Existence of Anomalous Greens Function in Self-Consistent Theory of the Kondo Effect?

倉　田　泰　幸（京大基研）

（１２月１２日受理）

以下に記すことは，ほぼ１年程前に気付いたことですが，それが何を意味しているかは，これから記すこと以上には良くわかりません。ここに事実だけを書いておきます。

Nagaoka[1)]は，s－d 相互作用に対する１体グリーン関数 $G_{kk'}$ と，２体グリーン関数 $\Gamma_{kk'}$ についての連立方程式

$$\left\{\begin{aligned} &(\omega-\xi_{k'})\,\Gamma_{kk'}+\frac{J}{2N}(2n_{k'}-1)\sum_{\ell}\Gamma_{k\ell} \\ &\quad -\frac{J}{2N}\left(m_{k'}-S(s+1)\right)\sum_{\ell}G_{k\ell}=0 \\ &(\omega-\xi_{k'})\,G_{kk'}+\frac{J}{2N}\sum_{\ell}\Gamma_{k\ell}=\frac{1}{2\pi}\delta_{kk'} \end{aligned}\right. \tag{1}$$

の低温解を求めるに際し，第１式の S(s＋1) の factor を落して計算を遂行した。（$m_k \gg S(s+1)$ である様に解はなっていた。この様な近似は，摂動論からみると無限に続く発散級数の項を systematic に truncate することになるから，答を critical に変えることになりうることは充分予想される。事実，上式を近似なしに解いた答[2)]によると，比熱の温度依存性は Nagaoka のそれと異っている。しかしながら，Kondo 効果による異常比熱，不純物スピンの伝導電子による quenching を両者とも予言している。特に，後者の quasi－bound state の存在を支持する実験はいくつか出て来ている。[3)]それで，Nagaoka の近似解法には，本質的な点を取り出すことに成功（?）したと云う意味で，もっともらしい根拠を持っている様にみえる。しかも，以下に述べる様に，「異常」グリーン関数の存在を仮定すると Nagaoka の解が

（極く簡単に）再び求まるのであるから……。

上式で

$$\left\{\begin{aligned} \Gamma_{kk'}(\omega) &= \widetilde{\Gamma}_k(\omega)\,A_{k'} \\ m_{k'} &= -\sum_{\ell} A_{\ell}^{*}\,A_{k'} \end{aligned}\right. \tag{2}$$

と云う形の解が，factor S(s+1) が無視できる時存在する。

$$-\xi_k A_k + (2n_k - 1)\,\varphi = 0 \tag{3}$$

を要求すると，(1) 式は

$$\left\{\begin{aligned} &\omega\widetilde{\Gamma}_k + \varphi^{*}\sum_{\ell} G_{k\ell} = 0 \\ &(\omega-\xi_{k'})\,G_{kk'} + \varphi\,\widetilde{\Gamma}_k = \frac{1}{2\pi}\,\delta_{kk'} \end{aligned}\right. \tag{4}$$

$$\left(\varphi \equiv \frac{J}{2N}\sum_{k} A_k\right)$$

となる。これは簡単に解けて

$$\left\{\begin{aligned} \sum_{k'} G_{kk'} &= \frac{1}{2\pi}\,\frac{1}{\omega-\xi_k}\cdot\frac{\omega}{\omega+i\pi\rho|\varphi|^2} \\ \widetilde{\Gamma}_k &= -\frac{1}{2\pi}\,\frac{1}{\omega-\xi_k}\cdot\frac{\varphi^{*}}{\omega+i\pi\rho|\varphi|^2} \end{aligned}\right. \tag{5}$$

を得る。解 (5) が (3) を満たしていることは spectral theorem から A_k，n_k を計算すると容易にわかる。念のためにその tneorem を書いておくと，

$$\left\{\begin{aligned} n_k &= \int_{-\infty}^{\infty}\Big\{-2\,\mathrm{Im}\sum_{k'} G_{kk'}(\omega)\Big\}\,f(\omega)\,d\omega \\ A_{\ell}^{*} &= \int_{-\infty}^{\infty}\Big\{+4\,\mathrm{Im}\,\widetilde{\Gamma}_{\ell}(\omega)\Big\}\,f(\omega)\,d\omega \end{aligned}\right. \tag{6}$$

Nagaoka と同じ，quasi－bound state の形成による系のエネルギーの下がり；

$$\triangle E = -\frac{1}{\pi} D\exp\left[-\frac{1}{2|J|\rho_1}\right] \tag{7}$$

および帯磁率等々，Nagaoka とまったく同じ結果が出てくる。ただ，ここで(5)では，極の位置について，だれが下半面にしか現れない様になっていることに注意したい。

この様に，異常グリーン関数がもし存在すれば，Nagaoka の取扱いで quasi－bound state が１体グリーン関数の極として表現されていることも頷ける様に思われる。以上の事実は単なる偶然であろうか。

文　　献

1)　Y. Nagaoka. Phys. Rev. 138 (1965) A1112. Prog. Theor. Phys. 37 (1967), 13.

2)　P. E. Bloomfield and D. R. Hamann. preprint.

3)　たとえば，I. A. Campbell et al. Phys. Rev. Letters 19 (1967) 1319.

追　記

1)　ここまでを投稿したところから，上の取扱いは Takano － Ogawa (T－O)[4] と同じかという疑問が出されました。無用の混乱を避けるために（"s－d"の問題の進展は時々可逆的になりますから）付加えておきますと，上の(1) ― (7)は Nagaoka の取扱いとまったくの parallelism になっています。Nagaoka と T－O の結果が異なることは１・２年前の「物性研究」での手紙のやりとりおよび筆者の Note[5] を見れば明かです。したがって，上記のものは T－O と関係がありません。

2)　これもまた投稿後，注意されて Abrikosov の論文[6]に気がつきました。Abrikosov は explicit に不純物スピンと伝導電子の異常グリーン関数の存在と形を仮定して，負の J に対してエネルギーの下がり(7)が出ることを示しています。この取扱いで，スピンの quenching と（同じことであるが）

異常比熱を同様に導き出せるか否かは興味のある問題である。

(12月24日)

4) F. Takano and T. Ogawa, Prog. Theor. Phys. 35 (1966), 343.

5) Y. Kurata, Prog. Theor. Phys. 36 (1966), 1068.

6) A. A. Abrikosov, JETF 53 (1967), 1078.