

物性研究所短期研究会

「1°K以下の生成とその温度域での物理」

昭和44年6月26, 27日

東京大学物性研究所

1°K以下の問題についてはすでに10年ほど前に Adiabatic demagnetization,  $H_e^3$  cryostat 等に関する技術的な問題に関する研究会が開かれたのが始めである。最近では  $H_e^3 - H_e^4$  Dilution Refrigerator による  $m^0K$ , あるいは Nuclear demagnetization による  $\mu^0K$  の領域における温度計測等に関する興味が集まっている。そこで論文には表われない技術的な問題を小グループで徹底的に討論し、実験上の cost も高くなってきているので、1°K以下の温度域での物理的内容を充分検討したい。

$H_e^3 - H_e^4$  Dilution Refrigerator については Dr. Steyert が物性研究所に滞在中に、その技術的な話しを伺いたい。ところがこの企画に対して参加希望者が多数になったので結局普通の研究会の形式になった。第1回目はプログラムのように技術的な問題を討論し、第2日目には理論の方に問題提起をしていただいた上で、今後の実験のあり方について討論したい。

以上が主催者側のねらいであったが、第2日目の理論の面では Review 的な話しが多かったことと、今後の極低温物理のあり方、実験の進め方等についての討論はほとんどなかったので、ここでは第2日目のうちで、プログラム中 1, 2a, 3a, 4, 5 だけにかぎって報告し、第1日目については「物性研便り」を参照されたい。この報告はあくまでも報告者が聞いた範囲でまとめたもので、責任は研究会での発表者にはありません。至らなかったところはお許しいただきたい。気のついた範囲で文献をつけておきました。

なお、すべての発表をのせることが出来なかったことはお許しいただきたい。

プログラム

6月26日

(I) 1°K以下の温度の生成の技術と原理

1.  $H_e^3 - H_e^4$  dilution Refrigerator の原理, 技術と物性研究への応用 (California 大学) W. A. Steyert
2. 断熱消磁 (Nuclear cooling を含む) (東北大・金研) 大坪 秋 雄
3. 断熱磁化 (京大理・物理) 長谷田 泰一郎
4.  $H_e^3$  の断熱圧縮 (東 北 大) 大塚 泰一郎
5. Optical cooling (京大理・化学) 辻 川 郁 二
6. 温度測定 W. A. Steyert
7. 1°K 以下での物性測定 (東北大・金研) 斎 藤 慎八郎  
(東大・物性研) 彦 原 元 雄

6月27日

(II) 1°K以下の物理

1.  $H_e^3$  における問題点 (日大理・工・物理) 三 沢 節 夫
2.  $H_e^3 - H_e^4$  における問題
  - 2 a (京大理・物理) 恒 藤 敏 彦
  - 2 b (東北大理・物理) 佐 藤 武 郎
3. 稀薄合金の問題点
  - 3 a (東大・物性研) 芳 田 奎
  - 3 b (都立大理・物理) 久 米 潔
4. 微 粒 子 (東大・物性研) 川 畑 有 郷
5. Exciton の Bose 凝縮 (東大・物性研) 豊 沢 豊
6. コメント
  - Ta - Re 系の超伝導 (名大理・物理) 馬 宮 益 田

1°K 以下の Mössbauer 効果

(京大・化研) 新 庄 輝 也

研究会報告

1  $\text{He}_e^3$  における問題点

次の順序で話しを進める。

- ① Landau Theory
- ② Spin Fluctuation Theory
- ③ Zero Sound
- ④ Spin Wave
- ⑤ Superfluidity

超流動がおこるためには相互作用が本質的に重要であることを Landau が指摘した。

$\text{He}_e^3$  の場合には Peshkov の実験をのぞけば超流動は確認されていないので  $\text{He}_e^4$  の場合にくらべて、現段階では相互作用は本質的には重要ではない。 $\text{He}_e^3$  についての実験結果を整理すると次のようになる。

1. 低温比熱

$$C_V \propto rT \quad r/r_0 \sim 2 \quad (1)$$

$r_0$  : 理想気体の値

2. 帯磁率

$$\chi/\chi_0 \sim 10 \sim 11 \quad (2)$$

$\chi$  ; pauli の帯磁率

$\text{He}_e^3$  の素励起を考えると Fermi 面の外  $p$  に粒子を励起するエネルギーは理想気体の場合は (3) 式で与えられ、 $\text{He}_e^3$  の場合は  $m \rightarrow m^*$  (有効質量) と書きかえれば良いことが (1) 式からわかっている。

$$\Delta E = \frac{p_0}{m} (p - p_0) \quad p_0 : \text{Fermi momentum} \quad (3)$$

一方  $\chi$  は次式で与えられる。

$$\chi/\chi_0 = \frac{m^*/m}{1-B} \quad (4)$$

$B$  は簡単に考えれば hard core による Repulsion force の寄与である。 $\text{He}_e^3$  は Fermion であるので Pauli の原理によって平行スピン同志は近づけないが、反平行スピン同志は近づいていても良い。そうすると hard core

の Repulsion force をうけて、系のエネルギーは平行スピンの組を作った方が低くなる。これによって Enhancement factor B が生ずる。

[I] Landau Theory<sup>1)</sup>

$H_e^3$  の場合は  $H_e^4$  の場合にくらべて相互作用の性質を考えると本質的にちがう。

一般に Fermi 粒子系では Fermi momentum  $p_0$  があって Fermi 球の外  $p$  にある粒子と Fermi 球上にある粒子  $p_0$  とのずれは  $(p-p_0)/p_0 \sim \epsilon^{-\epsilon_0}/\epsilon_0$  の程度であって、摂動論を用いることができる。 $p_0$  が存在することは  $H_e^3$  の場合に相互作用があっても Fermi 球は安定である。したがって運動量空間内で適当な分布函数を考えることができる。理想気体系の分布函数  $n_0(p)$  に対して相互作用のある系の分布函数  $n(p)$  を考える。Landau 自身は系のエネルギー、あるいは自由エネルギーは  $n(p)$  の函数で書けると考え、今  $n$  から  $n + \Delta n$  としたときの系のエネルギーの変化  $\Delta E$  を次式で表わした。

$$\Delta E = \sum \frac{\delta E}{\delta n} \delta n + \frac{1}{2} \sum_p \sum_{p'} \frac{\delta^2 E}{\delta n \delta n'} \delta n \delta n' + \dots \quad (5)$$

ここで  $\delta n$  はあらゆる方法での粒子の変化を考えてよい。

(5) 式の第一項は  $p + \delta p$  に 1 個粒子を加えたためのエネルギーの変化である。ここで  $\epsilon(p)$  はもはや  $p^2/2m$  ではなく、一つの Quasiparticle の素励起エネルギーである。第二項は  $p$  と  $p'$  に粒子を加えたことによる Quasiparticle 同志の相互作用の項である。これを  $f_{\sigma \sigma'}(p \cdot p')$  と書いて Landau の  $f$ -函数と云う。原理的には Quasiparticle 同志の相互作用がきまれば  $f$ -函数がきまり、あらゆる量はこれらによって与えられる。今、系が等方的で  $p, p'$  が Fermi 球の近くにあるとすると、 $p$  と  $p'$  のなす角  $\theta$  を用いて Legendre 函数に展開する。

$$\nu(0) f = \sum (2l+1) \left[ F_l + 4 Z_l \frac{p_l}{\sigma \sigma'} (\cos \theta) \right]$$

ここで  $F_l, Z_l$  を Landau parameter と云う。Landau parameter を

研究会報告

用いると

$$m^*/m = 1 + F_1$$

$$\chi/\chi_0 = 1 + F_1/1 + Z_0$$

となる。Landau 理論で素励起スペクトルは  $m^*$  を用いて表わされ (1) 式のように書ける。

Transport coefficient 自身も Landau 流に  $f$  函数を用いて表わされ、結果だけを書き下せば次式で与えられる。

Spin Diffusion coefficient

$$D \propto T^{-2}$$

Thermal conductivity

$$\kappa \propto T^{-1}$$

Viscosity

$$\eta \propto T^{-2}$$

これらの比例係数は Landau の  $f$ -函数を用いて表わされ、実験的にも確認されている。

## (II) Spin fluctuation (paramagnon)

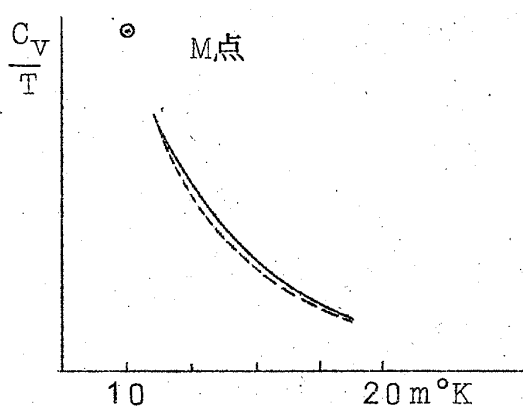
次に Wheatley group<sup>2) 3)</sup> が  $0.1 \sim 0.01^\circ\text{K}$  までの実験を行ない、この段階ででてきた問題についてのべよう。Spin fluctuation の考え方を  $\text{H}_e^3$  の問題に適用しようという契機を導いた Wheatley らの実験から始めよう。

Landau 理論では比熱は (1) 式で与えられる。 $\text{H}_e^3$  の場合縮退温度  $T_0$  は相互作用がないとしたときの  $5^\circ\text{K}$  に対して、effective mass ratio を 2.5 程度として  $T_0 = 2^\circ\text{K}$  になる。したがって  $T < \frac{1}{10} \times T_0$  の領域では 1% 程度の範囲で  $C/T$  は一定値になるはずである。これに対し第 1 図で M 点に相当する結果が得られ、Anderson<sup>4)</sup> が  $C \propto T \ln T$  という理論的結果を提出し多

大の関心をひいた。しかし、結局これはあやまりであることがわかった。もし比熱が低温で  $T \ln T$  にしたがうなら Landau 理論が成立しないことになる。実験的には  $C/T$  が低温で一定値に暫近しないことは事実であって

$$C/T = C_0 + C_1(T) \quad (12)$$

と書いたとき、 $C_1(T)$  が大きい。 $C_1(T)$  の Enhancement に寄与するものとして  $\chi/\chi_0$  が関係しているかもしれないとして Dcniach - Engelsberg<sup>5)</sup> が Spin fluctuation の考えを提出した。



第 1 図

Quasiparticle の散乱にもとづく Collective mode として強磁性体では Spin-Wave がでてくる。 $H_e^3$  の場合には一般的には Collective mode ではないが、Individual particle mode が Exchange によって Enhance されているので Quasi collective mode としてとりあつかわれる。これを paramagnon として Dcniach - Engelsberg が比熱の解断を行なった。

この過程は  $D, \kappa, \eta$  等にも反映する。Rice<sup>6)</sup> はエネルギーあるいは momentum を Dissipate する散乱過程を考慮してこれらの量を解折した。比熱に関しては次の結果が得られている。

Ideal gas model の場合

$$C_V = rT [1 + O(T^2)] \quad (13)$$

Paramagnon を考慮した場合

$$C_V = rT [1 + O(T^2 \ln T)] \quad (14)$$

Spin Fluctuation の考えは Landau 理論に対する批判としてでたものであって、 $T^2 \ln T$  の係数にあたるものが  $\chi$  の Enhancement の効果をうけて大きくなると主張した。

研究会報告

一方 Spin Fluctuation に対する批判として第1には (8) 式で  $m^*/m = 1 + F_1$  の項を無視して  $Z_0$  の効果だけを考えたために一つの Inconsistency<sup>2), 3)</sup> があらわれた。例えば Wheatley らの実験結果を参照して  $Z_0 \sim 2/3$  程度となる。

	p	0.28 atm	27 atm
第1表	$m^*/m$	~ 3	~ 6
	$\chi/\chi_0$	~ 10	~ 20

この  $Z_0$  だけでは Spin Fluctuation を考えても大きな Enhancement factor はでてこない。結局 Landau parameter 1つだけでは実験結果は整理できない。

第2点は  $T^2 \ln T$  の項を与えるのは Spin Fluctuation だけではなく、Zero Sound の Coupling<sup>7)</sup> でもこの項はでて来るし、他の Individual Quasiparticle の素励起によっても与えられる。

第3点は Landau parameter には Sum Rule が存在する。

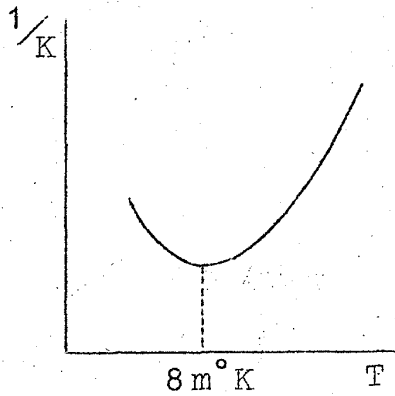
$$\sum (2\ell + 1) \left[ \frac{F_\ell}{1 + F_\ell} + \frac{Z_\ell}{1 + Z_\ell} \right] = 0 \quad (15)$$

今  $1/(1 + Z_0) \rightarrow \infty$  とすると  $F_\ell$  の項が完全に Compensate しなければならない。したがって有限値の  $F_\ell$  を無限個とり入れなければならない。その意味で Spin Fluctuation model では Landau parameter  $Z_0$  だけしか考えていないので Landau 流にいえは Sum Rule をみたしていない。Spin Fluctuation の考え方自身は  $H_c^3$  に関するかぎり有効性はうすいけれども、その物理的内容は dilute alloy 等の場合に重要な寄与をしている。

今までに知られている Landau parameter はせいぜい  $F_0, F_1, Z_0$  くらいで不十分なものである。これから望まれることは  $C_v, \chi, D, \kappa, \eta$  等について、 $T$  の main term だけでなく  $T$ -dependence を実験的に精密化すると同時に、これらの量を通じて統一的な実験を行なうことである。もし  $\ell = 2$  まで、すなわち、 $F_0, F_1, F_2, Z_0, Z_1$  までわかれば Sum Rule から  $Z_2$  がわかり超流動についてある程度の予言ができるかも知れない。

又、比熱に関して困難な問題は実験者によって多少の差異はあるけれども全体としては  $C/T - T$  図で数  $m^\circ K$  から  $300m^\circ K$  くらいまで直線的に変化することである。低温では  $T^2 \ln T$  の傾向はあるけれどもすべての実験結果では上記の傾向があり、今までの有限温度の理論からはでてこない。これは理論的に困難な問題であると思われる。

次に Wheatley group<sup>2), 3)</sup> によると CMN と  $H_e$  との間の Thermal Resistance が Cu 等の場合にくらべて非常に小さいだけでなく第2図のよう



に変化する。これは CMN の Spin 系のエネルギーが Spin Fluctuation を通じて  $H_e$  系に流入するのではないかといわれていた。この問題の最近の結果はよくわからないが Peshkev<sup>8)</sup> の実験結果は第2図の傾向を反映したものではないかと云われている。すなわち、Peshkev の実験で一定の heat leak があると第2図の傾向を反映して比熱に peak がでるはずである。<sup>2)</sup>

第2図

(III) Zero Sound

$$S = C/v_f \quad (16)$$

$C$  ; Sound Velocity

$v_{f1}$  ; Fermi Velocity

とすると Sound Velocity は次式で与えられる。<sup>1), 9)</sup>

$$\frac{S}{2} \ln \frac{S+1}{S-1} - 1 = \frac{1}{F_0 + \frac{3F_1}{1+F_1} S^2} \quad (17)$$

<sup>2), 3)</sup>

Wheatley らの精密な実験によると  $F_1$  までとって実験とよくあう。例えば第2表のようになる。



	$\ell$	:	0	1	2	
第2表	$(2\ell+1)F_\ell$	:	10	6	$\sim 0$	( $p=0.28 \text{ atm}$ )
	"	:	75	14		( $p=27 \text{ atm}$ )

Longitudinal Zero Sound は Ultrasonic attenuation の実験によつて測定されているけれども一般に分散式で  $\ell$  のすべての寄与を考慮すると Zero Sound の解は一つだけではなく、多数存在するはずであるが Damping の問題が明らかになっていない。実験的には一つだけしか見出されていない。

又、 $F_1 > 2$  になると Transverse Zero Sound が存在するはずであるが実験的には未知の問題である。

(IV) Spin Wave

$H_e^3$  は paramagnetic であつて imaginary part が大きくなつて Diffusion constant を  $D$ . Wave Vector を  $k$  とすると

$$\omega \cong -i k^2 D \quad (17)$$

となる。ここで static field  $H_0$  をかけると各 Nuclear spin は  $H_0$  のまわりに Larmor precession をして Spin Wave の real part を測定することができる。real part を測定する可能性については Fredkin<sup>10)</sup> の解析があつて以下のような程度になる。

$$T < 10^{-2} \text{ }^\circ\text{K} \quad k > 20 \text{ cm}^{-1} \quad H = 50 \text{ KG}$$

とし  $H_e^3$  の  $0.28 \text{ atm}$  における Wheatley らの Data を入れて数値的に Order をみてみると

$$\omega \sim 10^6 \text{ sec}^{-1}$$

$$\omega = \omega_\ell - \frac{10^6 \times k^2}{\omega_\ell - i 10^{12} T^2} \quad (18)$$

$$\omega - \omega_\ell = \Delta\omega \sim 200 \text{ cm}^{-1} \quad (19)$$

したがって  $10^{-4}$  の分解能があれば Check できるはずである。

### 〔V〕 超流動性

Peshkov は  $H_e^3$  で超流動がでたと云っているけれども Goodkind は核断熱消磁法によって比熱を測定し、Peshkov の測定したような比熱の山はできる可能性がないと結論している。超流動にとっては orbital の  $l=2$  の pair が最も可能性が大きいことは古くから知られている。これは  $l=2$  の波で遠心力の働くところと  $l=2$  の pair を作ったときの距離とが引力の底の部分におさまっているからである。ところが  $l=2$  の orbital は even であるから spin は反平行である。spin が  $\uparrow\downarrow$  の pair の相互作用は  $F_2-Z_2$  できまり、これが予測できれば超流動の可能性を間接的に予言することができる。但し  $l>3$  の項の寄与の程度が明らかでないので、その点での不確かさは残る。

今まで述べてきたように Landau 理論をでるところまではいっていないのが現状である。Landau 理論の批判として spin fluctuation の理論がでたけれども Landau 理論を越えることはできないし、その内で inconsistency をまぬがれない。今約、spin fluctuation の考え方は  $H_e^3$  に関する問題とは別の物理的内容で大きな貢献をするだろうけれども  $H_e^3$  に関してどんな新しい考え方が生まれるかは予想できない。

以上が三沢氏の発表であるが、“Quantum Fluid”の中の Wheatley の Review や、LTXI の Dcniach の Review 等を参考にされるとよい。その他、不十分ながら気のついた範囲で文献をあげておこう。

### 文 献

- 1) L. D. Landau ; Soviet physics. JETP 3 (1957) 920  
A. A. Abrikosov, I. M. Khalatnikov ; Report on Progress in physics 22 (1959) 329
- 2) J. C. Wheatley ; Quantum Fluid p.182
- 3) W. R. Abel, A. C. Anderson, W. C. Black, J. C. Wheatley  
Phys. Rev. Letters 15 (1965) 875, 16 (1966) 273

- 4) P. W. Anderson ; Physics 2 (1965) 1
- 5) S. Dcniach, S. Engelsberg ; Phys. Rev. Letters 17  
(1966) 750
- 6) M. J. Rice ; Phys. Rev. 159 (1967) 153, 152 (1967) 189
- 7) R. Balien, D. R. Fredkin ; Phys. Rev. Letters 15 (1965)  
480
- 8) V. P. Peshkov ; Soviet Physics JETP 19 (1964) 1023
- 9) L. D. Landau Soviet Phys. JETP 5 (1957) 101

### 2a $H_e^3 - H_e^4$ における問題

$H_e^3 - H_e^4$  の mixture に関してはいろいろの問題があるが、ここでは主に次の二点について述べる。1つは Bcse 系での超流動に関する問題、特に dilute な領域での Rotating  $H_e$  における  $H_e^3$  相の分離の問題と Critical region での相分離にともなう比熱のとびに関する問題である。第2は固相  $H_e^3 - H_e^4$  系での相分離に関して  $H_e^3$  の Diffusion の問題にかぎる。Fermi 粒子系の問題についてはここではふれない。

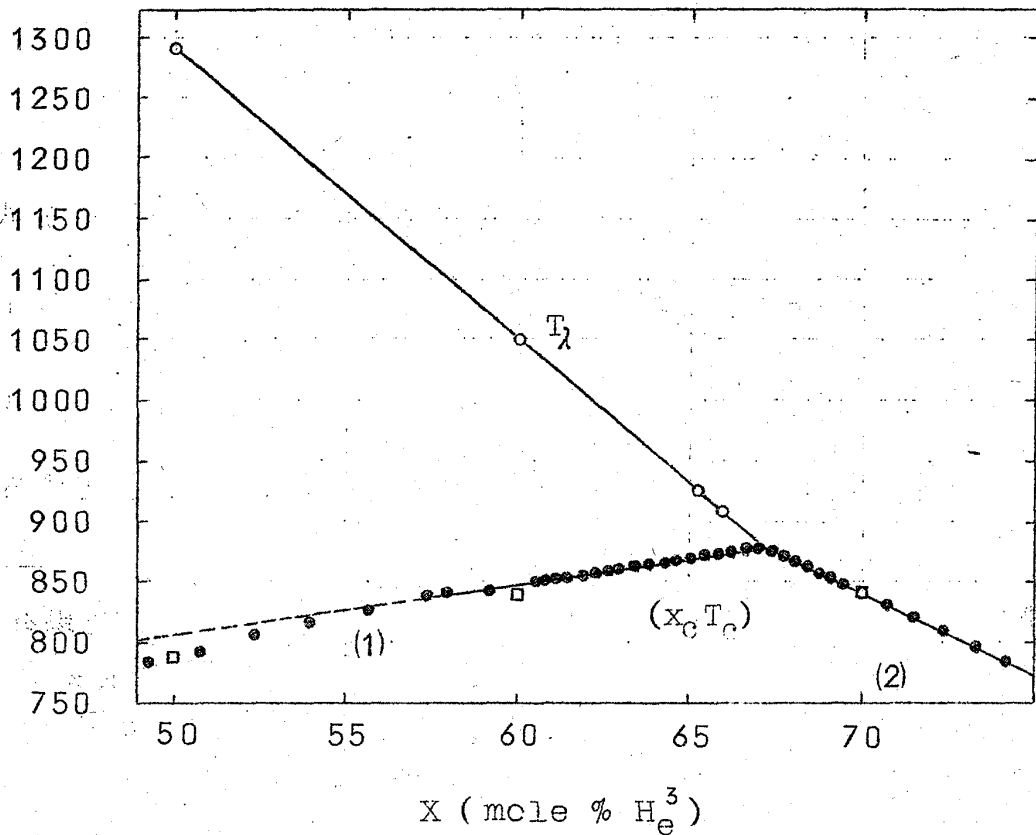
まず Triple point  $(x_c, T_c)$  近くでの相分離にともなう比熱のとびを簡単な熱力学で整理してみる。normal fluid の自由エネルギーを  $G(T, x)$ , Superfluid の自由エネルギーを  $G_s(T, x)$  とすると  $G_s(T, x)$  を (1) 式で書く

$$G_s(T, x) = G(T, x) - f(T, x) \quad (1)$$

自由エネルギーが  $(x_c, T_c)$  近くで展開できるとすると (2) 式のように書ける。

$$G = C_0(T) + C_1(x-x_c) + C_2(x-x_c)^2 + \dots \quad (2)$$

第1図の相図で相分離曲線をそれぞれ 1, 2 とする。 $H_e^3, H_e^4$  の Chemical potential をそれぞれ  $\mu_3, \mu_4$  とするとそれぞれ (3) 式で与えられ相平衡の条件は (4), (5), (6) 式で与えられる。



第 1 図

$$\mu_3 = \frac{1}{N} \left[ G + (1-x) \frac{dG}{dx} \right] \quad (3)$$

$$\mu_4 = \frac{1}{N} \left[ G - x \frac{dG}{dx} \right]$$

ここで  $N$  は  $H_e^3 - H_e^4$  系の全粒子数、 $x$  は  $H_e^3$  の濃度である。但し相分離線 2 では normal だとし  $f=0$  とする。

$$\mu_1 = \mu_2 \quad (4)$$

$$G'_1 = G'_2 \quad (5)$$

$$(G - xG')_1 = (G - xG')_2 \quad (6)$$

これから (7) 式を得、 $f$  の解として (8) 式を得ることができる。

$$f'(T, x) = -2\sqrt{C_2} f(T, x) \quad (7)$$

$$f = \lambda(x) [T_\lambda(x) - T]^2 \quad (8)$$

ここで  $\lambda$ ,  $C_2$  に関して  $(x_c, T_c)$  の近くで展開して (9), (10) 式とする

$$\lambda(x) = \lambda_0 + \lambda_1(x - x_c) \quad (9)$$

$$C_2 = C_{20} + C_{21}(T - T_c) \quad (10)$$

(9) 式で  $\lambda_0 = 0$  と  $\lambda_0 \neq 0$  の場合が考えられるが,  $\lambda_0 \neq 0$  とすると  $\lambda$  線と 2 の相分離線とは直線的に接続する。第 1 図の相図からすると  $\lambda$  線と 2 の相分離線とは  $(x_c, T_c)$  でおれまがっているので  $\lambda_0 = 0$  とした場合について議論を進める。但し,  $\lambda_0 = 0$  とおくことには原理的な問題があるかもしれないが, ここではそれにはふれない。そうすると (11) 式の関係を得ることができる。

$$T_c - T = \sqrt{\frac{C_2}{|\lambda_1|}} (x_c - x)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

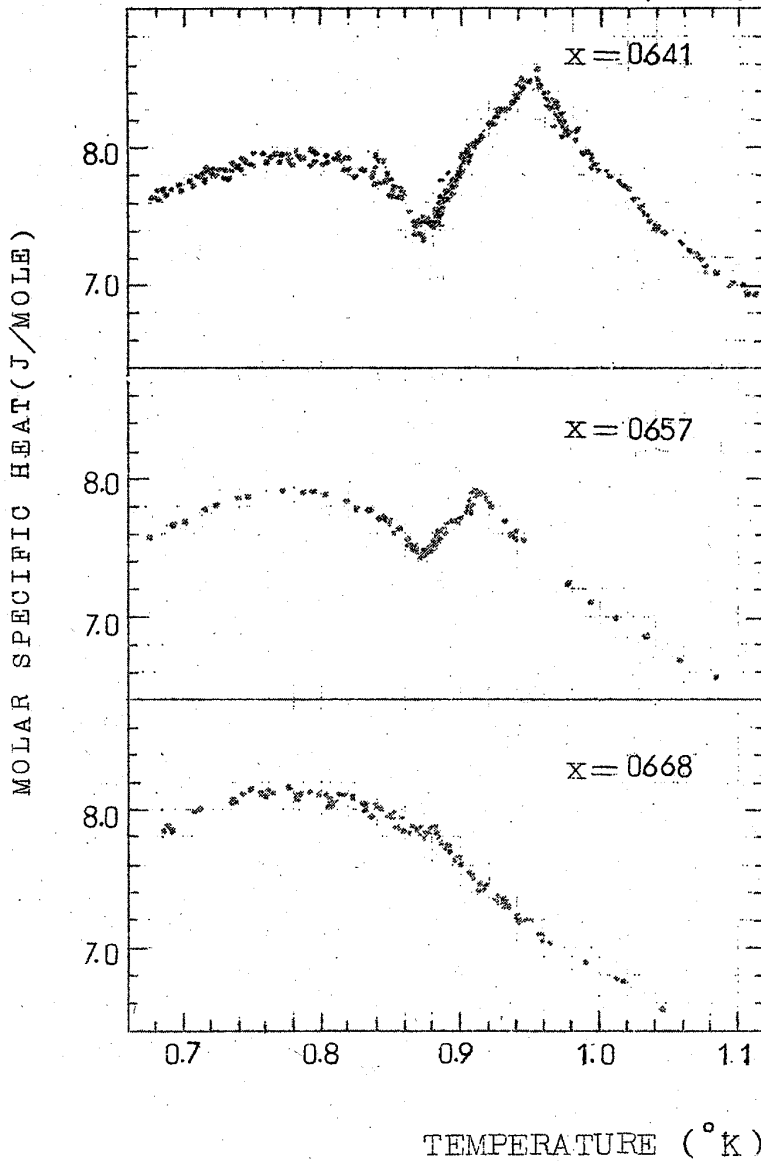
相分離にともなう比熱のとびを  $\Delta C_{ps}$  とし,  $\lambda$  転移にともなう比熱のとびを  $\Delta C_\lambda$  とすると (12) 式を使って (13) 式の結果を得る。

$$\Delta C_{ps} = -T G'' \left(\frac{dx}{dT}\right)^2 \quad (12)$$

$$\Delta C_{ps} / \Delta C_\lambda = -1 \quad (13)$$

(13) 式の結果は第 2 図の比熱の測定結果と意外によく付号している。すなわち, 第 2 図で温度  $T$  をかえていって比熱を測ったとき  $\Delta C_{ps}$  と  $\Delta C_\lambda$  とは大きさがほぼ 1 : 1 で符号が逆である。これらの結果は簡単な熱力学によって  $H_e^3 - H_e^4$  系の相平衡の問題を整理してみようという試みの一つである。

次に  $H_e^3$  が稀薄な領域, すなわち, 低温でも相分離をおこさない領域の  $H_e^3 - H_e^4$  混合液体を角速度  $\omega$  で回転したとき vcrtex line の近くで相分離をおこす問題<sup>1)</sup>についてのべる。

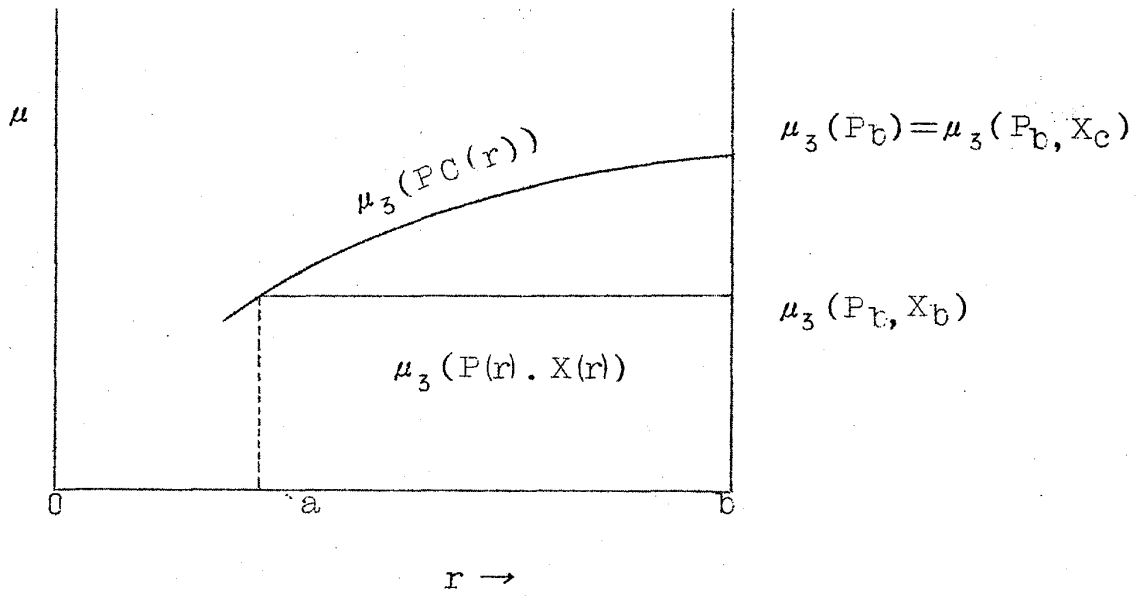


第 2 図

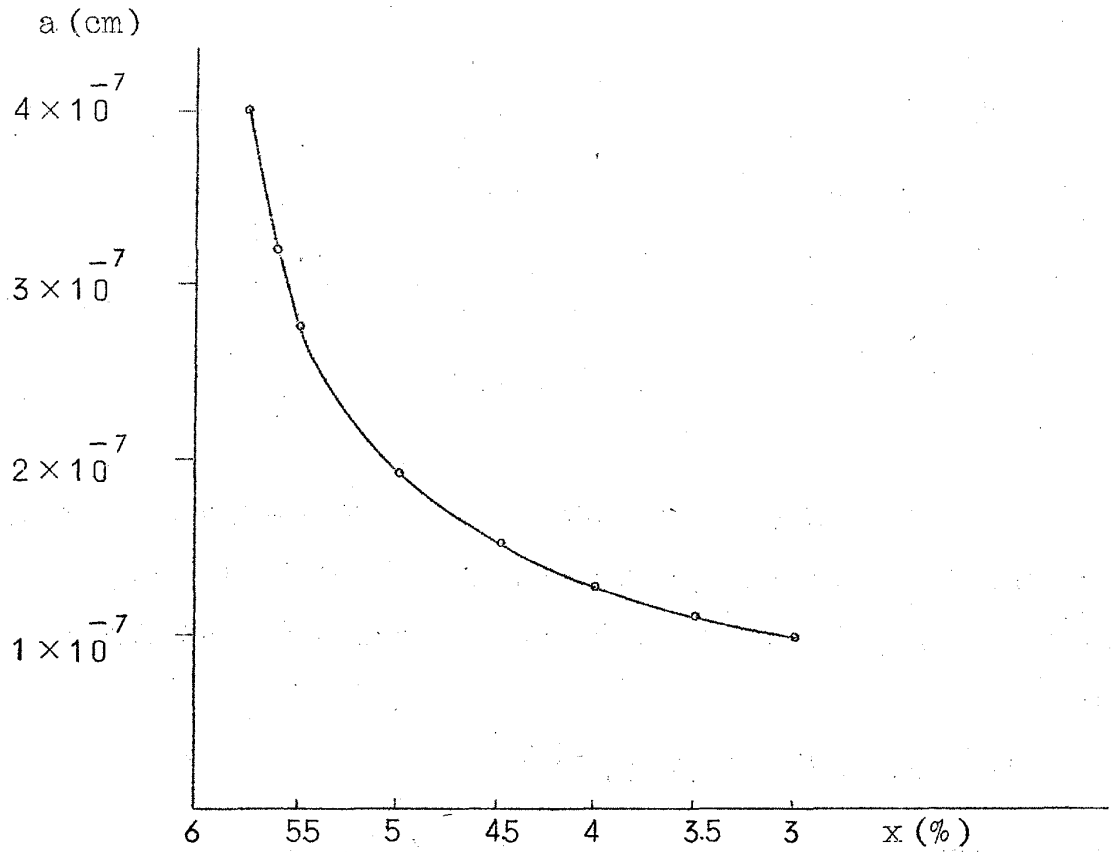
今、シリンダー中に超流動体を入れ、角速度 $\omega$ で回転して、vortex line が一本存在する場合を考える。第3図(a)の場合のように Chemical potential  $\mu_3$  はシリンダーの壁  $r = b$  のところで (13) 式が成立するとする。

$$\mu_3(P_b, X_c) > \mu_3(P_b, X_b) \quad (14)$$

非常に低温では相分離がおけるとすると  $H_e^3$  相はほとんど純粋の  $H_e^3$  からなる。それを (15) 式で表わす。今超流動体の運動速度  $V_S$  は Core の近くにな



第 3 図 (a)



第 3 図 (b)

るにつれて大きくなり、圧力  $P(r)$ ,  $\mu_2(p)$  はそれにつれて減少することを示すことができる。したがって、ついに  $r=a$  のところで (16) 式になり、 $r=a$  の内側ではほとんど純粋な  $H_e^3$  の normal liquid となり相分離がおこる。これらは簡単な熱力学によって示すことができる。

$$\mu_3(p, x_c) = \mu_3(p) \quad (15)$$

$$\mu_3(p) = \mu_3(p_b, x_b) \quad \text{at } r=a \quad (16)$$

次に相分離をおこした Vortex line にそった相境界での表面波について簡単にふれておく。二流体モデルで Dissipative Term を省略し, incompressible liquid として運動方程式を解き, Surface Wave の Dispersion Relation を求めると (17) 式を得る。

$$\omega_k = k \left( \frac{h}{m_4 a} \right) \sqrt{\frac{m_4 n_4}{2m_3 n_3}} \quad (17)$$

$$\text{但し } ka \ll 1$$

上記の Rotating He 中での  $H_e^3$  の相分離の Core 半径を数値的にあたってみると第3図 (b) のようになり, 5.5%  $H_e^3$  の mixture から出発すると  $a = 2.5 \text{ \AA}$  程度になる。これらの実験的検証については first sound の回折とか Neutron beam の transmission 等で check できるとおもしろい。

最後に  $H_e^3 - H_e^4$  混合固体の相分離に関してその基礎的な考え方についてべる。固体  $H_e^3$  の Exchange Interaction  $J$  の大きさ,  $H_e^4$  稀薄固体の  $J$  の値等についての興味があるけれども、ここでは極低温でおこる相分離の問題を考える手がかりにする意味で  $H_e^4$  中での  $H_e^3$  の Diffusion の問題を考える。phonon による jump がないような極低温では次の二つの相互作用が考えられる。

1) Exchange Interaction

2)  $H_e^3$  のまわりの elastic field を介しての elastic interaction