氏　　　名	浅　川　嗣　彦（あさ　かわ　つぐ　ひこ）
学位(専攻分野)	博　士（理　学）
学位記番号	理　博　第 2281 号
学位授与の日付	平成 13 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
研究科・専攻	理学研究科物理学・宇宙物理学専攻
学位論文題目	非可換幾何としての変形量子化と，非可換ゲージ理論
論文調査委員	(主　査) 教授 九後太一　教授 川合　光　教授 二宮正夫

論　文　内　容　の　要　旨

定数の反対称テンソルゲージ場（B 場）と計量が背景にあるときの open string 理論において，D-brane の有効作用は非可換空間上の場の理論になることが知られている。ここで B 場の存在が，場の積を通常の可換積からいわゆる Moyal-Weyl 積という非可換積に変化させる役割をしている。このような Moyal-Weyl 積を持つ空間上のゲージ理論は，一般に noncommutative gauge theory（非可換ゲージ理論）と呼ばれている。より一般の定数でない背景の場合についても，何らかの非可換性が現れることが期待されるが，現状ではよくわかっていない。

この Moyal-Weyl 積は元々古典力学における位相空間が Euclid 空間の場合の変形量子化で現れたものであるが，その後，任意の symplectic 多様体の変形量子化に対してより一般的な＊積と呼ばれる非可換積に拡張された。この＊積を時空の非可換性と再解釈することで，Moyal-Weyl 積のように単純な非可換ゲージ理論を，より一般の非可換ゲージ理論に拡張するというアイデアは既にあった。これは string 理論では，一般の B 場背景中で，かつ曲がった D-brane の有効理論に対応すると期待されるものである。しかしこの場合に実際に非可換ゲージ場をどう定義するかを示したものはこれまで無かった。申請者は，申請論文において，変形量子化で得られるクラスの非可換空間上のゲージ理論の一般論について考察し，一般の非可換ゲージ場の概念を初めて提示した。

具体的には，任意の symplectic 多様体Mを時空とし，Fedosov の変形量子化の手法による＊積の構成を用いた。その基本的な処方は以下の通りである。多様体Mの tangent bundle TM の各 fiber は Euclid 空間であるため，Moyal-Weyl 積の入った Weyl 代数に変形することができる。それらを束ねた fiber bundle（Weyl bundle W）を考え，その上の一般の接続（Weyl 接続 $\mathscr{D}$）のうち，Abelian 接続Dと呼ばれる一種の平坦接続で fiber 同士のつながり方を指定する。このとき，Dに関して flat な section 全体 W_D が関数空間 $C^\infty(M)[[\hbar]]$ と 1 対 1 に対応しているため，flat section の間の fiberwise な Moyal 積を通して関数空間に＊積が大域的に定義されることになる。この処方は出発点の TM を拡張して gauge bundle の構造を含むものにも容易に拡張でき（これは複数枚の D-brane に相当する），その場合，非可換ゲージ理論を与える枠組となる。

申請論文では，この Weyl bundle W の自己同型写像全体を詳しく調べ，fiberwise な自己同型写像が無限次元のゲージ変換（Weyl ゲージ変換）として理解でき，上述の Weyl 接続 $\mathscr{D}$ が正にこの Weyl ゲージ変換に対応するゲージ場であることを示した。また，この変換が二つの異なる flat sections の空間の間の同型対応を導くことも示すことができるが，これは異なる＊積を持つ非可換空間同士が互いに Weyl ゲージ変換で移り合うことを意味している。更にこのような Weyl ゲージ変換全体の中で特に，1 つの flat section の代数 W_D を保つゲージ変換，つまり＊積を保存するようなゲージ変換が非可換ゲージ変換であることを明らかにした。従って，対応する非可換ゲージ場は，Weyl ゲージ場の適当な制限によって得られることになる。その制限は，Weyl 接続 $\mathscr{D}$ が W_D（の微分代数的拡張）の graded derivation であれという条件で表現される。申請論文では具体的にその条件を満たす非可換ゲージ場を構成した。実際局所的には，非可換版の正準座標を用いた表示を

とると良く知られた形の非可換ゲージ変換性をこの非可換ゲージ場が持つことを示している。

またこの理論の直接の結果として，ゲージ同値性の起源も説明することができた。Moyal-Weyl積の非可換ゲージ理論の場合，それと等価な可換なゲージ理論があることが指摘されていたが，そこで両者のゲージ場の関係をつけるために仮定されたのがゲージ同値性である。申請者の観点からは，それは単に異なる$*$積を持つ関数空間における非可換ゲージ場の関係，即ちWeylゲージ変換に過ぎないことがわかる。申請者は先に参考論文2において，ゲージ同値性を満たすゲージ場の関係は一意に求まるものではなく一般に不定性があることを示していたが，その不定性も同様にWeylゲージ変換の非可換性に原因があることが明らかになった。

論文審査の結果の要旨

Open string理論において，定数の反対称テンソルゲージ場（B場）と計量が背景場にあるとき，D-braneの有効作用が非可換空間上の場の理論になることが知られている。ゼロでないB場があると，場の積が通常の可換積からいわゆるMoyal-Weyl積という非可換積に変化する。このようなMoyal-Weyl積を持つ空間上のゲージ理論は，一般にnoncommutative gauge theory（非可換ゲージ理論）と呼ばれている。

このMoyal-Weyl積は元々，古典力学における位相空間がEuclid空間の場合の変形量子化で現れたものであるが，その後，任意のsymplectic多様体の変形量子化に対しては一般に$*$積と呼ばれる非可換積に拡張されていた。string理論で，一般の定数でないB場背景中で，かつ曲がったD-brane有効理論に対応したより一般の非可換ゲージ理論を作るため，この$*$積を利用するというアイデアは既にあったが，その場合に実際に非可換ゲージ場をどう定義するのかを具体的に示したものはこれまで無かった。申請者は，申請論文において，変形量子化で得られるクラスの非可換空間上のゲージ理論の一般論について考察し，一般の非可換ゲージ場の概念を初めて提示した。

具体的には，任意のsymplectic多様体Mを時空とし，Fedosovの変形量子化の手法による$*$積の構成を用いた。その基本的な処方は以下の通りである。多様体Mの tangent bundle TMの各fiberはEuclid空間であるため，Moyal-Weyl積の入ったWeyl代数に変形することができる。それらを束ねたfiber bundle（Weyl bundle W）を考え，その上の一般の接続（Weyl接続$\mathscr{D}$）のうち，Abelian接続Dと呼ばれる一種の平坦接続でfiber同士のつながり方を指定する。このとき，Dに関してflatなsection全体W_Dが関数空間$C^\infty(M)[[\hbar]]$と1対1に対応しているため，flat sectionの間のfiberwiseなMoyal積を通して関数空間に$*$積が大域的に定義されることになる。この処方は出発点のTMを拡張してgauge bundleの構造を含むものにも容易に拡張でき（これは複数枚のD-braneに相当する），その場合，非可換ゲージ理論を与える枠組となる。

申請論文では，このWeyl bundle Wの自己同型写像全体を詳しく調べ，fiberwiseな自己同型写像が無限次元のゲージ変換（Weylゲージ変換）として理解でき，上述のWeyl接続$\mathscr{D}$が正にこのWeylゲージ変換に対応するゲージ場であることを示した。また，この変換が二つの異なるflat sectionsの空間の間の同型対応を導くことも示すことができるが，これは異なる$*$積を持つ非可換空間同士が互いにWeylゲージ変換で移り合うことを意味している。更にこのようなWeylゲージ変換全体の中で特に，1つのflat sectionの代数W_Dを保つゲージ変換，つまり$*$積を保存するようなゲージ変換が非可換ゲージ変換である，と結論付けた。従って，対応する非可換ゲージ場は，Weylゲージ場の適当な制限によって得られることになる。その制限は，Weyl接続$\mathscr{D}$がW_D（の微分代数的拡張）のgraded derivationであれという条件で表現される。申請論文では具体的にその条件を満たす非可換ゲージ場を構成している。まとめると，$*$積という非可換性と，その積が入った関数空間の上で定義される非可換ゲージ場の両者が共に，Weyl bundleのゲージ理論の自由度の一部として統一的に記述されるという描像が得られたのである。

またこの理論の直接の結果としてゲージ同値性の起源も説明することができた。Moyal-Weyl積の簡単な非可換ゲージ理論の場合，それと等価な可換なゲージ理論があることが指摘されていたが，そこで両者のゲージ場の関係をつけるために仮定されたのがゲージ同値性である。申請者の観点からは，それは単に異なる$*$積を持つ関数空間における非可換ゲージ場の関係，即ちWeylゲージ変換に過ぎないことを指摘した。申請者は先に参考論文2において，ゲージ同値性を満たすゲージ場の関係は一意に求まるものではなく一般に不定性があることを示していたが，その不定性も同様にWeylゲージ変換の非可換性に原因があることが明らかになる。

以上のように，申請者は申請論文において，広いクラスの非可換空間とその非可換空間上のゲージ理論を統一的に記述する新しい定式化を与えることに成功している。よって，本申請論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。

平成13年１月16日，主論文および参考論文に報告されている研究業績を中心として，これに関連した研究分野について口頭試問した結果，合格と認めた。