

2次元ポアズイユ流における T-S 波のカオス化

東大理 梅木 誠

Makoto UMEKI Department of Physics, University of Tokyo

1 はじめに

決定論的カオス理論によると、乱流への遷移は周期倍分岐、準周期運動、間欠性の3つのルートのいずれかを経て起こると予想される。どのルートを選択するかは、流れの具体的な状況、自由度、境界条件等に依存する。流体系から導かれる少数自由度の力学系や、周期境界乱流などで、すでにいろいろなルートが見つかりしている。本研究では、2次元ではあるがより現実の流れに近い平面ポアズイユ流 [安定性の解説については4)を参照] を、Fourier-Chebyshev 擬スペクトル法により数値解析し、分岐構造と乱流状態を調べた。

2 2次元分岐構造

分岐構造の数値的研究においては、解がアトラクター上に落ちつく程度に計算時間を十分長くとる事と、パラメータ(本研究ではレイノルズ数 Re) 依存性を十分詳細に調べる事が重要である。今回の研究では、 Re を 2500 から 10000 までを 100 ずつ区切った 76 個の run を並列化させた一つのプログラムを用いた。但し、Aliasing の誤差を取り除く 2/3 則を使うので、例えば流れ関数の摂動部分は

$$\hat{\psi} = \sum_{k=-M_x}^{M_x} \sum_{j=0}^{M_y} \tilde{\psi}_{kj} \exp(i\alpha kx) T_j(y),$$

(T_j は Chebyshev 多項式, $M_x = [N_x/3]$, $M_y = [2N_y/3]$, $[]$: Gauss の記号) のように定義して、モード数を $(N_x, N_y) = (16, 32)$ にとった。境界条件は壁で滑りなしの条件および流量一定を用い、波数は $\alpha = 1$ 、時間刻みは $\Delta t = 0.1$ 、計算時間を $T = 9000$ とお

いた (Umeki 1994¹⁾)。数値計算は東京大学大型計算機センターのスーパーコンピュータ (HITAC S3800) でおこなった。

初期条件は $\hat{\psi} = \epsilon(1 - y^2)^2 \cos(\alpha x)$ の関数形で、 $\epsilon = 0.3$ とした。測定量として、上の壁における中央部分での渦度の摂動の値 (図 1,2) と全渦度の平均値 (図 3,4) を選んだ。計算結果として、定常進行波 (Tollmien-Schlichting 波) 状態 ($Re = 5400$)、周期状態 ($Re = 6000$)、準周期状態 ($Re = 6200$)、カオス状態 ($Re = 6800$) の 4 つを選択する。(TS 波状態を周期解と呼ぶ事もあるが、ガリレイ変換により定常解ともみなせるので、ここでは TS 波の Hopf 分岐後の解を周期解と呼ぶ。) 図 2,4 はパワースペクトルを示したもので、図 4 において、渦度の x 平均をとることにより TS 波の進行による周期を消去している。

安定な TS 波状態は $Re = 5000$ から 5450 程度まで続き、 $Re = 5500$ では周期解が発生する。最初の Hopf 分岐直後の解は振幅が非常に小さいので、超臨界であるといえる。さらに $Re = 6150$ 付近で 2 番目の Hopf 分岐がおこり、 $Re = 6350$ でカオス的な不規則状態に移る。2 重周期状態には振動の振幅の変調が観測されることから、最初の振動数と 2 番目の振動数は近いことがわかる。これらの結果は、Soibelman & Meiron (1991)²⁾ の分岐解析とよい対応を示す。また、TS 波状態安定に存在する Re の下限を詳細に調べたが、 $\alpha = 1$ では 5000 程度より小さくなると減衰して平面ポアズイユ流 (主流) になった。カオス状態については、Jiménez(1990)³⁾ は $T = 2000$ 程度の計算で、 $\alpha = 0.25$ 等の小さい波数に比べ、 $\alpha = 1$ では現れにくいと結論しているが、本研究 ($T = 9000$) では現れている。

また、大域的な分岐ダイアグラムを得るために基本波数 α とレイノルズ数 Re を同時に変化させた計算も行った。

3 乱流状態の空間構造と統計的性質

2 次元のシアー乱流が 3 次元の場合とどの程度相似性があるかを調べるために、高い分解能 (N_x, N_y) = (256, 256) の数値計算を行い、乱流状態の空間構造と統計的性質を調べた。

¹⁾ ある瞬間の等渦度線により、壁付近の渦度の強いシート状の領域が剥がれて流体内部に

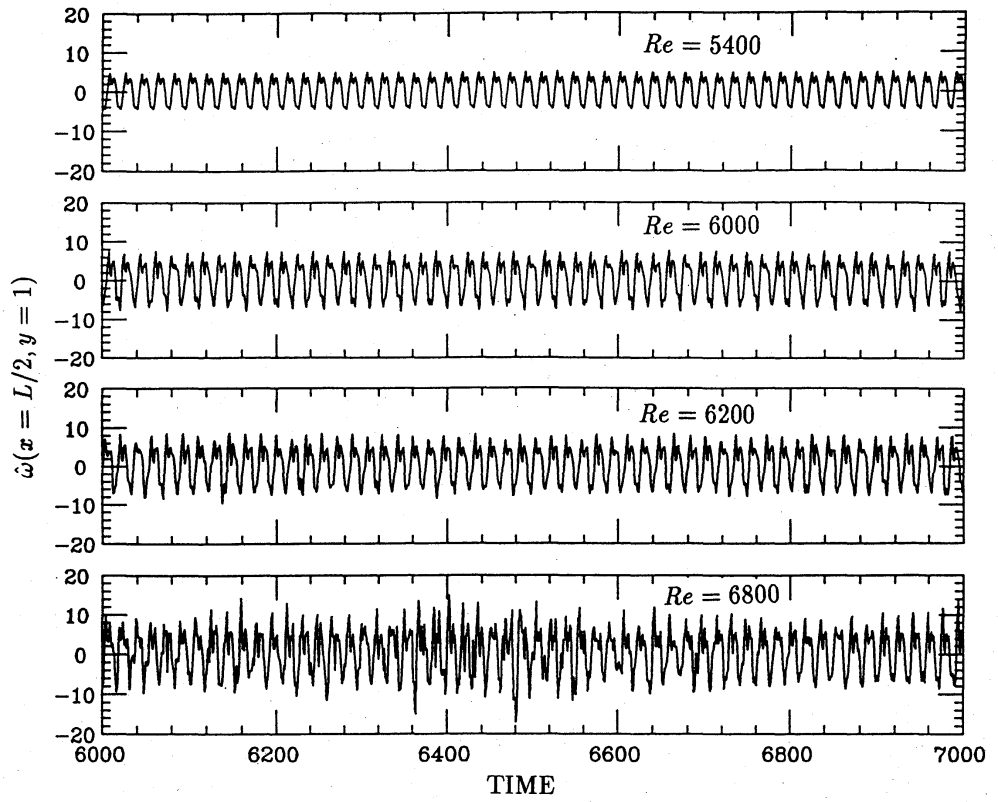
流入するようすが可視化された。流線の様子からは、ejection と sweep の領域が明確であった。流れ方向の渦度相関のスペクトルは、流体内部で k^{-2} にちかく、これは Saffman のエネルギースペクトル k^{-4} に近い。また、壁においてはほぼ k^{-4} であり、境界層内では流体内部と違ったスケーリングがある事が示唆された。また、渦度と渦度の空間微分についての分布関数を viscous sublayer の内部と外部に分割して調べたところ、粘性効果の大きな内部ではどちらもガウス分布、ほぼ非粘性流と考えられる外部では指数分布に近いことが分かった。

4 参考文献

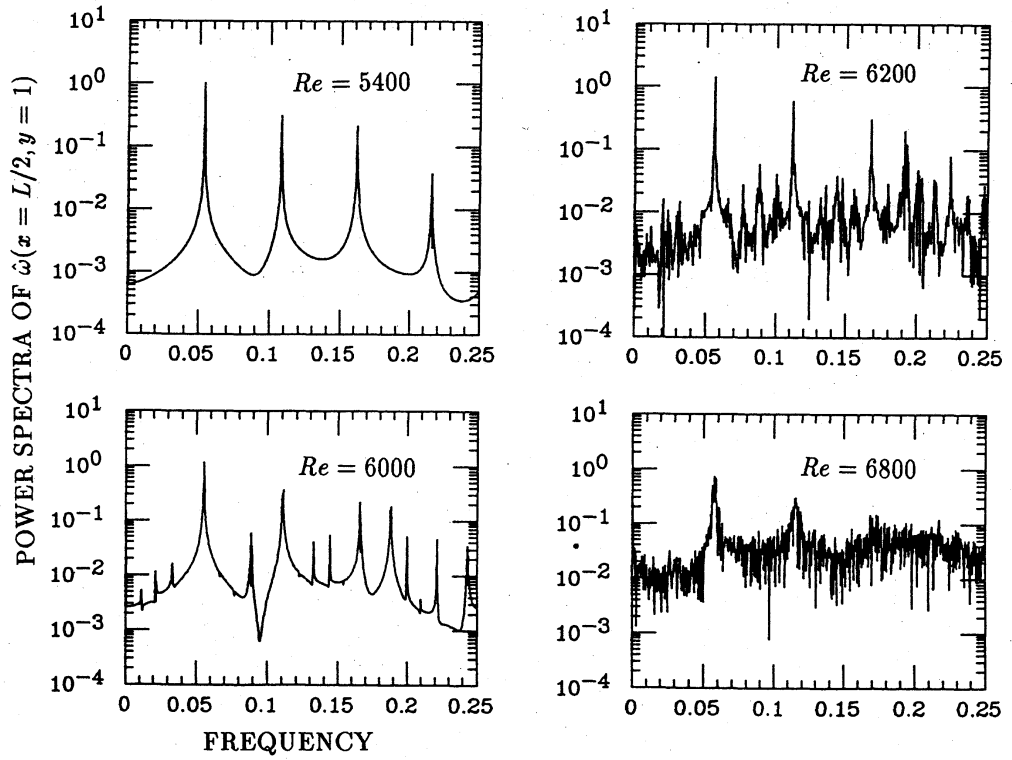
- 1) Umeki, M. 1994 Numerical Simulation of Plane Poiseuille Turbulence, *Fluid Dynamics Research*. **13** (2) 67.
- 2) Soibelman, I., & Meiron, D. I. 1991 Finite-amplitude bifurcations in plane Poiseuille flow: two-dimensional Hopf bifurcation *J. Fluid Mech.* **229** 389-416.
- 3) Jiménez, J. 1990 Transition to turbulence in two-dimensional Poiseuille flow *J. Fluid Mech.* **218** 265-297.
- 4) 水島、藤村、柳瀬 1988 平面ポアズイユ流の2次元攪乱の非線形発展 「ながれ」 **7** 259-270.

FIGURE CAPTION

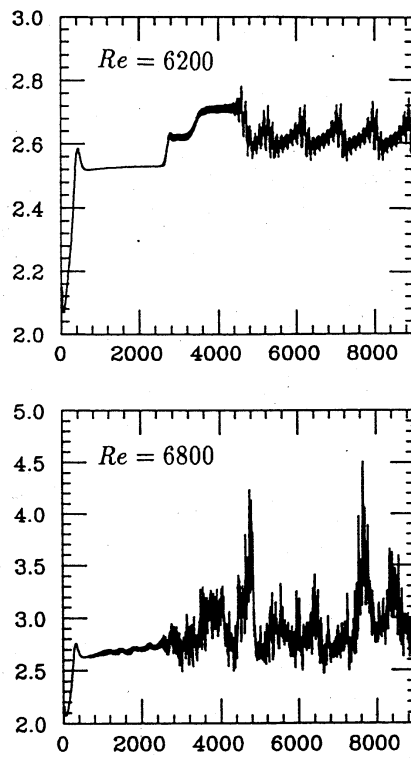
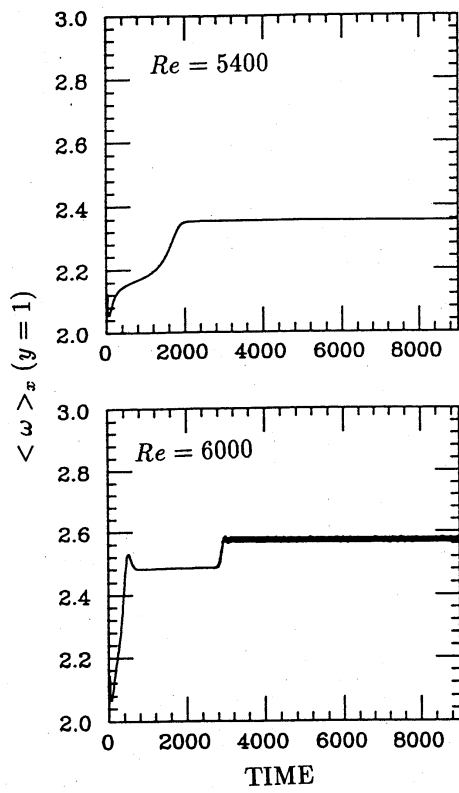
- 図 1. 上壁中央における渦度の摂動の時間発展.
- 図 2. 上壁中央における渦度の摂動のパワースペクトル.
- 図 3. 上壁での平均の全渦度の時間発展.
- 図 4. 上壁での平均の全渦度のパワースペクトル.



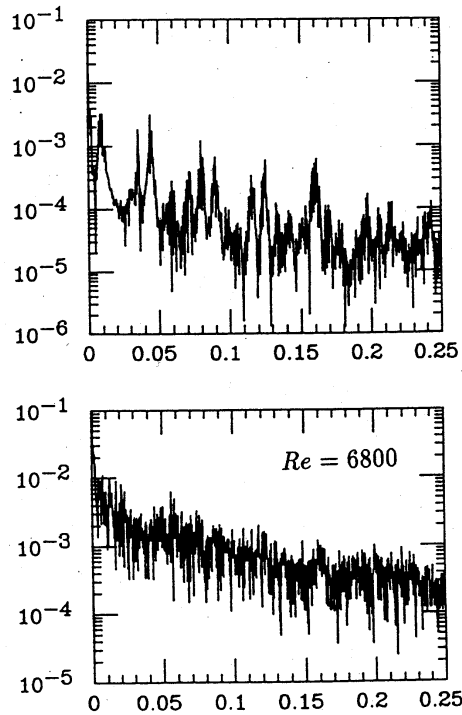
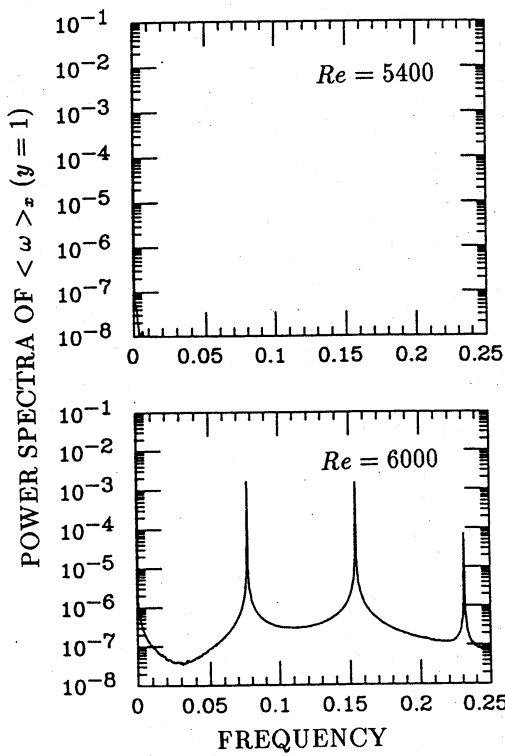
⊠ 1



⊠ 2



3



4