

氏 名	伊 東 惠 一
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	理 博 第 503 号
学位授与の日付	昭 和 53 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	理 学 研 究 科 物 理 学 第 二 専 攻
学位論文題目	Canonical Linear Transformation on Fock Space with an Indefinite Metric (不定計量をそなえた Fock 空間上の正準一次変換について)

(主査)
論文調査委員 教 授 荒木不二洋 教 授 田 中 正 教 授 町 田 茂

論 文 内 容 の 要 旨

量子化された場の模型の構成は通常正準交換関係をみたす作用素値超関数（正準場とよばれる）を使って行なわれる。正準交換関係を保存する正準場の実線形変換は正準線形変換とよばれる。それがユニタリ変換で実現されるかどうかは、場の数学的性質を調べるうえ重要なので、正準場のフォック表現における正準線形変換のユニタリ実現性の完全条件は、通常の正定値計量のヒルベルト空間についてよく知られている。

他方量子電磁力学の記述には不定計量のヒルベルト空間が使用される。この場合にも正準線形変換の実現性を論ずる必要が生じるが、それについての数学的に厳密な解析は今までなされていなかった。申請者はこの問題を不定計量のフォック表現で詳細に論じている。

不定計量のヒルベルト空間においてユニタリ作用素に相当するものは、不定計量を保存する全単射（従って有界線形作用素）であるが、そのような作用素で正準線形変換が実現できる場合を、申請者はユニタリ実現可能と名付け、それが正定値計量フォック空間上の正準線形変換のユニタリ実現性に帰着できる特殊な場合だけに限られ、従って一般には非有界作用素による実現性を考えざるを得ないことをまず示している。(定理11)

そつで申請者は、不定計量を保存し、フォック真空を含む稠密領域で定義された作用素で正準線形変換が実現できる場合を、弱ユニタリ実現可能と名付け、その必要条件として、正準線形変換の複素反線形部分がヒルベルト・シュミット型であり、複素線形部分とその不定計量に関する共役作用素との積のスペクトルが0および負の実数を含まないことを得ている。(定理12) 正定値計量の場合はこの第1の条件が完全条件であったのに反して、不定計量の場合は第2の条件が新しく得られている。

この必要条件をみたす正準線形変換は、有限次元の場合2個の不定計量についてのユニタリ作用素と、申請者が一般化されたスケーリングと名付ける型の変換の積に分解され、無限次元の場合にも、同様の分解がある条件のもとでは得られる。(補助定理6, 定理7) ユニタリ正準線形変換の弱ユニタリ実現

性は明自なので、申請者はつぎに一般化されたスケーリングの弱ユニタリ実現性を論じ、必要条件としては自乗のエルミト部のスペクトルが非負であること（定理27）、十分条件としては上述の必要条件に加えて、自乗のエルミト部のスペクトルが正であること（定理13）を得ている。

申請者はさらに以上の一般論を2次元時空のベクトル場の簡単な模型に適用して、ハミルトニアンに対角化のための正準線形変換および時間発展を記述する正準線形変換のユニタリ実現性および弱ユニタリ実現性を、空間および運動量のカットオフがある場合と、カットオフ無限大の極限について論じている。

なお、参考論文1は素粒子実験データのある定性的傾向についての理論、参考論文6は統計力学や構成的場の理論に使われる不等式についての数学的コメント、他の参考論文7編は不定計量をもつ場の理論に関するものである。

論文審査の結果の要旨

場の理論の模型について、双2次形式のハミルトニアンの対角化や、時間発展の記述に際して、正準線形変換が使われ、模型の定義されるヒルベルト空間が関与する解析に、これらの変換のユニタリ実現性が1つの論点となるため、その必要十分条件が、正定値計量のヒルベルト空間の場合によく知られている。しかし、量子電磁力学などの応用例では、不定計量のヒルベルト空間を考える必要が生じ、その場合のユニタリ実現性についての数学的な解析は、今までなされていなかった。

申請者は、可換フォン・ノイマン環の抽象的な L_p 評価などの函数解析的方法を駆使して、この問題を詳細に解析し、正定値計量の場合よりはるかに複雑な様相を呈することを明らかにするとともに、場の理論の具体的模型の解析に有用な諸結果を導いている。

本論文は、不定計量のヒルベルト空間の函数解析的な解析に興味ある示唆を与えるとともに、量子電磁力学など、不定計量のヒルベルト空間上の場の理論の解析に有用な結果を与えたものとして、重要な意義を有する。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。