経済論叢（京都大学）第177巻第5・6号，2006年5・6月

ヴィクセル的累積過程のモデル分析

平　瀬　友　樹

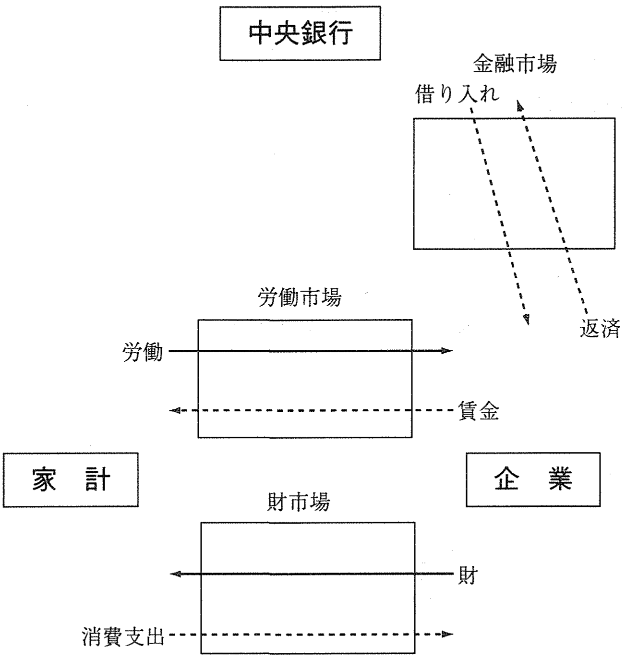
I　イントロダクション

本論文の目的は，ヴィクセルの論じた累積過程（物価水準の累積的変動）を最適化に基づいた動学モデルとして提示することにある[1)]。ヴィクセルの累積過程をモデル化する試み自体はこれまでにも数多く行われてきた。しかしながら，そのほとんどは最適化に基づかない古いタイプのマクロ経済モデルの枠組みにおいて行われてきたに過ぎない。旧来のマクロ経済学の手法は，1970年代半ばの有名な Lucus 批判によって明らかにされたように，経済主体の行動を厳密に定式化できないため，その行動に恣意的な仮定をおくことを許容してしまうという欠点をもつ。ところが，ヴィクセルの理論においては主体的均衡の概念こそが大きな役割を果たしている。そのため，このような手法によってヴィクセルの累積過程をモデル化することには自ずと限界があるように思われる。実際，既存の研究においては，物価水準に関する動学方程式を所与としているため，物価水準の変動がいかなる条件のもとで累積的となってしまうのかという問題について十分に議論がなされていない。そこで，われわれは，最適化に基づいた現代のマクロ経済学の手法をもちいて累積過程をモデル化することにしよう。

まず，第Ⅱ節においてはモデルについての予備的な説明が行われる。われわ

1)　ヴィクセルの理論については，その記述の曖昧さゆえに，さまざまな解釈が存在しているということに注意されたい。たとえば，Patinkin［1956］は，ヴィクセルの理論における累積過程は副次的なものに過ぎないとして，これを重視する Myrdal［1939］のヴィクセル解釈を批判している。

第１図



注：各市場における点線は，資金の流れを示すものである。

れのモデルは，ヴィクセルの理論を前提として構築されるために，静学的期待形成など現在の理論分析の観点からは必ずしもコンベンショナルとはいえない仮定を含むことになる。そのため，この第Ⅱ節においてモデルのアウトラインについての予備的な説明が与えられる。続く第Ⅲ節においては，代表的な企業による合理的な行動の結果としての，物価水準に関する動学方程式が導出される。そして，この動学方程式に基づいて，累積過程が生じるための条件について検討が行われる。

II　予 備 的 説 明

ヴィクセルの理論が想定する経済は第１図によってしめされるような構造を

もつと考えられる。図から明らかなように，この1財経済には，企業，家計，そして，中央銀行（以下では，単に銀行と呼ぶ）の3者が存在し，また，金融市場，（消費）財市場，および，労働市場という3つの市場が存在する。各市場における需要者と供給者は次のとおりである。金融市場における需要者と供給者は，それぞれ，企業と銀行である。財市場における需要者と供給者は，それぞれ，家計と企業である。その一方で，労働市場においては，役割が逆となり，企業が労働の需要者であり，家計がその供給者である。

企業は，財を生産するに先立って，まず，生産要素を購入するための資金をこの経済の唯一の金融機関である銀行から貨幣利子率を支払って借り入れなければならない。これは，生産要素が投入される時点と財が産出される時点との間にタイム・ラグが存在するためである。ただし，内生的貨幣供給の仮定をおくことにより，現行の貨幣利子率のもとでの（企業の）資金需要は必ず満たされるものとする。企業は，この借り入れ金によって家計から労働を購入する。財の生産には労働のほかにも資本が必要となるが，分析を簡潔にするために，企業には予め（その企業に固有なものであるために）市場性のない，かつ，減耗もしない一定量の資本が与えられているものとしよう。こうして，企業は自身の所有する資本と家計より購入した労働を組み合わせることによって財の生産を行う。ただし，先に述べられたタイム・ラグの存在により，企業が今期に生産を開始した財を売却できるのは来期首に開かれる財市場においてのみであることに注意されたい。一方，家計は，労働を提供する対価として企業から受け取る賃金の他にも，貨幣資産を所有している。家計は，これらをもとにして各期の財市場における需要を決定する。ただし，われわれは，ヴィクセルが消費者の行動については明確な説明を行っていないという点を考慮して，家計について明示的にモデル化することを避ける。

また，市場については以下のような仮定がおかれる。金融市場，および，労働市場は常に開かれるものとするが，先にも述べられたように，財市場は毎期首のみに開かれるものとする。企業は，この各期首に開かれる財市場で前期に

生産を開始した分の財を売却することができる。そして，企業は，この財市場において決定される（均衡）価格が来期首に開かれる財市場でも不変であるものとして，今期の生産計画を立てて，これを実行する。以上が，われわれのモデルのアウトラインである。

III　モ　デ　ル

ヴィクセルは生産要素の完全雇用の仮定だけではなく定常状態の仮定をおいたので，われわれもこれにならい定常状態の仮定をもちいることにしよう。以下では，前節において述べられたように，完全競争が支配する1財経済を考えよう。したがって，この経済には，（消費）財を生産する同質な企業が無数に存在するものとする。また，分析を簡潔にするために，企業数を1に正規化する。まず，この経済の代表的な企業の生産関数は，以下のように与えられるものとする。

$$Y=F(L,\ K) \tag{1}$$

ただし，Yは財の生産量であり，LとKは，それぞれ，企業が生産にもちいる労働投入と資本ストックである。また，(1)式で与えられる生産関数は，通常の新古典派の理論でおかれる以下のような仮定をみたすものとする。

$$\partial F/\partial L>0 \qquad \partial F/\partial K>0$$

$$\partial^2 F/\partial L^2>0 \qquad \partial^2 F/\partial K^2>0$$

われわれは，企業数を1に正規化しているので，Y，L，そして，Kを，それぞれ，財の生産量，労働投入，そして，資本ストックの経済全体の集計値として考えることができる。

ところで，ストックホルム学派の理論においては生産要素が投入される時点と財が産出される時点との間にタイム・ラグが存在するという仮定がおかれている。したがって，われわれは，(1)式でしめされる生産関数を以下のように修正しなければならない。

$$Y_{t+1}=F(L_t,\ K_t) \tag{1'}$$

ただし，Y_{t+1} は，第 $t+1$ 期における財の生産量であり，L_t と K_t は，それぞれ，第 t 期において企業が生産にもちいる労働投入と資本ストックである。また，このように定式化された生産関数をもちいる場合，静学理論のように，投入と産出が同時に行われる，つまり，産出の売上をその産出に必要な投入の支払いに振り向けると考えることができないという点に注意されたい。したがって，生産要素の支払いについては，何らかの追加の仮定がおかれなければならない[2]。われわれは，財の先物市場の存在を想定する，あるいは，企業が巨額の内部留保をもつなどの仮定をおくよりも，企業が生産要素の購入に必要な資金を銀行などの金融機関から借り入れるという仮定をおく方がより自然であると考える。そこで，企業の生産要素を購入するための資金は全て銀行からの借り入れによって調達されなければならないという仮定をおくことにする。銀行，および，金融市場についての詳しい説明は以下で与えられる。

さらに，ヴィクセルの理論においては，企業は資本ストックをもちいて生産を行うものの（迂回生産構造が前提とされているため）資本財市場は存在しない。このため，ヴィクセルの理論における企業が新た資本ストックの買い増しを行ったり，あるいは，これを売却したりすることはないはずである。そこで（資本の減耗を考えないものとして）企業の資本 K_t が時間を通じて常に一定の水準であるという仮定をおくことにする。したがって，生産関数は，以下のように修正されなければならない。

$$Y_{t+1}=F(L_t,\ \bar{K}) \tag{1''}$$

このように定式化された生産関数を所与にして，代表的企業の期待利潤関数は以下の(2)式で与えられる。

$$\pi^e_{t+1}=P^e_{t+1}\cdot F(L_t,\ \bar{K})-(1+i)\cdot w_t\cdot L_t \tag{2}$$

ただし，π^e_{t+1} は第 $t+1$ 期の期待利潤，P^e_{t+1} は企業の（生産する財についての）期待価格，w_t は第 t 期における名目賃金率，L_t は第 t 期における労働投入である。$(1+i)$ は第 t 期における貨幣利子率（企業にとっての借り入れ金

2) このような（タイプの）資金調達についての仮定については，Morishima［1992］を参照。

利）であるが，先に述べられたように，ここでは企業が，その生産活動に先立って，資金を調達しなければならないという仮定がおかれている。以下では，特にことわりのないかぎり，貨幣利子率はiという水準で不変であるとしよう。また，ヴィクセルにしたがって，企業の期待インフレ率は0であるとする。したがって，貨幣利子率についての名目と実質の区別は不要となる。さらに，企業は，第t期の財の価格P_tが来期においても不変であるものとして生産を行う，つまり，今期の価格で財を売却できるものとして生産を行うという仮定をおくことにする。われわれは，この仮定をおくことにより，$P^e_{t+1}=P_t$であると考えることができる。（静学的期待形成）

企業は，先の期待利潤関数を最大化するような労働投入L_tの値を選択する。企業の期待利潤最大化の1階の条件は，以下のようにしめされる。

$$\partial F(L_t,\ \bar{K})/\partial L_t=(1+i)\cdot w_t/P^e_{t+1} \qquad (3)$$

(3)式の左辺は労働投入の限界生産力であり，右辺は労働投入の限界費用である。よって，この式が労働投入に関する限界条件をしめしている。この(3)式をL_tについて解けば，最適な労働投入L^D_tを求めることができる。

$$L^D_t=L^D_t(w_t,\ P^e_{t+1},\ 1+i) \qquad (4)$$

(4)式は，代表的な企業の労働投入に対する需要関数である。先の生産関数についての仮定と(3)式から，この需要関数が以下の性質をもつことは明らかである。

$$\partial L^D_t/\partial w_t<0$$

われわれは，企業数を1に正規化しているので，L^D_tを企業部門全体の労働需要とみなすことができる。次に，労働供給について説明を行う。この経済には，同質な家計が無数に存在するものとする。また，家計の数も，企業の数と同様に，1に正規化されるものとする。われわれは，家計の行動については明示的にモデル化することは避け，各家計は非弾力的にL^Sの労働を供給するものとする[3)]。われわれは，家計の数を1に正規化しているので，L^Sを労働の経

3) このような仮定は，ヴィクセルの理論において家計，および，消費者についての説明がほと↗

済全体の集計値であると考えることができる。また，ヴィクセルが定常状態の仮定をおいたことにならい，本モデルにおいても労働成長は考えず，この経済の家計部門によって供給される労働は時間を通じて一定の値であるとする。したがって，労働市場の均衡条件式は以下のようにしめされる。

$$L^S = L_t^D = L_t^D(w_t,\ P_{t+1}^e,\ 1+i) \qquad (5)$$

この(5)式をw_tについて解けば，均衡名目賃金率$*_t$を求めることができる。

$$w_t^* = w_t(L^S,\ P_{t+1}^e,\ 1+i) \qquad (6)$$

ただし，$w_t(\cdot) = L_t^{D-1}(\cdot)$である。また，先の家計部門によって供給される労働が一定であるという仮定と(1″)式より消費財の生産量も，時間を通じて一定となる。

$$Y = F(L^S,\ \bar{K}) \qquad (1''')$$

次は，金融市場についての説明を行う。先に述べられたように，このモデルにおいては，企業は生産要素を購入するために必要な資金を銀行から調達するという仮定がおかれている。ただし，資本ストックは企業によって所有されているので，実際に企業が資金を調達しなければならないのは労働投入に対する支払い分についてのみである。このため，企業の借り入れ額は，$w_t^* \cdot L^S$とあらわされる。われわれは，議論を簡潔にするために，民間金融機関の存在は考えず，中央銀行（以下では，単に銀行と呼ぶ）のみが存在するものとする。また，この銀行が貨幣利子率$1+i$を政策変数としているという仮定をおくことにより，企業の資金需要は現行の貨幣利子率$1+i$のもとで必ず満たされるものとする。この仮定がヴィクセルの内生的貨幣供給の仮定に対応したものであることは明らかであろう。第t期における金融市場の均衡条件式は以下のようにしめされる。

$$M_t = w_t^* \cdot L^S \qquad (7)$$

ただし，M_tは銀行によって企業に供給される資金である。したがって，(7)式の左辺は銀行による資金供給であり，右辺は企業の資金需要である。企業は，

↘んど行われていないことに対応するものである。

このよう労働投入と自らの所有する資本を生産要素として組み合わせることにより，財の生産を行う。

続いて，財市場の説明を行う。企業は，生産した財を第 $t+1$ 期に市場において売却する。したがって，企業の財の供給関数は以下のようにしめされる。

$$S_{t+1}=\bar{Y}=F(L^S,\ \bar{K}) \tag{8}$$

一方，この財市場における需要者である家計は，労働から得られる所得と予め所有する資産をもとに今期の需要を決定する[4)]。家計の労働から得られる所得とは，前期，つまり，（この場合であれば）第 t 期の所得であることに注意されたい。一方，家計の予め保有資産は貨幣資産 A_0 でしめされるものとする。したがって，第 $t+1$ 期における家計部門全体の財に対する名目支出額 w_{t+1} は第 t 期における家計部門の名目所得 $w_t^*\cdot L^S$，つまり，M_t の関数であるとする。（ここで，$w_t^*\cdot L^S=M_t$ であることに注意されたい。）

$$W_{t+1}=W_{t+1}(M_t/P_{t+1},\ A_0/P_{t+0}) \tag{9}$$

ただし，以下のような仮定をおくことにする。

$$\partial W_{t+1}/\partial M_t/P_t>0 \qquad \partial W_{t+1}/\partial A_0/P_t>0$$

さらに，家計の財の需要関数 W_{t+1} は，１次同次関数であると仮定されれば，以下のようにかきなおすことができる。

$$P_{t+1}\cdot W_{t+1}=W_{t+1}(M_t,\ A_0) \tag{10}$$

(８)式と(10)式により，消費財市場の均衡条件式は以下のようにしめされる。

$$P_{t+1}\cdot \bar{Y}=W_{t+1}(M_t,\ A_0) \tag{11}$$

ところで，この(11)式は以下のようにかきなおすことができる。

$$P_{t+1}=P_{t+1}(M_t,\ A_0,\ \bar{Y}) \tag{12}$$

$M_t=w_t^*\cdot L^S$，$w_t^*=w_t(L^S,\ P_{t+1}^e,\ 1+i)$，そして，$P_{t+1}^e=P_t$ であることに注意さ

4)　われわれのモデルにおいては，企業が銀行に対して返済を行うための収入を得ることを保障するために，財の唯一の購入者である家計は賃金収入以上に支出を行うと仮定される必要がある。もちろん，企業に対して純支出を行う他の経済主体を導入するという仮定をおくことも可能であるが，経済主体の数をいたずらに増やして分析を複雑にすることを避けるために，家計の消費についてこのような仮定をおくことにする。もちろん，本論文において得られる分析結果は，いずれの仮定をおくかということに左右されるものではない。

れたい。これらをもちいると，(12)式は以下のように書きなおすことができる。

$$P_{t+t}=f(P_t,\ 1+i,\ A_0,\ \bar{Y}) \tag{13}$$

(13)式こそが P_t と P_{t+1} の動学的な振る舞いをしめすもの，つまり，物価水準の動学方程式である。つまり，この P_t についての1階の差分方程式により，初期値が与えられたときに，財の価格 P_t が時間とともにどのように推移するかが決定される。以下では，$P_{t+1}=P_t$ を満たす P_t を（定常）均衡値であらわすことにしよう。この均衡値が存在するものとして，その近傍で対数線形化してみよう。

$$P^*_{t+1}=\{\partial f(\bar{P})/\partial P_t\}\cdot\bar{P}/f(\bar{P})\cdot P^*_t \tag{14}$$

ただし，P^*_{t+1}，および，P^*_t は，それぞれ，P^*_{t+1} の $\bar{P}$ からの乖離率，および，P_t の $\bar{P}$ からの乖離率である。したがって，$|\{\partial f(\bar{P})/\partial P_t\}\cdot\bar{P}/f(\bar{P})|>1$ であるならば，均衡は局所的に不安定となり，したがって，均衡値 $\bar{P}$ から発散することになる。このような物価水準（価格）の推移はヴィクセルの累積過程に対応すると考えられよう[5)]。その一方で，$|\{\partial f(\bar{P})/\partial P_t\}\cdot\bar{P}/f(\bar{P})|>1$ であるならば，均衡は局所的に安定となり，P_t は均衡値に収束すると考えられる。つまり，ヴィクセルのおいた仮定のもとで累積過程が生じるためには $|\{\partial f(\bar{P})/\partial P_t\}\cdot\bar{P}/f(\bar{P})|>1$ という条件が満たされなければならない。

ところで，われわれは，これまで生産関数，および，需要関数を特定化せずに議論を行ってきた。そこで，今度は生産関数が以下のように特定化されるとして，この条件式の意味について考えてみよう。

$$Y_{t+1}=L^{\alpha}_t\cdot\bar{K}^{1-\alpha} \tag{15}$$

これは，いわゆるコブ・ダグラス型の生産関数である。ただし，先に(1″)式でしめされているように，われわれは労働供給，および，資本ストックが一定であるという仮定をおいているため，財の生産量は，一定の値 $\bar{Y}$ をとる。

5)　以下の議論における累積過程とは，もちろん，局所的な意味での累積過程である。このことは，われわれが P_t に関する1階の差分方程式の大域的な性質を知ることができないことによるものである。

$$\bar{Y}=L^{S\alpha}\cdot\bar{K}^{1-\alpha}$$

このような生産関数のもとでは，企業の期待利潤最大化の1階の条件は以下のようにしめされる。

$$\alpha\cdot L_t^{\alpha-1}\cdot\bar{K}^{1-\alpha}=(1+i)\cdot w_t/P_{t+1}^e \tag{3'}$$

したがって，逆労働需要関数は，以下のようにしめされる。

$$w_t=P_{t+1}^e\cdot\alpha\cdot L_t^{\alpha-1}\cdot\bar{K}^{1-\alpha}/(1+i) \tag{6'}$$

労働供給は定数 L^S であるため，均衡名目賃金率 w_t^* は以下のようにしめされる。

$$w_t^*=P_t\cdot\alpha\cdot L^{S\alpha}\cdot\bar{K}^{1-\alpha}/(1+i) \tag{6''}$$

さらに，$M_t=w_t^*\cdot L^S$ より $M_t=P_t\cdot\alpha\cdot L^{S\alpha}\cdot\bar{K}^{1-\alpha}/(1+i)$ であることに注意すれば，以下の式を得ることができる。

$$P_{t+1}\cdot\bar{Y}=W_{t+1}(P_t\cdot\alpha\cdot L^{S\alpha}\cdot\bar{K}^{1-\alpha}/(1+i)) \tag{13'}$$

このP_tに関する1階の差分方程式についても，さきほどと同じように，均衡値が存在するという仮定をおくことにしよう。(13′)式を均衡値の近傍において対数線形化してみよう。

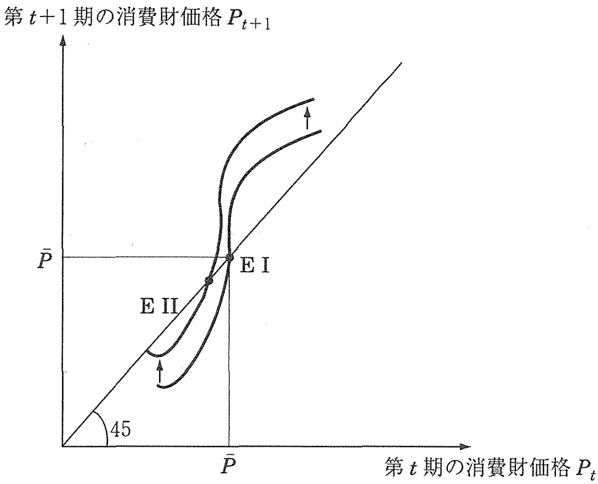
$$P_{t+1}^*=\partial W_{t+1}/\partial M_t\cdot(M_t/W_{t+1})\cdot P_t^* \tag{14'}$$

ここで，$\partial W_{t+1}(\cdot)/\partial M_t>0$ という仮定がおかれていることに注意されたい。われわれは，この仮定を考慮すれば，(14′)式の傾きが必ず正であると考えることができる。以上により，先の条件式は $\partial W_{t+1}/\partial M_t\cdot(M_t/W_{t+1})>1$ と書き換えられる。この式の左辺が消費の所得弾力性であることは明らかであろう。したがって，このモデルにしたがえば，物価水準の変動は消費の所得弾力性が1を上回る場合にのみ累積的な性質を帯びるということになる。

ところで，われわれのモデルにおける均衡においては $1/(1+i)=M_t/W_{t+1}$ が成り立つということを確認されたい。自然利子率を期待収益率であると解釈した場合，われわれのモデルにおける自然利子率は $P_{t+1}^e\cdot\bar{Y}/w_t\cdot L_t$ でしめされる。したがって，均衡においては以下の式が成り立たなければならない。

$$P_{t+1}^e\cdot\bar{Y}/w_t^*\cdot L^S=(1+i) \tag{16}$$

第2図



この(16)式は，既に述べられた定義をもちいることによって，$1/(1+i)=M_t/W_{t+1}$とかきなおされる。

最後に，以上のモデルをもちいて，ヴィクセルの（上方への）累積過程が発生するプロセスを確認しよう。いま，P_tに関する1階の差分方程式のグラフが第2図でしめされるとしよう。当初，この経済が定常均衡EIにあるとする。ここで，貨幣利子率が下落したとしよう。この貨幣利子率の下落は，グラフの上方へのシフトとしてあらわれる。これは次のように説明される。まず，第2図のEIは以下のようにしめされる。

$$\bar{P}\cdot\bar{Y}=W_{t+1}(\bar{P}\cdot\alpha\cdot L^{S\alpha}\cdot\bar{K}^{1-\alpha}/(1+i)) \tag{17}$$

(17)式は，今期と来期の価格がともに均衡値$\bar{P}$であった場合に財市場が均衡するということを意味している。いま，貨幣利子率が引き下げられて$\bar{i}$になったとする。この場合，$\bar{P}\cdot\alpha\cdot L^{S\alpha}\cdot\bar{K}^{1-\alpha}/(1+i)<\bar{P}\cdot\alpha\cdot L^{S\alpha}\cdot\bar{K}^{1-\alpha}/(1+\bar{i})$，および，$\partial W_{t+1}/\partial M_t>0$という仮定がおかれていたことをふまえれば，以下の式がなりたたなければならない。

$$\bar{P}\cdot\bar{Y}<W_{t+1}(\bar{P}\cdot\alpha\cdot L^{S\alpha}\cdot\bar{K}^{1-\alpha}/(1+\bar{i})) \tag{18}$$

したがって，この新しい貨幣利子率のもとでの財市場の均衡条件式は以下のようにしめされる。

$$P_{t+1}\cdot\bar{Y}=W_{t+1}(\bar{P}\cdot\alpha\cdot L^{S\alpha}\cdot\bar{K}^{1-\alpha}/(1+\bar{i})) \tag{19}$$

ただし，$P_{t+1}>\bar{P}$である。(19)式は，今期の物価水準が均衡$\bar{P}$である場合，いまや財市場が均衡するためには来期の物価水準がP_{t+1}でなければならないということをしめしている。このように，われわれのモデルにおいては，貨幣利子率の変化はP_tに関する1階の差分方程式のグラフのシフトとしてあらわれることになる。そして，先に確認したようにP_tに関する1階の差分方程式のEI近傍における傾きが1より大きいという条件が満たされるならば，P_tが時間の経過するほどに均衡値から上方に乖離することになる。

IV おわりに

われわれは，物価水準の動学方程式を企業の合理的な行動という観点から描写することにより，ヴィクセルの累積過程が生じるための条件について明らかにすることができた。従来の研究では，冒頭において述べられたような方法論上の理由により，この問題が扱われることはほとんどなかったように思われる。したがって，われわれの研究は意義深いものだと考えられる。ただし，本論文のモデルには，ヴィクセルのおいた仮定にしたがったために，投資，および，資本市場を含む累積過程については言及されていないなど改良すべき点も数多く残されている。これらについては，今後の課題としたい。

参考文献

Morishima, M. [1992] *Capital and Credit A new Formulation of General Equilibrium Theory*, Cambridge University Press. (森嶋通夫『新しい一般均衡理論 資本と信用の経済学』創文社，1994年)。

Myrdal, G. [1939] *Monetary Equilibrium*, London, W. Hodge.

Patinkin, D. [1956] *Money, Interest and Prices*, Row, Peterson and Company, Evanston, Illinois.（貞木展生訳『貨幣・利子および価格』勁草書房，1991年）。