

$$\frac{d\langle\sigma\rangle}{dt} = -\alpha(T) \left[\langle e^{-\beta E} \rangle_+(0) + \left\{ \frac{d}{dx} \langle e^{-\beta E} \rangle_+(x) \right\}_{x=0} \right] \langle\sigma\rangle$$

が導かれる。ここに $\langle e^{-\beta E} \rangle_+(x)$ は $\langle\sigma\rangle = x$ で、一つの格子点の spin が $\sigma = 1$ なる条件下でその格子点に働く local field を E とするとき $e^{-\beta E}$ の集団平均を示す。更に外場 H が存在して Hamiltonian H に $-\sum_i \sigma_i H$ が加わると H 、および $\langle\sigma\rangle$ について一次の範囲で

$$\begin{aligned} \frac{d\langle\sigma\rangle}{dt} &= -\alpha(T) \left[\langle e^{-\beta E} \rangle_+(0) + \left\{ \frac{d}{dx} \langle e^{-\beta E} \rangle_+(x) \right\}_{x=0} \right] \langle\sigma\rangle \\ &= -\alpha(T) \beta H \langle e^{-\beta E} \rangle_+(0) \end{aligned}$$

がえられ $\frac{d\langle\sigma\rangle}{dt} = 0$ のとき

$$\langle\sigma\rangle = \frac{\beta H \langle e^{-\beta E} \rangle_+(0)}{\langle e^{-\beta E} \rangle_+(0) + \left\{ \frac{d}{dx} \langle e^{-\beta E} \rangle_+(x) \right\}_{x=0}}$$

となる。定義により $T \rightarrow T_0$ でも $\langle e^{-\beta E} \rangle_+(0)$ は 0 に近づかないので、緩和時間と帯磁率は同型の特異性をもつことが判る。この理論の基礎となった前述の仮定は外場 H の下で系を平衡状態にしておき、ついで外場を 0 にした初期においては厳密に成立っている筈で、少くもそのときの緩和時間は帯磁率と同型の特異性をもつことが云える。このことは阿部龍蔵氏も別の方法で導かれた由である。

Time Dependent Ising Model With Long Range Interaction

山田知司 (九大理)

相転移点近傍における static な性質は、最近までよく調べられている。しかしながら相転移点近傍における Dynamical な性質は、理論的にあまりよく

Time Dependent Ising Model With Long Range Interaction

知られているとはいえない。ここでは、それを調べる目的のためにもっとも簡単な model として Ising Spin 系に対する Glauber model をとった。この Spin-flip model に関しては、Spin-flip がまわりの Spin との interaction によって、その flip の確率がきまるということを考えると、平衡統計力学において Brout あるいは Lebowitz et al らによって発展させられた $\frac{1}{z}$ 展開あるいは r^ν 展開の方法を使うことができる。(ここで、 z は nearest-neighbour の数、 r は、interaction range の逆数、 ν は dimension の数。)そして、diagram を用いることにより、見通しよく運動方程式を処理することができる。

具体的な例として、linear-dynamical susceptibility を求めた。それは $O(r^{2\nu})$ までで、次のようになる。そして、次の表式の有効な範囲は

$$r^\nu \lesssim \Delta\theta = \frac{T - T_c}{T} \ll 1$$

である。

$$\chi(\omega) \cong \frac{\beta \{M_2 + W_0' - 2L(0) + 2G'(\omega)\}}{i\omega + 1 - \beta J_0 (M_2 + W_0') - 2\beta J_0 G'(\omega)}$$

$$G'(\omega) \cong \frac{1}{8\pi^4 n^2 (\beta\alpha)^3} F(\omega/\beta\alpha\kappa^2)$$

$$F(\zeta) \cong i c \zeta \quad \zeta \ll 1$$

$$\cong \frac{b}{3} \ln \zeta \quad \frac{r}{\kappa} \gg \zeta \gg 1$$

ここで、 b, c は constant, $\kappa = \sqrt{k_B(T - T_c)}/\alpha$ で correlation length の逆数、 α は、 $J_q = J_0 - \alpha q^2 + \dots$ ($\alpha \sim O(r^{-2})$) と展開した時の係数。

$T \rightarrow T_c$ で $\kappa \rightarrow 0$ であるから、相転移点近傍では、 $\omega \sim \beta\alpha\kappa^2$ 程度の low frequency でも、polydispersive part は大きくなる。しかし、 $G'(\omega)$ は、 $O(r^{2\nu})$ であり、定量的には、小さな寄与しか与えない。(あるいは

は、 $\Delta\theta \rightarrow 0 (r^{2\nu})$ にならないと大きな寄与とならない。) これは、計算機実験 (Matsubara et al) の結果と consistent であるように見える。したがって、この model を考えるかぎり、実験的に KDP などで見出されている poly-dispersive nature を説明できそうもない。

また、波数 dependent な static susceptibility は

$$\chi_q^{(0)} = \frac{\beta \{M_2 + W_q'\}}{1 - \beta J_q (M_2 + W_q')}$$

であり、pair-correlation の Ornstein-Zernike 型からの可能なずれは W_q' が、 $T \rightarrow T_c$ で、 q に関する依存性が q^2 からはずれてくることから生ずると考えられる。この W_q' と、frequency dependent な susceptibility $\chi(\omega)$ の中の W_0' 、 $G'(\omega)$ は、いずれも同じ multi spin cluster functions から生ずる term であり、その意味において、polydispersive nature と、Ornstein-Zernike 型からのずれは、関係があるということになる。(multi-spin cluster fn. を無視する近似においては、mono-dispersive であつ、pair correlation は、Ornstein-Zernike 型しか得ることができない。

Kinetic Ising Model —非線形効果—

松 平 昇 (日大教養)

Glauber model にもとづき、fluctuation が大きい場合の緩和過程に及ぼす非線形効果を論じた。詳細は J. Phys. Soc. (Japan) 23 (1967) 232 ~ 240 に発表してある。

(西川記)