

Hard Superconductor の Uppercritical Field に 関する簡単なコメント

都 築 俊 夫 (京大理)

(2月22日受理)

最近、物性研で開かれた、Hard Superconductor についての研究会で、いわゆる Type III¹⁾ の振舞をする物質の Upper critical field H_{C2} の値、磁化曲線等の実験データがいくつか発表された。Maki の理論との κ の値についての不一致 (Maki の理論では、dirty limit で $\frac{1}{\sqrt{2}} < \kappa < 1.01$ の物質が Type III の振舞をするが、実験によれば $\kappa > 1.01$ で、Type III の振舞をする物質はかなりあるようである) はここでは問題にしないことにして、reversible critical field H_{C2}^R , super-heated と super-cooling critical field H_{C2}^h , H_{C2}^c の値の簡単な見積りをし、それらの値のずれは、実験が示すように、数%であることを示す。dirty limit に話を限る。

出発点の方程式は、一般化された G L 方程式¹⁾

$$\left\{ \ln \frac{T}{T_{C0}} + f_0(\rho) \right\} |A|^2 + \frac{f_1(\rho)}{2(2\pi T)^2} |A|^4 - \frac{3}{8(2\pi T)^4} f_2(\rho) |A|^6 = 0 \quad (1)$$

磁束密度

$$B = \overline{H} = H_0 - \frac{e r_{tr} N}{m T} \rho_0(\rho) |A|^2 \quad (2)$$

自由エネルギー

$$F_S - F_N = - \frac{m^2 v_F}{8\pi^2} \left[\beta f_1(\rho) \frac{(\overline{|A|^2})^2}{(2\pi T)^2} - \beta^* f_2(\rho) \frac{(\overline{|A|^2})^3}{(2\pi T)^4} \right] \quad (3)$$

である。ここで

$$\begin{aligned}
 f_0(\rho) &= \psi\left(\frac{1}{2} + \rho\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right) \\
 f_1(\rho) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\left(n + \frac{1}{2} + \rho\right)^3} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\rho}{\left(n + \frac{1}{2} + \rho\right)^4} \\
 f_2(\rho) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\left(n + \frac{1}{2} + \rho\right)^5} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3\rho}{\left(n + \frac{1}{2} + \rho\right)^6} \\
 g_0(\rho) &= \frac{df_0}{d\rho} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\left(n + \frac{1}{2} + \rho\right)^2}
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\rho = \frac{\tau_{tr} v_F^2 e H_0}{6\pi T}, \quad \beta = \frac{|A|^4}{(|A|^2)^2}, \quad \beta^* = \frac{|A|^6}{(|A|^2)^3} \tag{5}$$

である。 H_0 は外場の強さ。その他の量については、通常の意味をもつ。

(I) Super cooling field H_{C2}^C : これはすでに求められているように、(1)の線型部分から決る。

$$\ln \frac{T}{T_{C0}} + f_0(\rho) = 0 \tag{6}$$

$T \ll T_{C0}$, $T_{C0} - T \ll T_{C0}$ では

$$H_{C2}^C(T) = \frac{3 A_{00}}{2\pi \tau_{tr} v_F^2 e} \left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{\pi T}{A_{00}} \right)^2 \right] \quad f_{00} T_{C0} \gg T \tag{7}$$

$$= \frac{12 T_{C0}}{\pi \tau_{tr} v_F^2 e} \left[1 - \frac{T}{T_{C0}} \right] \left[1 - \left\{ \frac{1}{2} - \frac{28}{\pi^4} \zeta(3) \right\} \frac{T_{C0} - T}{T_{C0}} \right] \quad \text{for } T_{C0} - T \ll T_{C0} \tag{8}$$

(II) H_{C2}^R at the reversible transition point : この点での order parameter のとびは小さいと仮定する。

H_{C2}^R は $F_S - F_n = 0$ から決められる。(1), (3)から H_{C2}^R を決める方程式は

$$-\ln \frac{T}{T_{C0}} = f_0(\rho) + \frac{\beta^2}{8\beta^*} \cdot \frac{[f_1(\rho)]^2}{f_2(\rho)} \tag{9}$$

となる。 $T \ll T_{C0}$ では簡単になつて

$$H_{C2}^R(T) = \frac{3 A_{00}}{2\pi \tau_{tr} v_F^2 e} \left\{ 1 + \frac{5}{504} \cdot \frac{\beta^2}{\beta^*} \right\} - \frac{2}{3} \left\{ 1 - \frac{195}{392} \cdot \frac{\beta^2}{\beta^*} \right\} \left(\frac{\pi T}{A_{00}} \right)^2 \tag{10}$$

(III) Superheated field H_{C2}^h ; 簡単のために、磁束密度の式(2)で $|\Delta|^4$ の項を無視する。又この転移点でも order parameter のとびは小さいとする。 H_{C2}^h は $\frac{dM}{d\rho} \rightarrow \infty$ の条件で決る。(1), (2)から

$$-\ln \frac{T}{T_{CO}} = f_0(\rho) + \frac{\beta^2}{6\beta^*} \cdot \frac{[f_1(\rho)]^2}{f_2(\rho)} \quad (11)$$

をうる。 $T \ll T_{CO}$ では

$$H_{C2}^R(T) = \frac{3 \cdot 400}{2e\tau_{tr} v_F^2} \left[\left\{ 1 + \frac{5}{378} \cdot \frac{\beta^2}{\beta^*} \right\} - \frac{2}{3} \left\{ 1 - \frac{65}{98} \cdot \frac{\beta^2}{\beta^*} \right\} \left(\frac{\pi T}{400} \right)^2 \right] \quad (12)$$

となる。

$T=0$ で H_{C2} の値のずれを調べると

$$\frac{H_{C2}^R(0) - H_{C2}^C}{H_{C2}^C(0)} = \frac{5}{504} \cdot \frac{\beta^2}{\beta^*} \quad (13)$$

$$\frac{H_{C2}^h(0) - H_{C2}^C}{H_{C2}^C(0)} = \frac{5}{378} \cdot \frac{\beta^2}{\beta^*} \quad (14)$$

となる。 β, β^* は1程度の量だから、ずれは a few % となる。実験によれば、 H_{C2} の値が数千ガウスの物質で、観測されたずれは数十ガウスだから一致はよい。

(10) 以下の表式を見てみると、このずれの大きさは、Abrikosov structure を表わすパラメータ β, β^* で表わされていることが分る。このことから、ずれの大きさから、実際の structure を知ることが出来ないかと考えられるかもしれない。しかし、例えば、三角格子と正方格子の場合で β の値の差は1%程度であり、従つて、 H_{C2} の値が数千ガウスの物質で構造による H_{C2} の値のずれは1 Gauss 程度か、それ以下となり、実験的にチェックすることは、ほとんど不可能であろう。

磁化のとびを求めるためには、(2)で $|\Delta|^4$ の項も求めておかななくてはならない。ここでは簡単のために省略した。

都築俊夫

参 考 文 献

- 1) K.Maki : Physics 1 21(1964)