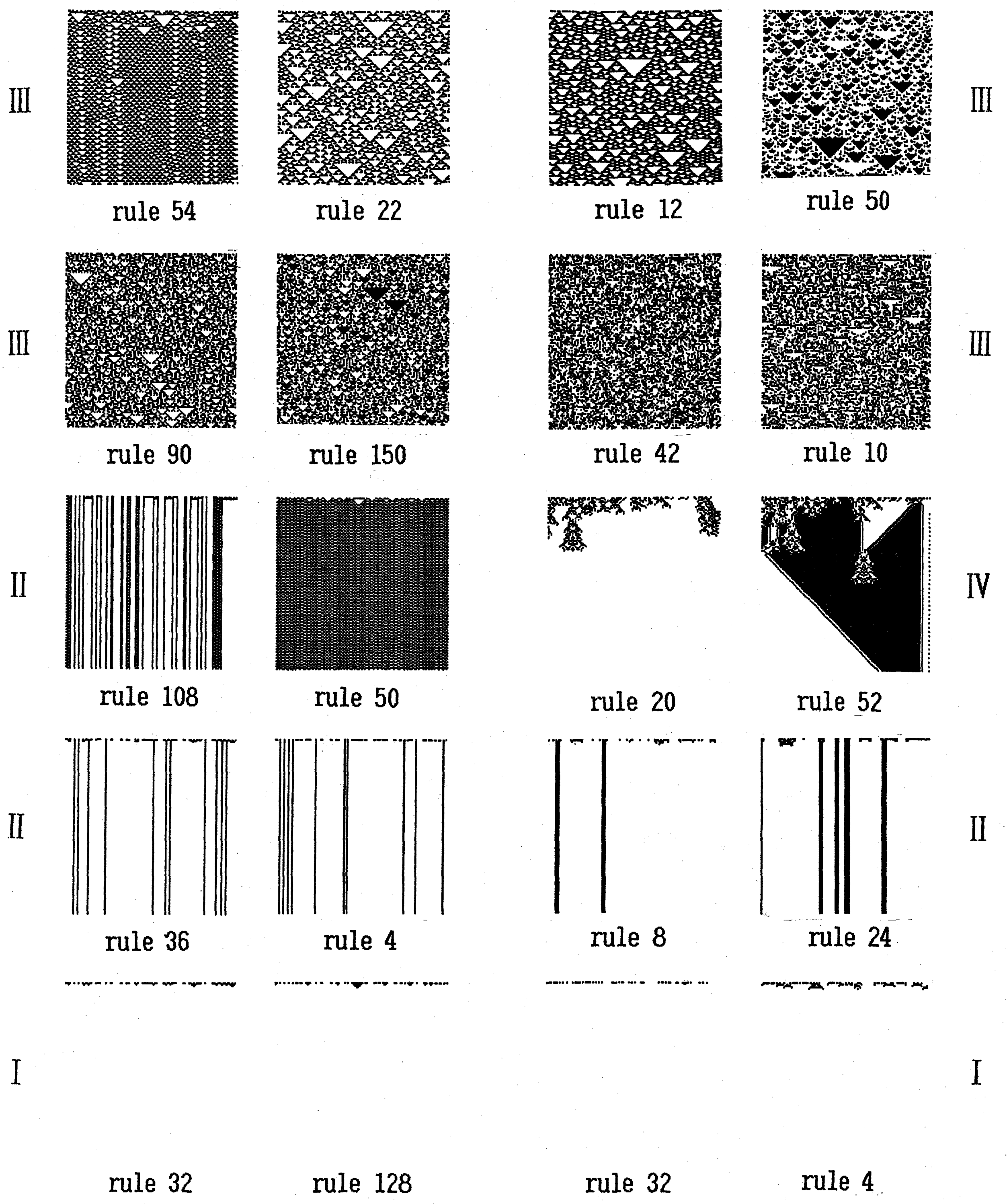


表1

ECA rule code		Totalistic rule code 48 I	16 I	32 I	36 I	4 I	8 II	40 II	24 II	20 IV	52 IV	42 III	10 III	2 III	18 III	34 III	6 III	50 III	38 III
90	III	40	38	38	33	31	31	32	26	28	27	0	0	12	2	4	15	6	0
146	III	18	18	18	39	39	23	21	14	34	35	15	14	14	19	14	4	14	0
18	III	18	18	18	39	39	23	21	11	33	29	15	5	5	19	11	17	23	1
22	III	33	31	27	21	19	33	32	27	20	19	3	6	6	3	1	2	4	16
150	III	36	38	33	29	31	40	35	33	28	29	0	7	7	4	5	3	7	8
54	III	44	43	35	36	34	42	41	39	28	35	9	0	0	6	6	1	8	16
50	II	34	34	35	22	22	49	46	35	16	11	14	17	17	1	9	5	2	11
178	II	34	34	35	22	22	49	46	39	16	17	14	7	7	1	6	8	7	11
204	II	26	28	28	34	35	27	25	23	25	30	1	9	9	4	4	6	9	7
76	II	25	25	25	31	31	22	22	20	25	25	1	1	14	4	5	18	1	7
232	II	15	20	20	37	42	17	12	7	27	25	14	3	3	8	7	13	6	10
108	II	20	20	20	30	30	20	19	16	23	22	0	13	13	2	2	20	0	10
200	II	18	20	20	27	29	13	11	10	20	23	12	0	0	3	5	3	1	4
132	II	12	12	12	15	15	12	11	7	9	14	0	2	10	11	10	1	19	4
4	II	9	9	9	10	10	9	7	1	3	3	6	12	12	4	7	5	3	5
164	II	6	6	6	7	7	6	4	1	0	4	16	6	6	5	7	17	3	14
72	II	8	8	8	8	8	7	6	4	2	1	49	20	12	20	21	11	24	21
104	II	4	4	4	4	4	4	4	1	2	4	26	24	18	27	28	16	30	27
36	II	3	3	3	3	3	3	2	4	3	5	26	20	4	12	10	12	13	22
160	I	0	0	0	0	0	0	1	4	6	3	36	37	29	28	30	39	20	36
128	I	0	0	0	0	0	0	1	4	6	2	35	29	29	27	28	39	20	36
32	I	0	0	0	0	0	0	2	8	6	10	35	20	20	28	27	25	29	35
0	I	0	0	0	0	0	0	2	8	6	8	35	19	19	27	25	25	29	35

２。情報伝播速度が遅い系の時間発展ダイナミクス

ところが、世界全体を知っている絶対者など居はしない。私を除いて世界を記述することなぞ出来はしない。世界を記述するのは、世界の一部しか知り得ない私でしかない。世界を知らない私はどうやって世界を記述したら良いのか？　郡司の自己言及システム[3]の論理にならって考えてみる。私の内部ルールｆは、時々世界と食い違う。こんな場合、科学者ならば、確率を取り入れて予測する。生身の人間は、勘に頼る。過去の情報を全て平均して得る確率を使うのは無難ではあるが、個々の出来事の情報を捨ててしまっている。生身の人間は、ひとつひとつの行為ごとに、失敗からも成功からも学びながら個々の情報を生かしている。科学もこれに見習ったらどうだろう。

内部ルールは私の知らない外部ルールに影響され、外部ルールは私の行為によって逆に変えられる。ここで我々はどちらも決められない自己撞着に落ち込む。さて、実際の世界は多数の異なる「私」から成る。「私」は外部世界と食い違いながらも、

世界の中に共存して生きている存在である。そのような「私」の集合とは、結局次のような統計的なもっともらしさを満足しているものだろう。もっともらしさとは、「外部ルールを知り得ずに行為する私は、状態の如何に依らず、行為するか否かを半々の割合で決める」。

簡単のために、私は私の状態しか知り得ずに行為するが、遅れて情報が入ってくる２つ先の両隣までのセルの状態に影響される場合を考える。更に簡単にするために、遅れて入る情報は状態の和として入ってくるとしよう。つまり、内部ルールｆは、０→０、０→１、１→０、１→１のどれかであり、外部ルールは$k=2$，$r=2$の totalistic rule のＣＡである。私の知り得る状態をＢ＝（ｂ），私が知り得ないが私の行為に影響を与える外部世界をＡ＝（ｔｏｔａｌ）、私の行為および次の状態をＣ＝（ｃ）とおく。ＣＡの記述では、$b=x_i(t)$， $total = x_{i-2}(t)+x_{i-1}(t)+x_{i+1}(t)+x_{i+2}(t)$， $c=x_i(t+1)$ である。Ａ＝{０，１，２，３，４}，Ｂ＝{０，１}だから、ある一つの外部ルールＦは、Ａ＊Ｂ→Ｃの１０組のサブルールからなる。ルール番号を Wolfram[3] の totalistic rule code にならうとして、たとえばルール２０ならば、

(0)*[0]→0, (0)*[1]→0, (1)*[0]→0, (1)*[1]→1, (2)*[0]→1,

(2)*[1]→0, (3)*[0]→0, (3)*[1]→1, (4)*[0]→1, (4)*[1]→0

である。(a)*[b]→c は、状態ａ＝ｔｏｔａｌと状態$b=x_i(t)$とによって、$c=x_i(t+1)$が決まることを示す。これらは外部世界Ａの状態によって、以下の２組に分けられる。

$(0)*[b_0]\rightarrow c_0$, $(1)*[b_1]\rightarrow c_1$, $(2)*[b_2]\rightarrow c_2$, $(3)*[b_3]\rightarrow c_3$, $(4)*[b_4]\rightarrow c_4$,

$(0)*[b_0']\rightarrow c_0'$, $(1)*[b_1']\rightarrow c_1'$, $(2)*[b_2']\rightarrow c_2'$, $(3)*[b_3']\rightarrow c_3'$, $(4)*[b_4']\rightarrow c_4'$

ここで、$b_i \neq b_i'$（ｉ＝０，１，２，３，４）である。統計的なもっともらしさとして導入した条件とは、$c_i=1$，$c_i'=0$とすることにあたる。この条件に合うルールは、$2^5=32$通り作ることが出来るが、その中では、もともとの外部ルールＦとの食い違いが最小となるものを選ぶのが妥当である。ルール２０の例ならば、

(0)*[0]→1, (1)*[1]→1, (2)*[0]→1, (3)*[1]→1, (4)*[0]→1, (0)*[1]→0, (1)*[0]→0, (2)*[1]→0, (3)*[0]→0, (4)*[1]→0.

または

(0)*[1]→1, (1)*[1]→1, (2)*[0]→1, (3)*[1]→1, (4)*[0]→1,

(0)*[0]→0, (1)*[0]→0, (2)*[1]→0, (3)*[0]→0, (4)*[1]→0.

の２組である。このどちらも外部ルールとも違うし、また内部ルール（例えば、０→０、１→１）とも食い違う。第１の組のルールでは、（ｂ）→ｃ のなかで、$b_i=c_i$が２通り、$b_i \neq c_i$が３通りであり、第２の組のルールでは、$b_i=c_i$が３通り、$b_i \neq c_i$が２通りである。第１の組の中の私はどちらかというと、０→１、１→０の変動を好み、第２の組の中の私は、現状維持を好む私であるといえる。ただしどちらの組にせよ、私は外部世界と結果として調和するように行為している。もっともらしさとして、０になるか１になるかが半々であるという条件を付けたが、決して出たら目に確率１／２でそうするのではない点に注意して欲しい。また、もっともらしさというあい昧な前提から、このルールを導入したが、郡司[3]はこのルールが時間逆行に関して可逆である（A^2Cを決めるとＢが一意的に決まる）という条件でもって導入している。以下、このルールを可逆ルールと呼ぶことにする。この可逆ルールが複数あることが、私の行為のしい性の第１段階を生む。種々のtotalistic rulesについて、食い違いが最小となる可逆ルールの個数を表２に示す。複数のルールのどれを選ぶかはさしあたってランダムとする。

表２

Totalistic rule code	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Nos of reversible rules	8	8	8	8	8	2	8	8	8	2	2	2

Totalistic rule code	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
Nos of reversible rules	8	2	8	16	4	4	4	4	1	4	4	16	4	4	4	16	4	16

情報伝播が速い時には、私と外部世界との食い違いは起こらず、世界は外部ルールで動く。しかし、情報伝播速度が遅い時には、外部世界を知らずに行為する私がいるために、世界は予測不能の時間発展をする。外部ルールで動く世界の時間発展と、世界の中に私がいて矛盾しながらも調和しようとしている世界（可逆ルールで動いている世界）の時間発展との違いを、ＣＡの各クラスの代表的なル

図 2

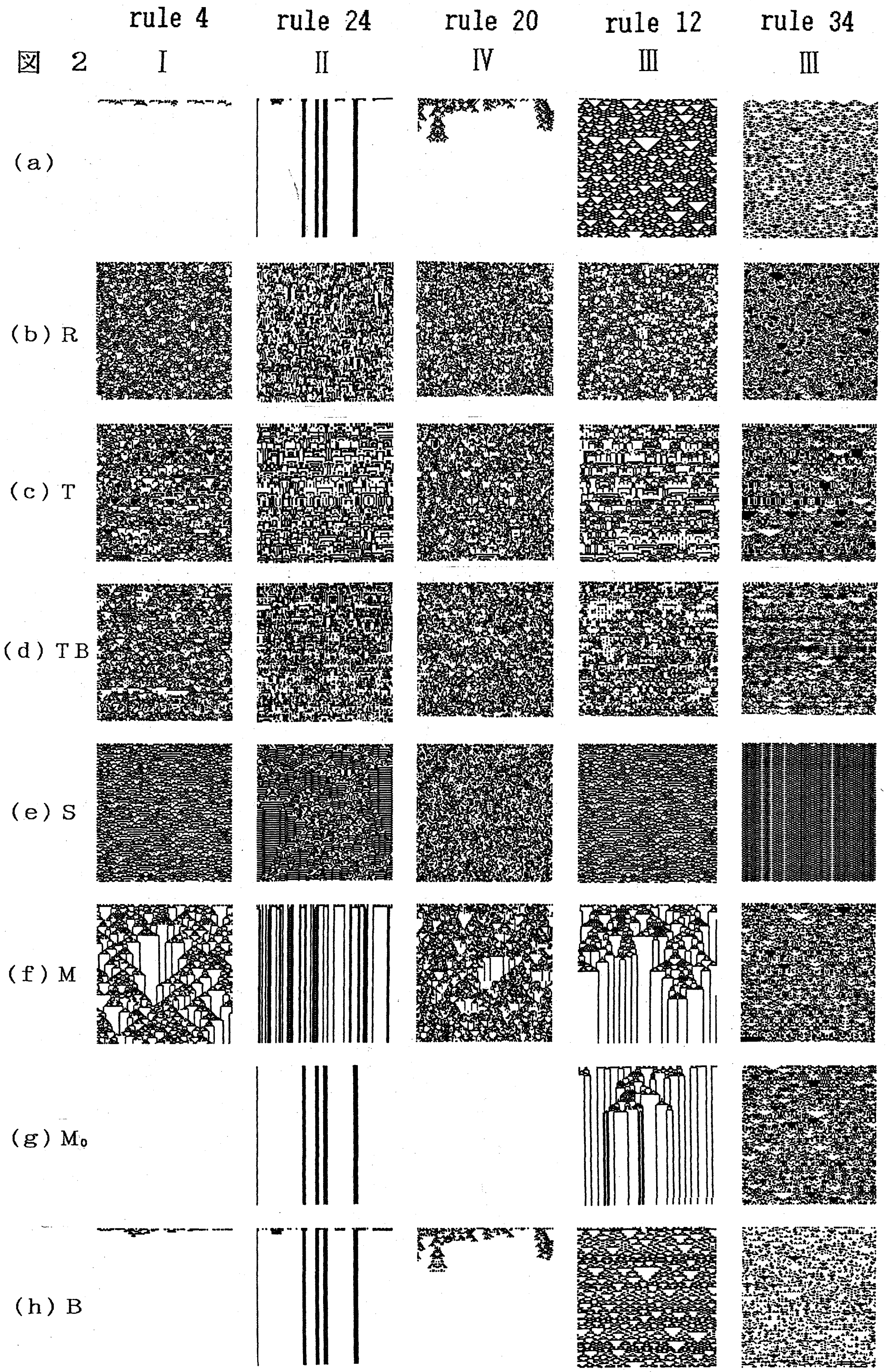

rule 4
I
rule 24
II
rule 20
IV
rule 12
III
rule 34
III
(a)
(b) R
(c) T
(d) TB
(e) S
(f) M
(g) M_0
(h) B

表3

rule code	class	Model-T d^0	Model-T d^1	Model-M d^0	Model-M d^1	Model-M_o d^0	Model-M_o d^1	Model-B d^0	Model-B d^1
2	Ⅲ	63	79	30	73	29	73	21	39
4	Ⅰ	35	50	14	45	0	125	0	125
6	Ⅲ	45	70	26	69	26	68	30	55
8	Ⅱ	38	59	20	99	0	120	0	121
10	Ⅲ	7	9	3	8	3	8	5	7
12	Ⅲ	44	67	16	56	15	59	29	66
14	Ⅲ	60	85	29	83	29	83	39	79
16	Ⅰ	65	86	36	110	0	124	0	125
18	Ⅲ	38	43	19	42	19	42	27	36
20	Ⅳ	6	9	4	122	0	124	1	116
22	Ⅲ	27	34	13	32	13	31	19	23
24	Ⅱ	47	75	28	85	0	107	0	107
26	Ⅲ	26	30	14	33	13	31	20	31
28	Ⅲ	57	79	31	80	30	77	46	87
30	Ⅲ	77	99	41	99	35	88	22	44
32	Ⅰ	82	110	45	121	0	125	0	125
34	Ⅲ	58	72	29	68	29	67	28	46
36	Ⅰ	31	42	15	40	0	125	0	124
38	Ⅲ	38	56	22	58	22	57	54	61
40	Ⅱ	35	44	27	81	0	119	0	117
42	Ⅲ	0	0	0	0	0	0	0	0
44	Ⅲ	41	52	21	54	21	54	35	49
46	Ⅲ	58	71	29	68	29	68	29	46
48	Ⅰ	65	91	27	100	0	125	0	125
50	Ⅲ	41	52	21	55	21	54	35	49
52	Ⅳ	13	19	7	24	0	104	1	104
54	Ⅰ	31	42	15	41	0	125	0	124
56	Ⅱ	55	86	30	84	0	100	0	98
58	Ⅱ	35	44	29	82	0	121	0	121

$$\begin{tikzcd} & {} \arrow[d] & \\ t & \{x\} \arrow[d, "F_R"] \arrow[dr, "F"] & \\ t+1 & \{F_R(x)\} \arrow[r, equal, "d"'] \arrow[d] & \{F(x)\} \\ & {} & \end{tikzcd}$$

図　3

ールについて、図２の（ａ）と（ｃ）に示す。情報伝播速度が遅いために、世界の時間発展は決して外部ルールの時間発展に落ちつくことはなく、絶えず矛盾を腹み続ける。松野[4]、郡司・今野[5]はこれを不均衡の不断発生（perpetual disequilibration）と呼んだ。不断不均衡の度合いの強さを、外部ルールと「私」を含む可逆ルールとの食い違い量として、図３のF_R（ｘ）とＦ（ｘ）とのHamming距離でもって定義しよう。許される可逆ルールは複数あるから、Hamming距離も複数ある。不均衡の０次の尺度として、許される可逆ルールについてのHamming距離の中の最小値の平均値をd^0として定義し、１次の尺度として、許される可逆ルールについてのHamming距離の平均値をd^1として定義する。以下、平均はサイズ２５１のＣＡについて、定常状態に落ち着いた後の５０ステップを、異なる初期値で　１０回づつ計算した結果をとっている。この量は、この世界が腹んでいる矛盾の強さを示す目安の一つである。種々の totalistic rules について、この時間発展モデルのd^0とd^1を表３の中のモデルＴとして示す。

世界の中に私がいるときの、世界の時間発展を、可逆ルールF_Rを使って求めて見た。この時間発展はもっともらしいが、予測不能の時間発展をあえて予測したものであって、現実とは違っている筈である。情報伝播速度の遅い複雑系の時間発展を完全に記述することは原理的に不可能であるにせよ、もう少し記述を現実世界に近づけることを試みる。

情報伝播速度の遅い系の時間発展は予測不能であり、事後的にしか記述出来ない。可逆ルールで求めた時刻ｔ＋１での状態は、もっともらしい可能な状態の一つであるに過ぎない。外部ルールＦが多対１の関数であるために、時刻ｔ＋１で同じ状態になる時刻ｔの状態は複数ある。可逆ルールF_Rで求めた時刻ｔでの状

$$\begin{tikzcd} & {} \arrow[d] & \\ t & \{x\} \arrow[r, equal, "d"] \arrow[d, "F_R"] & \{F^-(F_R(x))\} \\ t+1 & \{F_R(x)\} \arrow[ur, "F^-"'] \arrow[d] & \\ & {} & \end{tikzcd}$$

図　4

態$\{x(t+1)\}$を事後的な結果とみて、それに外部ルールFの逆関数を操作して、複数の時刻ｔでの状態$\{\xi(t)\}=\{F^-(F_R(x(t)))\}$を求める。この複数の$\{\xi(t)\}$の中で、$\{x(t)\}$との距離が最も近いものが、事後的に我々が見る時刻ｔでの世界の状態と考える（図４）。図２（ｄ）にいくつかのルールの例で示すように、$\{x(t)\}$と$\{\xi(t)\}$の世界は、$\{\xi(t)\}$の方が一般により複雑であることを除いて、定性的には似たパターンである。$\{x(t)\}$と$\{\xi(t)\}$の間のHamming距離は、先の　$\{F_R(x)\}$と$\{F(x)\}$の間のHamming距離と、図５に描かれているようにほぼ比例関係にあって傾向は変わらない。

３。世界の中での「私」の変化による進化

外部ルールとの食い違いを最小にする複数の可逆ルールの中で、どれを選ぶかは、世界の中にいる私の個性が関係しているし、また同じ私でも、その時の気分にも依る筈だ。前節で説明したモデルでは、世界を作っている私に個性はなく、ただその時のムードで付和雷同して一斉に同じルールをでたらめに選ぶことになっていた。この世界をＴ世界（temporal）と呼ぶことにする。Ｔ世界では、可逆ルールは系の中で空間的に一様で、時間的にランダムに選ばれる。次に、世界を作る私の個性が強く、それぞれの私が可能な複数の可逆ルールのどれかを固定して選らんでいて、時間的には変わらない世界が考えられる。この世界では許された可逆ルールが系の中に空間的にランダムンに分布している。これをＳ世界（spatial）と呼ぶことにする。さらに、世界の中の私が異なる個性を持ち、かつ時間的にも揺れ動く場合を、Ｒ世界（random）とする。この世界では、複数の可逆ル

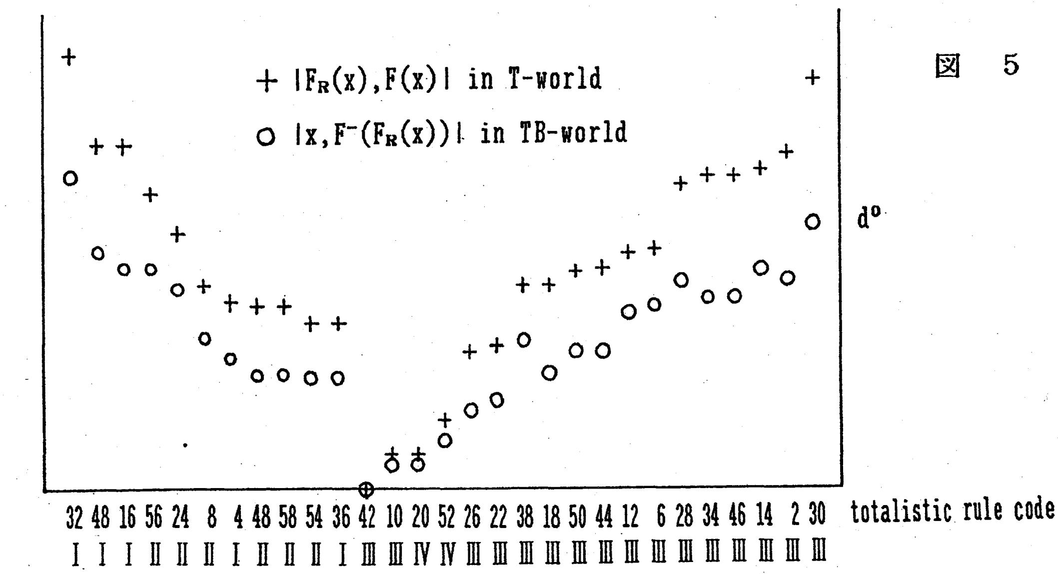
ールが時間的にも空間的にもランダムに分布している。当然のことながら、ある外部ルールの下では、Ｒ世界の挙動が最もランダムである。

さて、世界の中にいる私は、行為を繰り返しながら次第に賢くなってくる。外部世界のルールを知ることはできないものの、外部世界のルールとできるだけ食い違わないためにはどんなルールを選らんで行為したら良いかを学習する。これまでのモデルでは、許される可逆ルールとして、ルール空間の中で外部ルールとの距離が最小のものを認めたが、世界の状態｛ｘ（ｔ）｝の下での食い違い量、即ち（ＦＲ（ｘ）｝と｛Ｆ（ｘ）｝の間のHamming距離を最小にするような可逆ルールを、事後的に学習して選ぶようになってくることが予想される。このHamming距離を最小にする可逆ルールもまた複数ありうるが、その場合はランダムにその中のどれかを選ぶことになる。世界の中の私が学習することで、不均衡が小さくなるように進化した世界をＭ世界（minimum）と呼ぶ。Ｍ世界の中でも、初期状態として、０と１とが等しい割合でランダムに分布している状態をとる場合と、そこから外部ルールＦでしばらく動いた定常状態を初期状態とする場合とでは、時間発展が違ってくる。後者は、言わば外部ルールで決定論的に動いていた世界に、主体的な私が後から生まれてきた世界の時間発展を見ていることになる。この世界を特にM_0世界と呼んでおく。以上述べた世界モデルの挙動の違いを、代表的なルールについて、図２に示した。また、各世界での不断不均衡の度合いd^0，d^1，を表３に示してある。

外部世界のルールが固定されているとして、その中にある私がこの世界に適応することによって起こる進化は、d^0が減少する方向、即ち傾向としてＲ世界からＴ世界またはＳ世界を経て、Ｍ世界に向かう秩序化だと考えられる。

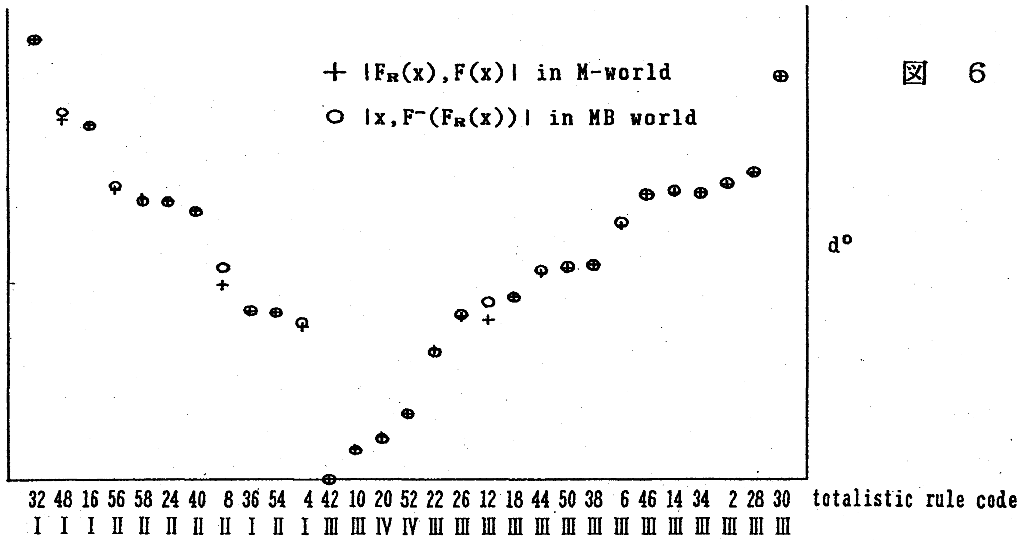
４。世界全体の構造進化

世界の構造が変わり得る場合、即ち外部ルールが変わり得る時には、世界はどの方向に変化するのか？　世界は私が作っているのだから、世界と私との食い違いができるだけ小さくなるように、私が変わると同時に、私は世界を変えて行くと思われる。世界のルールがtotalistic ruleのＣＡである場合の、世界と私



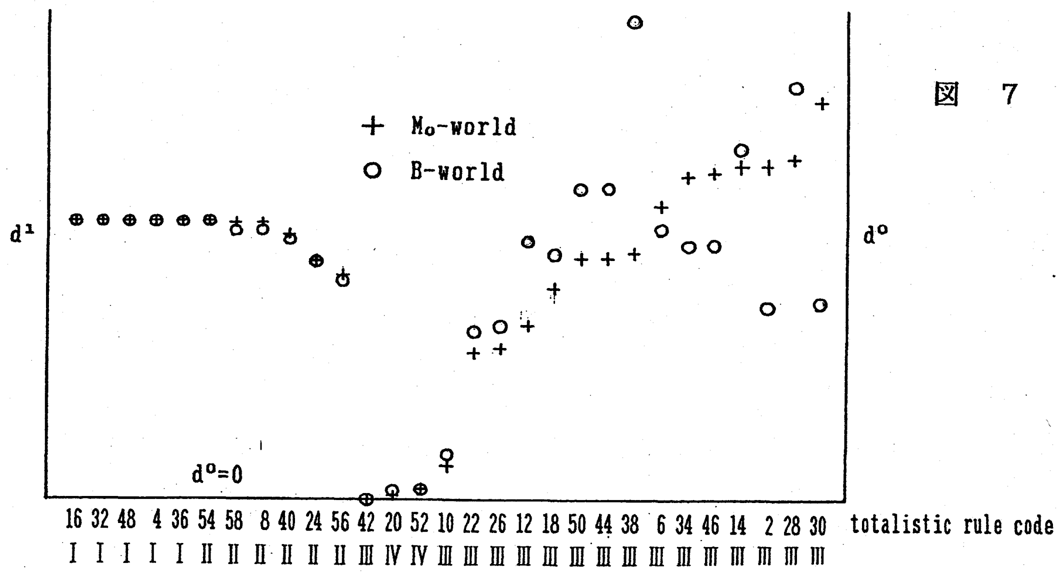
+ |F_R(x),F(x)| in T-world
O |x,F⁻(F_R(x))| in TB-world
d°
32 48 16 56 24 8 4 48 58 54 36 42 10 20 52 26 22 38 18 50 44 12 6 28 34 46 14 2 30
Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅱ Ⅱ Ⅱ Ⅰ Ⅱ Ⅱ Ⅱ Ⅰ Ⅲ Ⅲ Ⅳ Ⅳ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ
totalistic rule code

図 5



+ |F_R(x),F(x)| in M-world
O |x,F⁻(F_R(x))| in MB world
d°
32 48 16 56 58 24 40 8 36 54 4 42 10 20 52 22 26 12 18 44 50 38 6 46 14 34 2 28 30
Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅱ Ⅱ Ⅱ Ⅱ Ⅱ Ⅰ Ⅱ Ⅰ Ⅲ Ⅲ Ⅳ Ⅳ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ
totalistic rule code

図 6



+ M₀-world
O B-world
d¹
d°
d°=0
16 32 48 4 36 54 58 8 40 24 56 42 20 52 10 22 26 12 18 50 44 38 6 34 46 14 2 28 30
Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅰ Ⅱ Ⅱ Ⅱ Ⅱ Ⅱ Ⅱ Ⅲ Ⅳ Ⅳ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ Ⅲ
totalistic rule code

図 7

の食い違い量は、表３に示す通りである。

世界の種類によって、食い違い量は違ってくるが、相対的な大小関係に大きな違いはないので、Ｔ世界とＭ世界を例にとろう。図５と図６とに、表３に示したd^0の値の順番に各ルールを並べたグラフを示す。後で述べるM_0世界との対比の関係で、クラスⅠとⅡのルールは左から右にd^0が減少する順番に、クラスⅢとⅣのルールは右から左にd^0が減少する順番に並べてある。隣接セルの範囲がｒ＝２のtotalistic ruleの中で、ルール４２は許される可逆ルールが自分自身と同じものただ一つしかないから可逆ルールそのものである。Ｔ世界ではこのルールを除いてd^0はゼロにならない。ルール１０は、totalが５の時に次が１でなく０になる点で、ルール４２と違うだけでルール４２と似ている。ルール４２もルール１０もクラスⅢである。この２つを除くと、クラスⅣのルール２０とルール５２が最も小さな食い違い量を持っている。ルール２０もルール５２もクラスⅣとはいっても、樹枝状パターンを作るtransient lengthが比較的短く、相転移点より下のsubcriticalなルールである。理想的な相転移点にあるルールでは、d^0が無限にゼロに近くなる（しかしゼロではない）であろう。M_0世界では、クラスⅠとクラスⅡのルールのd^0は０となる。この場合は、d^1が小さくなる方向に世界は進化すると思われる。図７には、$d^0=0$のルールについては、d^1が左から右に減少する順番に並べてある。図５－７に示した各世界を通して、小さな順番の逆転はあるものの、進化の方向は共通している。左端から中央の谷に向かう進化は、クラスⅠからクラスⅡへ向かう複雑化の方向となっている。クラスⅢとクラスⅣのルールは非ゼロのd^0を持つ。d^0の値はルール４２とルール１０を除いて、クラスⅣのルールの方がクラスⅢよりも小さい。右端から中央の谷に向かう進化は、秩序化に向かうアンチカオスの方向である。

世界の構造が進化する時、不断不均衡の度合いが最小となる方向に進化するとするならば、世界は臨界状態に近いクラスⅣ的なルールで動く構造に進化することが結論される。ただし、世界の構造が可逆ルール、例えばルール４２を取り得るものとするならば、世界の進化はそこまで進んで先は行き止まりとなるように見える。しかし、この状態は、動いてはいるが矛盾のない「死」の世界といえる。

生物は、例えば遺伝子重複のような機構でルールスペースを絶えず拡張することで、可逆ルール即ち死に落ち込むことを避けているかも知れない。または、もっと大きな世界から来る拘束条件、例えば宇宙の膨張に縛られて、世界は可逆ルールを取り得ないのかも知れない。可逆ルールを除外するならば、世界の進化のゴールは臨界相転移状態ということになろう。

$$\begin{tikzcd} t & \{x\} \arrow[r, equal, "d"] \arrow[d, "f"] & \{f^-(f(x))\} \\ t+1 & \{f(x)\} \arrow[ur, "f^-"'] & \end{tikzcd}$$

図　8

5。関連した研究との対応

（ａ）郡司・今野の自己創出系[5]

情報伝播速度が遅い生物系の時間発展は、予測不能であるが、事後的には決まっている。郡司と今野は、このように時間順行の記述ができない生物系の時間発展を記述するために、時間逆行ダイナミクスを導入した。このモデルの時間発展は図８のように進む。以下では、このモデルをＢ世界（backward）のモデルと呼ぶことにする。時刻ｔでの状態をｘとする時、時刻ｔ＋１への時間発展は、事前には記述できないのだが、仮にこれをｆ（ｘ）とする。ｆ（ｘ）はｔ＋１でのvirtual stateであり、actual stateではない。今仮に、ｆ（ｘ）が事後的に決まったｔ＋１での状態だとすると、時刻ｔの状態はｆ（ｘ）にｆの時間逆行の関数ｇを操作させて得られる状態ｇ（ｆ（ｘ））である。扱う系は散逸系だから、一般にｆは多対１の関数であり、従って逆関数ｇは１対多の関数である。ｆとして下記のelementary CAのルールｆを考えるとき、逆関数ｇを次のように定義する。

$$x(i;t+1) = f(x(i-1;t),x(i;t),x(i+1;t))$$

$$x(i;t) = g_0(x(i;t+1),x(i-1;t),x(i+1;t)),$$

$$x(i+1;t) = g_1(x(i;t+1),x(i-1;t),x(i;t)).$$

郡司と今野はg_1のみを考えたが、g_0も定義可能である。g_0もg_1も多価の関数である。ｆが可逆でない限り、ηとｇ（ｆ（ｘ））とは食い違う。この食い違いが情報伝播速度が遅いことからくる不断不均衡の度合いとなる。系がevolvableで時間発展ルールを自分で作り出せる場合は、不断不均衡の度合いが出来る限り小さくなるようなルールを選ぶように系は進化すると考えられる。Ito & Gunji[6]はｆを固定した時にｘとｇ（ｆ（ｘ））の食い違い量の最小値の平均をもって、０次の不断非平衡の度合いd^0とし、可能な多価のｇのすべてにわたっての平均値を１次の不断非平衡の度合いd^1として定義した。ｆが可変なevolvableな系では、d^0が最小になる方向に、もしもd^0が０であれば、その中ではd^1が最小になる方向に系は進化するとすると、ライフゲームが属する近傍８セルのtotalistic CAの群の中では、ライフゲームが進化のゴールとなっていることを示した。

図４の時間発展で定義されたd^0，d^1と、図８の時間発展で定義されたd^0，d^1とでは、必ずしも一致しない。ただし、前節であげた幾つかのモデル世界の中で、M_0世界の挙動がこのＢ世界の挙動に最も近い（図２の（ｇ）と（ｈ）及び表３）。これはＭ世界で許されている可逆ルールが、可逆ルールの中では外部ルールＦに最も近いものになっているからである。M_0世界とＢ世界のd^0、d^1を図７に比較して示した。ルールによってはかなりの違いがあるものの、定性的な進化の方向とゴールは共通している。結果として見ると、Gunji & KonnoのＢ世界は世界の中に住む私が既にかなり外部世界に適応進化してしまった後の世界を見ていたことになる。

（ｂ）BakらのSelf-Organized Criticality （ＳＯＣ）

Bakら[7]は自然界に1/fノイズやフラクタル構造のように、特徴的なスケールを持たない時間変動や空間構造が多いことを説明するために、self-organized criticality（ＳＯＣ）の概念を提唱した。ＳＯＣモデルは、地震のような地球現象、更には、経済変動のような社会現象に応用されて注目されている。ＳＯＣの原型は、「砂山崩し」のモデルである、２次元の正方格子を考えて、セル（ｉ，ｊ）の状態として離散値を考える。ｘは砂山の勾配に対応する。ｘがしきい値

（臨界滑り角）の４以上になると、滑りが起こってｘは４だけ減り、崩れた砂が隣に移ることで４方隣のセルの状態がそれぞれ１だけ増える。境界をすべて０に固定して、ｘが４より大きい状態から出発しても、またはｘが全て４より小さい状態から出発して、ランダムに場所を選らんでは１づつ増す注入をしても、この系は不安定な定常状態に落ち込んで、その時の系の性質が臨界状態になる。つまり、その定常状態では、臨界状態に共通して知られている種々のスケール関係が全て成りたっている。この系の特徴は、状態量ｘの時間発展ルールが、ｘ（ｉ，ｊ）が４だけ減ると周囲の４つの隣接セルのｘ（ｉ±１，ｊ±１）が１づつ増えて、結局その場所の周囲では状態量がローカルに保存されている点である。一般に、このモデルのように状態量がローカルに保存され、かつその上で状態量の流れがある開放系では、定常状態が臨界状態になることが証明されている[8]。

状態量のローカルな保存は、砂山崩しの例では質量保存だから疑いようがないが、一般的には非平衡系で保存がなり立つ例はむしろ稀である。BakらはＳＯＣがもっと普遍的な現象であることを主張して、その１例としてGame of LifeがＳＯＣであることを示した[9]。ライフゲームのルール[10]では状態量はローカルには保存されていない。前節で述べたように、Ito & Gunji[6]は、不断不均衡最小の原理をライフゲームに適用して、ライフゲームがそれの属しているtotalistic CAの世界の進化のゴールであることを示した。不断不均衡を最小にする原理は、砂山崩しのＳＯＣよりも更に広い意味でのＳＯＣの一般原理と考えられる。

（ｃ）Kauffmanのアンチカオス[11]

Kauffmanは最近、進化の原動力の一つとして、自然選択の他に、自発的に秩序に向かう自己組織化の力があることを提唱し、それをアンチカオスと呼んだ。モデルとして彼はBoolean networksを使い、共進化する生態系が、frozen state（ＣＡのクラスⅠ、Ⅱに対応する）とchaotic state（ＣＡのクラスⅢに対応）との境目の相転移点（ＣＡのクラスⅣに対応）に向かうことを示し、この状態をedge of chaosと呼んだ。そして、この臨界点での変動の大きさ分布が、BakらのＳＯＣモデルと同じべき分布を示すことを見出し、この変動を生物種の絶滅に対応させている。

Langton[12]もクラスⅣのＣＡが持つ特別の機能に注目して、生命系はクラスⅣ的な構造に自己組織化することを提唱している。生命系は記憶能力を持ち、かつ環境の変動に適合する可塑性を持つ必要がある。クラスⅠ、ⅡのＣＡは固定した構造を持つために、記憶の長期保存には適するが、可塑性がない。それに対して、クラスⅢのＣＡは可塑性、計算能力はあるが、記憶の保持ができない。その中間にあるクラスⅣのＣＡは、部分的、一時的に記憶の保持も可能だし、それを崩して学習する能力も持つので、生命系の構造として適している。Langtonはまた、ＣＡのランダムネスの度合いであるエントロピーは相転移点で急激に増すだけであるが、相互情報量は相転移点で最大になる傾向があることを示し、臨界相転移点のクラスⅣのＣＡが、系の内部で相互に情報を伝え合うのに最も効率的な機能を持つことも示した。Ito & Gunji[13]は、Langtonが詳しく調べた状態数４、隣接セルの距離がｒ＝２のＣＡと、Kauffmanらが調べているBoolean networksについて、Gunji & Konno[5]の不断不均衡のＢ世界のモデルを適用させて、これらの系でも、臨界相転移点の近くで不断不均衡の度合いが最小となることを示して、ここでもやはり、不断不均衡を小さくする力が、複雑系をedge of chaosに向かわせていることを結論している。

６。終わりに

情報伝播速度が遅い時には、系の時間発展が原理的に予測不能になることを示した。この予測不能性は、カオスの予測不能性よりも更に強く、記述不能ですらある。それでも、この予測不能な系を記述するために、確率を導入するのではなく、事後的な情報を使う１対多の時間発展を認める記述法を述べた。このモデルの数学的な裏付けについては、Gunji[3]を参照されたい。このような系は、情報の遅れからくる不均衡（矛盾）を、永久に持ち続ける。もしも、この系が、自分自身で自分の構造を変えることの出来るような系である場合は、系はこの不均衡ができるだけ小さくなるような構造に向かって変化するであろう。この想定を作業仮説としてみると、複雑系が秩序とカオスのはざまにある臨界点に向けて進化するという、新たな描像が生まれてくる。この描像は、最近注目されている自

己組織化臨界現象[7]や、進化におけるアンチカオス[11]の概念と共通している。上記の作業仮説は、これらをまとめる普遍原理となっていると考えたい。 わかりやすいように擬人化して、世界の中にいる私という設定で話を進めてきたが、勿論、私は人間個体である必要はなく、生命系のあらゆるレベルでの要素、例えば、生態系の中での種でも、個体の中の器官でも、更にミクロに細胞、蛋白分子でも成り立つ話である。進化のゴールが臨界状態に近い構造だとすると、そしてLangtonら[12]が考えるように、臨界状態に近い構造は外界への適応力、学習力などの点で生命系としての高い機能を持ち得る構造だとすれば、生物は高い機能を持つように、なるべくしてなったという解釈が生まれる。これは自然選択による生物進化という描像とはまた違った進化像である。脳のレベルで考えるならば、生物は賢くなるべくして賢くなってきたと考える。勿論、賢いものがより適者であるために自然選択されて残るというDarwin的な進化の力は働くであろうが、それはランダムな突然変異の中から選択されるのではなく、必然的な自己組織化の方向と自然選択の方向とが、たまたま一致している結果であろう。このことは分子進化のレベルで検証する必要がある。最近、脳はカオスを使っていることが指摘されている[14),15]。しかもそのカオスはweak chaos、即ちここで進化のゴールと考えているedge of chaosの状態にあるらしい。定性的に考えても、脳がedge of chaos即ち分岐のcascadeの近傍にあれば、外界からの入力がコントロールパラメーターとなって、脳は他の状態にあるよりは遥かに多岐なモードの活動をすることができ、より高い機能を持ち得る。生命系がedge of chaosの近傍にいるらしい状況証拠は、この他にも生命系に１／ｆ揺らぎが普遍的であることが挙げられる。生命が、このような知恵をもっていることを、例えば人口知能の設計原理として積極的に取り入れる必要が、今後出てくるだろうと予想される。

References

1) Wolfram, S., "Statistical mechanics of cellular automata", Rev. Mod. Phys., 55, 601 (1983).

2) Wlofram, S., "Universality and complexity in cellular automata", Physica 10D, 1 (1984).

3) Gunji, P. Y., "Autonomous life as the proof of incompleteness and Lawvere's theorem of fixed point", in preparation.
郡司ペギオ＝幸夫、「進化を生成する自己言及システム」、数理科学（印刷中）。

4) Matsuno, K., Protobiology, CRC Press, Boca Raton, 1989.
松野幸一郎、プロトバイオロジー、東京図書、東京、１９９１。

5) Gunji, P. Y., and N. Kon-no, "Artificial life with autonomously emerging boundaries", Appl. Math. Comput., 43, 271 (1991).

6) Ito, K., and Y. P. Gunji, "Self-organization toward criticality in the Game of Life", BioSystems, 26, 135 (1992).

7) Bak, P., C. Tang, and K. Wiesenfeld, "Slef-organized criticality : An explanation of 1/f noise", Phys. Rev. Lett., 59, 381 (1987).

8) Hwa, T., and M. Kardar, "Dissipative transport in open systems : An investigation of self-organized criticality", Phys. Rev. Lett., 62, 1813 (1989).

9) Bak, P., K. Chen, and M. Creutz, "Self-organized criticality in the 'Game of Life'", Nature, 342, 780 (1989).

10) Gardner, M., "Mathematical games", Sci. Amer., 223(4),

120; (5) 118; (6) 114 (1970).

11) Kauffman, S. A., "Antichoas and adaptation", Sci. Amer., 264(8), 78 (1991).
Kauffman, S. A., and S. Johnsen, "Coevolution to the edge of chaos : coupled fittness landscapes, poised states, and coevolutionary avalanches", J. theor. Biol., 149, 467 (1991).

12) Langton, C. G., "Computation at the edge of chaos : phase transitions and emergent computation", Physica D42, 12 (1990).

13) Ito, K., and Y. P. Gunji, "Self-organization of living systems toward criticality", submitted to Proc. of Artificial Life , 1992, Santa Fe.
伊東敬祐、「リズムとカオスのはざま」、リズムと縞縞（１９９２、総合研究成果報告書）。

14) 津田一郎、カオス的脳観、サイエンス社，１９９１。

15) 合原一幸、カオス、サイエンス社、１９９１。