

非 線 形 系

西 川 恭 治 (京大理)

一口に非線形現象と云っても、それには様々な現象があり、またその現われ方も物に応じて様々であるので、それらを総括する事はほとんど不可能に近い。そこでここでは、話題を私が興味をもって来た事柄だけにしぼり、しかもその中から多少とも「統計力学」と関係あると思われる部分を拾い出して、極めて主観的にまとめてみた。話は次の七項目に分けて行った。

- (1) 現象の分類。
- (2) 外場に対する非線形応答。
- (3) 非線形 Langevin 方程式。
- (4) 不安定成長の飽和。
- (5) driven stationary state について。
- (6) secular effects 。
- (7) その他の問題。

ただし、ここで「その他の問題」とは、決して小さな問題という意味ではなく、非常に根本的な問題とは思われるが、私の勉強が至らなかつたために、うまく整理する事ができなかつた問題の事である。

- (1) 現象の分類。

A. グラダラ型。

例 . hot electrons, harmonic generation, paramagnetic saturation etc.

B. しきい値のあるもの (不安定性を伴う)。

B-1. 外場にしきい値のあるもの

- 電磁場が不安定になる場合。

例 . レーザー発振, parametric photon amplification, optical self-focusing etc.

- 物質中の集団運動が不安定になる場合。

例 . phonon instability, spin wave instability, parametric

plasmon-phonon amplification, Gunn oscillation, drift instability etc.

B-2. "Thermal disturbance" にしきい値がある場合。

例. two beam instability, inverse Landau damping, sound wave focusing, 相転移等。

(2) 外場に対する非線形応答。

i) 非線形応答はどのような周波数で現われるか。

ii) Nonlinear fluctuation dissipation theorem<sup>1)</sup>ここでは, driven response の高次の部分と, driven correlation や equilibrium correlation との関係が問題となる。

iii) Sum rule, symmetry relations, Kramers-Krönig relation<sup>1)2)</sup>

(3) Nonlinear Langevin Equation.

これについては, 主として係数の間関係について久保先生からコメントがあったが, 私の話では次の二つの問題についてふれた。

i) Haken のレーザー方程式における fluctuating force の役割<sup>3)</sup>

ii) critical point 附近での非線形緩和効果<sup>4)</sup>

(4) 不安定成長の飽和。

現象によって様々なメカニズムが考えられるが, 一例として, プラズマ中にビームを当てて振動を励起した場合を考え, ビームが熱化して行く過程を準線形理論によって説明した<sup>5)</sup>

(5) Driven stationary state.

ある特定のモードの波が励起されると, そのエネルギーはモード間相互作用で他のモードへ拡散して行く。すると, 適当な外的条件の下では, 波のエネルギーの over-thermal な driven stationary distribution が実現する可能性がある。

i) mode-mode coupling の効果。

Decay 型, すなわち three wave process が許される場合には, 励起された波のエネルギーは減衰の大きい方へ拡散して行く。一方, non-decay 型, すなわち three wave process が禁じられている時には, 減衰の大きい所への拡散は遅くなり, むしろ振動数の小さい領域への拡散がきいて来る。プラ

ズマ振動の場合は、これは減衰の小さい長波長領域への拡散を意味する。

ii) "Weakly turbulent stationary state" の可能性。

電子プラズマを例にとり、このような状態を調べるには、統計力学的考察が重要である事を指摘した<sup>6)</sup>。

(6) Secular effects.

i) 非線形分散関係

振動数シフト, 非線形減衰, 非線形屈折率, など。

ii) Nonlinear heating of electrons<sup>7)</sup>

iii) Anomalous Maxwellization in Plasmas<sup>8)</sup>

有名な Langmuir paradox の問題で, Dawson の数値実験, Kihara の電気伝導の理論<sup>9)</sup> などについて説明した。

iv) Turbulent heating<sup>8)</sup>

(7) その他の問題

i) Optical self-focusing<sup>10)</sup>

ii) Sound wave focusing<sup>11)</sup>

iii) Anharmonicity in vibrational system<sup>12)</sup>

iv) Gunn oscillation<sup>13)</sup>

v) Phonon instabilities<sup>14)</sup>

vi) Hot electrons in semiconductors<sup>15)</sup>

その他。

この中、iii) については、戸田先生から、特にエルゴード性の問題に関連してコメントがあった。これらの問題はいずれも重要な問題であり、また日本の研究グループの功績が顕著なものであるが、私の力不足で、まとめる事が出来なかった。また、この他にも様々な非線形現象があると思われるが、それらも、極めて主観的な判断で省略した。

## 文 献

- 1) W. Bernard and H. B. Callen, Rev. Mod. Phys. 31 (1959), 1017.

統計力学の諸問題シンポジウム

- Van Kampen, Fluctuation Phenomena in Solids (R. Burgess ed.) (Academic Press., 1965) Chapt. 5.
- 2) Price, Phys. Rev. 130 (1963), 1792.  
Caspers, Phys. Rev. 133 (1964), 1249 他。
  - 3) H. Haken, Z. Physik 181 (1964), 96 他。
  - 4) K. Nishikawa, 物性研研究会「強誘電的相転移における臨界現象」(1967) 予稿集, 85.
  - 5) W. E. Drummond and D. Pines, Nucl. Fusion Suppl. Pt.3 (1962), 1049. 他。
  - 6) K. Nishikawa, 核融合研究 17 (1966) 1. 他。
  - 7) V. L. Ginzburg and A. V. Gurevich, Sov. Phys. Uspekhi 3 (1960), 115.
  - 8) B. B. Kadomtsev, Plasma Turbulence, Acad. Press (1965) Chapter IV - 5.
  - 9) T. Kihara, Research Report, Institute of Plasma Physics, IPPJ-36 (1965).
  - 10) 高辻正基, オプティカルビームのセルフトラッピング, 学振 130 委員会試料(1966): K. Grob and M. Wagner, Phys. Rev. Letters 17 (1966), 819 他。
  - 11) G. A. Asker'yan, J.E.T.P. Letters 5 (1966), 99 他。
  - 12) これについては, 「一次元系の非線形力学」研究会(基研, 1967)報告を参照。
  - 13) C. Hilsum, Proc. IRE 50 (1962), 185; B.K. Ridley, Proc. Phys. Soc.(London), 82. (1963), 754; V.L. Bonch-Bruevich, Sov. Phys. Solid State 8 (1966), 1397 他。
  - 14) R. Abe, Prog. Theor. Phys. 30 (1963), 149; 31 (1964), 957 他。
  - 15) J. Yamashita and M. Watanabe, Prog. Theor. Phys. 12 (1954), 443 他。