氏　　　名	上江洌　達　也（うえず　たつや）
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	理　博　第　827　号
学位授与の日付	昭和58年11月24日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科・専攻	理学研究科物理学第一専攻
学位論文題目	力学系におけるカオスへ至る分岐と位相構造
論文調査委員	（主　査）教　授　富田和久　　教　授　松原武生　　教　授　恒藤敏彦

論　文　内　容　の　要　旨

小数自由度に関する常微分方程式の解が本質的な複雑化を示す‘カオス’現象を従来行われていない位相論的な面から記述することが本論文の目的である。

対流の模型としてモード数を3に落したローレンツ模型がカオスを示すことは著明であるが，このカオスが周期的外力に対して示す応答を詳細に調べたことがこの論文の基礎をなしている。論文内容の第1は，カオスに到る径路の分類であり，第2は，諸種の分岐に伴う軌道の位相的特徴の記述とその理解を助ける理論的考察である。

Ⅰ．カオスにいたる径路の研究。

上述のローレンツ模型は，

$$\frac{dx}{dt}=-\sigma(x-y),$$

$$\frac{dy}{dt}=rx-y-xz, \tag{1}$$

$$\frac{dz}{dt}=xy-bz+A\cos Bt,$$

で与えられるが，解の3次元的写像表示（stroboscopy）についてA，Bのみを変化させて調べた相図はかなり複雑であり，その代りに種々の異なる型のカオスへの径路をみることが出来た。

(1)　非対称 limit cycle→一連の倍周期分岐→非対称カオス→対称カオス

この場合には2次元の Hénon-Heiles 系との類似が見出されている。

(2)　対称 limit cycle→homoclinic 条件→対称カオス（間欠性）

(3)　非対称 limit cycle→heteroclinic条件→対称カオス（間欠性）

結果として生ずるカオスは間欠的であるが，(2)，(3)の機構は，従来，間欠性発生の機構として考えられていた。saddle-node 合体の機構とは明らかに異なるものであり，申請者が新たに指摘したものである。

以上の分類に

(4) トーラス (quasiperiodicity)→カオス

の径路を加えれば，一般的に通用する径路の分類になるものと考えられる。

Ⅱ. 諸種の分岐に伴う流れの位相論的な性格の移行。

力学系の解の位相論的な特徴づけ自体，ある意味で前例の少ない新しい研究分野である。

この様な目的で申請者がとり上げる量として‘結び目型’と‘リンク数’とがある。

A） 一つの閉軌道を特徴づける‘結び目型’(knot type)

B） 二つの閉軌道 c_1，c_2 の絡み合いを規定する‘リンク数’(linking index) $L(c_1, c_2)$

これは

$$L(c_1, c_2) = -\frac{1}{4\pi}\iint_{c_1 c_2} \frac{(\vec{r_2}-\vec{r_1},\ \vec{dr_1}\times\vec{dr_2})}{\|\vec{r_1}-\vec{r_2}\|} \quad \text{(Gauss 方式)}$$

で定義される。

次に，分岐に伴う変化を論ずるために，

c_1＝着目する軌道（不安定化の主体）$x_0(t)$

ととり，この軌道の近傍の流れを

$$x_{i\zeta} \equiv \{\vec{x_0}(t) + \zeta\vec{v_i}\ (t);\ 0 \leq t \leq 2T\}$$

（ここに $\zeta \ll 1$，$\vec{v_i}(t)$ は規格化した固有ベクトル）

とすれば，x_0 に対するその近傍の流れの関係は，‘ねじれ数’(torsion number)

$$n_i = \frac{1}{2}L(x_0,\ x_{i\zeta}),$$

又は‘相対的ねじれ数’r_i であらわされる。

申請者は，以上の諸量を計算機を用いて徹底的に評価し，これらに基づいて分岐を通じての‘結び目型’及び‘ねじれ数’の移行を詳細に求めた。

これに加えて，軌道とその近傍の位相構造の変化を簡単な仮定に基づいて扱う理論的な考察を行い，上記のシミュレーションの結果とよく一致する結果を得たのである。

論文審査の結果の要旨

力学系における解軌道の再帰的振舞が本質的に複雑化する現象としての‘カオス’は，近時，活潑な研究の対象となっているが，その研究の多くは測度論的諸量―例えば，時間変化の特徴を示す，軌道の離隔率としてのLiapunov 数，エントロピーの発生率 (Kolmogorov-Sinai のエントロピー)，また不変集合の分数次元 (Haussdorff次元) ―を用いて‘カオス’を特徴づけようとするものである。

この様な事態の下において，申請者は，従来欠けていた面として，位相的側面に着目し，‘カオス’状態における軌道の形やその近傍との連結情況を位相論的に特徴づけることを行った。この着眼は，極めて新鮮であり，今後の‘カオス’の研究に対して大きな刺戟を与える先駆的な労作とみられる。

参考論文は，本論文と密接な関係があり，この方面の研究に対する申請者の温蓄を示すものである。

以上の諸点の考察により，申請者の本論文は，理学博士の学位に値するものと認める。

なお，主論文及び参考論文に報告されている研究業績を中心とし，これに関連した研究分野について試問した結果，合格と認めた。