

## 乱流境界層における整構造の Dynamics

名古屋大学工学部 辻 義之

*Nagoya University, Yoshiyuki TSUJI*

名古屋大学工学部 中村 育雄

*Nagoya University, Ikuo NAKAMURA*

### 1. はじめに

乱流境界層中に大規模な構造が存在することが知られて久しいが、その研究は飛躍的な進歩をなしてきたとは言えない。壁近傍の構造を説明するのに、Kline(1967)やHinze(1975)のバーストの肖像図が用いられるのは今でも変わらないし、ほぼ10年前にまとめられた整構造に関するCantwellの広範なレビュー<sup>(1)</sup>と数年前にまとめられたRobinsonのレビュー<sup>(2)</sup>を比較したとき、大きく変わった点は数値計算の結果から詳細な議論をできるようになったことぐらいである。

実験的に整構造を調べるためには、可視化実験、条件付き抽出法、時空間相関等の方法が用いられてきた。しかし、これらの結果から得られる整構造の肖像は必ずしも良い一致を示すわけではなかった。それは整構造自体の定義が曖昧であり、むしろ用いる方法によってその肖像が決まってしまうからである。“整構造の定義の曖昧さ”がこの分野の研究の進歩を妨げた大きな要因の一つであろう。また、このような大規模な構造は境界層中をランダムに運動しているわけであり、この運動を記述する力学方程式を構成することが望まれてきた。

Lumlyらのグループは正規直交展開の一種であるKarhunen Loève Expansion（以後、 $KL$ 展開）を用いることによって、乱れエネルギーの分布に最も寄与する構造の形を定義し、整構造と対応させ議論を展開した。<sup>(3)(4)</sup>この方法は空間の二点相関係数が分かれば、一意的に決定されるもので任意性が入る余地はない。 $KL$ 直交基底に基づき瞬時速度場を展開する。このとき時間変動は全て展開係数に含め、Galerkin近似を用いることによって各展開係数の支配方程式を導くことができる。直交基底の形を乱流構造に対応させているわけであるから、展開係数の時間的変動は整構造の運動に対応している。

今回は乱流境界層壁近くの速度場を小型プローブを用いて計測し、 $KL$ 展開を用いて整構造の解析をおこなったのでそれについて簡単に説明する。

## 2. 境界層方程式

解析の対象としたのは乱流境界層壁近傍の領域であり、Navier-Stokes 方程式は近似され簡略化される。主流方向平均速度  $U$  及び垂直方向平均速度  $V$  に対して、 $V \ll U$  かつ  $\partial U/\partial x \ll \partial U/\partial y$ 、境界層厚さを  $\delta$  とすると、 $(\partial\delta/\partial x) \ll 1$  が成り立つと仮定する (図1参照)。オーダー評価に基づき微小項を省略すると、以下の境界層方程式が導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(U+u) + (U+u)\frac{\partial}{\partial x}(U+u) + (V+v)\frac{\partial}{\partial y}(U+u) + w\frac{\partial}{\partial z}(U+u) \\ = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}(P+p) + \nu\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \nabla^2 u\right), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (U+u)\frac{\partial v}{\partial x} + (V+v)\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}(P+p) + \nu\nabla^2 v, \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + (U+u)\frac{\partial w}{\partial x} + (V+v)\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\nabla^2 w. \quad (3)$$

両辺の時間平均をとると、レイノルズ方程式は

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \overline{v^2}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{uv}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{vw}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}, \quad (5)$$

となる。壁近傍では、 $U, V$  は非常に小さく平行流近似が成り立ち、さらに下流方向への変化を無視すると、

$$\frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right), \quad (6)$$

$$P + \rho\overline{v^2} = P_e, \quad (7)$$

となる。ただし  $P_e$  は境界層外の圧力とする。よって、式(6)、(7)より

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}(P_e - \rho\overline{v^2}) = -\frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} + \nu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}, \quad (8)$$

となる。特に本乱流境界層の様に圧力勾配無しの場合には、

$$-\frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} + \nu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(-\overline{uv} + \nu\frac{\partial U}{\partial y}\right) \sim 0. \quad (9)$$

即ち壁面での摩擦応力 $\tau_w$ が一定になる領域があることがわかる。この領域を一定応力層 (Constant Stress Layer) と呼び、壁に近い位置では流れの状態はその近辺の条件、特に壁の条件で決定されることが予測される。この領域における代表物理量は、 $U, y, \nu, u_*$ が考えられるので次元考察をすれば、

$$\frac{U}{u_*} = f\left(\frac{u_* y}{\nu}\right) \quad \text{or} \quad u^+ = f(y^+). \quad (10)$$

この関係はほとんどの壁に沿う乱流で成立することが確かめられており、壁法則と呼ばれる。壁法則が成立する場合には、平均渦度即ち壁乱流では平均速度勾配  $dU/dy$  が問題となり、次元考察から

$$\frac{dU}{dy} = \frac{1}{\kappa} \frac{u_*}{y}. \quad (11)$$

これを積分すれば

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln y + C, \quad (12)$$

となる。式 (12) は対数速度分布と呼ばれ、実験データの解析から以下の定数の値が提案されている。

$$\frac{U}{u_*} = 5.5 \log_{10} \frac{u_* y}{\nu} + 5.4. \quad (13)$$

図 2 に本境界層の平均速度分布と対数速度分布を示す。

以上をまとめると、境界層壁近傍において解くべき方程式は

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} u_i + \left( v \frac{dU}{dy} - \frac{d}{dy} \overline{uv} \right) \delta_{i1} + u_{i,j} u_j + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \nu \nabla^2 u_i = 0, \quad (14)$$

となる。また、次章で説明する  $KL$  展開をおこなう領域を  $\delta^*(y^+ \sim 100)$  とし、代表速度を摩擦速度  $u_*$  にとり、上式を無次元化しておく。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} u_i + \left( v \frac{dU}{dy} - \frac{d}{dy} \overline{uv} \right) \delta_{i1} + u_{i,j} u_j + \frac{1}{\rho u_*^2} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{1}{Re_*} \nabla^2 u_i = 0. \quad (15)$$

本乱流境界層は、層外主流平均速度  $U_0 = 5.0 \text{ m/s}$ 、境界層厚さ  $\delta = 40.0 \text{ mm}$ 、運動量厚さ  $\theta = 4.8 \text{ mm}$ 、レイノルズ数  $Re = U_0 \theta / \nu = 1.69 \times 10^3$  である。測定は小型 x プロブを用い、 $0 < y^+ < 122$  の領域に 10 箇所の測定点を設けておこなった。

### 3. Karhunen Loève Expansion

Karhunen Loève 展開 ( $KL$  展開と略す) は、正規直交展開の一種であり、気象学の分野では経験的直交関数系展開 (empirical orthonormal functions) とも呼ばれている。<sup>(5)</sup> 以下これに付いて簡単に説明しよう。

領域  $I$  において、ランダム過程  $u(y)$  を直交関数基底  $\psi_n(y)$  で展開する。

$$u(y) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \psi_n(y). \quad (16)$$

$$a_n = \int_I u(y) \psi_n(y) dy, \quad \int_I \psi_n(y) \psi_m(y) dy = \delta_{nm}. \quad (17)$$

このような直交展開の最も馴染みある場合は、基底  $\psi$  が三角関数であるフーリエ展開である。 $KL$  展開の特徴は、その収束性の速さにある。即ち、 $u_N(y)$  を式 (16) の第  $n$  項までの和とし、 $u(y)$  との二乗平均偏差を以下のように定義する。

$$e_N(y) = \langle [u(y) - u_N(y)]^2 \rangle. \quad (18)$$

$e_N$  が最小となるような可積分な基底関数が  $KL$  展開基底となる。これは、領域  $I$  におけるランダム過程と直交基底との内積  $\alpha$  が最大になることである。

$$\alpha = \frac{\int_I u(y) \psi^*(y) dy}{(\int_I \psi(y) \psi^*(y) dy)^{1/2}}. \quad (19)$$

この様な直交基底は、以下の積分方程式の解として与えられる。

$$\int_I R(y, y') \psi_n(y') dy' = \lambda_n \psi_n(y), \quad (20)$$

$$R(y, y') = \langle u(y) u(y') \rangle. \quad (21)$$

この積分方程式の解は無数個存在すが、実験的に  $R(y, y')$  を求める場合には  $y$  を離散化し、積分方程式は以下の相関行列の固有値問題になる。

$$\mathbf{R} \psi_n(y) = \lambda_n \psi_n(y), \quad (22)$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ R_{n1} & R_{n2} & \cdots & R_{nn} \end{pmatrix}, \quad R_{ij} = \langle u(y_i) u(y_j) \rangle, \quad (23)$$

直交基底 $\psi_n(y)$ は、相関行列  $\mathbf{R}$  の固有関数となり、 $\lambda_n$  は固有値となる。

積分核  $R(y, y')$  は固有関数の単独な和として展開される (Mercer の定理)。

$$R(y, y') = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \psi_n(y) \psi_n(y'). \quad (24)$$

よって、式 (16) を式 (20) に代入し、アンサンブル平均をとると、

$$\langle a_n a_m \rangle = \lambda_n \delta_{nm}. \quad (25)$$

即ち、ランダム変数は統計的に直交し、その二乗平均値は固有値に等しくなる。以上の関係を用いると、領域  $\mathbf{I}$  における乱れエネルギーの総和  $E$  は固有値の和として得られる。

$$\langle u^2(y) \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \psi_n^2(y), \quad (26)$$

$$E = \int_{\mathbf{I}} \langle u^2(y) \rangle dy = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n. \quad (27)$$

乱流境界層中の変動速度の直交展開は、速度変化の最も激しい壁に垂直方向 ( $y$  方向) に  $KL$  展開を用い、統計的に定常かつ等方と見なせる流れ方向 ( $x$  方向) およびスパン方向 ( $z$  方向) には、フーリエ展開される。それでは流れ方向の波数の関数として  $KL$  展開を考えてみよう。式 (24) の相関行列は、

$$R(y, y', r_x) \quad , \quad r_x = |x' - x| = U(y) \times t, \quad (28)$$

となる。ただし、 $x$  方向は時間軸で置き換え、フーリエ変換したのち波数空間で考えるため、以下のクロススペクトルとなる。

$$\Phi(y, y', k_x) = \frac{1}{4\pi^2} \int R(y, y', r_x) e^{-ik_x r_x} dr_x. \quad (29)$$

$KL$  展開基底は、波数  $k_x$  の関数として以下の積分方程式の解となる。

$$\int_{\mathbf{I}} \Phi(y, y', k_x) \hat{\psi}_n^*(y', k_x) dy' = \hat{\lambda}_n(k_x) \hat{\psi}_n(y, k_x). \quad (30)$$

よって、ランダム変数  $\hat{u}(y, k_x)$  は以下の様に展開される。

$$\hat{u}(y, k_x) = \sum_n \hat{a}_n(k_x) \hat{\psi}_n(y, k_x) \quad (31)$$

直交基底  $\hat{\psi}_n(y, k_x)$  が満たす条件は、式 (17) と同様に

$$\int_{\Gamma} \hat{\psi}_n(y, k_x) \hat{\psi}_m^*(y, k_x) dy = \delta_{nm} \quad ,$$

$$\langle \hat{a}_n(k_x) \hat{a}_m(k_x) \rangle = \begin{cases} \lambda_n(k_x) & \text{for } n = m \\ 0 & \text{for } n \neq m \end{cases} \quad (32)$$

クロススペクトル及びスペクトルは、各固有スペクトルから再構成される。

$$\Phi(y, y', k_x) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n(k_x) \hat{\psi}_n(y, k_x) \hat{\psi}_n^*(y', k_x) \quad (33)$$

$$S(y, k_x) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n(k_x) |\hat{\psi}_n(y, k_x)|^2 \quad (34)$$

#### 4. 変動速度場の $KL$ 展開

境界層壁近傍では、空間変動が最も大きい壁に垂直方向 ( $y$ 方向) に  $KL$  展開され、流れ方向 ( $x$ 方向) 及びスパン方向 ( $z$ 方向) にはフーリエ展開される。第  $n$  項までの級数展開で近似される変動速度を  $\mathbf{u}$  とすると、

$$\mathbf{u}(x, y, z, t) = \sum_{n, \mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{(n)}(t) \mathbf{V}^{(n)}(x, y, z, \mathbf{k}) \quad , \quad \mathbf{k} = (k_x, k_z) \quad (34)$$

$$V_j^{(n)}(x, y, z, \mathbf{k}) = \psi_j^{(n)}(y, \mathbf{k}) \exp \left\{ 2\pi i \left( \frac{k_x x}{L_x} + \frac{k_z z}{L_z} \right) \right\} \quad , \quad j = x, y, z \quad (35)$$

ここで  $\psi_j^{(n)}$  は  $j$  方向成分の  $KL$  展開基底であり、 $L_x, L_z$  はフーリエ展開する領域である。速度変動の時間的变化は全て係数  $a_{\mathbf{k}}^{(n)}$  に含める。また、 $V_j^{(n)}$  は全ての  $n$  に対して、境界条件： $\mathbf{V}^{(n)}(y=0) = 0$  を満足する。

乱流境界層中の整構造を抽出する方法としては、幾つかの方法が提案されているが、 $KL$  展開では直交基底のかたちを整構造に対応させて考える。これは乱れエネルギー分布への寄与率の大きさを基準に、構造を抽出することである。例えば、第一基底は固有値の最も大きい固有関数であり、それは最も乱れエネルギーへの寄与が大きい構造のかたちに対応する。このような構造の時間的变化を知るためには、式 (34) における係数  $a_{\mathbf{k}}^{(n)}(t)$  についての力学的方程式を導いてやればよい。ここでは Galerkin 法を用いることによって、それをおこなった。

境界層壁近傍での支配方程式、式 (15)、の変動速度に式 (34) を代入した式を  $\mathbf{N}(\mathbf{u})$  と表すと、Galerkin 法は以下の条件を満足させるように係数に

ついでにこの方程式を導く方法である。

$$\int_0^{L_1} \int_0^{L_3} \int_0^1 (N(\mathbf{u}), \mathbf{V}^{(n)}) dx dy dz = 0$$

$\Leftrightarrow$

$$\int_0^{L_1} \int_0^{L_3} \int_0^1 N_j(\mathbf{u}) \psi_j^{(n)*} \exp \left[ -2\pi i \left( \frac{k_x x}{L_x} + \frac{k_z z}{L_z} \right) \right] dx dy dz = 0. \quad (36)$$

ここで、係数  $a_{\mathbf{k}}$  について方程式を整理すると、

$$\begin{aligned} \sum_m g_{nm}(\mathbf{k}) \frac{da_{\mathbf{k}}^{(m)}}{dt} &= \sum_m L(m, n, \mathbf{k}, Re_*) a_{\mathbf{k}}^{(m)} \\ &+ \sum_{p,q} \sum_{\mathbf{k}'} Q(p, q, \mathbf{k}', n, \mathbf{k}) a_{\mathbf{k}'}^{(p)} a_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}^{(q)} \\ &- Re_* \sum_{p,q,r} \sum_{\mathbf{k}'} C(p, q, r, \mathbf{k}', n, \mathbf{k}) a_{\mathbf{k}}^{(r)} a_{\mathbf{k}'}^{(p)} a_{\mathbf{k}'}^{(q)*}. \quad (37) \end{aligned}$$

なお、 $g_{nm}(\mathbf{k})$ 、 $L(m, n, \mathbf{k}, Re_*)$ 、 $Q(p, q, \mathbf{k}', n, \mathbf{k})$ 、 $C(p, q, r, \mathbf{k}', n, \mathbf{k})$  は以下で与えられる。

$$g_{mn}(\mathbf{k}) = \int_0^1 \psi_i^{(m)}(\mathbf{k}) \psi_i^{(n)*}(\mathbf{k}) dy.$$

$$L(m, n, \mathbf{k}, Re_*) = L_1(m, n, \mathbf{k}, Re_*) + L_2(m, n, \mathbf{k}, Re_*),$$

$$L_1(m, n, \mathbf{k}, Re_*) =$$

$$\frac{1}{Re_*} \left\{ -g_{mn}(\mathbf{k}) \left[ \left( \frac{2\pi k_x}{L_x} \right)^2 + \left( \frac{2\pi k_z}{L_z} \right)^2 \right] + \int_0^1 D^2 \psi_i^{(m)}(\mathbf{k}) \psi_i^{(n)*}(\mathbf{k}) dy \right\}.$$

$$L_2(m, n, \mathbf{k}, Re_*) =$$

$$-Re_* \int_0^1 \left\{ \psi_y^{(m)}(\mathbf{k}) \psi_x^{(n)*}(\mathbf{k}) + \frac{2\pi k_1 i}{L_1} y \psi_i^{(m)}(\mathbf{k}) \psi_i^{(n)*}(\mathbf{k}) \right\} dy.$$

$$Q(p, q, \mathbf{k}', n, \mathbf{k}) =$$

$$-(1 - \delta_{k0}) \int_0^1 \psi_j^{(p)}(\mathbf{k}') \Omega_j(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \times \psi_i^{(q)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \psi_i^{(n)*}(\mathbf{k}) dy.$$

$$\begin{aligned} C(p, q, \mathbf{k}', n, \mathbf{k}) &= \int_0^1 \psi_x^{(p)}(\mathbf{k}') \psi_y^{(q)*}(\mathbf{k}') \psi_x^{(n)*}(\mathbf{k}) \psi_y^{(r)}(\mathbf{k}) dy \\ &+ \frac{2\pi i k_x}{L_x} \int_0^1 \psi_i^{(n)*}(\mathbf{k}) \psi_i^{(r)}(\mathbf{k}) \int_0^y \psi_x^{(p)}(\mathbf{k}') \psi_y^{(q)*}(\mathbf{k}') dy' dy, \end{aligned}$$

ここで、

$$\Omega_j(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \begin{cases} 2\pi i(k_j - k'_j)/L_j & : j = x, z \\ d/dy & : j = y \end{cases}$$

なお、圧力項の変換は上式には含まれていない。実験によって圧力項を測定することは非常に困難であり、Lumly らはこの項のみ数値計算の結果を利用している。

実験では離散的な測定点でしかデータは得られない。そのため測定点間隔以下（分解能以下）の小スケールの運動の評価を何らかの方法で取り入れる必要がある。そこで、Smagorinsky model と同様の考え方に従い、この効果を取り入れることにする。分解能以上を添え字記号<で、以下を>で表すと、小スケールのせん断応力は、

$$\tau_{ij>} = -2\alpha\nu_T S_{ij<}, \quad (38)$$

$$S_{ij<} = \frac{1}{2}(u_{i<,j} + u_{j<,i}). \quad (39)$$

ここで、 $\nu_T$ は渦粘性係数、 $\alpha$ は Heisenberg パラメータである。大きなスケールから分解能以下の小さなスケールへのエネルギーの移行は、 $2\alpha\nu_T S_{ij<} S_{ij>}$  となる。ここでは  $2\alpha\nu_T$  をあらためて  $\alpha$  と書き、大きなスケールと小さなスケールの相互干渉を式 (37) に取り入れることにする。Galerkin 法によって粘性項は式 (37) の中で、 $L_1(m, n, \mathbf{k}, Re_*)$  となるから、

$$L_1(m, n, \mathbf{k}, Re_*) \Rightarrow (1 + \alpha)L_1(m, n, \mathbf{k}, Re_*), \quad (40)$$

となる。

過去の研究では主にスパン方向の縦渦列に注目して解析がなされてきた。式 (37) を解く際に、最も簡単な場合として、Lumly らは流れ方向への波数の変化を考えず ( $k_x = 0$ )、スパン方向への変化 ( $k_z = 1, 2, 3, 4, 5$ ) を考慮し解析をおこなった。バーストと縦渦列との関連に着目したからである。しかし、バーストを捉える際には流れ方向の変化も重要であり、著者らはそれについての解析をおこなった。式 (37) で第 1 固有値についてのみ方程式を解いたので、 $m = n = 1$  とし、Lumly らとは逆に  $k_x = 1, 2, 3, 4, 5$ ,  $k_z = 0$  とした。式 (37) は 5 元連立微分方程式となる。

## 5. 解析結果及び考察

図3は流れ方向及び垂直方向の  $KL$  展開基底である。固有値の大きな順に番号が付けてある。第一基底関数に注目すると、そのピークの位置が少しずれおり、 $v$ 方向成分のピークは壁から離れている。基底順序が増えるに従い、基底関数の振動も多くなってくる。図4は  $u$  成分の乱れエネルギー分布への収束の状況を示したものである。ほぼ、第五基底までで収束していることが分かる。これを波数空間で見たのが図5であり、縦軸に各固有関数ごとのエネルギースペクトル、横軸に波数をとってある。いずれにしても第一基底関数の全乱れエネルギーに占める割合が非常に高いことがよく分かる。

図6は連立微分方程式(37)を数値的に解いた結果である。Heisenberg パラメータ  $\alpha$  の違いによって系の挙動は大きく変わり、カオス解が存在することはほぼ間違いない。問題なのは  $\alpha$  をコントロールパラメータとしたとき、整構造の物理現象としてどのような肖像を描くかであり、カオスへの移行がどのような経路をたどるかであろう。これについては今後の課題としたい。整構造の力学的方程式を N.S. 方程式から導けるという点では、従来の研究を一步前進させたと言えが、問題点も多いことを注意しておく。<sup>(6)</sup> これまでに著者らは、境界層中のバースト構造を調べ、その空間的分布がフラクタル構造を持つことを明らかにしてきた。多くのフラクタル構造が構成される背景には力学系の存在があり、 $KL$  展開に基づく力学方程式とバーストのフラクタル構造には、何らかの関わりがあると考えられる。

### [参考文献]

- [1] Cantwell, B.J., Ann. Rev. Fluid Mech., vol.12(1981), pp457-515.
- [2] Robinson, S.K., Ann. Rev. Fluid Mech., vol.23(1991), pp601-639.
- [3] Aubry, N., Holmes, P., Lumley, J.L. and Stone, E., J. Fluid Mech., vol.192(1988), pp115-173.
- [4] Sanghi, S. and Aubry, N., J. Fluid Mech., vol.247(1993), pp455-488.
- [5] 日野幹雄、“スペクトル解析”、朝倉書店、第17刷(1989).
- [6] Moffat, H.K., Lecture Notes in Phys., No.357(1990), pp250-257.

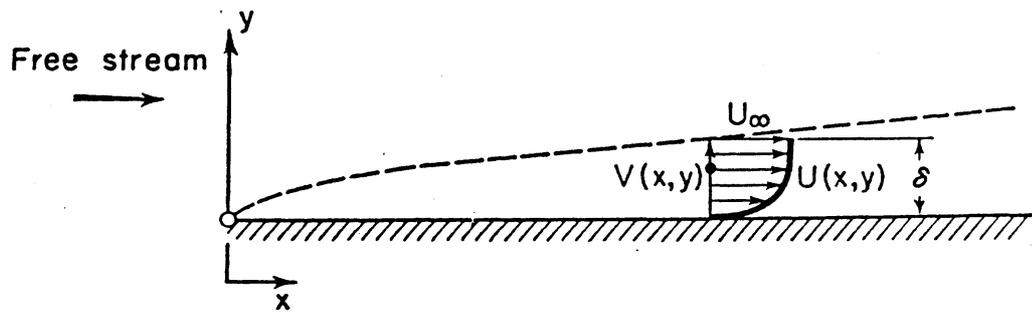


図1 流れ場の概要及び座標系.

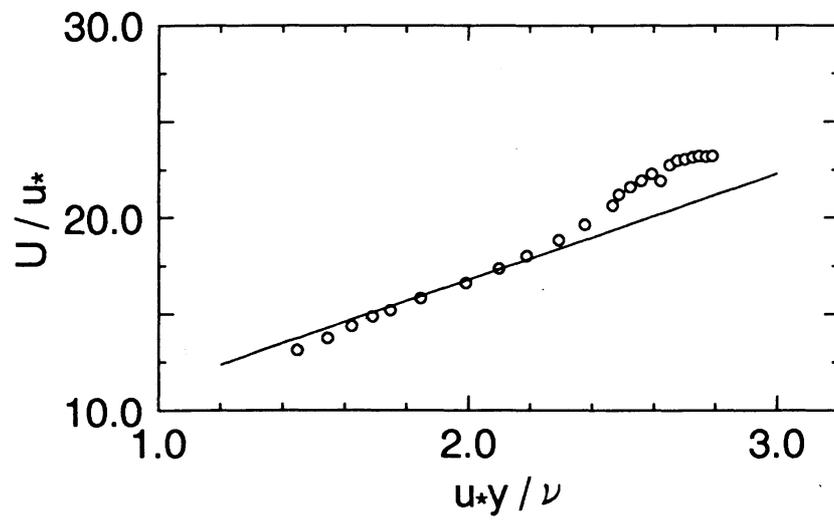
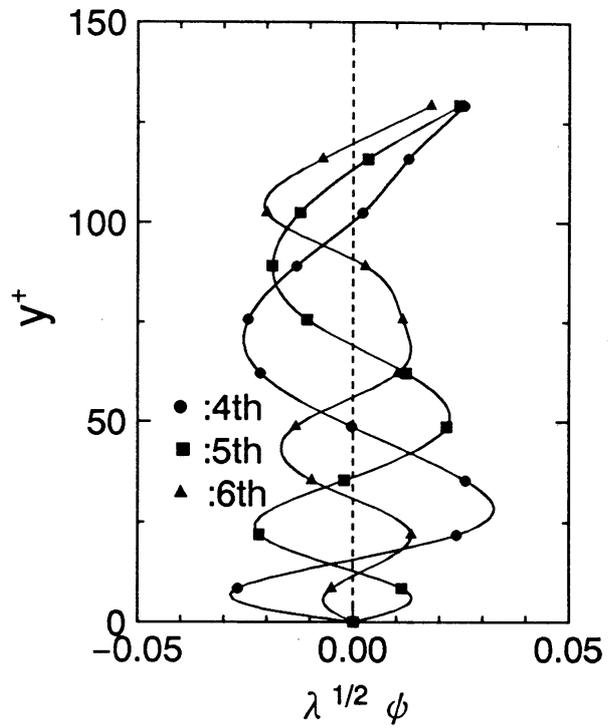
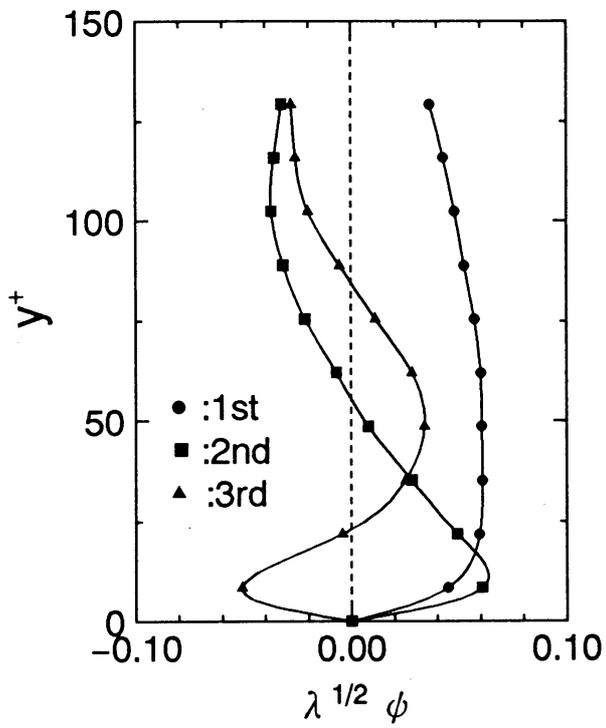
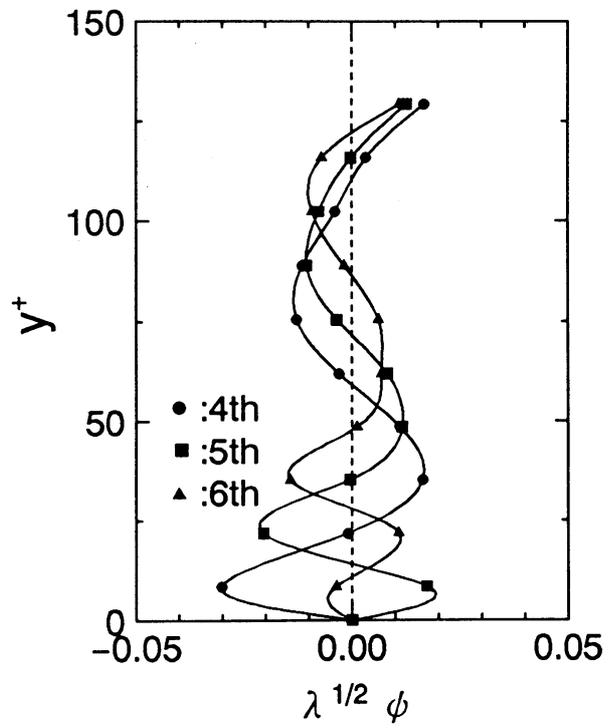
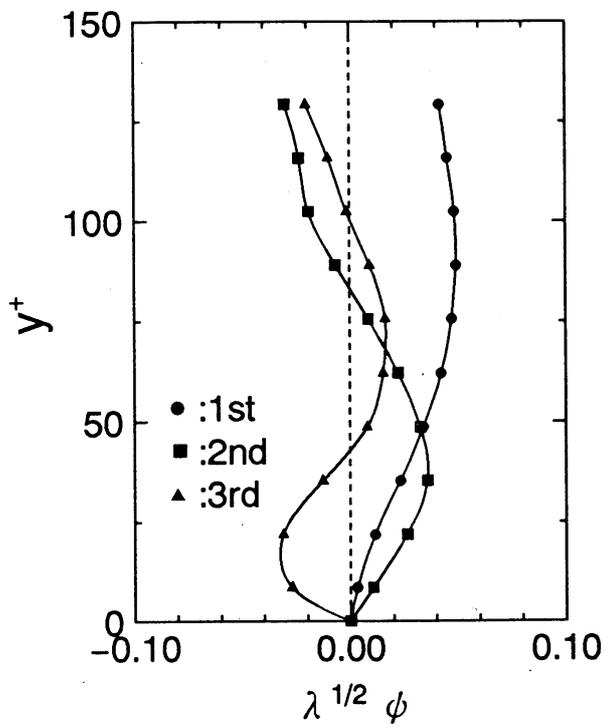


図2 対数速度分布. 図中の実線は  $U/u_* = 5.5 \log_{10}(u_*y/\nu) + 5.4$ .

u-Fluctuation



v-Fluctuation

図3 流れ方向 ( $u$ ) 及び垂直方向 ( $v$ ) 成分の  $KL$  展開基底.

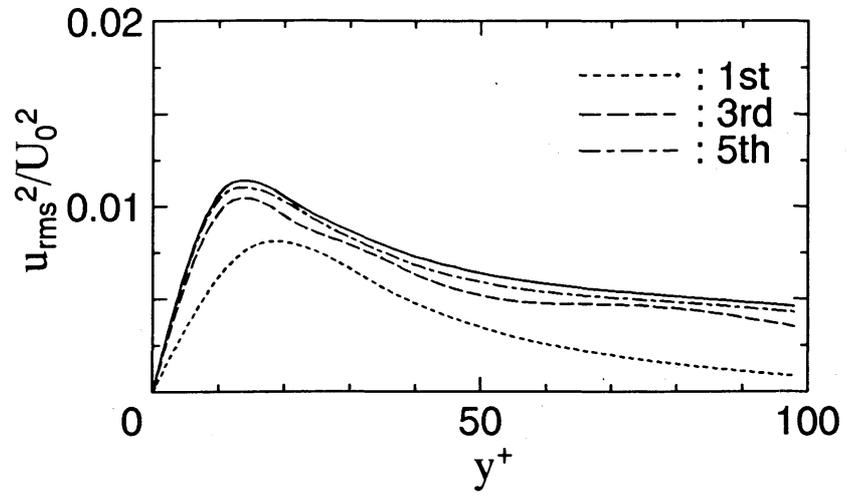


図4 流れ方向成分の乱れエネルギーへの各基底関数からの収束性.  
実線は本来の乱れエネルギーの分布を表す.

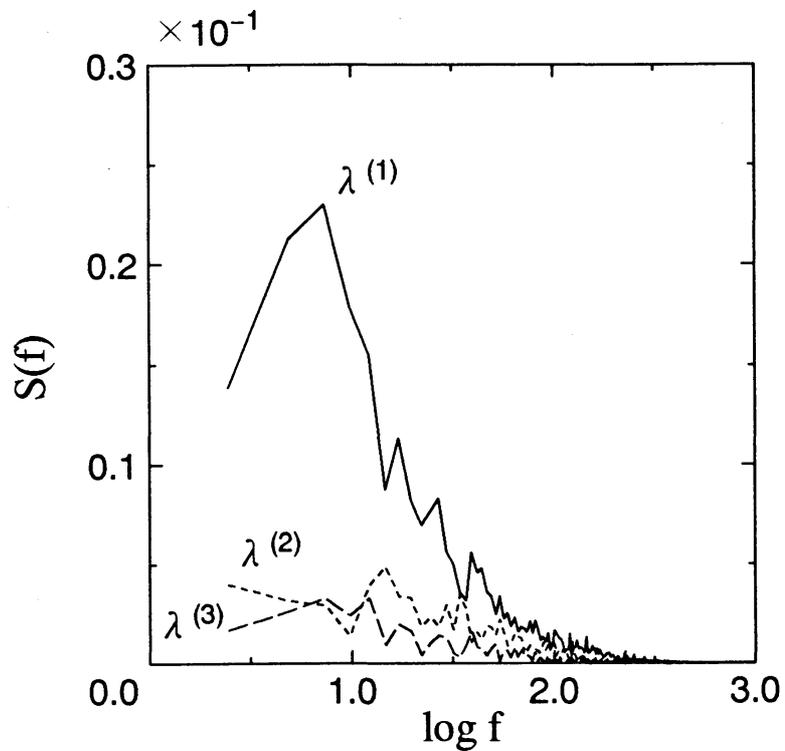


図5  $u$  方向成分の各基底関数のパワースペクトル ( $y^+ = 41.96$ ).

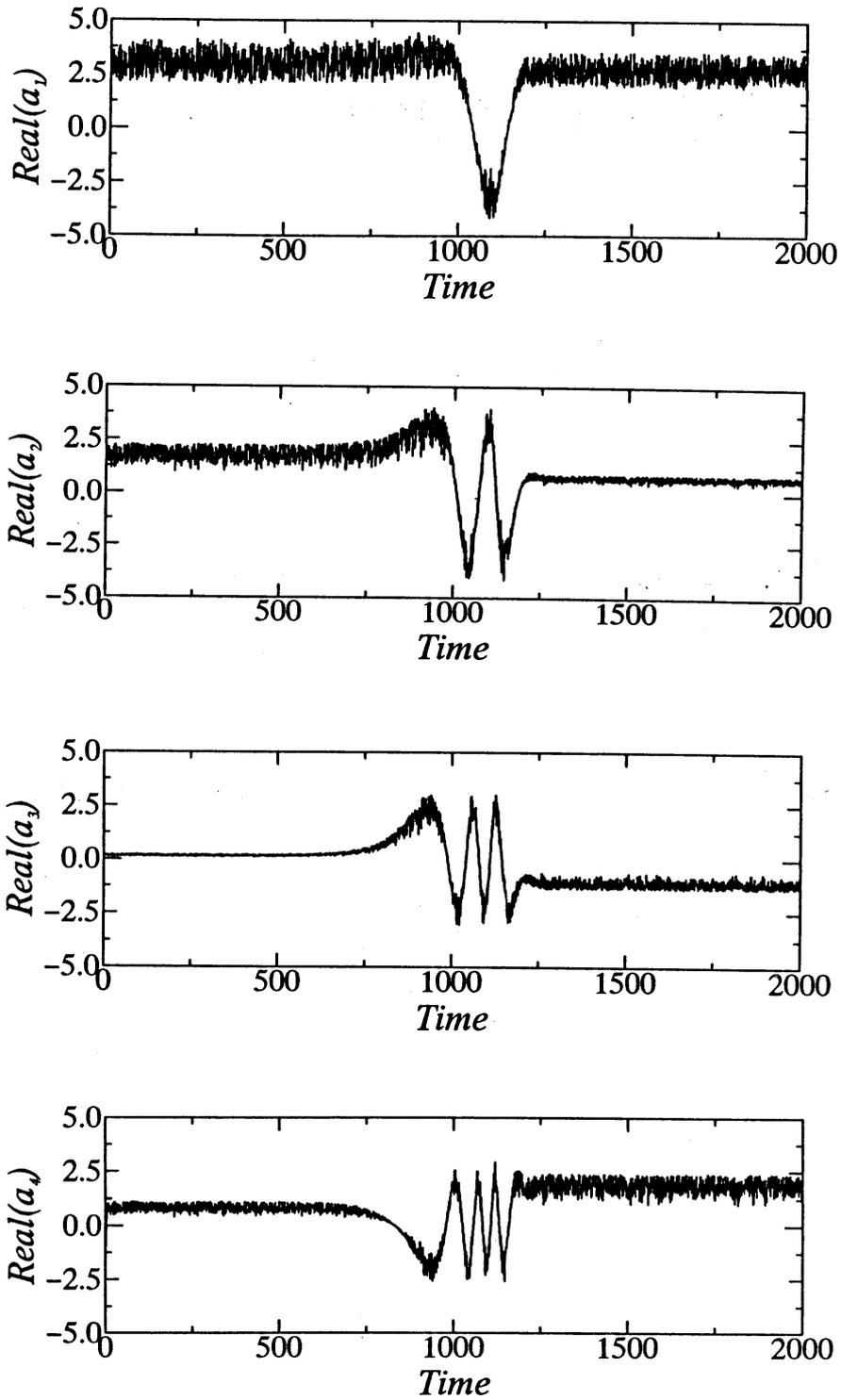


図6  $KL$  展開係数の時間的变化の一例. ( $\alpha = 10$ )

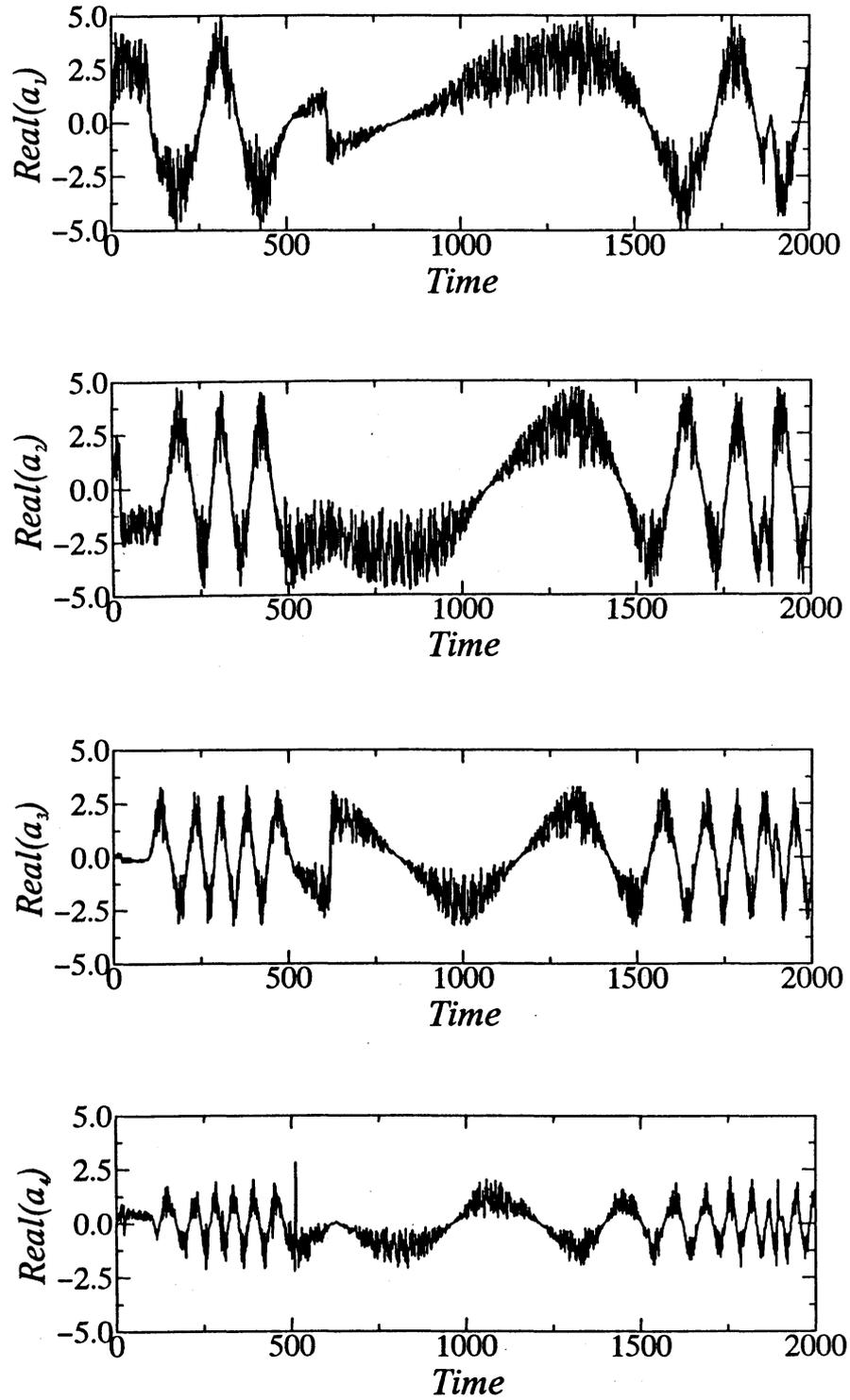


図6  $KL$  展開係数の時間的変化の一例. ( $\alpha = 18$ )