

プラズマの統計力学における最近の話題

市川 芳彦 (日大理工)

粒子の間に働らく相互作用が、Coulomb 力だけという古典プラズマの問題は、系そのものが余りに簡単すぎる為か、日本の統計力学の専門家の間では、余り多くの関心を惹かない問題のようであるが、最近 数年の間に進められてきた此の分野の研究について、幾つかの話題を整理してみよう。

§ 1. 熱平衡状態の電子プラズマ

正イオンを空間的に一様な荷電分布としてぬりつぶした中に分布する電子の集団の熱平衡状態の性質は、電子間の相関エネルギーを求めることによって定められる。電子間の二体の相関関数を $g(r)$ とすれば、相関エネルギーは、表式

$$E/(\kappa T) = (1/2) k_d^2 \int_0^\infty dr r g(r) \quad (1)$$

によってあたえられる。但し $k_d = (4\pi e^2 n / \kappa T)^{1/2}$ は Debye の波数、 κ は Boltzmann 常数、 T は電子温度、 n は電子密度。電子プラズマの最も簡単な取扱いでは、二体相関関数は良く知られた Debye-Hückel の表式

$$g^{D-H}(r) = -(b/r) \exp(-k_d r) \quad (2)$$

であたえられる。但し $b = (e^2 / \kappa T)$ 。2) を用いると、1) 式は

$$E^{D-H}/(\kappa T) = -\frac{1}{2} \epsilon \quad (3)$$

という結果をあたえる。 $\epsilon = (4\pi n / k_d^3)^{-1}$ は、いわゆるプラズマパラメーターで、高温、低密度の極限では 1 にくらべて非常に小さい。二体相関関数としての 2) 式は、 $r \rightarrow 0$ では $-\infty$ となるので粒子間の距離が非常に小さい領域では、2) 式を導く近似が成立しなくなる。

電子プラズマの相関エネルギーについて Debye-Hückel の極限 3) への高

次の項は, Abe¹⁾ によって求められた。その結果は

$$\frac{E}{kT} = -\frac{1}{2}\epsilon - \frac{1}{4}\epsilon^2 \log \epsilon - \frac{1}{2}\left(r - \frac{2}{3} + \frac{1}{3}\log 3\right)\epsilon^2 \quad (4)$$

但し, r は Euler の常数。丁度, 同じ頃 Bowers-Salpeter²⁾ は, 二体相関関数をクラスター展開で求め, $x = k_d r$ として

$$g^{B-S}(r) = \{\exp[-(\epsilon/x)e^{-x}] - 1\} + w_1(x) \quad (5-a)$$

$$w_1(x) = -\frac{\epsilon^2}{8x} \left\{ \frac{4}{3}(e^{-x} - e^{-2x}) + (3-x) \right. \\ \left. \times (E_1(-x) + \log 3)e^{-x} - (3+x)E_1(-3x)e^{-x} \right\} \quad (5-b)$$

という表式を得, この結果を用いて相関エネルギーを計算すると, ϵ^2 の次数の項まで正しく Abe の結果 4) を得ることを示した。

表式 5-a), 5-b) は数学的に複雑な構造を持ち, 二体相関関数え寄与する色々な物理的な効果との関係は極めて不透明である。そこで Lie-Ichikawa³⁾ は, 平衡状態に対する B-B-G-K-Y の階級方程式から二体相関関数を求め, その物理的な効果との関係を明らかにした。平衡状態に対する B-B-G-K-Y 方程式は, 4体相関を無視すると,

$$\frac{d^2}{dr^2} g + \left(\frac{2}{r} - \frac{b}{r^2}\right) \frac{d}{dr} g - k_d^2 g = \frac{k_d^2}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \underline{r}_1} \cdot \int \frac{\hat{r}_{12}}{r_{13}^2} h(r_{12}, r_{23}, r_{31}) d\underline{r}_3 \quad (6-a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \underline{r}_{12}} h(r_{12}, r_{23}, r_{31}) - \frac{k_d^2}{4\pi} \int \frac{\hat{r}_{12} \cdot \hat{r}_{14}}{r_{14}^2} h(r_{23}, r_{34}, r_{42}) d\underline{r}_4 - \frac{b}{r_{12}^2} h(r_{12}, r_{23}, r_{31}) \\ = \frac{b}{r_{12}^2} (g(r_{12}) + g(r_{23})) + \frac{k_d^2}{4\pi} \int \frac{\hat{r}_{12} \cdot \hat{r}_{14}}{r_{14}^2} g(r_{13}) g(r_{24}) d\underline{r}_4 \quad (6-b)$$

但し, $\hat{r}_{ij} = (\underline{r}_i - \underline{r}_j) / |\underline{r}_i - \underline{r}_j|$, とかけられる。6-a) 式の左辺について, $k_d^2 g$ の項は, 2個の粒子の間の相関に対する第三の粒子の screening effect によ

る項, $(b/r^2)dg/dr$ の項は, 2個の粒子の間の近距離衝突の効果による項である。6-a) 式の右辺は, 三体の相関効果の寄与をあらわすが, この項と, 左辺の二体間の近距離衝突の効果を見捨すれば, 電子プラズマの二体相関関数として2) 式が得られる。この表式2) が $r \rightarrow 0$ で $-\infty$ となるという欠陥は, 近距離衝突の効果を見捨した為であることは明らかである。この点について, Lamb-Burdick⁴⁾ は, 6-a) で三体相関の寄与を見捨して得られる表式

$$\frac{d^2}{dr^2} g^{(B)} + \left(\frac{2}{r} - \frac{b}{r^2}\right) \frac{d}{dr} g^{(B)} - k_d^2 g^{(B)} = 0 \quad (7)$$

は, 適当な変数変換によって, Associated Mathieu方程式に還元して, 正確にとくことができることを示した。相関エネルギーを ϵ^2 の項まで求める為には, その正確な表式は

$$g^{(0)}(x) = -\epsilon \left(1 + \frac{1}{2}\epsilon\right) \frac{1}{X} \exp\left(-x - \frac{x}{2\epsilon}\right) \quad x > (\epsilon/2)^{1/2} \quad (8-a)$$

$$g^{(1)}(x) = -1 + (1 + \epsilon) \exp\left(-\frac{\epsilon}{x}\right) \quad x < (\epsilon/2)^{1/2} \quad (8-b)$$

と近似でき, 8-a), 8-b) を用いると

$$E^{(B)}/(kT) = -\frac{1}{2}\epsilon - \frac{1}{4}\epsilon^2 \log \epsilon - \frac{1}{2}\left(r - \frac{1}{4}\right)\epsilon^2 \quad (9)$$

という結果を得る。9) 式と4) 式の差は, 三個の粒子の間の統計的相関効果が二体相関に及ぼす影響の寄与をあらわすと期待される。

そこで, この三体相関が二体相関に及ぼす影響を調べる為には, 二体相関関数 $g(r)$ を

$$g(r) = g^{(B)}(r) + g^{(T)}(r) \quad (10)$$

とおいて, $g^{(B)}(r) \gg g^{(T)}(r)$ と仮定して, 6-b) 式を線型化する。従って6-a), 6-b) は, $g^{(B)}$ に対する表式7) と,

$$\frac{d^2}{dr^2} g^{(T)} + \left(\frac{2}{r} - \frac{b}{r^2}\right) \frac{d}{dr} g^{(T)} - k_d^2 g^{(T)} = \frac{k_d^2}{4\pi} \frac{\partial}{\partial r_1} \cdot \int \frac{\hat{r}_{13}}{r_{13}^2} h(r_{12}, r_{23}, r_{31}) d\underline{r}_3 \quad (11-a)$$

$$\frac{\partial}{\partial r_{12}} h(r_{12}, r_{23}, r_{31}) - \frac{k_d^2}{4\pi} \int \frac{\hat{r}_{12} \cdot \hat{r}_{14}}{r_{14}^2} h(r_{23}, r_{34}, r_{42}) d\underline{r}_4 =$$

$$\frac{b}{r_{12}^2} (g^{(B)}(r_{12}) + g^{(B)}(r_{23})) + \frac{k_d^2}{4\pi} \int \frac{\hat{r}_{12} \cdot \hat{r}_{14}}{r_{14}^2} g^{(B)}(r_{13}) g^{(B)}(r_{24}) d\underline{r}_4 \quad (11-b)$$

とに分解できる。6-b)の左辺の $(b/r_{12}^2)h(r_{12}, r_{23}, r_{31})$ の項は、三体相関に対する粒子1と2の間の近距離衝突の効果をあらわすものであるから、11-b)において無視した。相関エネルギーを ϵ^2 の項まで定めるには、11-b)の解として定められる三体の相関関数 $h(r_{12}, r_{23}, r_{31})$

$$h(r_{12}, r_{23}, r_{31}) = g^{(B)}(x_{12}) g^{(B)}(x_{31}) + g^{(B)}(x_{31}) g^{(B)}(x_{23}) + g^{(B)}(x_{31}) g^{(B)}(x_{23}) + n \int g^{(B)}(x_{14}) g^{(B)}(x_{24}) g^{(B)}(x_{34}) d\underline{x}_4 \quad (12)$$

で、 $g^{(B)}$ は $g^{(0)}$ で近似して充分である。12)式を11-a)の右辺に代入して、 $g^{(T)}(x)$ を求めるとそれは

$$g^{(T)}(x) = \frac{\epsilon^2}{8x} \left\{ \frac{4}{3} (2x-3) \frac{e^{-x}}{x} + \frac{4}{3} (x-3) \frac{e^{-2x}}{x} + (x+3) E_1(-3x) e^x - (3-x) (E_1(-x) + \ln 3) e^{-x} \right\} \quad 0 < x < \infty \quad (13)$$

と定められ、13)を1)に代入して、三体相関からの相関エネルギーへの寄与として

$$E^{(T)}/(\kappa T) = -\frac{1}{4} \left(\log 3 - \frac{5}{6} \right) \epsilon^2 \quad (14)$$

という結果を得る。14)式と9)式の結果を加えると、それは将に4)式に一致

する。

最近, DeWitt⁵⁾ は自由エネルギーのクラスター展開による計算式に汎函数微分を用いて二体の相関関数を求め, その結果が Bowers-Salpeter の求めた二体相関関数と一致する事を示したが, DeWitt は $w_1(x)$ が $x \rightarrow \infty$ で $(1/8)\epsilon^2 \log 3 e^{-x}$ という漸近形をとる事, 従って $x > 8/(\epsilon \log 3)$ の領域では, ϵ について高次の項が, 低次の項, 即ち Debye-Hückel 項より大きくなる事に注意し, プラズマ振動の減衰が長波長領域では, ϵ の 0 次の Landau 減衰よりも ϵ^2 の相関減衰の項が大きくなる事情と同一の現象である, と論じている。然し, この議論は正しくないのであって, 13)式としてあたえられる二体相関関数への三体相関の寄与は, $g^{(B)} \gg g^{(T)}$ の条件の下に求められた漸近展開に過ぎない事, 6-a) 式からわかるように, $r \rightarrow \infty$ での二体相関関数の正しい極限は, 2) 式であたえられる事に注意しなければならない。

§ 2. 非平衡状態のプラズマ

プラズマ内の粒子の間に働らく力は, 長距離にその作用が及ぶ Coulomb 力である為に, 系が平衡状態からずれると, 非常に典型的な集団運動である“プラズマ振動”が, 系の運動状態の決定に重要な役割を演ずる。

§ 2-1. 線型近似

衝突による緩和時間よりも短い時間での系のふるまいは, いわゆる Vlasov 方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \underline{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \underline{x}} - \frac{e}{m} \underline{E}(x, t) \cdot \frac{\partial f}{\partial \underline{v}} = 0 \quad (15.a)$$

$$\text{div } \underline{E} = 4\pi e (n_0 - \int f d\underline{v}) \quad (15.b)$$

によって記述される。特に, 系の平衡状態からのずれが小さい時には, 粒子の分布関数を平衡状態のまわりに,

$$f(\underline{x}, \underline{v}; t) = F(\underline{v}) + \sum_{\underline{k}} e^{i\underline{k} \cdot \underline{x}} f(\underline{k}, \underline{v}; t) \quad (16)$$

と展開して, 15-a), 15-b) を線型化し, 平均密度の時間的变化を定めると, それは

$$n(\underline{k}, \underline{v}; t) = \int f(\underline{k}, \underline{v}; t) d\underline{v} = \frac{1}{2\pi} \int \frac{\Psi(\underline{k}, \sigma)}{\epsilon(\underline{k}, \sigma)} e^{-i\sigma t} d\sigma \quad (17-a)$$

$$\epsilon(\underline{k}, \sigma) = 1 - \frac{\omega_p^2}{k^2} \int \frac{\underline{k} \cdot \partial F / \partial \underline{v}}{\underline{k} \cdot \underline{v} - \sigma} d\underline{v} \quad (17-b)$$

となる。 $\Psi(\underline{k}, \sigma)$ は, 粒子分布の初期値で定まる関数。平均密度の時間的变化は,

$$\epsilon(\underline{k}, \sigma) = 0 \quad (18)$$

の根として定まる。 $\sigma(\underline{k})$ によって規定される。電子プラズマの場合には, $\sigma(\underline{k})$ は

$$\sigma(\underline{k}) = \omega(\underline{k}) + i\gamma(\underline{k}) \quad (19-a)$$

$$\omega^2(\underline{k}) = \omega_p^2 + \frac{\epsilon T_e}{m} k^2 \quad (19-b)$$

$$\gamma(\underline{k}) = \frac{2\pi^2 e^2}{m k^2} \omega(\underline{k}) \int \delta(\omega(\underline{k}) - \underline{k} \cdot \underline{v}) \underline{k} \cdot \frac{\partial F}{\partial \underline{v}} d\underline{v} \quad (19-c)$$

と得られる。プラズマ粒子の速度分布関数が Maxwell 分布, 或いは一般に単調に減少する分布の場合には, $\gamma(\underline{k}) < 0$ 即ち, プラズマ振動は減衰するが, ある速度領域で $\partial F / \partial \underline{v} > 0$ となるような分布である場合には, 系の運動状態は, 個々の粒子が弱く相関している“熱運動”の状態から, 多くの粒子が coherent に運動に関与する“集団運動”の状態へ移行する。

このようにして集団運動が成長する不安定な系では, 積型近似は $t \ll \tau(\underline{k})^{-1}$ の時間範囲でしか成立しない。

§ 2-1. 準線型近似

系の不安定性の結果, 波が成長しその振幅が大きくなってくると, その波の位相速度と同じ程度の速度で運動している個々の粒子と波の間の相互作用が重要になる。この波と粒子の相互作用の効果が, 粒子の速度分布を変化させる過程は, Drummond-Pines⁶⁾ 及び, Vedenov-Velikhov-Sagdeev⁷⁾ によ

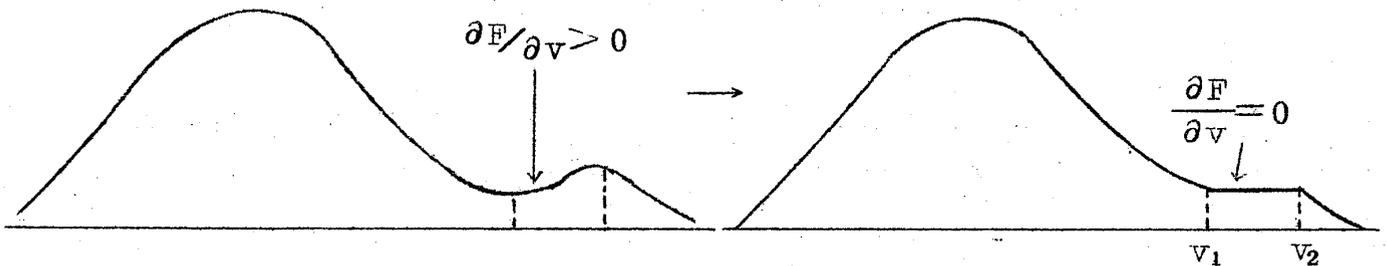
て研究され、次のような表式が得られた。

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{e^2}{2\pi m^2} \sum_{\underline{k}} \frac{\underline{k}}{k^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \underline{v}} E(\underline{k}, t) \delta(\omega(\underline{k}) - \underline{k} \cdot \underline{v}) \underline{k} \cdot \frac{\partial}{\partial \underline{v}} F \quad (20-a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} E(\underline{k}, t) = 2\gamma(\underline{k}) E(\underline{k}, t) \quad (20-b)$$

異なる波数の波の間の相互作用は、(20-a), (20-b)で考慮されている粒子と波の間の相互作用にくらべて遙るかに長い時間で問題になってくる。粒子と波の間の相互作用によって、波が成長し、成長した波の効果が、粒子の速度分布へ反作用として働らく過程を論ずる。20-a), 20-b)を導く近似を、準線型近似とよぶ。

成長する波の粒子に対する反作用は、粒子の速度空間での拡散過程として働らくので、第一図のような不安定な速度分布は、 $\partial F/\partial v > 0$ の部分ならされ



第一図

第二図

て、第二図のような分布になり、 $\partial F/\partial v = 0$ となって安定化する。

この状態では、波数が $\omega_p/v_2 < k < \omega_p/v_1$ の程度の範囲の波は、始めの値(熱揺動の程度)から著るしく成長し、大きな振幅を持っている。このような状態は、準定常的な状態であって、特に“弱く乱れたプラズマ”とよばれる。

上に述べた Drummond-Pines 及び Vedenov-Velikhov-Sagdeev の準線型理論は、不安定性の結果成長する real wave の粒子分布に対する反作用を論じたものであるが、粒子の間の virtual wave の交換によって生ずる相関効果も、その virtual wave が不安定性の結果、成長する場合には、準線型効果のきく時間範囲と同じ時間の中に、粒子の速度分布を変化させる事が

Balescu⁸⁾によって強調された。空間的に均一な不安定プラズマに対しては、real wave は存在し得ないから、Balescu は

$$\frac{\partial}{\partial t} F = C\{F\} + \mathcal{S}\{F\} \quad (21-a)$$

という形の統計力学的運動方程式を導いた。ここで

$$C\{F\} = \frac{2e^4 n}{m^2} \int d\mathbf{k} \int d\mathbf{v}_1 \mathbf{k} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \frac{\delta(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1)}{k^4 |\epsilon(\mathbf{k}, \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}/k)|^2} \mathbf{k} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_1} \right) F(\mathbf{v}) F(\mathbf{v}_1) \quad (21-b)$$

は Balescu-Lenard-Guernsey の安定プラズマに対する衝突項。 $\mathcal{S}\{F\}$ が、系が不安定である為にあられた余分の衝突項で、極めて複雑な構造をもっている。然し、その特徴は $\exp(2\gamma(\mathbf{k})t)$ という形で時間的に増大する、という事である。このような余分の衝突項が、実際に不安定プラズマの輸送現象などにどのような寄与を生ずるか、極めて興味深い問題であるが、そのような問題への理論の展開はされていない。

安定なプラズマに対する Balescu-Lenard-Guernsey の衝突項について、粒子の間で plasmon を交換する過程からの寄与の部分は、Pines-Schrieffer 方程式で記述される、という Wyld-Pines の分析を、此処で想起することは非常に重要である。Balescu によって導かれた余分の衝突項 $\mathcal{S}\{F\}$ は、実際、不安定性の為に粒子の間に交換される plasmon が成長する、というその効果を取りあげたものであるから、不安定プラズマに対する Balescu の方程式を、Wyld-Pines の分析にならって、もっと見やすい形にかみくだくことができまいであろうか？ それは実際に可能であって、Nishikawa-Osaka⁹⁾ によって空間的に均一な不安定プラズマに対する Balescu の方程式は

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{e^2}{2\pi m} \int d\mathbf{k} \frac{\mathbf{k}}{k^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \delta(\omega(\mathbf{k}) - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \left[\frac{1}{m} E(\mathbf{k}) \mathbf{k} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} F + \frac{1}{|\partial E / \partial \omega|_{\omega(\mathbf{k})}} F(\mathbf{v}) \right] \quad (22-a)$$

$$\frac{\partial E(\underline{k})}{\partial t} = 2r(\underline{k}) E(\underline{k}) + \frac{\omega_p^2}{k^2} \frac{1}{|\partial \epsilon / \partial \omega|_{\omega(\underline{k})}} \int d\underline{v} \delta(\omega(\underline{k}) - \underline{k} \cdot \underline{v}) F(\underline{v}) \quad (22-b)$$

という連立方程式に還元できることが示された。空間的に不均一な系では、Balescuによって論じられた virtual wave の不安定性による粒子間の相関効果と、Drummond-Pines 等によって論じられた rear wave の準線型効果の粒子の速度分布に対する反作用が、22-a), 22-b) の型と同一の型の方程式系によって統一的に記述されることが Yamada-Watabe-Ichikawa¹⁰⁾ によって示された。電子-イオン系に対しては、いわゆる電子プラズマ振動のモードとイオン音波のモードが、それぞれ独立に粒子の速度分布に作用する。

以上に論じられた準線型近似の理論の特徴は、早い振動数で変動する集団運動が、ゆるやかに変化する空間的に均一な粒子の速度分布関数に対して及ぼす反作用を検討した事である。準線型理論の特徴を、時間的に早く変動する系の運動の自由度が、時間的にゆっくり変動する系の運動の自由度に及ぼす平均的作用に注目した点にある。と理解すれば、プラズマ内の早い振動数で変動する集団運動の準線型的反作用は、単に粒子の速度分布関数に対してのみでなく、空間的に不均一な、しかし時間的にはゆるやかに変化するような自由度に対しても重要な効果を持つにちがいない。電子-イオン系で、高い振動数を持つ電子プラズマ振動は不安定であるが、低い振動数のイオン音波のモードは安定であるというような場合、不安定な高振動数のモードが、ゆっくり変化する自由度としてのイオン音波のモードに準線型的作用を及ぼす、という過程は、その一例であるが、Ichikawa¹¹⁾ の検討によればこの場合、本来安定なイオン音波のモードが電子プラズマ振動の準線型的反作用の結果不安定になることが見出された。これは、パラメトリックな不安定性の一例である。

§ 2-3. モード間の相互作用

前節の終りに述べた電子プラズマ振動の準線型的反作用によるイオン音波の不安定性の現象は、別の観点から考えると、これは、異なる振動モードの間の相互作用の結果起る不安定性ともいえるものである。空間的に均一な粒子の速度分布に対する準線型効果に戻って考えてみると、電子プラズマの場合にはこ

の準線型効果は、速度分布の tail の部分の少数の粒子に対してのみ作用する。従って、実験的に色々な場合に観測されているプラズマの粒子が全体的に寄与する結果としてあらわれる巨視的な輸送現象の異常性は、電子プラズマの準線型理論の範囲では解明できない事柄である。

Drummond-Aamond¹²⁾ は、異なる波数のモードの間の相互作用の効果を考えに入れると、波と粒子の間に

$$\delta(\omega(\underline{k}) - \omega(\underline{\ell}) - (\underline{k} - \underline{\ell}) \cdot \underline{v})$$

の型のエネルギー保存則が成立つ波 - 波 - 粒子の相互作用が、粒子の速度分布を変化させる事に注意した。この場合、波の影響をうける粒子の速度は

$$v \sim \frac{\omega(\underline{k}) - \omega(\underline{\ell})}{|\underline{k} - \underline{\ell}|} \sim \sqrt{\frac{\kappa T_e}{m}} \frac{k}{k_d} \ll \sqrt{\frac{\kappa T_e}{m}} \quad (23)$$

の程度であるから、このような相互作用が、プラズマの異常拡散の現象において重要である事を強調している。然し、自然界に存在するプラズマについて、特にその時間的にゆるやかな緩和現象に対する高い振動数の“乱れ”の効果を論ずる際に、イオンの運動も無視してしまうことが許されるかどうか疑問である。

Ichikawa によって示された電子プラズマ振動とイオン高波の間のモード間相互作用によって安定なイオン音波のモードが成長すると、そのイオン音波と粒子の間の共鳴相互作用が $v \sim v_{\text{phase}} = \sqrt{\kappa T_e / M}$ の領域の粒子に対して重要となろう。プラズマの巨視的な輸送現象の異常性などを論ずる場合には、このような過程も重要であらう。

§ 2-4. 不均一プラズマの統計理論

前節で、Drummond-Aamondが、波 - 波 - 粒子の相互作用が異常拡散現象に対して本質的であると主張している事を述べた。然し、実際には、彼等は、空間的に均一な速度分布関数に対する統計力学的運動方程式にあらわれる速度空間での拡散係数を求め、次に、速度空間での拡散係数を座標空間での拡散係数に関係づけるために、Drummond-Rosenbluth¹³⁾による特殊なモデルに対し

て導かれた関係式を援用している。

拡散係数など、プラズマの空間的不均一性に関連する輸送係数に対するプラズマ内の“乱れ”の効果を論ずるためには、§2-2.でのべた準線型効果や Balescu の不安定プラズマの衝突項の検討を、不均一系に拡張することが必要である。平衡状態からのずれが大きい不均一プラズマに対する統計力学的運動方程式は、Balescu-Kuszel¹⁴⁾によって導かれているが、彼等の導いた表式は、又しても例によって例の如く、余りに複雑であって、実際に興味のある物理量を求めるためには役にたちそうにもない。丁度 Balescu の導いた不安定な均一系プラズマに対する衝突項の物理的内容が、Nishikawa-Osaka 及び Yamada-Watabe-Ichikawa の仕事によって透明にされたように、Balescu-Kuszel の方程式も、かみくだいて、その物理的内容を明らかにする必要がある。

不安定なプラズマの統計力学では、時間的に成長する集団運動のモードの粒子の間の相互作用や、振幅が大きくなった集団運動の非線型効果が、特に重要な役割を演ずるのであるから、力学的な運動の自由度として集団運動のモードを始めから分離した力学系に対する統計力学を展開するのが、有効であると考えられる。

(以上)