数理解析研究所講究録
825巻 1993年 32-42

2葉円板の Gamelin 定数

名城大理工 原 優 (Masaru Hara)

リーマン面 R 上の有界正則関数環 $H^\infty(R)$ の $f_1, \cdots, f_n$ の n 組 $\{f_j\}$ が次の条件をみたすとき指数 (n, δ) のコロナデータと呼ぶ: $0 < \delta \leq (\sum_j |f_j|^2)^{\frac{1}{2}} \leq 1$. 環 $H^\infty(R)$ の n 組 $\{g_j\}$ が次の条件を満たすときデータ $\{f_j\}$ のコロナ解と呼ぶ: $\sum_j f_j g_j = 1$. 次で定義される数 $C(R; n, \delta)$ を指数 (n, δ) の R の Gamelin 定数と呼ぶ:

$$C(R; n, \delta) = \sup_{\{f_j\}} (\inf_{\{g_j\}} (\sup_R (\sum_j |g_j|^2)^{\frac{1}{2}}))$$

ただし, 最初の sup は指数 (n, δ) のコロナデータ $\{f_j\}$ に関してとり, 次の inf は各データ $\{f_j\}$ のコロナ解 $\{g_j\}$ に関してとり, もしコロナ解が存在しないときは $C(R; n, \delta) = \infty$ とおく.

我々が対象としているリーマン面は, 複素平面上の単位円板 $D = \{|z| < 1\}$ 上の非有界2葉被覆面で, 2葉円板と呼び, 報告する結果は次の通りである.

主定理． $0 < \delta \leq 1$ に対して

$$C_\delta = \sup_{n \in \mathbb{N}} (\sup \{ C(R; n, \delta) : R \text{は2葉円板} \}) < \infty .$$

各 n に対して２番目の sup が有限であることは [HN], [H] において，一般の m 葉円板で，証明されている．この報告の目的は１番目の sup が有限であることを証明することである．単位円板の場合には [R] [T] で証明されている．

主定理は次の定理よりえられる．

定理． 零点がすべて単純である有限ブラシュケ積 B から作られる２価関数 $\zeta = \sqrt{B}$ で定義される２葉円板を R とおく．指数 (n, δ) のコロナデータ $\{f_j\}$ は次の条件をみたすとする：

$$f_j = a_j + b_j \sqrt{B} \qquad a_j, b_j \in H^\infty(\overline{D}) \qquad (1 \leq j \leq n).$$

このとき次の条件をみたす $\{f_j\}$ のコロナ解 $\{g_j\}$ が存在する：

$$\left(\Sigma_j |g_j|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq C \delta^{-12}$$

ただし，定数 C は f, n, δ, B に無関係な正数である．

主定理の証明． 与えられた２葉円板 R を (R, D, π) とおく．π は R から D への射影とする．数列 $\{r_m\}$ を $0 < r_m < 1$, $r_m < r_{m+1}$, $\lim_{m \to \infty} r_m = 1$ および $\pi^{-1}\{|z| = r_m\}$ には分枝点が存在しない様にとる．各 m に対して $D_m = \{|z| < r_m\}$, $R_m = \pi^{-1}(D_m)$ とおくと (R_m, D_m, π) は２葉

円板となる．与えられた指数(n, δ)のコロナデータ$\{f_j\}$に対して，$\{f_j\}$をR_mに制限すれば定理の条件をみたすR_mにおける$\{f_j\}$のコロナ解$\{g_{jm}\}$が存在する．正規族の議論により主定理が成り立つ．

1．コロナ解の構成(1)

$\mathbb{C}^n$の元を列ベクトル $z={}^t(z_1, \cdots, z_n)$，$w={}^t(w_1, \cdots, w_n)$ で表わし $(z, w)=\sum_j z_j \overline{w_j}$ および $\|z\|=\sqrt{(z, z)}$ とかく．

定理の $f_j=a_j+b_j\sqrt{B}$ $(1 \leq j \leq n)$ に対して

$a={}^t(a_1, \cdots, a_n)$ $\quad b={}^t(b_1, \cdots, b_n)$ $\quad f=a+b\sqrt{B}$

とおくと，これらは$\overline{D}$又は$\overline{R}$上の$\mathbb{C}^n$値関数である．関数a, bは次の大きさをもつ．

補題1．$\|a\| \leq 1$，$\|b\| \leq 1$．

証明．$\sum_j |f_j|^2 \leq 1$ よりRの1つの葉で $\sum_j |a_j+b_j\sqrt{B}|^2 \leq 1$，他の葉で $\sum_j |a_j-b_j\sqrt{B}|^2 \leq 1$ が成り立つ．

$$|a_j+b_j\sqrt{B}|^2+|a_j-b_j\sqrt{B}|^2=2(|a_j|^2+|b_j|^2)$$

より $\|a\|^2=\sum_j |a_j|^2 \leq 1$ および $\sum |b_j\sqrt{B}|^2 \leq 1$ が成り立つ．関数$\sum_j |b_j|^2$はDで劣調和で$\overline{D}$で連続より境界で最大値をとるから

$$\|b\|^2=\sum_j |b_j|^2 \leq \sup_{\partial D} \sum_j |b_j|^2=\sup_{\partial D} \sum_j |b_j\sqrt{B}|^2 \leq 1 .$$

コロナ解の C^∞ の場合は次の命題で与えられる.

命題 1. $x_j = (\|a\|^2+\|b\|^2)a_j - ((a,b)+(b,a)B)b_j$

$$y_j = -((a,b)+(b,a)B)a_j + (\|a\|^2+\|b\|^2)Bb_j$$

$$\rho = \|a\|^4+\|b\|^4|B|^2+(\|a\|^2\|b\|^2-|(a,b)|^2)(|B|^2+1)-(a,b)^2\bar{B}-(b,a)^2B$$

とおくと $x_j, y_j, \rho \in C^\infty(\bar{D})$ で次の条件をみたす:

(1) $\rho \geq \delta^4$ (2) $\Sigma_j(a_j+b_j\sqrt{B})(\bar{x}_j+\bar{y}_j\sqrt{B})=\rho$.

証明. $\Sigma_j|f_j|^2 \geq \delta^2$ より $\Sigma_j|a_j+b_j\sqrt{B}|^2 \geq \delta^2$, $\Sigma_j|a_j-b_j\sqrt{B}|^2 \geq \delta^2$ が成り立つから

$$\delta^4 \leq (\Sigma_j|a_j+b_j\sqrt{B}|^2)(\Sigma_j|a_j-b_j\sqrt{B}|^2)$$

$$= \|a\|^4+\|b\|^4|B|^2+(\|a\|^2\|b\|^2-|(a,b)|^2)\cdot 2\cdot|B|-(a,b)^2\bar{B}-(b,a)^2B \leq \rho.$$

2. コロナ解の構成(2)

次の関数は $\bar{D}$ のある近傍で C^∞ 級である. $(1\leq j,k\leq n)$

$h_j = \rho^{-1}(\bar{x}_j+\bar{y}_j\sqrt{B})$ $\qquad h = {}^t(h_1,\cdots,h_n)$

$u_{jk} = \rho^{-2}\{(\bar{x}_j\bar{\partial}\bar{x}_k-\bar{x}_k\bar{\partial}\bar{x}_j)+(\bar{y}_j\bar{\partial}\bar{y}_k-\bar{y}_k\bar{\partial}\bar{y}_j)B\}$ $\qquad u=[u_{jk}]$

$v_{jk} = \rho^{-2}\{(\bar{x}_j\bar{\partial}\bar{y}_k-\bar{x}_k\bar{\partial}\bar{y}_j)+(\bar{y}_j\bar{\partial}\bar{x}_k-\bar{y}_k\bar{\partial}\bar{x}_j)\}$ $\qquad v=[v_{jk}]$

ただし, u, v は n 次正方行列である. これらは次の関係式をみたす: ${}^tfh = {}^thf = 1$ および

$u_{jk}+v_{jk}\sqrt{B} = h_j\bar{\partial}h_k - h_k\bar{\partial}h_j$ $\qquad u+v\sqrt{B} = h({}^t\bar{\partial}h)-\bar{\partial}h({}^th)$.

開円板 $\bar{D}$ を含む開円板 D_1 を適当にとれば, 次の積分は意味をもち $\bar{D}$ のある近傍で $\bar{\partial}u_0 = u$, $\bar{\partial}v_0 = v$ をみたす.

$$u_0 = \frac{1}{\pi}\iint_{D_1} \frac{u}{\zeta - z}\, d\xi d\eta \quad , \qquad v_0 = \frac{1}{\pi}\iint_{D_1} \frac{v}{\zeta - z}\, d\xi d\eta \; .$$

作り方から分かる様に u_0, v_0 は歪対称行列である（${}^t u_0 = -u_0$, ${}^t v_0 = -v_0$）.

正則なコロナ解を与える前にいくつかの定義を述べる．正方行列 $W = [w_{jk}]$ に対して $\|W\| = (\Sigma_{jk} |w_{jk}|^2)^{\frac{1}{2}}$, W が集合 S 上の関数のとき S 上の $\|W\|$ の上限を $\|W\|_{\infty S}$ とかく．同様に S 上の関数 $g = {}^t(g_1, \cdots, g_n)$ に対しても $\|g\|_{\infty S}$ を定義する．各成分が $H^\infty(D) \cap C(\bar{D})$ の元である n 次正方行列全体を $A_n(D)$ とかく．

命題2.　W_u, $W_v \in A_n(D)$ が歪対称のとき

$$g = {}^t(g_1, \cdots, g_n) = h + \{(W_u + u_0) + (W_v + v_0)\sqrt{B}\} f$$

とおくと n 組 $\{g_j\}$ は次の性質をもつ：

(1) $\{g_j\}$ は $\{f_j\}$ のコロナ解である．

(2) $g \in C(\bar{R})$ で次の不等式が成り立つ．

$$\|g\|_{\infty \partial R} \le \|h\|_{\infty \partial R} + \|W_u + u_0\|_{\infty \partial D} + \|W_v + v_0\|_{\infty \partial D} .$$

証明.　(1) ${}^t f h = 1$. 又 ${}^t f (W_u + u_0) f$, ${}^t f (W_v + v_0) f$ は1次元歪対称行列より 0 となるから ${}^t f g = 1$ となる．分枝点を除いた R の領域において，${}^t h f = 1$ より

$$\bar{\partial} g = \bar{\partial} h + (u + v\sqrt{B}) f = \bar{\partial} h + (h({}^t \bar{\partial} h) - \bar{\partial} h\, ({}^t h)) f$$

$$= \bar{\partial} h + h \bar{\partial}({}^t h f) - \bar{\partial} h ({}^t h f) = 0$$

gは$\bar{R}$において連続より，孤立特異点は除去可能より，gはRにおいて正則である．(2)は$\|f\|\le 1$より成り立つ．

3. $\|g\|$の上限の評価

命題2において，先ず$\|h\|_{\infty\,\partial R}$の評価は次の様にして得られる．$x={}^t(x_1,\cdots,x_n)$ $y={}^t(y_1,\cdots,y_n)$とおくと，$\|x\|\le 4$，$\|y\|\le 4$より$\|h\|=\rho^{-1}\|\bar{x}+\bar{y}\sqrt{B}\|\le 8\delta^{-4}$．次に$\inf\{\|W+u_0\|_{\infty\,\partial D}: W\in A_n(D)$，歪対称$\}$の評価については，[N: pp. 288-292]で述べられている議論により次のことが成り立つ．Hardyクラス$H^2=H^2(D)$のノルムを$\|\cdot\|_2$とかくと次の値より大きくない．

$$\sup\left\{ C_1\left(\iint_D |\varphi|^2 \|u\|^2 \log\frac{1}{|z|}\,dxdy\right)^{\frac{1}{2}} + C_2\left(\iint_D |\varphi|^2 \|\partial u\| \log\frac{1}{|z|}\,dxdy : \varphi\in H^2, \|\varphi\|_2\le 1\right\}\right.$$

ただし，C_1, C_2は絶対定数である。残りの項についてもuをvに代えて同様なことが成り立つ．これ以後で$\|u\|^2 \log\frac{1}{|z|}\,dxdy$，$\|\partial u\| \log\frac{1}{|z|}\,dxdy$がCarleson測度になることを示す．

4. $\|u\|^2$，$\|\partial u\|$の評価

これらを求めるために必要な補題を与える．

補題2. $z={}^t(z_1,\cdots,z_n)$ $w={}^t(w_1,\cdots,w_n)$に対して次式が成り立つ．

$$\Sigma_{jk}\left|\begin{matrix} z_j & w_j \\ z_k & w_k \end{matrix}\right| = 2\left(\|z\|^2\|w\|^2 - |(z,w)|^2\right) \le 2\|z\|^2\|w\|^2.$$

補題3. $X_j = c_1 a_j + c_2 b_j$, $Y_j = (\|a'\|^2 + \|b'\|^2 + |B'|^2)^{\frac{1}{2}}(d_1 a_j + d_2 b_j) + d_3 a'_j + d_4 b'_j$ $(1 \leq j \leq n)$ とおくとき次の不等式が成り立つ.

$$\Sigma_{jk} \begin{vmatrix} X_j & Y_j \\ X_k & Y_k \end{vmatrix}^2 \leq 10(|c_1|^2 + |c_2|^2)(|d_1|^2 + |d_2|^2 + |d_3|^2 + |d_4|^2)(\|a'\|^2 + \|b'\|^2 + |B'|^2)$$

証明. Binet-Cauchy の公式により $\theta = (\|a'\|^2 + \|b'\|^2 + |B'|^2)^{\frac{1}{2}}$ とおくと

$$\begin{vmatrix} X_j & Y_j \\ X_k & Y_k \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} a_j & b_j & a'_j & b'_j \\ a_k & b_k & a'_k & b'_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & \theta d_1 \\ c_2 & \theta d_2 \\ 0 & d_3 \\ 0 & d_4 \end{pmatrix} \text{ の行列式}$$

$$= \begin{vmatrix} a_j & b_j \\ a_k & b_k \end{vmatrix} \begin{vmatrix} c_1 & \theta d_1 \\ c_2 & \theta d_2 \end{vmatrix} + c_1 d_3 \begin{vmatrix} a_j & a'_j \\ a_k & a'_k \end{vmatrix} + c_1 d_4 \begin{vmatrix} a_j & b'_j \\ a_k & b'_k \end{vmatrix} + c_2 d_3 \begin{vmatrix} b_j & a'_j \\ b_k & a'_k \end{vmatrix} + c_2 d_4 \begin{vmatrix} b_j & b'_j \\ b_k & b'_k \end{vmatrix}.$$

Cauchy の不等式より

$$\begin{vmatrix} X_j & Y_j \\ X_k & Y_k \end{vmatrix}^2 \leq 5\left(\theta^2(|c_1|^2 + |c_2|^2)(|d_1|^2 + |d_2|^2) \begin{vmatrix} a_j & b_j \\ a_k & b_k \end{vmatrix}^2 + |c_1|^2 |d_3|^2 \begin{vmatrix} a_j & a'_j \\ a_k & a'_k \end{vmatrix}^2 + |c_1|^2 |d_4|^2 \begin{vmatrix} a_j & b'_j \\ a_k & b'_k \end{vmatrix}^2 + |c_2|^2 |d_3|^2 \begin{vmatrix} b_j & a'_j \\ b_k & a'_k \end{vmatrix}^2 + |c_2|^2 |d_4|^2 \begin{vmatrix} b_j & b'_j \\ b_k & b'_k \end{vmatrix}^2\right)$$

補題2より

$$\Sigma_{jk} \begin{vmatrix} X_j & Y_j \\ X_k & Y_k \end{vmatrix}^2 \leq 10\left(\theta^2(|c_1|^2 + |c_2|^2)(|d_1|^2 + |d_2|^2)\|a\|^2\|b\|^2 + |c_1|^2|d_3|^2\|a\|^2\|a'\|^2 + |c_1|^2|d_4|^2\|a\|^2\|b'\|^2 + |c_2|^2|d_3|^2\|b\|^2\|a'\|^2 + |c_2|^2|d_4|^2\|b\|^2\|b'\|^2.\right.$$

$\|a\|, \|b\| \leq 1$ および $\|a'\|, \|b'\| \leq \theta$ より補題3が成り立つ.

求める評価は次の命題で与えられる.

命題3. 次の不等式が成り立つ.

$$\|u\|^2 \le C\,\delta^{-16}\,(\|a'\|^2+\|b'\|^2+|B'|^2)$$

$$\|\partial u\| \le C\,\delta^{-12}\,(\|a'\|^2+\|b'\|^2+|B'|^2)$$

$$\|v\|^2 \le C\,\delta^{-16}\,(\|a'\|^2+\|b'\|^2+|B'|^2)$$

$$\|\partial v\| \le C\,\delta^{-12}\,(\|a'\|^2+\|b'\|^2+|B'|^2)$$

ただし, C は f, n, δ, B に無関係な定数である.

証明. 付録における表により,

$$\|u\|^2 \le \Sigma_{jk}|u_{jk}|^2 \le 2\,\rho^{-4}\,\Sigma_{jk}\left(\begin{vmatrix} x_j & \partial x_j \\ x_k & \partial x_k\end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} y_j & \partial y_j \\ y_k & \partial y_k\end{vmatrix}^2\right)$$

となる. 補題3において $X_j = x_j$, $Y_j = \partial x_j$ とおくと, $|c_1| \le 2$, $|c_2| \le 2$, $|d_1| \le 2$, $|d_2| \le 3$, $|d_3| \le 2$, $|d_4| \le 2$ となる. $X_j = y_j$, $Y_j = \partial y_j$ とおくと, $|c_1| \le 2$, $|c_2| \le 2$, $|d_1| \le 3$, $|d_2| \le 4$, $|d_3| \le 2$, $|d_4| \le 2$ となる. 故に $\|u\|^2$ についての不等式が成り立つ. 又付録の表より

$$\|\partial u\|^2 \le \rho^{-6}\Bigg(\Sigma_{jk}\Bigg(8|\partial\rho|^2\left(\begin{vmatrix} x_j & \partial x_j \\ x_k & \partial x_k\end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} y_j & \partial y_j \\ y_k & \partial y_k\end{vmatrix}^2\right) + 5|\rho|^2\Bigg(\begin{vmatrix} \bar\partial x_j & \partial x_j \\ \bar\partial x_k & \partial x_k\end{vmatrix}^2$$

$$+\begin{vmatrix} \bar\partial y_j & \partial y_j \\ \bar\partial y_k & \partial y_k\end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} x_j & \partial\bar\partial x_j \\ x_k & \partial\bar\partial x_k\end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} y_j & \partial\bar\partial y_j \\ y_k & \partial\bar\partial y_k\end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} y_j & \partial y_j \\ y_k & \partial y_k\end{vmatrix}^2 |B'|^2\Bigg)\Bigg)\Bigg)$$

$\theta = (\|a'\|^2+\|b'\|^2+|B'|^2)^{\frac{1}{2}}$ とおくと表より, $|\rho| \le 6$, $|\partial\rho| \le 18\theta$ が分かる. 補題3において $X_j = \bar\partial x_j$, $Y_j = \partial x_j$ とおくと, $|c_1| \le 2\theta$, $|c_2| \le 2\theta$ $|d_1| \le 2$, $|d_2| \le 3$, $|d_3| \le 2$, $|d_4| \le 2$ である. $X_j = \bar\partial y_j$, $Y_j = \partial y_j$ とおくと

類似の評価が得られる．以上より $\|\partial u\|$ についての不等式が成り立つ．$\|v\|^2, \|\partial v\|$ についても同様にして得られる．

5．定理の証明

関数 $w = \|a\|^2 + \|b\|^2 + |B|^2$ は $\Delta w = 4(\|a'\|^2 + \|b'\|^2 + |B'|^2)$ より次の補題に適用できる．

補題 4．(N: pp. 290)

関数 $w \in C^2(\bar{D})$ が $w \geq 0, \Delta w \geq 0$ をみたすならば，測度 $(\Delta w) \log \frac{1}{|z|} dxdy$ は Carleson 測度で，そのノルムは高々 $((2\pi e) \sup_D w)^{\frac{1}{2}}$ である．

故に次の不等式が成り立つ．

$$\left(\iint_D |\varphi|^2 \|u\|^2 \log \frac{1}{|z|} dxdy \right)^{\frac{1}{2}} \leq C \delta^{-8}, \quad \iint_D |\varphi|^2 \|\partial u\| \log \frac{1}{|z|} dxdy \leq C \delta^{-12}.$$

以上より定理が成り立つ．

6．付録

$$\rho = \|a\|^4 + \|b\|^4 |B|^2 + (\|a\|^2 \|b\|^2 - |(a,b)|^2)(|B|^2+1) - (a,b)^2 \bar{B} - (b,a)^2 B$$

$$\begin{aligned}\partial \rho = {} & \|a\|^2 (a',a) + \|b\|^2 (b',b) |B|^2 + \|b\|^4 B' \bar{B} + (\|a\|^2 \|b\|^2 - |(a,b)|^2) B' \bar{B} \\ & + \{(a',a)\|b\|^2 + \|a\|^2 (b',b) - (a',b)(b,a) - (a,b)(b',a)\} (|B|^2+1) \\ & - 2(a,b)(a',b)\bar{B} - 2(b,a)(b',a) B - (b,a)^2 B'\end{aligned}$$

$$x_j = (\|a\|^2+\|b\|^2)\,a_j - \{(a.b)+(b.a)B\}\,b_j$$

$$\partial x_j = \{(a',a)+(b'.b)\}\,a_j - \{(a'.b)+(b'.a)B+(b.a)B'\}\,b_j$$
$$\quad + (\|a\|^2+\|b\|^2)\,a'_j - \{(a.b)+(b.a)B\}\,b'_j$$

$$\bar\partial x_j = \{(a,a')+(b.b')\}\,a_j - \{(a.b')+(b.a')B\}\,b_j$$

$$\partial\bar\partial x_j = (\|a'\|^2+\|b'\|^2)\,a_j - \{(a'.b')+(b',a')B+(b.a')B'\}\,b_j$$
$$\quad + \{(a.a')+(b.b')\}\,a'_j - \{(a.b')+(b,a')B\}\,b'_j$$

$$y_j = -\{(a.b)+(b.a)B\}\,a_j + (\|a\|^2+\|b\|^2)\,Bb_j$$

$$\partial y_j = -\{(a'.b)+(b',a)B+(b.a)B'\}\,a_j - \{(a.b)+(b.a)B\}\,a'_j$$
$$\quad + \{((a',a)+(b'.b))B+(\|a\|^2+\|b\|^2)B'\}\,b_j + (\|a\|^2+\|b\|^2)\,Bb'_j$$

$$\bar\partial y_j = -\{(a.b')+(b.a')B\}\,a_j + \{(a,a')+(b.b')\}\,Bb_j$$

$$\partial\bar\partial y_j = -\{(a'.b')+(b',a')B+(b.a')B'\}\,a_j - \{(a.b')+(b.a')B\}\,a'_j$$
$$\quad + \{(\|a'\|^2+\|b'\|^2)B+((a,a')+(b.b'))B'\}\,b_j + \{(a,a')+(b.b')\}\,Bb'_j$$

$$u_{jk} = \rho^{-2}\{(\bar x_j\bar\partial\bar x_k - \bar x_k\bar\partial\bar x_j)+(\bar y_j\bar\partial\bar y_k - \bar y_k\bar\partial\bar y_j)B\}$$

$$\partial u_{jk} = -2\rho^{-3}\partial\rho\{(\bar x_j\bar\partial\bar x_k - \bar x_k\bar\partial\bar x_j)+(\bar y_j\bar\partial\bar y_k - \bar y_k\bar\partial\bar y_j)B\}$$
$$\quad + \rho^{-2}\{(\partial\bar x_j\bar\partial\bar x_k - \partial\bar x_k\bar\partial\bar x_j)+(\partial\bar y_j\bar\partial\bar y_k - \partial\bar y_k\bar\partial\bar y_j)B\}$$
$$\quad + \rho^{-2}\{(\bar x_j\partial\bar\partial\bar x_k - \bar x_k\partial\bar\partial\bar x_j)+(\bar y_j\partial\bar\partial\bar y_k - \bar y_k\partial\bar\partial\bar y_j)B\}$$
$$\quad + \rho^{-2}(\bar y_j\bar\partial\bar y_k - \bar y_k\bar\partial\bar y_j)B'$$

$$v_{jk} = \rho^{-2}\{(\bar x_j\bar\partial\bar y_k - \bar x_k\bar\partial\bar y_j)+(\bar y_j\bar\partial\bar x_k - \bar y_k\bar\partial\bar x_j)\}$$

$$\partial v_{jk} = -2\rho^{-3}\partial\rho\{(\bar x_j\bar\partial\bar y_k - \bar x_k\bar\partial\bar y_j)+(\bar y_j\bar\partial\bar x_k - \bar y_k\bar\partial\bar x_j)\}$$
$$\quad + \rho^{-2}\{(\partial\bar x_j\bar\partial\bar y_k - \partial\bar x_k\bar\partial\bar y_j)+(\partial\bar y_j\bar\partial\bar x_k - \partial\bar y_k\bar\partial\bar x_j)\}$$
$$\quad + \rho^{-2}\{(\bar x_j\partial\bar\partial\bar y_k - \bar x_k\partial\bar\partial\bar y_j)+(\bar y_j\partial\bar\partial\bar x_k - \bar y_k\partial\bar\partial\bar x_j)\}.$$

参考文献

[H] Hara, M., Ideals of bounded holomorphic on simple n-sheeted discs, Nagoya Math. J., 123 (1991), 171-201.

[HN] Hara, M. and M. Nakai, Corona theorem with bounds for finitely sheeted disks, Tohoku Math. J., 37 (1985), 225-240.

[N] Nikol'skii, N.K., Treatise on the shift operator, Springer, 1986.

[R] Rosenblum, M., A corona theorem for countably many functions, Integral equations and operator theory, 3 (1980), 125-137.

[T] Tolokonnikov, V.A., Estimates in Carleson's corona theorem and finitely generated ideals in the algebra H^∞, Funkcional. Anal. i Priloz, 14 (1980), 85-86. [Russian].