多様体上の双曲構造とその変形

(課題番号　15540069)

平成１５年度～平成１７年度 科学研究費補助金

(基盤研究 (C))

研究成果報告書

平成１８年３月

研究代表者　藤井　道彦

理学研究科　助教授)

はしがき

本研究では、空でない特異点集合 Σ をもつ、３次元双曲錐多様体 M の変形を解析することを目的としている。研究代表者の藤井は、M が３次元球面 S^3 で Σ が８の字結び目となる例については、変形空間 R が導手１５の楕円曲線であり、R のいくつかの有限位数の点が双曲構造の退化で生じるすべての幾何構造とちょうど対応していることを見いだした。さらに藤井は、楕円曲線 R のモジュラー曲線 $X_0(15)$ 上でみると、それらの有限位数の点が $X_0(15)$ のある基本領域の境界円上に存在することを示した。一般に、M 上の双曲構造の変形空間は有理数体上の代数多様体であるが、それが楕円曲線とか楕円曲面という極めて性質の良い場合について、M の変形のメカニズムを数論の立場から解明することが今後の課題である。

また藤井は、２次元双曲錐多様体上のヘルムホルツ方程式について、錐角 t を変化させたときにその方程式がどのように影響を受けるかを研究した。とくにヘルムホルツ方程式を変数分離してできる確定特異点型の常微分方程式 E_t の確定特異点を研究した。この研究で、錐角 t が減少して $t=0$ になる（つまり特異点がカスプになる）とき、E_t の確定特異点の合流が起こり、E_t の確定特異点が E_0 の不確定特異点になるということを見いだした。さらに、カスプが全測地的境界円 S^1 に変化していくという双曲構造の変形において、不確定特異点が正則点に変化していくということも見いだした。３次元双曲錐多様体に関しても、双曲構造の変形と確定特異点の合流との関連を見いだすことが今後の課題である。

研究分担者の上正明は、ザイフェルト有理ホモロジー３球面に対する Fukumoto-Furuta 不変量がスピンホモロジーコボルディズム不変であることを示し、ザイフェルト３次元多様体が３次元球面 S^3 の結び目のデーン手術で得られるための条件を与えた。また、研究分担者の今西は、葉層構造を保つ Lipschitz 同相写像の研究を継続した。研究分担者の齋藤は、非アルキメデス局所体上の許容表現と代数体上のカスプ表現の具体的記述に成功した。

研究組織

研究代表者：藤井　道彦　　(京都大学・大学院理学研究科・助教授)
研究分担者：今西　英器　　(京都大学・大学院理学研究科・教授)
研究分担者：上　正明　　(京都大学・大学院理学研究科・教授)
研究分担者：齋藤　裕　　(京都大学・大学院理学研究科・教授)
研究分担者：森本　芳則　　(京都大学・大学院人間・環境学研究科・教授)
研究分担者：落合　啓之　　(名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・助教授)

交付決定額 (分配額)

(金額単位：千円)

	直接経費	間接経費	合計
平成１５年度	1,400	0	1,400
平成１６年度	1,200	0	1,200
平成１７年度	700	0	700
総計	3,300	0	3,300

研究発表

(1) 学会誌等

M, Fujii and H. Ochiai, An algorithm for solving linear ordinary differential equations of Fuchsian type with three singular points, Interdisciplinary Information Sciences, **9** (2003), 189-200.

M. Fujii, Degeneration of hyperbolic structures on the figure-eight knot complement and points of finite order on an elliptic curve, J.Math.Kyoto Univ., **45** (2005), 343–354.

M. Ue, An integral lift of the Rochlin invariant of spherical 3-manifolds and finite surgery, J.Math.Kyoto Univ., **45** (2005), 21–37.

M. Ue, The Neumann-Siebenmann invariant and Seifert surgery, Math.Z, **250** (2005), 475–493.

(2) 口頭発表

藤井　道彦、３次元双曲多様体の変形と幾何化予想、談話会、（２００３年６月１６日、大阪大学）

藤井　道彦、８の字結び目の補空間の双曲構造の変形空間について、研究集会「双曲空間に関連する研究とその展望 II」、（２００３年１２月、京都大学数理解析研究所）

藤井　道彦、実３次元双曲多様体の変形空間となる楕円曲線について、関数論セミナー、（２００４年５月２７日、大阪市立大学）

藤井　道彦、On elliptic curves associated with deformations of hyperbolic 3-dimensional structures、研究集会「リーマン面・不連続群」、（２００４年１２月、東京工業大学）

藤井　道彦、双曲構造の変形空間の上の有理点、研究集会「トポロジーとコンピューター２００５」、（２００５年１１月、大阪産業大学）

上　正明、Fukumoto-Furuta 型不変量とそのデーン手術への応用、微分位相幾何セミナー、（２００４年９月１５日、東京工業大学）

上　正明、Fukumoto-Furuta and other invariants and their applications to 4-manifolds with boundary、研究集会「多様体のトポロジーの未来へ」、（２００４年１１月、東京大学大学院数理科学研究科）

上　正明、Fukumoto-Furuta 不変量とその３，４次元多様体への応用、大岡山談話会および集中講義、（２００４年１１月２９日～１２月３日、東京工業大学）