

9. He II の励起スペクトラムと

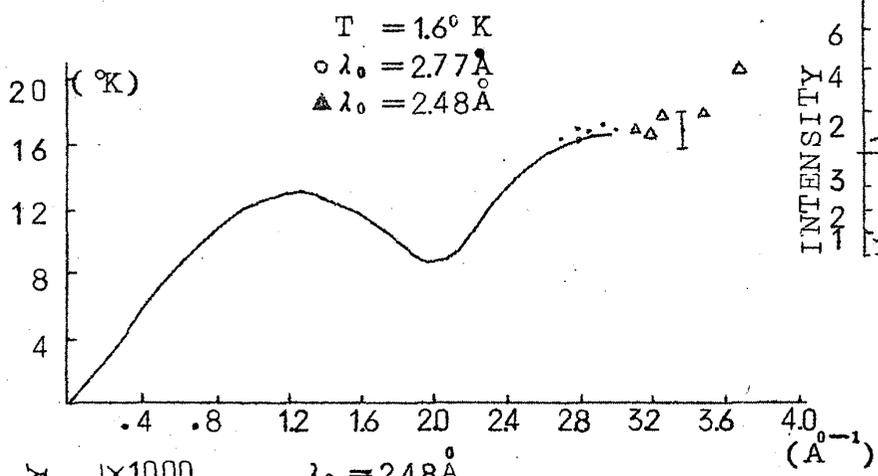
Dynamic Structure Factor

西山 敏之 (阪大)

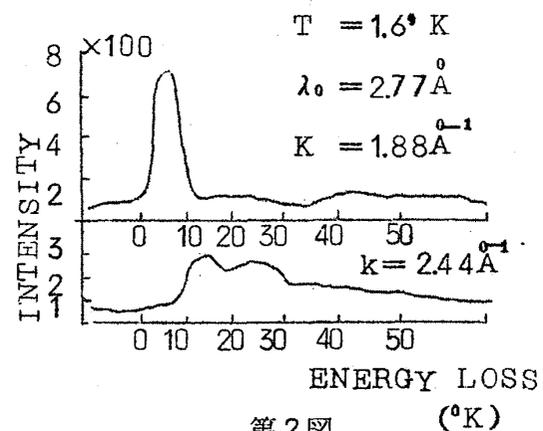
まえおき

He II の励起状態については、古くは比熱、エントロピー、常流体密度や第 2 音速などの熱学的量の測定結果から、いわゆるランダウのスペクトラムに含まれる定数をきめる試みが主に Landau-派 によってなされてきたが、最近の Woods, Henshaw をはじめとするニュートロン散乱の測定結果から一定の運動量変化（散乱角）とエネルギー損失の関係が明らかとなった。これから 0.6 \AA^{-1} の近の波数ではフォノンが、 1.9 \AA^{-1} の近くではロトンが単一の準粒子として現れると考えることが示された。さらに 3 \AA^{-1} 以上では二粒子状態の存在が確かめられた。（第 1 図、第 2 図参照）

一方 London, Onsager, Feynman の渦動の量子化に対する実験事実も集積され、密度演算子と正準共役な量として、位相関数が力学的変数としての意味をもつことが明らかとなった。とくに Josephson-Anderson 効果で見事な測定が行なわれている。

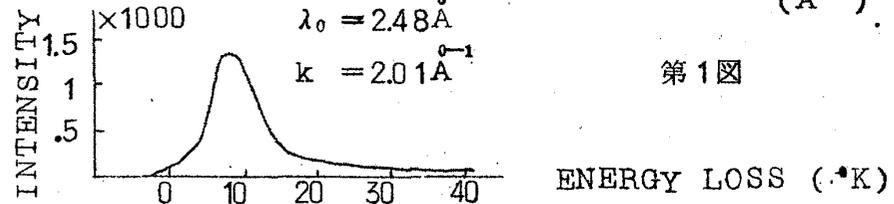


第 1 図



第 2 図

λ_0 は入射したニュートロンの波長。



位相関数は流体力学の速度ポテンシャルを質量で割ったものに相当するが、数学的には密度の大きい所に話を限るか、単なる変分函数と考えるかいずれかであって、アプリアリな条件なしでは使えない。集団記述法ではこのような条件をはじめからつけないが、random phase 近似をする限り数学的にはかなり不満足である。ここでは位相関数が与えられるとして、できるだけRPAを使わずに話を進めてゆきたい。

まず長波長側の励起は密度のゆらぎによると考えられLandauによればこれは圧縮率で定まる縦音波の速度で与えられる。しかし集団記述や総和則を使った結果と完全には一致していない。つぎにいわゆる roton-minimum 以上の短波長側ではほとんど自由な粒子が励起するものと考えられるのでこれらを集団記述における個別粒子の運動と考えた結果について述べる。

§ 1. 音速と Dynamic Structure Factor $S(k, \omega)$

Landau の量子流体理論ではハミルトニアンは密度（ここでは粒子密度を用いる） ρ と速度 v により

$$H = \int \left[\frac{M}{2} v \rho v + \rho U(\rho) \right] d\tau \quad (1)$$

で与えられ、渦なしの場合は $v = v\phi/M$ (ϕ として位相関数を用いる) となり、正準運動方程式として

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\delta H}{\delta \phi}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} = - \frac{\delta H}{\delta \rho} \quad (2)$$

を得る。 $U(\rho)$ は熱学の内部エネルギーに相当するもので静圧力は $P = \rho^2 \frac{\partial u}{\partial \rho}$ であり音速はエネルギー密度 $f = \rho U$ を用いて

$$c^2 = \frac{1}{M} \frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{\rho \partial^2 f}{M \partial \rho^2} \quad (3)$$

となるとこれは熱学的には圧力のゆらぎからも求められる。圧力をエネルギーと粒子数の関数として

$$\Delta P = \left(\frac{\partial P}{\partial N} \right)_{E, \Omega} \Delta N + \left(\frac{\partial P}{\partial E} \right)_{N, \Omega} \Delta E$$

とおけば、ゆらぎの平均値は

$$\langle (\Delta p)^2 \rangle = \left(\frac{\partial p}{\partial N} \right)_{E, \Omega}^2 \langle (\Delta N)^2 \rangle + 2 \frac{\partial p}{\partial E} \left(\frac{\partial p}{\partial E} \right)_{E, \Omega} N \Omega \langle \Delta N \Delta E \rangle + \left(\frac{\partial p}{\partial E} \right)_{N, \Omega}^2 \langle (\Delta E)^2 \rangle$$

$$\beta \Omega \langle (\Delta p)^2 \rangle = M \rho C_s^2 \equiv \rho \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{S, N} \quad (4)$$

となって断熱音速を与える。Ωは体積を表わす。

一方集団記述によれば、密度のフーリエ係数 ρ_k とそれに共役な変数として流量演算子の縦成分を用いて $\pi_k = i (M/k^2 N) k \cdot j_{-k}$ によって表わす。

k-成分だけならこれらは、全運動量零のとき正確に正準共役であるが異なる成分については $\{\pi_k, \pi_{\ell}\} \neq 0$ となって正しくない。しかしこれを用いて得られる振動数の平方は長波長側では密度のゆらぎの固有エネルギーを与えることがわかる。振動数の平方を ω_k^2 とすれば、ハミルトニアンを H として

$$\omega_k^2 = i^2 \frac{N}{M} k^2 \langle [H, \pi_k], \pi_k \rangle \quad \hbar=1 \quad (5)$$

で与えられる。⟨ ⟩は最低状態または熱平衡状態に関する平均値を表わす。

Hの固有状態を $|n\rangle$ とし、 $[H, \rho_k] = -k \cdot j_k$ に注意すると、最低状態について $(\pi_{-k})_{0n} = (i \frac{M}{k^2 N}) ([H, \rho_k])_{0n} = -(i M/k^2 N) \omega_{no} (\rho_k)_{0n}$,

$\omega_{no} = (E_n - E_0)$, $H|n\rangle = E_n |n\rangle$, $H|0\rangle = E_0 |0\rangle$ となつて(5)より

$$\begin{aligned} \omega_k^2 &= \frac{M}{k^2 N} \sum_n \omega_{no}^3 \{ (\rho_{-k})_{0n} (\rho_k)_{n0} + (\rho_k)_{0n} (\rho_{-k})_{n0} \} \\ &= \frac{M}{k^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^3 S(k, \omega) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (6) \end{aligned}$$

を得る。ここで平均値が空間反転に対し不変であることを用いた。熱平衡状態では平均値を

$$\langle A \rangle = \text{Tr} \{ e^{-\beta H - a N - W(a, \beta)} A \} \quad (7)$$

で置きかえればよい。S(k, ω)は密度相関のスペクトラル関数またはdynamic structure factorと呼ばれるものであるが、相関関数の一般的な性質をつぎにあけておく。よく知られたパラメータ β , a ; $W(a, \beta)$ を用い、二つの物理量の密度を $A(\mathbf{r}, t)$, $B(\mathbf{r}^1, t^1)$ として⁷⁾

$$F_{AB}^{\langle \rangle}(\mathbf{r}t, \mathbf{r}^1 t^1) = \langle A(\mathbf{r}, t), B(\mathbf{r}^1, t^1) \rangle \quad (8)$$

$$F_{AB}^{\langle}(\mathbf{r}t, \mathbf{r}^1 t^1) = \langle B(\mathbf{r}^1, t^1), A(\mathbf{r}, t) \rangle \quad (9)$$

これらのフーリエ係数を

$$f_{AB}^{\langle, \rangle}(\mathbf{k}, \omega) = \iint F_{AB}^{\langle, \rangle}(\mathbf{k}t, \mathbf{r}^1 t^1) e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}^1) + i\omega(t - t^1)} d^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}^1) d(t - t^1) \quad (10)$$

で表わせば

$$i) \quad F_{AB}^{\rangle}(\mathbf{r}t - i\beta, \mathbf{r}^1 t^1) = F_{AB}^{\langle}(\mathbf{r}t, \mathbf{r}^1 t^1) \quad (11)$$

$$f_{AB}^{\rangle}(\mathbf{k}, \omega) e^{-\beta\omega} = F_{AB}^{\langle}(\mathbf{k}, \omega) \quad (11')$$

対称和について

$$ii) \quad S_{AB}(\mathbf{r}t, \mathbf{r}^1 t^1) = F_{AB}^{\rangle}(\mathbf{r}t, \mathbf{r}^1 t^1) + F_{AB}^{\langle}(\mathbf{r}t, \mathbf{r}^1 t^1) \quad (12)$$

$$S_{AB}(\mathbf{k}, \omega) = f_{AB}^{\rangle}(\mathbf{k}, \omega) + f_{AB}^{\langle}(\mathbf{k}, \omega) \quad (12')$$

$$= \coth\left(\frac{\beta\omega}{2}\right) c_{AB}(\mathbf{k}, \omega) \quad (12'')$$

c_{AB} は反対称和で

$$c_{AB}(\mathbf{k}, \omega) = f_{AB}^{\rangle}(\mathbf{k}, \omega) - f_{AB}^{\langle}(\mathbf{k}, \omega) \quad (12''')$$

$$= (1 - e^{-\beta\omega}) f_{AB}^{\rangle}(\mathbf{k}, \omega) \quad (12IV)$$

いわゆる応答関数については、

$$iii) \quad R(\mathbf{r}t, \mathbf{r}^1 t^1) = C(\mathbf{r}t, \mathbf{r}^1 t^1) Q(t - t^1) \quad (13)$$

$$R(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int Q_f(\omega - \omega') d\omega'$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \int \frac{c(\mathbf{k}, \omega')}{\omega - \omega' + i\delta} d\omega' \quad (13')$$

ここに $Q(t)$ は $t > 0$ なら 1, $t < 0$ なら 0, $Q_f(\omega)$ はそのフーリエ係数である。

さて構造因子 (structure factor) $S(\mathbf{k}, \omega)$ は, 密度のゆらぎに関する対称和 S_{AB} に相当するものから与えられる。平均密度を ρ として, $A = [\rho(\mathbf{r}, t) - \rho] / \sqrt{\rho} = \rho^1(\mathbf{r}, t)$, $B = [\rho(0, 0) - \rho] / \sqrt{\rho}$ とおけば, このときの S_{AB}, c_{AB}

を S_ρ, c_ρ 等とかいて, 対分布関数は

$$F(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{\rho} \langle \rho(\mathbf{r}_1) \rho(\mathbf{r}_2) \rangle - \rho \quad (14)$$

$$= \frac{1}{2} S_{\rho}(\mathbf{r}_1, 0, \mathbf{r}_2, 0) \quad (15)$$

となり，相対座標 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ に関するフーリエ係数 $S(\mathbf{k})$ は，(12') を ω で積分したものの半分で

$$\begin{aligned} S(\mathbf{k}) &= \int F(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^3 r \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} c_{\rho}(\mathbf{k}, \omega) \coth\left(\frac{1}{2}\beta\omega\right) \end{aligned} \quad (16)$$

によつて表わされる。この $c_{\rho}(\mathbf{k}, \omega)$ を $S(\mathbf{k}, \omega)$ とかいて DSF と名づける。

$\rightarrow 0$ の極限では

$$S(0) = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2}{\Omega} \right] = \frac{\rho}{\beta} \kappa_T \quad (17)$$

となる。 κ_T は等温圧縮率である。 $S(\mathbf{k}, \omega)$ の $\mathbf{k} \rightarrow 0$ における値も重要であるが，これをしらべるには (12''') の定義にもどり座標表示をとつて考える。

$\mathbf{k} \rightarrow 0$ の値は $C_{\rho}(\mathbf{r}, t, 0, 0)$ を \mathbf{r} で積分して得られるが， $\int \rho(\mathbf{r}) d^3 r = N$ はハミルトニアンと交換するから C_{ρ} は時間に無関係となる。

したがつて

$$\lim_{\mathbf{k} \rightarrow 0} S(\mathbf{k}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} \left[\int d^3 r \langle [\rho(\mathbf{r}, t), \rho(0, 0)] \rangle \right] \quad (18)$$

の [] の中は零となりこれに $\delta(\omega)$ がかつた形： $f(\omega) \delta(\omega)$ となる。ただし $f(0)$ でなければならぬが， $f(\omega)$ の形はわからない。 ω の小さい所の値は反対称積の代りに対称積を用いて得られる。 $S_{\rho}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', 0)$ を \mathbf{r}' について積分し Ω で割れば，やはり (18) と同様にして

$$2 \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} \left[\frac{\langle \int d^3 r \rho(\mathbf{r}, t) \int d^3 r' \rho(\mathbf{r}', 0) \rangle}{\Omega \rho} \right] = \lim_{\mathbf{k} \rightarrow 0} S(\mathbf{k}, \omega) \coth\left(\frac{\beta\omega}{2}\right)$$

となり，(17) と比較して

$$\lim_{\mathbf{k} \rightarrow 0} \frac{S(\mathbf{k}, \omega)}{2\pi\omega} = \rho \kappa_T \delta(\omega) \quad (19)$$

を得る。すなわち $f(\omega)$ は ω の小さい所で $2\pi\rho\kappa_T \omega \delta(\omega)$ となる。 $S(\mathbf{k}, \omega)$ には

まずよく知られた総和則

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \omega S(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{N} \langle [\mathbf{k} \cdot \mathbf{j}_{\mathbf{k}}, \rho_{-\mathbf{k}}] \rangle = \frac{\hbar \mathbf{k}^2}{M}$$

があるが、Puff は式(6)を総和則の一種と考えた3総和則とよんだ。

(6)の左辺は

$$\omega_{\mathbf{k}}^2 = \mathbf{k}^2 \left(\frac{2\langle T \rangle}{M} + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{4M^2} \right) + \frac{\mathbf{k}^{-2}}{M} \int F(\mathbf{r}) (1 - e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}) (\mathbf{k} \cdot \nabla)^2 V(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

となり Puff の与えたものと一致している⁸⁾。 $\langle T \rangle$ は運動エネルギーの平均値， $V(\mathbf{r})$ は相互作用ポテンシャルである。これが $\mathbf{k} \rightarrow 0$ で Feynman スペクトラムの形と一致するかどうかは(6)の右辺の $S(\mathbf{k}, \omega)$ が $2\pi Z(\mathbf{k}) \{ \delta(\omega - \omega_{\mathbf{k}}) - \delta(\omega + \omega_{\mathbf{k}}) \}$ の形で表わされるかどうかという点にかかっている。⁹⁾

$Z(\mathbf{k})$ は式(2)の peak の囲む面積に相当し 1 個の準粒子の励起に対する微分断面面積を与える量である。^{*}

Puff と Gillis¹⁰⁾ はこの結果と圧力のゆらぎとの結果とを比較するため Kubo, Mori¹¹⁾ の FD (Fluctuation dissipation) 理論に倣い、保存則に現われる 5 個の演算子の間の相関関数を求めた。それらのうち $\omega \rightarrow 0$ で正則な関数は輸送係数を与えるが、別に $\delta(\omega)$ の特異性を含む量が現れこれが(6)の総和則に関係することを指摘した。 $S(\mathbf{k}, \omega)$ の中については、 $S(\mathbf{k}, \omega)$ といわゆる dielectric function に現れる相関関数 $f^>(\mathbf{k}, t) \theta(t) + f^>(\mathbf{k}, -t) \theta(-t)$ のフーリエ係数 $\hat{S}(\mathbf{k}, \omega)$ の関係から求められる。

$$\hat{S}(\mathbf{k}, Z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{S(\mathbf{k}, \omega)}{(\omega - Z)} \quad (20)$$

であるから

$$\frac{1}{\hat{S}(\mathbf{k}, Z)} = \frac{1}{\hat{S}(\mathbf{k}, 0)} - \frac{M}{\mathbf{k}^2} Z^2 + MZ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{\pi} \frac{P(\mathbf{k}, \omega')}{(Z - \omega')} \quad (21)$$

の形に書くと^{*}

註* $Z(\mathbf{k})/S(\mathbf{k})$ は \mathbf{k} の大きいところで零状態の粒子数と全粒子数の比、いわゆる depletion effect を与えると考えられる。 $Z(\mathbf{k})$ は Feynman-Cohen の理論で得られた $S_{\text{F}}(\mathbf{k})$ とよく一致している。

* (22), (23) は, (20) から得られる式 $S(\mathbf{k}, \omega) = (-i) \{ \hat{S}(\mathbf{k}, \omega + i\delta) - \hat{S}(\mathbf{k}, \omega - i\delta) \}$ と (21) から導かれる。

$$S(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\mathbf{k}^2}{M} \frac{2\omega \mathbf{k}^2 \Gamma(\mathbf{k}, \omega)}{[\omega^2 - (\mathbf{k}, \omega)]^2 + [\omega \mathbf{k}^2 \Gamma(\mathbf{k}, \omega)]} \quad (22)$$

$$E(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\mathbf{k}^2}{M} \frac{1}{\hat{S}(\mathbf{k}, 0)} + \omega P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega' \mathbf{k}^2 \Gamma(\mathbf{k}, \omega')}{\pi (\omega - \omega')} \quad (23)$$

を得る。Γを決めるのはむづかしいので彼等は流体モデルを用いて

$$\hat{S}(\mathbf{k}, \omega + i\delta) = -\frac{\mathbf{k}^2}{M} \left[\omega^2 - \mathbf{k}^2 c^2 \right. \\ \left. + \frac{4}{T+3} \mathbf{k}^2 c_t^2 + \frac{i\omega \mathbf{k}^2}{\rho M} \left[\zeta(\omega + i\delta) + \frac{4}{3} \eta(\omega + i\delta) \right] - \frac{\mathbf{k}^2 \omega (C_s^2 - C_T^2)}{\omega + i\mathbf{k}^2 \frac{1}{C_v} \mathbf{k} (\omega + i\delta)} \right]^{-1} \quad (24)$$

を導いている。ここで c_T, c_s は等温・断熱速度 c_t は横音速, ζ, η は体積とずれの粘性係数, C_T は比熱, K は熱伝導率である。総和則(6)は $\mathbf{k} \rightarrow 0$ で予想に反し才1音速と一致せず

$$\lim_{\kappa \rightarrow 0} \frac{\omega^3 S(\mathbf{k}, \omega)}{2\pi \kappa^4} = \frac{c_s^2}{M} \delta(\omega) + \frac{1}{\pi M^2 \rho} \text{Re} \left[\zeta(\omega + i\delta) + \frac{4}{3} \eta(\omega + i\delta) \right] \text{となる。} **$$

§2 短波長側の roton minimum 近くのスペクトラムは、逆流効果によつて変形した自由粒子の励起によるものと考えられている。スペクトラムの形は才1音速 c として $\mathbf{k} \leq \mathbf{k}_D$, $(\mathbf{k}_D^3 / 2\pi^2) = \rho$ までの波数で \mathbf{k}_c ($\mathbf{k}_c^3 / 2\pi^2 = \rho$ できる $\mathbf{k}_c \simeq 1 \text{ \AA}^{-1}$ の近くで極大となり $Mc/h = P_0$ として P_0 として $P_0 + \mathbf{k}_D/2$ 近くで極小となる。ここでは集団記述法に従い \mathbf{k}_D より小さい波数の密度とその共役量のフーリエ成分を補助変数を用いて表わし, $P > \mathbf{k}_D$ の波数に関係した変数を個別粒子の座標と考える。^{12) 13)} 個別粒子の状態は附加条件によつて制限され $P < \mathbf{k}_c$ の波数の励起は禁止される。このような小さい波数の状態は仮想的なもので、実状態 $|r\rangle$ はこれに直交し: $\langle r | r \rangle = 0$ 大きい波数の量子状態(単一粒子の)を表わす。最低状態ではほとんどすべての個別粒子は運動量零の状態に凝縮しているものと仮定する。*

註*** $T \rightarrow 0$ で $\eta \rightarrow 0$ であるが S は零になるとは限らない。みかけの音速は第一音速より大きくなる。

* これは、もとの表示では、運動量零の状態を占める粒子数が大きいことを意味しない。これは十分小さくてもよい。

個別粒子間の相互作用が大きければこの仮定は破れるが，エネルギー間隙 Δ を越えて粒子が分布するほどには相互作用が強くない場合を考える。このときには実状態は運動量零の状態と $P > k_0$ の波数のすべての状態となる。一般には仮想状態 $|f\rangle$ として，射影演算子を $P = \sum_f |f\rangle\langle f|$ で定め個別粒子の無摂動系のハミルトニアンを

$$H_I = (1-P) \frac{\hbar^2}{2M} \int \nabla \psi_I^\dagger \cdot \nabla \psi_I d^3 r (1-P) + \frac{N^2}{2} V_0 - \frac{N}{2} V(0) - (\hbar^2 / 4M) \sum_k k^2$$

と書く。フォノンのエネルギーは補助変数 Q ， P を用いて

$$H_{co} = \int \left\{ \frac{\rho_0}{2M} |\nabla P|^2 + \frac{\hbar^2}{8Ms_0} |\nabla Q|^2 + \frac{1}{2} \int V(r, r^1) Q(r) Q(r^1) d^3 r^1 \right\} d^3 r \quad (2)$$

となり，個別粒子は非線型項を通じてフォノンと相互作用をしている。非線型項のうち流体力学の慣性項に相当するものが逆流効果を与えるものとして重要である。それは個別粒子の位相関数（今の場合は流量の縦成分） ϕ_{Is} と流量 j_{Is} を用いて

$$H^1 = \int \left\{ \frac{1}{2M} Q |\nabla \phi_{Is}|^2 + j_{Is} \cdot \nabla P \right\} d^3 r$$

で与えられる。この他フォノン変数について2次の項を含むものは運動量保存則によつて，波数が k_0 に近い個別粒子以外は影響を受けない。 Q について3次以上の項は音速が大きければ項別の寄与は小さいが，全体としての収束については全くわかつていない。これはフォノン-フォノン散乱は輸送現象にとつて重要であるが，エネルギーには10%程度の変化を与えるにすぎないので無視する。フォノンが2個の個別粒子を対発生する過程（Virtual）は自由粒子のスペクトラムを使えば発散する。2個以上の個別粒子が励起したときのエネルギーは P の大きい所の値がわかつていないからここでは考えない。専ら1個の個別粒子によるフォノンの吸収，放出の過程を考える。これらはいずれも virtual process が大部分であるが，フォノンを通じて現れる個別粒子間の相互作用によつて2P. より大きい波数の粒子が二つの粒子に崩壊する過程は禁止されていない。 3 \AA^{-1} 以上のスペクトラムが roton minimum 近傍にある2粒子状態によつて表わされるのは定性的に理解できる。フォノンとの相互作用を考えるためには個別粒子のDSFが総和則を満足するように有効質量

のくりこみをしておく必要がある。H_Iの運動エネルギーの部分を個別粒子の発生消滅演算子 A_p[†], A_p を用いて

$$T_I = \frac{\hbar^2}{2M^*} \left(\frac{1}{M} - \frac{1}{M^*} \right) \sum_{p > k_0} p^2 A_p^\dagger A_p + \Delta_I$$

$$\Delta_I = \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{M} - \frac{1}{M^*} \right) \sum_{p > k_0} p^2 A_p^\dagger A_p$$

と書き摂動エネルギーと Δ_I が消し合うように M^* を定める。 $k_0 \ll p \ll p_0$ の場合には $M^* = 1.5M$ の古典的な値を得る。この場合の1粒子の固有状態は Feynman Cohen¹⁵⁾の波動関数で与えられるが、一般の場合には1次の摂動でも位相関数の相関 $\sum \beta_{pk} \phi_p - \phi_k$ が含まれる。波数の大きい所では密度のゆらぎの代わりに、Feynman amplitude のゆらぎの F·D 理論を考えて見るのは面白いと思われる。

文 献

- 1) D. G. Henshaw and A. D. B. Woods, Phys. Rev. 121 (1961) 1266.
- 2) A. D. B. Woods, Quantum Fluids (Brewer Ed), 1966 (North-Holland).
- 3) W. F. Vinen, Proc. Roy. Soc. A242 (1957) 493.
- 4) R. P. Feynman, Phys. Rev., 94 (1954) 262, Prog. Low Temp. Phys. I, 1957 (North-Holland).
- 5) B. M. Khoran Phys. Rev. Letters 18 (1967) 230. and B. S. Chandrasekhr,
- 6) L. D. Landau, J. Phys. 5 (1941) 71
- 7) L. D. Kadano ff and p. C. Martin, Annals of Physycs 24 (1963) 419.
- 8) R. D. Puff, Phys. Rev. 137 (1965) A406.
- 9) A. Miller and D. Pines. Phys. Rev. 127 (1962) 1452,
- 10) R. D. Puff and N. S. Illis, to be published.
- 11) R. Kubo, J. Phys. Soc. Japan 12 (1956) 1203.
- 12) S. Tomonaga, Prog. Theor. Phys. 13 (1955) 467, 482.
- 13) T. Nishiyama, Prog. Theor. Phys. 17 (1957) 711.

14) T.Nishiyama, 物性研究 7 (1967)

15) R.P.Feynman and M.Cohen, Phys.Rev.102 (1956) 1189.

II 特別講演要旨

1 He⁴ に於ける Structure Factor

名 大 雄 井 恒 丸

この仕事は未完成なのでいろいろと手直しの必要上、著者の希望で取り下げられました。

2 Ising 模型における Pair Correlation

東大教養 阿 部 龍 蔵

相転移の問題は古典的な体系であつても、中々難しい問題である。その理由の一つは、Bragg-Williams, Beth 近似等が Curie-Weiss の法則

$\chi \propto (T - T_c)$ を導くのに対し、2次元 Ising 模型の厳密解、3次元の場合の数値計算等は $\chi \propto (T - T_c)^{-r} (r > 1)$ の関係を支えるからである。ここでは、通常仮定される熱力学的関数の異常性を与えられたものとし、その異常性間の関係について調べた。

我々の出発点は Lee-Yang の定理で分配関数 Z を

$$\frac{\ln Z}{N} = \int_0^\pi \ln [2 (\cosh h - \cos \theta)] g(\theta, t) d\theta$$

とあらわす、ここで

N : スピンの総数, $h = 2mH/kT$ (m : スピン一個あたりの磁気能率),
 $t = (T - T_c)/T_c$, $g(\theta, t)$ = 零点の分布関数である。

$t > 0$ では $g(\theta, t) = 0$, $\theta < \theta_c$, が期待される。 $\chi \propto t^{-r}$ を与える一つの充分条件は

$$g(\theta, t) = t^{-r} \theta_c f(\theta/\theta_c)$$

である。ただし、 $f(x)$ は x の任意関数。 $t = 0$ で $M \propto H^{1/\delta}$ とすれば $\theta_c \propto t^{\Delta/2}$,

$\Delta = 2r\delta/(\delta-1)$ が与えられる。