氏　　　名	竹(たけ)　井(い)　義(よし)　次(つぐ)
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	理　博　第 1233 号
学位授与の日付	平成 2 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 1 項該当
研究科・専攻	理学研究科数学専攻
学位論文題目	THE GEOMETRY OF BICHARACTERISTICS AND THE GLOBAL EXISTENCE OF HOLOMORPHIC SOLUTIONS OF SYSTEMS OF LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS （陪特性体の幾何と線型偏微分方程式系の正則解の大域的存在について）
論文調査委員	（主　査） 教 授 岩崎敷久　　教 授 池部晃生　　教 授 西田孝明

論　文　内　容　の　要　旨

n 次元複素空間の有界強擬凸領域において，未知函数一個の正則係数線型偏微分方程式系 m を考え，その大域的可解性を正則函数の枠内で考察している。

この方面の仕事のうち，H. Suzuki と T. Kawai のものを対比させつつ，方程式系 m の幾何的構造と領域との関係を論じている。

正則函数解を考えることは，m の他に更に，Cauchy-Riemann 方程式系を連立させていると考えるのが，偏微分方程式論の立場から自然な発想である。この過剰決定系は，実 2n 次元空間上の楕円型方程式系になる。このことより，申請者，竹井義次は，Kashiwara-Kawai の楕円型境界値問題に関する研究，Kawai による大域的可解性に関する考察を参考にし，領域の境界上に自然に導入できる接方程式系の一般化 Levi 形式が正定値であるならば，与えられた方程式系 m は正則函数の枠内で大域的に可解であると主張し，この一般化 Levi 形式の分解定理を証明，Levi 形式の正定値性の持つ幾何的な意味と，もとの方程式系 m の陪特性体との関係を明確にすると共に，大域的可解性が成立するための十分条件を与えている。

与えられた系 m の接方程式系の特性点の各点 z_0 で，m の陪特性形式と呼ぶ部分，B_{z_0} を定義し，B_{z_0} が非退化のとき，一般化 Levi 形式はこの B_{z_0} と，特性体に横断的な面で複素構造から来る Levi 形式とに分解可能である，という点が申請者の主張する所である。特に B_{z_0} が正定値であることと領域が z_0 において m の陪特性体に関して凸であることは同値であり，又一般化 Levi 形式に正定値性とも，残りの部分の正定値性をつけ加えることで，同値であることを示している。

この，申請者による，分解定理と Kawai による定理を組合せると，次の主結果となる。

定理．接方程式系の特性点上の各点で，(1)領域は方程式系 m の陪特性体に関して凸である，(2) m の特性体に横断的な面上で強擬凸である，が成り立つならば，任意の整数 j≧1 について，$\mathrm{Ext}^j_D(\Omega\,;\mathfrak{m},\mathcal{O})$

は有限次元である。特に方程式系 m は自然な適合条件の下で余次元有限となる。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

偏微分方程式の大域的可解性に関しては，Malgrange の定数係数方程式に関する凸領域での可解性を初めとして，偏微方程式論の大きなテーマの一つである。

定数係数の場合かなり精密な結果を得ているが，一般の変係数の方程式に対する決定的な結論は未だ出来ていない。申請者，竹井義次の研究は，特に正則解の大域的存在に主眼点をおいて，この問題に取り組んだものである。

方程式が単独の場合に比較的多くの仕事があり，本論文と強く関連するものとしては，Suzuki が非常に特殊な場合を，くわしく調べ，Pallu de la Barriere や Trepreau が単純特性的な方程式の場合に正則解の存在と一般化 Levi 形式との関係を具体的に調べている。本論文は，これらの仕事を発展させたものと見ることができる。具体的な過剰決定系の一つである Cauchy-Riemann 方程式は多変数函数論における正則領域の問題と関連づけられ，Lewy により，Tangential Cauchy-Riemann 方程式の可解性及び Levi 形式の正値性との関係が注意されるに致って，この問題が微分方程式論の立場から研究され，Hörmander や Kohn-Stein らにより解答が与えられている。これに関連した，Sato，Kashiwara，Kawai らによる楕円型方程式系に関する一般化 Levi 形式の局所可解性と大域的可解性との関係についての代数解析的方法による研究に，申請者は注目し，局所可解性の十分条件の一つである正定値性をより具体的に解析，与えられた方程式系の大域的可解性を与える十分条件を方程式の持つ幾何的構造と領域との関係を明確にする表現で与えることに成功した。適当な条件下では，一般化 Levi 形式が与えられた方程式系に関連した部分と，もともとの解の正則性に関した部分とに完全に分解出来ることを示すことにより，C^{∞}-函数族での可解性に関する Duistermart-Hörmander の研究と同じく，正則函数解の存在においても，又過剰決定系においても領域が方程式系の陪特性体に対して凸であることが重要な条件であることを明らかにした点は注目される。さらに，注目すべき点は，今日まで，変係数過剰決定系に関して，この種の研究は少なく，より複雑な構造を持つ方程式系への研究の可能性を示している点である。

以上のように，申請者は主論文において，方程式系の可解性条件を与えるにあたり，方程式系と領域とのより具体的かつ直接的な関係を明確にしたこと及び，変係数過剰決定系への可能性を示したことにより，この方面の研究発展に寄与するところ大であると認められる。よって，本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。

なお，本論文及び参考論文に報告されている研究業績を中心として，これに関連した分野について試問した結果，合格と認めた。