

Title	ランダムなスピン系の相転移(「二次の相転移」第二回研究会)
Author(s)	阿部, 龍蔵
Citation	物性研究 (1963), 1(3): 214-216
Issue Date	1963-12-10
URL	http://hdl.handle.net/2433/85535
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

そこで、state variables の決め方あるいはグリーン関数の decoupling に役立つような変分原理があれば有用であろう。不可逆過程の理論で知られている変分原理とそれらの間の関係を(表2)に纏めてみた。Onsager, Kikuchi の変分原理は state variables を与えたとき、いろいろの path の中から most probable path を拾い出すもので、上記の目的には沿わないと思われる。Kohler, Curtiss-Hirschfelder 型の変分原理は、物理的に、エントロピー生成が正であることの直接の結果であり、もし各輸送係数に特有な副条件が取除ければ、何か手がかりが得られるかも知れない。

前回の研究会になかつた新しいタイプの異常緩和現象として、Matsubara は KD_2PO_4 , TGS の誘電緩和を論じた。このように緩和時間の分布が転移点の近くで異常に disperse となるのは long range な双極子相互作用のせいと考えられ、興味深い問題を提供している。

研究会の成果は次第に結実すると期待されるが、二つの研究会の主なトピックは殆んどわれわれ自身の仕事に基づいていたことを附記しておきたい。現在の段階で、方法論的に大した困難なしに解明できる筈の、興味ある現象がまだ他にがあるが、来年度には液体ヘリウムの λ 転移に関する問題や強誘電体のミクロなモデルの研究なども積極的に取上げて行こうということになった。次の報告は各レポーターの話の要旨で、short note を兼ねるように書いていただきました。

ランダムなスピン系の相転移

阿部 龍 蔵 (物性研)

二次の相転移を示す一つのモデルとして Ising あるいは Heisenberg モデルは今まで非常によく調べられてきた問題である。通常われわれは適当な結晶を考えその格子点の各々に一つのスピンの固定されているとする。しかし、non-magnetic な物質に magnetic な不純物を入れたというような

場合には統計平均の他に randomness に対する平均操作を行う必要がある。それをどこで行うかは難しい問題であるが普通やられるのは、スピンの位置は一応固定した上で物理量を求めそれを平均するという方法である。したがってランダムなスピン系を取扱う場合には、スピンの任意の configuration に対する自由エネルギーとか帯磁率を計算する必要がある。

ここでは Kubo の Generalized cumulant expansion によりそのような計算法を論じた。簡単のため Ising スピンを考えると自由エネルギー、帯磁率等はダイアグラムを使つて表わされる。しかし cumulant 展開で現われるダイアグラムでは二点間に任意の数のボンドを引くことができる。実際に我々が興味をもつのは p (=スピンの数/格子点の数) が小さい場合で p での展開を求めるためには上記のボンドについての和をとる必要がある。それにはやはり Kubo のクラスター展開を使うのが便利で古典統計の不完全気体に対するのと似たような展開式をうることができる。

一つの応用問題として最近接間の強磁性的な相互作用を仮定し critical concentration p_c を求めた。 p_c の意味は $p < p_c$ では強磁性が現われないような p の値である。 $\lim_{T \rightarrow 0} \chi kT / N\mu^2$ (χ : 帯磁率, T : 温度, N : スピン数, μ : スピン一個の磁気能率) は p の巾級数として表わされ、

$$sc: 1+6p+30p^2+114p^3+438p^4+1542p^5+5754p^6+ \dots$$

$$bcc: 1+8p+56p^2+248p^3+1232p^4+5690p^5+ \dots$$

$$fcc: 1+12p+84p^2+504p^3+3012p^4+ \dots$$

がえられる。ここで sc の展開は Domb-Sykes の求めたものでわれわれは p^5 までの項をチェックした。新しい結果は bcc の p^5 の項だけである。(p^4 までの計算は Rushbrooke-Morgan と一致する。)

上式が発散するという条件から p_c が求まる。Padé の方法を使うと bcc

では $p_c \approx 0.21$, fcc では $p_c \approx 0.17$ という結果がえられる。なおこ
での方法は Heisenberg スピンにも拡張できるが相転移と関連のある問題
は考えていないので省略した。

Heisenberg Model のスピン系 小 口 武 彦 (東京教育大)

強磁性分子場の一体の Hamiltonian は

$$H_{(1)}(i) = -2Jz \bar{S} S_i^z \quad (1)$$

スピンは $1/2$ とし, 外場は簡単に入れられるから省略し, 他は通常用いられ
る記号である。スピンの平均値は

$$\langle S^z \rangle = \text{Tr} S_i^z e^{-\beta H_{(1)}} / \text{Tr} e^{-\beta H_{(1)}} = (1/2) \tanh \beta z J \bar{S} \quad (\beta = 1/kT) \quad (2)$$

一方全系の状態和を最大にする $\langle S^z \rangle$ の解は (2) で \bar{S} を $\langle S^z \rangle$ で置きか
えたものになるから $\bar{S} = \langle S^z \rangle$ は self-consistent である。

これを拡張した著者の二体スピン Hamiltonian は

$$H_{(2)}(i, j) = -2J(\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j) - 2J(z-1) \bar{S} (S_i^z + S_j^z) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \langle S^z \rangle &= \frac{1}{2} \frac{\text{Tr} (S_i^z + S_j^z) e^{-\beta H_{(2)}}}{\text{Tr} e^{-\beta H_{(2)}}} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\cosh \beta 2J(z-1) \bar{S}}{\cosh \beta 2J(z-1) \bar{S} + e^{-\beta J} \cosh \beta J} \end{aligned} \quad (4)$$

然し (4) は全系の状態和を最大にする解と一致しない。一方 Kasteleijn-
Kranendonk の constant coupling 近似では

$$H_{(2)}(i, j) = -2J(\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j) - a(S_i^z + S_j^z) \quad (5)$$

と a を parameter に残し, 全系の状態和を最大にするように a を求めて

$$a = (z-1/2 \beta) \log[(1+2\langle S^z \rangle)/(1-2\langle S^z \rangle)] \quad (6)$$