

氏名	笠井琢美 かさ い たく み
学位の種類	理学博士
学位記番号	論理博第563号
学位授与の日付	昭和52年3月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	<b>Computational complexity of multitape Turing machines and Random Access Machines</b> (多テープ・チューリング機とランダムアクセス機の計算量の比較)
論文調査委員	(主査) 教授 高須 達 教授 一松 信 教授 伊藤 清

## 論文内容の要旨

本申請論文では、アルゴリズムに関する計算量の理論の展開に必要な、計算機の数学的模型として新たに step machine と呼ばれる模型を提案し、Turing machine, random access machine 等従来から取扱われてきたいくつかの数学的模型との計算量に関する能力比較を組織的に行ない、結果として、Turing machine と random access machine との計算量に関する能力比較についての、Cook-Ullman の予想を解決している。

申請論文の§1では、模型間の一般論を展開するために計算機模型なる概念と、計算機模型間の、 $f(n)$ -時間変換可能性という概念を導入している。模型  $M_1$  が模型  $M_2$  に  $f(n)$ -時間変換可能であるとは  $M_1$  の任意のプログラム  $P_1$  に対して  $P_1$  と同じ関数を計算する時間量が  $f(t_{P_1}(x))$  以下の  $M_2$  のプログラムが存在することである。ここで  $t_{P_1}(x)$  は入力  $x$  に対する  $P_1$  の(所要)時間量である。

§2および§3では random access machine, step machine などの模型を定義しその基本性質を論じている。§4では random access machine が step machine に  $n$ -時間変換可能であることを示している。

§5ではどんな  $\epsilon > 0$  に対しても step machine が Turing machine に  $n^{2-\epsilon}$ -時間変換可能でないことを示している。そのために、step machine の時間的優越性を示すような関数  $f: X \rightarrow Y$  を構成しそれを計算する step machine プログラムを作成しており、さらに、入力の長さを  $n$  とするときこのプログラムが  $n$  時間で計算できることと、 $f$  を計算するどんな Turing machine も無限に多くの入力に対して  $n^2/\log n$  時間以上かかることを示し、結果として、step machine が Turing machine に  $f(n)$ -時間変換可能であるとすると、 $\sup_{n \rightarrow \infty} f(n) \log n/n^2 > 0$  が証明される。また、§3で step machine が random access machine に  $n \log n$ -時間変換可能であることがいえているので、上記の結果と合わせて、random access machine が Turing machine に  $f(n)$ -時間変換可能であるとすると  $\sup_{n \rightarrow \infty} f(n)(\log n)^3/n^2 > 0$  が成立するという結果が得られて、Cook-Ullman の予想に対する答が得られる。

§6では有限個のレジスタしかもたない random access machine と Turing machine の能力比較が行

なわれている。

§7では本論文で得られた結果を表にまとめてあり、本論文で考察した計算機模型がすべて step machine に  $n$ -時間変換可能であり、時間量の下界を研究するには step machine が最も適していること、また逆に step machine は random access machine に  $n \log n$ -時間変換可能であるから能力においてほとんど同等とみてよいが、step machine の基本演算が  $+1$ 、 $-1$  と判定  $=0$  ? だけであるから、理論的性質を調べるに step machine の方が適していることの2点を指摘している。

### 論文審査の結果の要旨

本申請論文では、アルゴリズムに関する計算量の理論の展開に必要な、計算機の数学的模型として新たに step machine と呼ばれる模型を提案し、従来から取扱われてきた数学的模型である Turing machine および random access machine の計算量に関する能力比較の問題 (Cook-Ullman の予想) をこの新しい模型を介在させることによって解決している。

従来の計算量の理論では、計算機の数学的模型として、複数個の無限に長いテープの上に、有限種類の記号を読み書きすることのできる記憶容量有限の機械がテープ上を移動して計算を行なう Turing machine と呼ばれる模型、および、それよりも現実の電子計算機に近い模型として、無限個のレジスタを持ち、各レジスタの内容の読み書きは互に同じ速さで行なえるような機械としての random access machine と呼ばれる模型が提案されており、アルゴリズムの計算量の理論では、それらの模型に関する所要ステップ数としての時間量、および、計算の途上において使用した記憶容量の2種類の量を評価することを目的としている。このような理論の展開にあたって、これら二つの模型の計算量に関する差が問題となる。1972年に、S. A. Cook は random access machine の基本演算に重み付けを行った体系の下で、それと Turing machine とは時間量について、高々2乗の差しかないことを示した。すなわち、関数  $f: X \rightarrow Y$  を計算する任意の random access machine のプログラム  $P$  の時間量  $t_P: X \rightarrow N$  に対し、 $f$  を計算する Turing machine  $M$  が存在して、その時間量  $t_M: X \rightarrow N$  について  $t_M(x) < c \cdot t_P^2(x)$  が成立していることを Cook が示した。これに対して、申請論文では、step machine という新しい模型を中間に介在させて、こういった模型同志の能力差の比較を組織的に行なうことによって、Turing machine と random access machine との2乗の差が改善できないことを示した。すなわち random access machine のプログラム  $P$  が存在し、 $P$  と同じ関数を計算する任意の Turing machine  $M$  について  $t_M(x) \geq (t_P(x))^2 / (\log_2 t_P(x))^3$  が無限個の入力  $x$  について成立するプログラム  $P$  の存在を示した。この問題の難しさは、この答を与える関数の発見と、この関数を計算する効率のよい step machine のプログラムの作製、および、そのプログラムを random access machine のプログラムに変換したときの時間量の評価、さらに  $f$  を計算する任意の Turing machine に対し実際に上記のような時間的優越性が成立することを示すことにあり、step machine という有用な模型の提示と共に、この問題の解決は申請者のアルゴリズムに対する卓越した洞察力と独創性を遺憾なく示したものと考えられる。

なお参考論文の9篇はいずれも数理言語学およびオートマトン理論に関するもので総合報告3篇を除く6篇はいずれも独創性の富むものである。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。