Kinetic Ising Model

阿　部　竜　蔵（東大教養）

Ising スピンが熱源との相互作用によって方向を変えるという kinetic Ising Model を考察した。通常のMaster Equation[1)~5] を用い，外磁場が t＝o までかかりそれまで全体系は熱平衡にあるとし，t＝o で急に磁場をゼロにしたときの全磁化Mの応答を調べた。磁場が弱いとすればM(t)は

$$\frac{M(t)}{M(0)} = \frac{\langle M e^{-Lt} M \rangle}{\langle M^2 \rangle}$$

と表わされる。ただし，＜　＞は磁場がないときの熱平衡状態での平均を意味し，また演算子 L は

$$L f(S_1 \cdots\cdots S_N) = \sum_j \omega j \left[f(S_1, \cdots\cdots S_N) - f(S_1, \cdots\cdots, -S_j, \cdots\cdots S_N) \right]$$

で定義される。この式でWj はスピンのひっくり返る遷移確率で具体的な計算には

$$W j = (\alpha / 2) \left[1 - S j \ \mathrm{th}\left(\sum_K K_{jk} Sk \right) \right]$$

の表式を使った（$K_{jk} = J_{jk} / kT$）．時間が充分小さいと cumulant 展開を利用して

$$M(t)/M(0) = \exp(-t/\tau), \quad \tau = \langle M^2 \rangle / \langle M L M \rangle = \chi / \beta m^2 R$$

がえられる。ここでmはスピン1個あたりの磁気能率，R はTc でも正の定数で，したがって T_c に近づくと τ は帯磁率 χ と同程度で無限大になる。2次元で最近接相互作用の場合に計算したRの値を次表に示す。

	R/α
蜂の巣格子	$2/9 = 0.2222 \cdots$
正方格子	$(4/3\pi)(1-1/\pi) = 0.2893 \cdots\cdots$
三角格子	$\frac{428}{945} - \frac{43\sqrt{3}}{42\pi} + \frac{216}{35\pi^2} - \frac{114\sqrt{3}}{35\pi^3} = 0.3318 \cdots$

最近接格子点の数か多い程Rか大きいのは物理的に当然である。因みに，分子場的な近似を用いるとR／αは1になる。

蜂の巣格子は構造か簡単なので次の項まで計算かできる。その結果は$\chi(\omega)$のhigh frequency limit を求めることと同等でTc において

$$\chi(\omega)=m^2\beta \quad \frac{2\alpha}{qi\omega}+\left(\frac{2}{9}\frac{28}{243\ 3}-\frac{32}{81\pi}\right)\frac{\alpha^2}{\omega^2}+\cdots$$

の式かえられる。これから分るように$\omega\gg\alpha$ではScaling lawか成立しない。しかし，逆に$\omega\ll\alpha$の極限ではこの法則かなりたつ可能性かある。その点については現在考察中である。以上の計算中，蜂の巣格子と三角格子の結果は波田野彰氏との共同研究によるものである。

1) R. J. Glauber , J. Math. Phys. 4 (1963), 294
2) K. Kawasaki, phys. Rev. 145 (1966), 224; 148 (1966), 375; 150 (1966), 285.
3) N. Matsudaira , Canad. J. Phys. 45 (1967), 2091; J. Phys Soc. Japan 23 (1967), 232.
4) K. Kawasahi and T. Yamada prog. Theor. phys. 39 (1968), 1.
5) M. Suzuhi and R. Kubo, J. Phys, Soc. Japan 24 (1968), 51.