

氏 名 片 山 真 一
かた やま しん いち
 学位の種類 理 学 博 士
 学位記番号 理 博 第 918 号
 学位授与の日付 昭 和 60 年 7 月 23 日
 学位授与の要件 学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
 研究科・専攻 理 学 研 究 科 数 学 専 攻
 学位論文題目 A Theorem on the Cohomology of Groups and some
 Arithmetical Applications
 (群のコホモロジーに関する一定理とその数論への応用)

論文調査委員 (主 査)
 教 授 土 方 弘 明 教 授 永 田 雅 宣 教 授 池 部 晃 生

論 文 内 容 の 要 旨

K を有限次代数体, J_K を K のイデール群, $C_K=J_K/K^*$ をそのイデール類群とする。
 類体論算術化の過程に於て, Tate は J_K および C_K のガロワコホモロジー群を決定した。類体論の帰着として, K の最大アーベル拡大の K 上のガロワ群は C_K をその連結成分 D_K で割って得られる剰余群 C_K/D_K と同型である。最近の研究(例えば吉田敬之による)に於て, C_K/D_K 自身のガロワコホモロジーを知る必要が生じた。申請者は参考論文(1)に於て, 複雑な計算の末, C_K/D_K のガロワコホモロジー群, $H^p(G, C_K/D_K)$ を $p \geq 0$ に対して決定した。

申請論文に於て, 申請者は, 上記 Tate の結果, 中山正による高次元(トーラス群)への拡張, 及片山(1)の結果を(重要な部分は)全て含包する統一的方法を示した。

着想は原理的には単純で, 次のような短完全系列よりなる 3×3 図形を考える:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & 0 & & 0 & & 0 & \\
 & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\
 0 & \rightarrow & A_1 & \rightarrow & A_2 & \rightarrow & A_3 \rightarrow 0 \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 0 & \rightarrow & B_1 & \rightarrow & B_2 & \rightarrow & B_3 \rightarrow 0 \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 0 & \rightarrow & C_1 & \rightarrow & C_2 & \rightarrow & C_3 \rightarrow 0 \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 & & 0 & & 0 & & 0
 \end{array}$$

この9つのG加群のうち, 2つがコホモロジカルに自明である場合, コホモロジー群の間に同型関係が得られる場合がある。そのような場合(本質的には, 7通りの場合がある)を全て尽し, 上記の今迄に得られた結果は全て, その特殊な場合となっていることを示した。従って諸結果の証明の本質的部分は, 問題の加群に対して適当な自明加群(例えば, アルティンの分解群)を見出して, それを上の 3×3 図形に埋めこむことにあるわけである。

結果は明快であるが、証明及応用に際しては、却々微妙な点を含む、応用も広く、十分評価できる結果である。

論文審査の結果の要旨

申請論文は、申請者自身による重要な結果（参考論文(1)）の複雑な証明を一般化し、見通しのよい証明を与えると同時に、従来整数論に於て重要と考えられていた且つ証明の困難な諸結果が、殆んど全て、基本的に同一な手法によって得られることを示したものである。この結果は応用も広く、評価できるものである。また Mapping cone の手法を用いることにより、更に自然で、応用のより広い形に発展することも期待されている。

また、申請者はトーラスの玉河数に関する、小野孝氏の予想を解決（参考論文(3)）するなど、コホモロジー論の応用面でも、力量を示している。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。

なお、主論文及び参考論文に報告されている研究業績を中心とし、これに関連した研究分野について試問した結果、合格と認めた。