数理解析研究所講究録
第 869 巻 1994 年 111-120

21 世紀の場の理論？

京大 理　九後　汰一郎 (Taichiro Kugo)

1. はじめに

まず初めに，中西先生のご還暦おめでとうございます．

祝　中西先生御還暦

今年 (1992 年) 私もすでに 43 才になりますが，中西先生が 60 ということですから，21 世紀の 2001 年には，中西先生が 69，わたしが 52 という勘定になります．月日の経つのは大変速いもので，思い起せば私が大学院の修士課程に入ったのが 1971 年で，入学早々，まだ何も知らないしょっぱなから数理解析研に出向いて受けた講義が中西先生の

・'71　Bethe-Salpeter 方程式

の講義でした．続いて修士の 2 年になって受けたのが

・'72　不定計量の場の理論

の講義です．年齢を計算しますとこれらの講義は中西先生が 39 と 40 才の時のもので，今の私より若かった (!) ことに思い至って感慨深いものがあります．どちらの講義も毎回毎回大変良く準備されたもので先生の意気込みが我々生徒たちにも充分に伝わってくるものでした．実際，BS 方程式の講義の方は出たばかりの先生の有名な Review – Progress Supplement の別刷をテキストに使ってのものでしたし，一方，不定計量の講義の方はまったく新しく準備されたもので，我々に対する講義の後に Progress Supplement にまとめられ発表されたものでした．

ただ実を言いますと，どちらの講義も私には良く理解できませんでした．先生は一生懸命分りやすそうに説明して下さったのですが，残念ながら出来の悪い生徒にはチンプンカンプンでした．特に BS 方程式の講義の方がそうでしたが，これはある意味で無理もない事で，数理研での講義は本来修士 2 年生向けのもので，ただ修士 1 年生も聞きに行くというのが物理教室の慣行になっていたものだからです．この講義の 2,3 回目の時，先生が「Feynman graph は知っているんでしょうね」と我々に尋ねられ，私が「良く知りません」と答え，先生を唖然とさせてしまったのを今でもよく憶えています．不定計量の講義の方は修士の 2 年になっていたこともありもう少しはましでしたが，概ね良く分らなかったのは同じです．

しかし不思議な事に，そんなに分らない状態で聞いていた講義なのに後でこれらの subjects に出会いますと「これは知っている」と思えて全然怖くないのです．やはり‘門前の小僧経を読む’という事でしょうか，あるいは先生の教え方が非常に深遠だったのでしょうか，とにかくその後の自分を考えてみますとどちらの講義も本当に役にたちました．

先に不定計量の講義も良く分らなかったと言いましたが，実は一つだけ良く分った所がありました．それは講義の最後の方でされた，今日 Nakanishi-Lautrup Formalism と呼ばれている QED の明白に共変な正準型式の話です．これは大変に美しい定式化で非常に感銘を受けました．事実，後で（確か，修士２年の後半の頃）私は先生からいただいた講義録（Suppl. の preprint）と首っ引きでなんとか先生の美しい補助条件 $B^{(+)}(x)\,|\mathrm{phys}\rangle = 0$ が Yang-Mills 理論の場合にもそのまま，ないしは少しの修正だけで，適用できるのではないかと，ああでもないこうでもないと四苦八苦努力した事を憶えています．これは結局うまく行かなくて投出してしまったのですが．

思い出話のついでに，これはずっと後，私が over-doctor の２年目の春ごろの事ですが，中西先生が物理教室のコロキウムでお話しされる機会がありました．その時のお話の中で，先生が「Quark Confinement は QED に於ける縦波やスカラーモードが出て来ないのと同じ様なものだ」とコメントされたのに対して田中正先生が「QED の場合は，スカラーモードは free なので confinement の例としては余りに自明過ぎる．Yang-Mills 場の時の縦波やスカラーモード,Faddeev-Popov ghost モードなら相互作用をしているから confinement の例としてもおもしろいと思う．中西先生の QED の Formalism は Yang-Mills 場の時にも適用できるようにできませんか？」と質問されました．これに対して中西先生は「それができれば良いのですが，残念ながら，Yang-Mills 場の場合には運動方程式と consistent なうまい補助条件を設定することができません．経路積分法では，Faddeev-Popov ghost なんかは loop を回るだけで外には出てこないように言ってますが，あれはそう解釈しているだけでちゃんとした（演算子形式の）理論として定式化されている訳ではありません.」とお答えになりました．私はその頃，“経路積分法と演算子形式とは全く等価である．一方で出来ることは他方でも必ず出来る”という確信めいた思い込みがあったので，その時，やや興奮したトーンで,「経路積分法でそのような非物理的モードが外に現われないということが示されている以上，演算子形式でも必ず同じ事が言えるはずです．簡単な補助条件は見つからないかもしれないけれど絶対できるはずです.」と言いました.「絶対」などと生意気なことを口走ったものですが，その時私に何か明確なアイデアや方針なるものがあった訳では全然ありませんでした．ただ‘必ず出来る’という確信だけでした．そのコロキウムの後，当時物理教室の修士を終えて博士１年として数理研に移っていた小嶋君が私の部屋にきて私の発言の真意を質しました．私と小嶋君との Yang-Mills 理論正準演算子形式の共同研究はこういう契機で始まることになりました．

この小嶋君との仕事中もずうっと中西先生からいろいろ有益なコメントや御教示を頂きまし

た．それは専ら小嶋君を通じてでした．なぜかと言いますと，実は，その頃でも私には中西先生は大変恐い先生でして，先生の部屋へ行って先生と一対一でお話をするというのが恐ろしかったからです．先生に大変な早口で反論されたりするとこちらの頭が混乱してしどろもどろになる—という経験を何度かしていましたので，できるだけ先生の部屋へは近づきたくない，と長い間思っておりました．

とは言え，やはり中西先生は私のかけがえのない恩師です．最近，私はQCDでメソンの質量や崩壊定数などを計算するという仕事をしていますが，これもBS方程式を数値的に解くものです．ゲージ理論からBS方程式まで，この十数年いろいろな仕事をしてきたように思っていますが，良く考えてみると，お釈迦さまの掌中の孫悟空のように，私は未だに中西先生の掌から一歩も出ることが出来ていないのかも知れません．

思い出はこの位にしておいて，本題の「21 世紀の場の理論」の話に進むことにします．

2. 21 世紀の場の理論

私がここで“21 世紀の場の理論”と言っていますのは，実は，

$$= \text{弦の場の理論 (SFT)}$$

のことです．何故そう考えるのかについて少しこの場を借りてお話したいと思います．

御存知のように，弦の理論は次のような多くの魅力的な性質を備えています：

$\longrightarrow$ Gravity を含む

$\longrightarrow$ Yang-Mills ゲージ理論を含む：種々な compact background に応じたゲージ群が現われる

$\longrightarrow$ Bose 座標と Fermi 座標の transmutation：Supersymmetry の自発的生成？

$\longrightarrow$ 最小の長さの存在：Target Space Duality ($R \leftrightarrow \frac{1}{R}$)
このDuality はSFT のゲージ対称性に含まれている

$\longrightarrow$ 時空と運動の創成： 原幾何学的Φ^3理論

⋮

等々です．このような顕著な性格をもつ弦の理論を，素粒子の世界を記述する真の究極理論たらしめるためにはまだまだ多くの事が明らかにされねばなりません．これには色々なアプローチがありますが，特に

1. 弦の理論の拠って立つゲージ原理ないしは幾何学
2. compact 化などの弦の非摂動論的ダイナミクス

等の点を明らかにするにはどうしても「弦の場の理論 (SFT)」の構築が必要不可欠に思えます.

3. 弦の場の理論の歴史

弦の場の理論は, 1974 年 Mandelstam が経路積分法に基づいて弦の相互作用の基本的構造を明らかにしたのをうけて, Kaku と吉川が light-cone ゲージで定式化に成功[1] したのが最初です. (その直後 Cremmer-Gervais によってもより詳細な構成が与えらました.) Kaku-吉川の論文でも既に指摘されていたように, この light-cone ゲージの場の理論を如何に Lorentz 共変化するかが最初から大問題でした. "共変化する" という問題は, 単に Lorentz 不変性を明白にするということのみではなく, ゲージ不変性を明らかにするという点にその重要性があります. すなわち,

Lorentz 共変な弦の場の理論 $\simeq$ ゲージ弦の場の理論

なのです. 弦の場の理論は, ゲージ不変性がその運動や相互作用を決定している**ゲージ理論**である点が本質的なのです.

しかし Lorentz 共変な弦の場の理論を構成するに当っては, すぐに直面する幾つかの問題がありました. 例えば,

1. 無限個の拘束条件 (運動方程式) の存在:

$$(L_n - \delta_{n,0})\,|\Phi\rangle = 0 \quad \text{for } n = 0, 1, 2, \cdots . \tag{1}$$

弦の場を一つしか用いない限り, Action の一回の変分からは一つの運動方程式しか出てこないはずだから, 無限個の方程式を出すのは不可能です.

2. Lorentz 共変な弦の場は $\Phi[X^\mu(\sigma)]$ のように書かれるはずですが, この汎関数の引数 (配位) $X^\mu(\sigma)$ には spacelike でないものも必然入ってくることになります. この様な配位に対する弦の場を考えることは, 数え過ぎや積分可能条件の問題を起こさないのでしょうか?

第一の問題に対しては, 1982 年の加藤-小川の BRS 対称性に基づく弦の第一量子化の仕事[2] が見事な解答を与えてくれました. すなわち, (1) の無限個の方程式は一個の条件

$$Q_{\rm B}\,|\Phi\rangle = 0 \tag{2}$$

に置き換えられる事が明らかにされました. この事が弦の場の理論の構築にとって重要であることは既に加藤-小川の論文の Discussion の所にも指摘されています. 一個の条件になったという

ことは，一つのActionから運動方程式としてそれを導きうるということで，実際，(2)の方程式なら単にAction

$$S = \Phi Q_{\mathrm{B}} \Phi \tag{3}$$

を採れば出てきます．

ところが話はそう単純には進みませんでした．加藤，小川，上原の各君と私がこのActionを検討していて未だその正しさを充分確信できていなかった頃(1984年7月?)，Siegelの論文[3]がPhysics Letterに現われました：自由場の弦に対する彼のActionは

$$S = \Phi c_0 \frac{\partial}{\partial c_0} Q_{\mathrm{B}} \Phi \tag{4}$$

という形でした．ここで c_0 はFaddev-Popov ghost座標のzero-modeです．これは既にゲージ固定したActionです．この論文では成分場による展開も丁寧に議論してあり，それが正しいことは疑いありませんでした．一方我々の検討していたAction (3)は，大変大きなゲージ不変性，$\delta\Phi = Q_{\mathrm{B}}\Lambda$のもとでの不変性，を持っており，それに対してどうゲージを固定すればよいのか?，という点がネックとなり，ついに我々は自分達のアプローチを放棄してしまいました．

その後，85年の春ごろBanks-Peskin[4]が，SiegelのゲージをAction (4)に対して，ゲージを固定していないgauge-invariant actionを与えるという仕事をしました．この仕事自体は大変non-localなactionを与えていたのでダメでしたが，ゲージ不変な弦の場の理論を早急につくるべきだという機運を一気に高めました．そしてこの年の夏には，Siegel-Zwiebach,[5] Banks-Peskin,[6] 伊藤-九後-国友-大栗,[7] の三つのグループが相次いで，SiegelのActionから出発してゲージ固定を外して行くという手法で自由弦のゲージ不変なActionを与えるのに成功しました．しかし，歴史としては大変興味深いことに，この三グループのgauge-invariant Actionは，簡単な(3)ではなく，今日minimal formと呼ばれているもう少し複雑な形のものでした．自由弦のゲージ不変なActionとしては簡単で自然な(3)のものでよいのだ，というのは，この直後の秋から暮れにかけてやっと，Neveu-Nicolai-West[8] およびWitten[9]により明らかにされたのです．

この年1985年の暮れには，Witten[9] および京都グループ(畑，伊藤，九後，国友，小川；HIKKO)[10] が，相次いでそれぞれ異なる方式の相互作用する弦の場の理論を与えました．

超対称弦に対する弦の場の理論についても，85年から86年にかけて，自由場のActionが寺尾-上原[11] および風間-Neveu-Nicolai-West[12] らにより(constrained field formulation)，相互作用している場合のActionがWitten[13] により(uncontrained field)，それぞれ与えられました．

この間の弦の場の理論の発展の経緯に関して，およびその間の私の関わり方に関しては，後悔するところが多々あり，内心忸怩たるものがあります．研究会当日にはもう少し詳細を話しましたがここでは省略することにして，若い人々に次の諺を教訓にして頂くだけでよしとしておきましょう．

後悔先に立たず

隣の芝生はよく見える

Publish or Perish!

4．ゲージ弦の場の理論の現在と問題点

相互作用の入った弦の場の理論としては，上述のように

$$\text{Witten}\begin{cases}\text{Open Bosonic SFT (I)}\\ \text{Open Super SFT (II)}\end{cases}$$
$$\text{HIKKO}\begin{cases}\text{Open Bosonic SFT (III)}\\ \text{Closed Bosonic SFT (IV)}\end{cases}$$

が先ず与えられました．また，これら (I)~(IV) の理論には，その後次のような拡張，発展，ないし派生がありました：

$$\begin{aligned}\text{IV, I} &\longrightarrow \text{Pregeometrical SFT (Pure } \Phi^3 \text{ Theory)}^{[14]}\\ \text{III, IV} &\longrightarrow \text{Covariantized Light-Cone SFT}^{[15]},\\ &\longrightarrow \alpha = p^+ \text{ HIKKO SFT}^{[16]}\\ \text{IV} &\longrightarrow \text{Torus-Compactified SFT}^{[17]}\end{aligned}$$

さらに最近には，長い間困難であったWitten-Gotoタイプのmidpoint-interaction vertexを用いた閉じた弦の場の理論がnon-polynomial作用の形で構成されました：

$$\text{I,II} \longrightarrow \text{Non-Polynomial Closed SFT}^{[18]}$$

この様に多様な理論を列挙しましたが，実は弦の場の理論にはまだまだ多くの問題点があります．川合光氏の言葉を借りれば，弦の場の理論はまさに「満身創痍」なのです．問題点の幾つかを挙げますと

1. Modular Invariance に起因する数えすぎ
2. HIKKO 理論に於ける非物理的な弦の長さのパラメータ α
3. Witten 流の Closed SFT が non-polynomial になること
4. Witten の Open Super SFT が vertex 中点の Picture Changing Operator の衝突による発散を持つこと
5. 超対称で閉じた弦に対しては，(それ故，heterotic 弦に対しても）未だに自由弦の Action さえも書かれていないこと

等などです．この第3点は，最近，量子論としても完成された Witten 流の閉じた弦の場の理論の問題です．Action が非多項式になること自体は，そう問題ではないのかもしれませんが，量子論的な Action を指定するのに Polyakov 流の（平坦なミンコフスキー空間上の）弦の摂動論の振幅が必要となるのです．これでは摂動論を離れて理論を定義するという弦の場の理論の元来の目的と相容れません．第2点は，HIKKO 理論に於ける非物理的な弦の長さのパラメータ α をどう処理するかという問題で，tree diagram では α が factorize するのでよいのですが，loop diagram では α に関する loop 積分が発散するというしんどい問題が生じます．この点に関して，Covariantized Light-Cone SFT では，α の BRS quartet の相棒になる非物理的変数を加えてやって，Quartet 機構，ないしは Parisi-Sourlas 機構によって解決しています．ただ厳密に言うと，この際の状態のノルムをちゃんと定義するためには，実は α を複素数とせねばならず，しかるに弦の vertex が α の解析函数になっていないのでまだ問題があります．他方，α を物理的なパラメータにする方法もあります：それは α を p^+ に置き換えてしまうという，いわゆる $\alpha = p^+$ HIKKO SFT です．この理論は全然問題の無い consistent な理論ですが，唯一の難点は明白な Lorentz Covariance を失うことです．

最後にいちばん重要な第1の問題にコメントしましょう．Modular Invariance というのは弦の一番特徴的な性質で，弦が一次元的な広がりを持っていること，しかもこの一次元的な空間的広がりが，時間発展方向の一次元的な時間的広がりと実は同等である，という顕著な性質なのです．ところが弦の場の理論に於いては，弦の場 Φ の引数として最初から空間的広がりのみを考慮した $X^\mu(\sigma)$ を用意します．決して時間的発展を考慮した二次元関数 $X^\mu(\sigma,\tau)$ ではないのです．この事実から Modular 不変性を弦の場の理論で実現することは自明でないことは明かです．しかし一部の人々が言うようにこの事を弦の場の理論の本質的限界と見なし，弦の場の理論のアプローチそのものをあきらめるのは間違っています．

これには二つほど証拠があります．事実，Witten の Open Bosonic SFT，および Light-Cone SFT に於いては，素朴な Feynman 則で計算した振幅で Modular Invariance に関する数えすぎが無く，うまく行っていることが知られています．これは恐らく，この両者の理論では相互作用

vertex が local に見える時間変数が存在するという事情によって素朴な Feynman 則で正しい量子論が得られたためだと思われます．この事実は，逆に，HIKKO の Closed SFT などの場合のように，相互作用がどの時間変数に関しても local ではない場合には，素朴な Feynman 則が正しい量子論を与えないということを示唆しています．すなわち，Modular Invariance に絡む数えすぎの問題は，非局所的な相互作用系の量子化が正しくなされていないところに起因するということです．この事は畑氏により大変強調されたことで，正しい量子化をどうすれば良いのかについて彼による精力的な研究があります.[19]（これらの点についてのより詳しい話については文献 [20] をご参照下さい.）

もう一つの証拠というのは，弦の物理が大きさ R のトーラス上の場合と $1/R$ のトーラス上の場合とで全く同一であるという Taget Space Duality です：この顕著な性質も Modular 不変性と似ていて，弦の二次元的広がりにその起源を持っています．にもかかわらず，この Duality は実は弦の場の理論の中でゲージ対称性として実現されていることが示されているのです.[16] この事は，Modular 不変性も弦の場の理論ではゲージ不変性ないしは（Anomaly の無い事も含めた）量子論的 BRS 不変性として実現されている事を強く示唆しています.（因みに，以前触れた，space-like な配位に対する弦の場がある事が問題を起こさないのか?という懸念に対しても，おそらく同様に，弦の場の理論のゲージ不変性が数え過ぎや因果律の問題を避けるのに効いているのだと思われます.）

以上述べましたように，弦の場の理論には未だに多くの困難な問題が残されており，その完成からはほど遠いのが実状です．しかしながら，弦の理論は非常に魅惑的かつ野心的な理論で，未だに究極の素粒子理論を与える可能性を持っています．その弦の場の理論を構築することは，背後にある幾何学的なゲージ原理を明らかにすることであり，また通常の場の理論の領域を大きく拡大することでもあります．弦の場の理論は，これから 21 世紀に向かう我々素粒子論屋にとって大きな挑戦として残されているのだと思います．

参考文献

1. M. Kaku and K. Kikkawa, *Phys. Rev.* **D10** (1974) 1110; 1823.
2. M. Kato and K. Ogawa, *Nucl. Phys.* **B212** (1983) 443;
   See also: K. Fujikawa, *Phys. Rev.* **D25** (1982) 2584.
3. W. Siegel, *Phys. Lett.* **149B** (1984) 157; 162; **151B** (1985) 391; 396.
4. T. Banks and M. Peskin, in *Proc. the Symposium on Anomaly, Geometry and Topology*, Argonne Nat. Lab., March 1985.
5. W. Siegel and B. Zwiebach, *Nucl. Phys.* **B263** (1986) 105.
6. T. Banks and M. Peskin, *Nucl. Phys.* **B264** (1986) 513.
7. K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and H. Ooguri, *Prog. Theor. Phys.* **75** (1986) 162.
8. A. Neveu, H. Nicolai and P.C. West, *Phys. Lett.* **167B** (1986) 307.
9. E. Witten, *Nucl. Phys.* **B268** (1986) 253.
10. H. Hata, K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and K. Ogawa, *Phys. Lett.* **172B** (1986) 186; 195; *Phys. Rev.* **D34** (1986) 2360; **D35** (1987) 1318.
11. H. Terao and S. Uehara, *Phys. Lett.* **B173** (1986) 134; 409.
12. Y. Kazama, A. Neveu, H. Nicolai and P.C. West, *Nucl. Phys.* **B278** (1986) 833.
13. E. Witten, *Nucl. Phys.* **B276** (1986) 291.
14. H. Hata, K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and K. Ogawa, *Phys. Lett.* **175B** (1986) 138;
    G.T. Horowitz, J. Lykken, R. Rohm and A. Strominger, *Phys. Rev. Lett.* **57** (1986) 283.
15. W. Siegel and B. Zwiebach, *Nucl. Phys.* **B282** (1987) 125; **B288** (1987) 332; *Phys. Lett.* **184B** (1987) 325;
    A. Neveu and P.C. West, *Phys. Lett.* **182B** (1987) 343; *Nucl. Phys.* **B293** (1987) 266;
    S. Uehara, *Phys. Lett.* **190B** (1987) 76;
    T. Kugo, in *Quantum Mechanics of Fundamental Systems 2*, ed. by C. Teitelboim and J. Zanelli, (Plenum, 1989).

16. T. Kugo and B. Zwiebach, *Prog. Theor. Phys.* **87** (1992) 801.

17. H. Hata, K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and K. Ogawa, *Prog. Theor. Phys.* **78** (1987) 453.

18. M. Saadi and B. Zwiebach, *Ann. Phys.* **192** (1989) 213;
T. Kugo, H. Kunitomo and K. Suehiro, *Phys. Lett.* **226B** (1989) 48;
T. Kugo and K. Suehiro, *Nucl. Phys.* **B337** (1990) 434;
B. Zwiebach, *Nucl. Phys.* **B390** (1993) 33.

19. H. Hata, *Phys. Lett.* **217B** (1989) 445; *Nucl. Phys.* **329** (1990) 698; **339** (1990) 663.

20. 九後汰一郎，素粒子論研究 1990 年 1 月号 D44 ページ.