KINETIC ISING MODEL の一つのとり扱かい

間々田博司，高野文彦（東教大）

前に発表したIsing 系のstaticな性質を近似的にとり扱かう方法（物性研究vol 1 8，1 8 1 頁）を，Glauber modelに適用する。出発点はmaster eq

$$\frac{\partial}{\partial t} f(\sigma_1 \cdots \sigma_N; t) = -\sum_{j=1}^{N} \left[Wj(\sigma j) f(\sigma 1 \cdots\cdots \sigma_N; t) - Wj(-\sigma j) \right.$$

$$\left. \times f(\sigma 1 \cdots\cdots -\sigma j \cdots \sigma_N; t) \right], \quad \text{(1)}$$

$$Wj = \frac{\alpha}{2} \left[1 - \sigma j \tanh \beta H_j \right] \quad \text{(2)}$$

であるが，j番目のspinに働く有効磁場H_j は

$$H_j = H_j^{\circ} + \frac{J}{2} \sum_{\delta} \sigma_{j+\delta} \quad \text{(3)}$$

と書かれるはずである。ただしnearest neighbor interaction のみを考え，外から働く磁場をH_j^{o} とした。

(1)式は，fを用いての平均値$\langle \sigma_j \rangle$, $\langle \sigma_j \sigma_l \rangle$, ‥‥, $\langle \sigma_1 \sigma_2 \cdots\cdots \sigma_N \rangle$の連立方程式と同等であるが，ここではまず$\langle \sigma_j \rangle \equiv S_j$とnearest neighbour間のcorrelation $\langle \sigma_j \sigma_{j+\delta} \rangle \equiv u_{j,\delta}$だけを考える。それらに対する方程式は

$$\frac{\partial S_j}{\partial t} = -\alpha \left[S_j - \langle \tanh \beta H_j \rangle \right] \quad \text{(4)}$$

$$\frac{\partial u_{j,\delta}}{\partial t} = -\alpha \left[u_{j,\delta} - \frac{1}{2} \langle \sigma_{j+\delta} \tanh \beta H_{j+\sigma}{}^{j} \tanh \beta H_{j+\delta} \rangle \right]$$

となる。問題は$\langle \tanh \beta Hj \rangle$ などをどのように求めるかである。

S_j と $u_{j,\delta}$ かすべての j，δ に対して与えられたとき，1個の spin σ_j の確率分布，また2個のスピン σ_j, $\sigma_{j+\delta}$ のそれは，それぞれ

$$f_j(\sigma_j) = \frac{1}{2}(1+S_j\sigma_j) \quad \text{------------------} (5a)$$

$$f_{j,\delta}(\sigma_j, \sigma_{j+\delta}) = \frac{1}{4}(1+S_j\sigma_j+S_{j+\delta}\sigma_{j+\delta}+u_{j,\delta}\sigma_j\sigma_{j+\delta}) \quad \text{--} (5b)$$

と書けるはずである。$\langle \tanh \beta H_j \rangle$ などを S_j，と $u_{j\delta}$ だけか分っているという条件の下で求めるには次のようにする。
まず中心の spin σ_j を fixしておいて，周りのZ個の spin についての平均を求め，それを σ_j について平均する。すなわち，

$$\langle \tanh \beta H_j \rangle = \sum_{\sigma_j} f_j(\sigma_j) \langle \tanh \beta H_j \rangle_{\sigma_j}$$

$\langle \tanh \beta H_j \rangle_{\sigma_j}$ を計算するには，σ_j か与えられたとき，その nearest neighbour に対する条件確率 $f_{j\delta}(\sigma_j\sigma_{j+\delta})/f_j(\sigma_j)$ を使えばよい，すなわち，

$$\langle \tanh \beta H_j \rangle_{\sigma_j} = \sum_{\{\sigma_{j+\delta}\}} \tanh \beta \left(H_j^0 + \frac{J}{2}\sum_{\delta}\sigma_{j+\delta}\right) \cdot \prod_{\delta} \frac{f_{j,\delta}(\sigma_j, \sigma_{j+\delta})}{f_j(\sigma_j)}$$

こうして $\langle \tanh \beta H_j \rangle$ が S_j，$u_{j,\delta}$ の関数として表わされる。他の平均値 $\langle \sigma_{j+\delta} \tanh \beta H_j \rangle$ などについても同様であり，これを(4)式に入れれば S_j と $u_{j;\delta}$ の閉じた方程式が得られる。

この方程式からいろいろな結論か得られるが，(1)熱平衡の性質としては，Bethe 近似と完全に一致する。ただし $u_{j,\delta}=0$ と同様である。
(2) dynamical susceptibilify なども求められるか，結果は松平，又は鈴木・久保などのものと本質的に同じであり，細かい点で差が出るだけである。