

# 超伝導体における Kondo 効果

名大理 長岡洋介  
松浦民房

(10月29日受理)

§ 1. 超伝導体に入った磁性不純物による所謂 Kondo 効果については、ここ数年来いろいろと論じられて来た。とくに、gap のなかに discrete level が現れるための条件に関しては、芳田理論に基づいたわれわれの計算結果<sup>1)</sup>と Suhl 理論<sup>2)</sup>、Green 関数理論<sup>3)</sup>の結果との間にくい違いがあり、論争の的となっていた。しかし、最近 Zittartz - Müller-Hartmann (ZM)<sup>4)</sup>が Green 関数理論によってもわれわれと定性的に一致する結果が得られることを示し、論争は一応落着いたかに見える。<sup>5)</sup>

Kondo 効果を超伝導体で考える目的は、一つにはそれが超伝導体における新しい現象であるという点にあるだろう。この点から言えば、問題はほぼ片付いたと言っているいかも知れない。しかし、実はこの問題にはもう一つの目的、Kondo 効果そのものの研究という側面があるのである。normal な金属においてさえ面倒な問題を超伝導体に移してさらに厄介にしてしまうようではあるが、超伝導体では gap があるためにいろいろな利点も生じて来る。この点から見れば、われわれの結果と ZM との定性的な一致にもかかわらず、まだ明かではない点が多々あると言わねばならない。

われわれの得ていた結果<sup>1)</sup>はつぎのようのものであった。簡単のため不純物のスピンの場合について：

1)  $J > 0$ ,  $J \ll V$  ( $J$  は  $s-d$  相互作用,  $V$  は超伝導の相互作用) の場合、基底状態は doublet で、triplet の励起状態が gap のなか、gap edge に近いところに現れる。

最近、ZM の結果を知ってから計算をやり直し、上の結論は  $J > 0$  なら一般の  $J$  についても成立つことを示した。<sup>6)</sup>

2)  $J < 0$ ,  $|J| \ll V$  の場合、基底状態は doublet で、singlet の励起状態が gap のなか、gap edge の近くに現れる。

3)  $|J|$ が大きくなるにつれて、この singlet のエネルギーは下がり、 $|J| \gg V$  では基底状態は singlet になる。

ここでとくに強調したいのは、1), 2) の場合 discrete level が生じる原因は決してスピンの量子効果 (= Kondo 効果) にあるのではなくて、スピンの時間反転の対称性をこわすことにあり、Kondo 効果はそのスピン反転の相互作用の強さを effective に変えるにすぎないという点である。このことは classical spin についての Shiba の計算<sup>7)</sup>によってより明瞭に示されている。理論の混乱の原因はこの点の理解が欠けていたことにあると思われる。

ZM が discrete level について得た結果は Fig.1 にまとめられる。

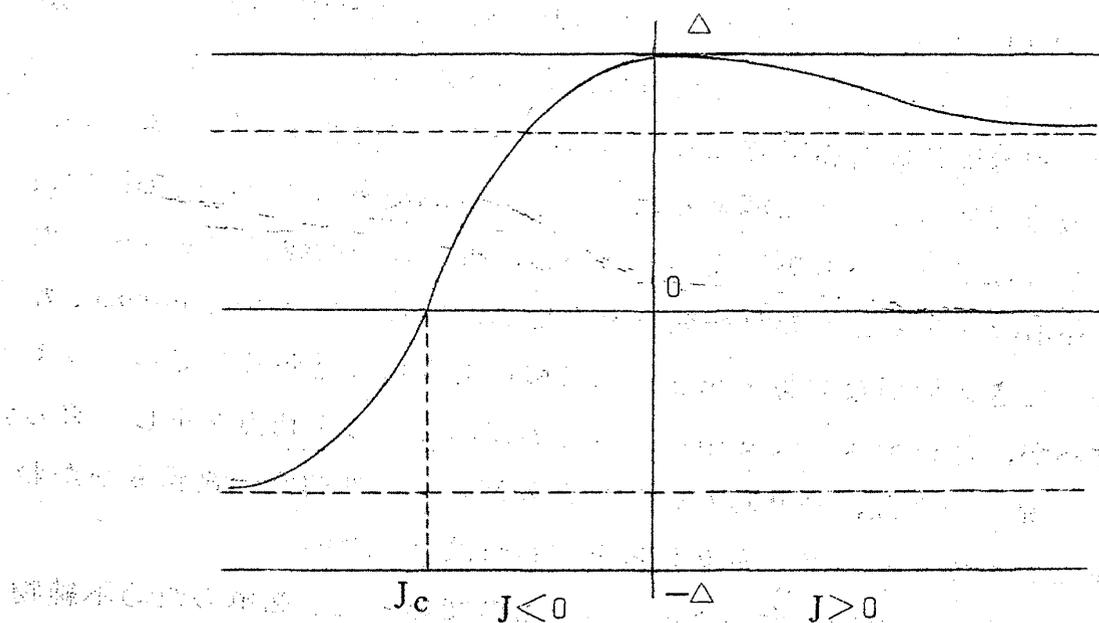


Fig.1

すなわち、Green 関数に現れる discrete pole の位置が、 $J$ とともにこの図のように変わるのである。 $J > 0$  および  $J < 0$ ,  $|J| < V$  の振舞いはわれわれの 1), 2) と一致している。 $J < 0$  で  $|J|$  がずっと大きくなったときの discrete level の振舞いについては、われわれの計算は何も示さなかったが、この ZM の結果は、一見きわめて自然で納得のいくもののように思われる。

Fig.1をもう少し仔細に検討すると、この結果はわれわれの3)の結論とも一致していることが推論できる。<sup>6)</sup>  $J < 0$ ,  $|J| \ll V$  のとき、基底状態は doublet で、discrete poleの表わす励起状態は singlet であることは、われわれの結果との比較からも、また物理的考察によっても明かであろう。そこでこの doublet, singlet の全エネルギー  $E_d, E_s$  が  $|J|$  とともにどう変わるかを見ると、Fig.1から、Fig.2 のようになることが推論で

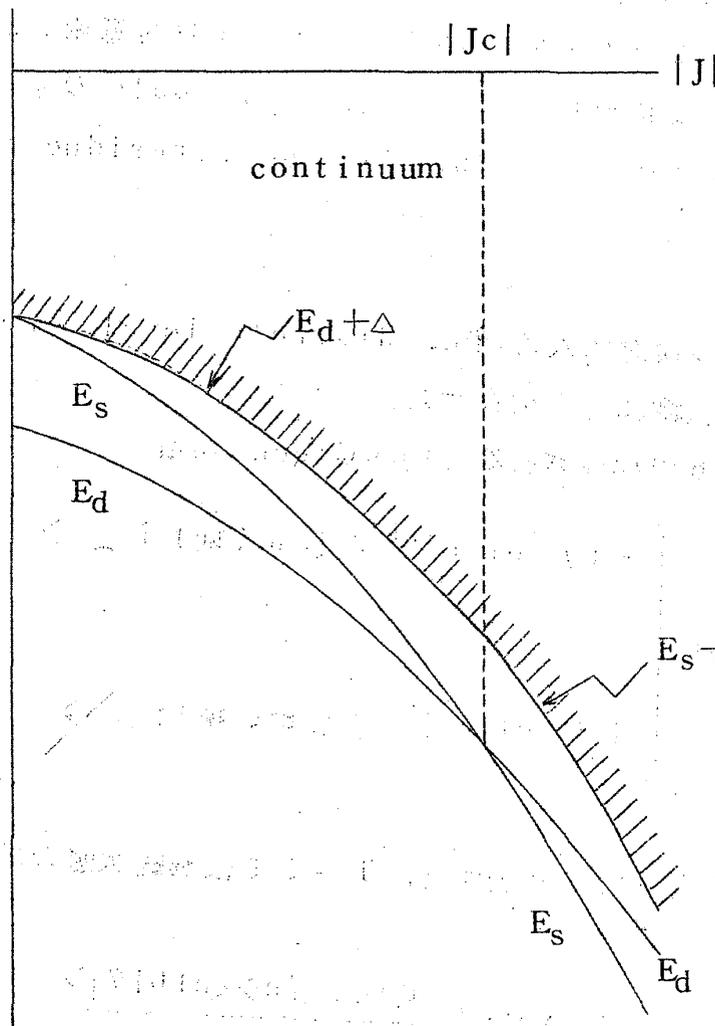


Fig.2

きる。 $E_d, E_s$  は  $|J|$  とともに滑かに変わると思われるから、discrete pole が0に来る点、すなわち  $E_s = E_d$  となる  $|J| = |J_c|$  より先では  $E_d > E_s$ 、すなわち基底状態は singlet になると結論される。さらに、 $|J| > |J_c|$  での discrete poleは doublet でなければならないこと

がわかる。

上の比較・推論は、二つの理論から得られた discrete level のエネルギーについて行ったのであるが、両者の対応がもっと詳細な点まできちんとついているかどうかは、実はそれほど自明ではない。すなわち Green 関数に現れた pole がそれぞれ triplet ( $J > 0$ ), singlet ( $J < 0, |J| < |J_c|$ ), doublet ( $J < 0, |J| > |J_c|$ ) らしい性質をもっているかどうかの問題である。このノートの内容は、こうした目的意識で ZM の結果を検討しなおし、対応関係を明かにすることである。pole のもたらすもう一つの information はその residue であるから、residue はどうなっているかを調べたい。\*)

§ 2. ZM の検討に入る前に、discrete level の residue はその状態のスピン多重度にどう依存するかを見る。

演算子 a, b で構成される二時間 Green 関数

$$\langle a | b \rangle_z = \begin{cases} -i \int_0^\infty dt e^{izt} \langle [a(t), b(0)]_+ \rangle & \text{Im} z > 0 \\ i \int_{-\infty}^0 dt e^{izt} \langle [a(t), b(0)]_+ \rangle & \text{Im} z < 0 \end{cases} \quad (2-1)$$

は行列要素をとって書き表すと、 $T=0$  では基底状態の縮退の可能性も考慮に入れて、

$$\langle a | b \rangle_z = \frac{1}{\ell} \sum_i \sum_n \left\{ \frac{\langle g_i | a | n \rangle \langle n | b | g_i \rangle}{z - (E_n - E_0)} + \frac{\langle g_i | b | n \rangle \langle n | a | g_i \rangle}{z + (E_n - E_0)} \right\} \quad (2-2)$$

---

\*) residue を調べてみることの重要性については近藤淳氏から指摘をうけた。

となる。 $|g_i\rangle$  は基底状態,  $E_0, \ell$  はそのエネルギー及び多重度,  $|n\rangle$  は励起状態,  $E_n$  はそのエネルギーである。いまエネルギー  $E_1$  の励起状態が discrete に存在するとすれば,  $z = E_1 - E_0$  に現れる pole の residue は

$$R_1 = \frac{1}{\ell} \sum_i \sum_j (E_j = E_1) \langle g_i | a | j \rangle \langle j | b | g_i \rangle \quad (2 \cdot 3)$$

で与えられる。

ZM に出て来る Green 関数は

$$\tilde{G}_{kk}(z) = \frac{1}{2} \sum_{\mu=\pm} \begin{pmatrix} \langle c_{k\mu} | c_{k\mu}^+ \rangle_z \cdot \mu \langle c_{k\mu} | c_{-k-\mu} \rangle_z \\ \mu \langle c_{-k-\mu}^+ | c_{k\mu}^+ \rangle_z \cdot \langle c_{-k-\mu}^+ | c_{-k-\mu} \rangle_z \end{pmatrix} \quad (2 \cdot 4)$$

で定義されている。 $\tilde{G}_{kk}(z)$  が  $z = E_1 - E_0$  に pole をもつとすれば, その residue は

$$\frac{1}{2\ell} \sum_{\mu=\pm} \sum_i \sum_j (E_j = E_1) \times \begin{pmatrix} \langle g_i | c_{k\mu} | j \rangle \langle j | c_{k\mu}^+ | g_i \rangle \cdot \mu \langle g_i | c_{k\mu} | j \rangle \langle j | c_{-k-\mu} | g_i \rangle \\ \mu \langle g_i | c_{-k-\mu}^+ | j \rangle \langle j | c_{k\mu}^+ | g_i \rangle \cdot \langle g_i | c_{-k-\mu}^+ | j \rangle \langle j | c_{-k-\mu} | g_i \rangle \end{pmatrix} \quad (2 \cdot 5)$$

となる。この residue を  $|g_i\rangle, |j\rangle$  のいろいろな場合について計算してみよう。

1) 基底状態が doublet で, 励起状態が triplet の場合。

基底状態は  $|g_\uparrow\rangle, |g_\downarrow\rangle$  の二重縮退 ( $\ell = 2$ ), 励起状態は

$$|t_1\rangle = \sum_k \Gamma_k \alpha_{k\uparrow}^+ |g_\uparrow\rangle + \dots$$

$$|t_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\mathbf{k}} \Gamma_{\mathbf{k}} (\alpha_{\mathbf{k}\uparrow}^+ |g_{\downarrow}\rangle + \alpha_{\mathbf{k}\downarrow}^+ |g_{\uparrow}\rangle) + \dots \quad (2.6)$$

$$|t_{-1}\rangle = \sum_{\mathbf{k}} \Gamma_{\mathbf{k}} \alpha_{\mathbf{k}\downarrow}^+ |g_{\downarrow}\rangle + \dots$$

の三重縮退である。ここに  $\alpha_{\mathbf{k}\sigma}^+$  は Bogoliubov の準粒子の生成演算子

$$\alpha_{\mathbf{k}\uparrow}^+ = u_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}\uparrow}^+ - v_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}\downarrow} \quad \text{etc}$$

で、 $+\dots$  は準粒子が3ヶ以上励起された状態を表わしている。この励起状態が gap edge の十分近くにあるときは一粒子的な第一項だけで近似できるはずで、そのときは  $|t_{\sigma}\rangle$  normalization から

$$\sum_{\mathbf{k}} \Gamma_{\mathbf{k}}^2 \cong 1 \quad (2.7)$$

となる\* )

(2.6) を (2.5) に代入して、容易に

$$\frac{3}{4} \Gamma_{\mathbf{k}}^2 \begin{pmatrix} u_{\mathbf{k}}^2 & -u_{\mathbf{k}} v_{\mathbf{k}} \\ -u_{\mathbf{k}} v_{\mathbf{k}} & v_{\mathbf{k}}^2 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

が得られる。したがって

$$G(z) = \sum_{\mathbf{k}} \text{Tr} \tilde{G}_{\mathbf{k}\mathbf{k}}(z) \quad (2.9)$$

なる量をつくると、その  $z = \omega_t \equiv E_t - E_0$  の pole の residue は、pole が band edge に十分近ければ、

\* ) 厳密には  $\langle g_{\downarrow} | \alpha_{\mathbf{k}\uparrow}^+ \alpha_{\mathbf{k}\downarrow}^+ | g_{\uparrow} \rangle \neq 0$  であるが、 $|g_{\sigma}\rangle$  が free state から不純物のまわりで局所的にしかずれていないことから、この行列要素は  $N^{-1}$  のオーダーで、 $N \rightarrow \infty$  では無視できることがわかる。

$$R_1 = \frac{3}{4} \sum_{\mathbf{k}} \Gamma_{\mathbf{k}}^2 (u_{\mathbf{k}}^2 + v_{\mathbf{k}}^2) \cong \frac{3}{4} \quad (2 \cdot 10)$$

となる。

2) 基底状態が doublet で、励起状態が singlet の場合  
同様の計算を励起状態が

$$|s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\mathbf{k}} \Gamma_{\mathbf{k}} (\alpha_{\mathbf{k}\uparrow}^+ |g_{\downarrow}\rangle - \alpha_{\mathbf{k}\downarrow}^+ |g_{\uparrow}\rangle) + \dots \quad (2 \cdot 11)$$

で与えられる場合について行くと、pole が band edge に近いときには

$$R_1 \cong \frac{1}{4} \quad (2 \cdot 12)$$

3) 基底状態が singlet , 励起状態が doublet の場合  
今度は  $\ell = 1$  , 励起状態は

$$|d_{\sigma}\rangle = \sum_{\mathbf{k}} \Gamma_{\mathbf{k}} \alpha_{\mathbf{k}\sigma}^+ |g\rangle + \dots \quad (2 \cdot 13)$$

で与えられる。pole が gap edge に近いとして第一項だけで近似すれば

$$R_1 \cong 1 \quad (2 \cdot 14)$$

§ 3. つぎに ZM の解の検討に行つろう。ZM の解は次式で与えられている。

$$\tilde{G}_{\mathbf{k}\mathbf{k}}(z) = \tilde{G}_{\mathbf{k}}^0(z) + \tilde{G}_{\mathbf{k}}^0(z) \frac{J}{N} \tilde{t}(z) \tilde{G}_{\mathbf{k}}^0(z) \quad (3 \cdot 1) [6]$$

$$\tilde{G}_{\mathbf{k}}^0(z) = \frac{1}{z^2 - \xi_{\mathbf{k}}^2 - \Delta^2} \begin{pmatrix} z + \xi_{\mathbf{k}} & -\Delta \\ -\Delta & z - \xi_{\mathbf{k}} \end{pmatrix} \quad (3 \cdot 2) [5]$$

$$\tilde{t}(z) = \begin{pmatrix} t_1(z) & t_2(z) \\ t_2(z) & t_1(z) \end{pmatrix} \quad (3 \cdot 3) [10]$$

$$t_1(z) = \frac{1}{2} [ t(z) - t(-z) ], \quad t_2(z) = -\frac{1}{2} [ t(z) + t(-z) ] \quad (3.4) [14]$$

$t(z)$ を決める式は

$$t(z) = \frac{N(z)}{\phi(z)} \quad (3.5) [26]$$

$$N(z) = L_1(z) - F(z) [ L_0(z) - \frac{1}{4} S(S+1) ]$$

$$\phi(z) = 1 + R_1(z) + L_2(z) - F(z) [ R_0(z) + 2L_1(z) ]$$

$$+ F(z)^2 [ L_0(z) - \frac{1}{4} S(S+1) ] \quad (3.6) [27]$$

$$R_\nu(z) = T \sum_n \frac{F(i\omega_n)^\nu}{z - i\omega_n} \quad (\nu=0, 1) \quad (3.7) [28b]$$

$$L_\nu(z) = T \sum_n \frac{F(i\omega_n)^\nu t(i\omega_n)}{z - i\omega_n} \quad (\nu=0, 1, 2) \quad (3.8) [28a]$$

$$(\omega_n = (2n+1)\pi T)$$

$$F(z) = J \rho \int_{-D}^D \frac{z + \Delta}{z^2 - \epsilon^2 - \Delta^2} d\epsilon \quad (3.9) [25]$$

[ ]内はreference 4) の式番号である。式が沢山並んだが、(3.5) ~ (3.9)の積分方程式を解いて(3.1) ~ (3.4)に入れるとGreen関数が得られることになる。

まず(3.1) ~ (3.4)から、 $t(z)$ がgapのなか $z = \omega_1$ にisolated poleを持ち、そのresidueが $a_1$ であれば、 $\sum_k T_r \tilde{G}_{kk}(z)$ の $z = \omega_1$ におけるresidue  $R_1$ は:

$$R_1 = \frac{\pi J \rho \Delta a_1}{(\Delta - \omega_1)^{3/2} (\Delta + \omega_1)^{1/2}} \quad (3.10)$$

となることが、簡単な計算でわかる。

$\omega_1, a_1$  を一般に求めるには、勿論積分方程式を解かなければならず、それを一般に解くにはZMのようなことをしなければならないだろう。しかし、彼らの解は $\Delta/T \ll 1$  という条件のもとで求められており、その結果は $T=0$ の場合も定性的にはいいにしても、われわれの目的には十分ではない。しかし、幸いなことに、 $\omega_1$  が gap edge に近いときに話を限れば、積分方程式をきちんと解くことなしに $\omega_1, a_1$  を求めることができるのである。

$T=0$  とすれば、 $z = \omega$  が実数で gap のなかにあるとき

$$R_0(\omega) = \frac{1}{2} \operatorname{sgn} \omega \quad (3.11)$$

である。またZMの得た exact な関数

$$\begin{aligned} (1+R_1 + L_2) (L_0 - \frac{1}{4} S(S+1)) - L_1(L_1 + R_0) \\ = -\frac{1}{4} S(S+1) \quad (3.12) \quad [47] \end{aligned}$$

を用いると $\phi$ は因数分解できて、 $t$ が、

$$t = -\frac{L_0 - \frac{1}{4} S(S+1)}{2S+1} \left\{ \begin{aligned} & \frac{S+1}{F(L_0 - \frac{1}{4} S(S+1)) - L_1 \mp \frac{S+1}{2}} \\ & + \frac{S}{F(L_0 - \frac{1}{4} S(S+1)) - L_1 \pm \frac{S}{2}} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{for } \omega \gtrsim 0 \quad (3.13)$$

と簡単な形に変形される。

ここで、 $L_0, L_1$  は定義式(3.8)から明かなように $z = \pm\Delta$ に singularity は持たず、したがってその付近では緩やかに変化する関数であり、他方、 $F$  は $z = \pm\Delta$ に branch point を持ち、実軸上 gap のなかでは

$$F(\omega) = -\pi J \rho \sqrt{\frac{\Delta + \omega}{\Delta - \omega}} \quad (3.14)$$

となって  $\omega = \pm\Delta$  で微係数が発散 ( $\omega = \Delta$  では値も発散) することに注意しよう。したがって, (3.13) から  $t(\omega)$  の pole を求めるとき, pole が gap edge  $\omega = \pm\Delta$  に近ければ  $L_0, L_1$  の  $\omega$  依存性は  $F$  のそれに比べて無視してよいことがわかる。pole を求める問題は

$$-\pi J \rho \sqrt{\frac{\Delta + \omega}{\Delta - \omega}} \left\{ L_0(\pm\Delta) - \frac{1}{4} S(S+1) \right\}$$

$$= \begin{cases} L_1(\pm\Delta) \pm \frac{S+1}{2} & (3.15a) \\ L_1(\pm\Delta) \mp \frac{S}{2} & (3.15b) \end{cases}$$

という簡単な方程式を解くことに帰着する。複号は  $\omega \simeq \Delta$  の解を求めるときは上,  $\omega \simeq -\Delta$  の解を求めるときは下をとる。residue  $a_1$  は

$$a_1 = - \frac{\{S+1, S\}}{2S+1} \frac{1}{F'(\omega_1)}$$

$$= \frac{\{S+1, S\}}{2S+1} \frac{(\Delta + \omega_1)^{\frac{1}{2}} (\Delta - \omega_1)^{\frac{3}{2}}}{\pi J \rho \Delta} \quad (3.16)$$

となる。{ } 内は (3.15 a) が解を持つときは  $S+1$ , (3.15 b) が持つときは  $S$  を選ぶ。(3.10) に代入し,

$$R_1 = \begin{cases} \frac{S+1}{2S+1} & (3.15 a) \text{ が解をもつとき} \\ \frac{S}{2S+1} & (3.15 b) \text{ が解をもつとき} \end{cases} \quad (3.17)$$

が得られる。

以上の計算は pole が gap edge の近くにあることだけを仮定しており,  $J$  の符号にも, pole が  $\pm\Delta$  のどちらに近いかによっていない,  $S = 1/2$  のとき, residue としては  $3/4, 1/4$  のいずれかしかとり得ず,  $R_1 = 1$

という residue は  $ZM$  の解からは出て来ないことがわかる。

具体的に個々の場合について, (3.15 a), (3.15 b) のいずれが解を持つかを定めるためには  $L_0, L_1$  の値を知る必要がある。厳密に言えばそのためには  $t$  を知らなければならないのであるが, 再び  $\omega_1 \simeq \pm \Delta$  ということを使えば, われわれに必要な精度で  $L_0, L_1$  を求めるには  $t$  についての細かな知識は必要でないことがわかる。

1)  $J > 0$  及び  $J < 0, |J| \ll V$  の場合

$\omega_1 \simeq \Delta$  になる。この場合は  $ZM$  の Appendix C で論じられており,

$$L_0(\Delta) \simeq \frac{1}{4} S(S+1) \frac{J/V}{1+J/V} \quad (3.18)$$

$$|L_1(\Delta)| \ll 1 \quad (3.19)$$

が得られる。(3.15 a, b) は

$$\frac{\pi J \rho}{1+J/V} \sqrt{\frac{\Delta+\omega}{\Delta-\omega}} = \begin{cases} \frac{2}{S} & (3.20a) \\ -\frac{2}{S+1} & (3.20b) \end{cases}$$

となる。したがって,

$J > 0$  のとき, (3.20 a) が解をもち

$$\omega_1 = \Delta \left[ 1 - \frac{\pi^2 S^2}{2} \left( \frac{J \rho}{1+J/V} \right)^2 \right] \quad (3.21)$$

residue は

$$R_1 = \frac{S+1}{2S+1} \quad (3.22)$$

$S=1/2$  のときはこの pole は triplet であることが前節の結果との比較からわかる。

$J < 0, |J| \ll V$  のとき, (3.20 b) が解をもち,

$$\omega_1 = \Delta \left[ 1 - \frac{\pi^2 (S+1)^2}{2} \left( \frac{J \rho}{1+J/V} \right)^2 \right] \quad (3.23)$$

$$R_1 = \frac{S}{2S+1} \quad (3.24)$$

$S = 1/2$  のとき, この pole は singlet である。

以上の場合, われわれの結果と全く一致していることがわかった。

2)  $J < 0$ ,  $|J| \gg V$  の場合.

この場合は pole の位置は  $\omega_1 \simeq -\Delta$  になる。  $L_0$  を求めるために, まず  $t = t_1 - t_2$  を (3.8) の  $\nu = 0$  に代入し,  $t_1$  は奇関数,  $t_2$  は偶関数であることを用いて

$$L_0(\omega) = 2T \sum_{\omega_n > 0} \left\{ \frac{i\omega_n t_1(i\omega_n)}{\omega^2 + \omega_n^2} - \frac{\omega t_2(i\omega_n)}{\omega^2 + \omega_n^2} \right\} \quad (3.25)$$

を得る。ここで,  $\tilde{t}$  は  $|z| \gg \Delta$  では normal な金属の場合の  $t$  ( $\equiv t_n$ ) に近づくべきことから,

$$\left. \begin{array}{l} t_1 \sim t_n \\ t_2 \sim 0 \end{array} \right\} \text{ for } \omega_n \gg \Delta \quad (3.26)$$

であることがわかる。さらに,  $|J| \gg V$  のときは,

$$J t_n \left\{ \begin{array}{ll} \cong \frac{1}{i\pi\rho} & \text{for } |z| \ll T_K \\ \sim O(J^2\rho) & \text{for } |z| \gg T_K \end{array} \right. \quad (3.27)$$

であることに注意すると, (3.25) において最大の寄与は第一項の  $\Delta \lesssim \omega_n \lesssim T_K$  の領域から来ることがわかる。すなわち,

$$\begin{aligned} L_0(-\Delta) &\cong 2T \sum_{\Delta \lesssim \omega_n \lesssim T_K} \frac{i t_n(i\omega_n)}{\omega_n} \\ &\cong \frac{1}{\pi^2 J \rho} \int_{\Delta}^{T_K} \frac{d\omega}{\omega} \\ &= \frac{1}{\pi^2 J \rho} \left( \frac{1}{V\rho} + \frac{1}{J\rho} \right) \quad (3.28) \end{aligned}$$

同様な考察から、 $L_1(-\Delta)$  には  $\omega_n \sim \Delta$  の領域が効くことがわかる。

(3.5), (3.6)によってこの領域の  $t$  を検討すると、(3.6)の  $N, \phi$  の各項の大きさを上と同じようにして見積ることにより、(3.28)のように大きな値をもつは  $N, \phi$  と  $L_0$  を含む項だけであることがわかる。したがって

$$t(i\omega_n) \simeq -\frac{1}{F(i\omega_n)} \quad \text{for } \omega_n \sim \Delta \quad (3.29)$$

これを (3.8)の  $\nu = 1$  に代入して

$$L_1(-\Delta) \cong -R_0(-\Delta) = \frac{1}{2} \quad (3.30)$$

以上の結果、(3.15)は

$$-\frac{1}{\pi\rho} \left( \frac{1}{V} + \frac{1}{J} \right) \sqrt{\frac{\Delta+\omega}{\Delta-\omega}} = \begin{cases} -\frac{S}{2} & (3.31a) \\ \frac{S+1}{2} & (3.31b) \end{cases}$$

となる。この方程式は (3.31a) の方が解をもち、

$$\omega_1 = -\Delta \left[ 1 - \frac{\pi^2 S^2}{2} \left( \frac{V\rho}{1+V/J} \right)^2 \right] \quad (3.32)$$

したがって residue は

$$R_1 = \frac{S+1}{2S+1} \quad (3.33)$$

$S = 1/2$  のとき、residue も  $\omega_1$  への  $S$  の入り方も triplet 的である。この結果は形としては  $(V^{-1} + J^{-1})^{-1} > 0$  なる spin flip の散乱がある場合の discrete pole のでき方と全く同じになっている。

§ 4. 上に見たように、ZMの結果は  $J > J_c$  ( $J_c < 0$ ) の場合はわれわれと一致していることがわかった。ここまでは結構なのだが、 $J < J_c$  で pole が triplet になるというのはたいへん理解に苦しむ事態である。

§ 1での議論から明かなように、この pole は doublet でなければならず、triplet ではあり得ない。ZMの結果は  $J > J_c$  と  $J < J_c$  では矛盾しているのである。

一体どういふ訳でこんなことになったのだろうか？ここで、最近 Sato-

Maki<sup>8)</sup>が同じような結果を得ていることに注意したい。Sato-Maki はわれわれ<sup>6)</sup>と同じ方法 (normal の場合に Nakajima<sup>9)</sup> が Yoshimori 方程式を導いた方法の超伝導への拡張) をとっていて、その結果として  $J < J_c$  では triplet の pole が出ると結論しているのである。この場合については、こういう結論の出た原因は明かなように思われる。それは vertex に Abrikosov<sup>10)</sup> が most divergent の近似で得たものを用いたことによる。Yoshimori 方程式を導くときには、most divergent term の級数が収束する領域だけが効くので、lower divergent term は補正を与えるにすぎず<sup>11)</sup> それでいいのだが、Sato-Maki が triplet pole を出したときには級数の発散する領域が効いている。よく知られているように、Abrikosov の結果を  $J < 0$  のとき級数の発散するフェルミ面付近でもそのままいいと考えると、T 行列のスピン反転の部分がフェルミ面の近くでは符号を変えて正になる。Sato-Maki では  $J < 0$ 、 $|J| \gg V$  のとき discrete level の形成に効くスピン反転の散乱が正になっているのであり、その結果 triplet pole が生じたのである。しかし、Sule 理論、Green 関数理論は Abrikosov の結果が  $J < 0$ 、フェルミ面付近では正しくなく、スピン反転の散乱は符号を変えないことを示したのであった。これらの理論の与える T 行列のエネルギー依存性に関しては疑問があるにしても、この点だけについて言えば、それは T 行列の解析性に由来する結論であって疑いわけにはいかない。most divergent term の級数が発散する領域では Abrikosov の結果を用いてはならないのである。

しかし、ZM の場合にはこのような原因で triplet pole が出たとは考えにくい。それは Green 関数理論であって、T 行列はちゃんと解析性をみたしているのである。ZM と Sato-Maki の一致は偶然のように思われる。(それとも何か内的なつながりがあるのだろうか?)

そこで考えられるもう一つの解釈は、 $\omega_1, R_1$  だけからこの pole を triplet と断ずるのは早計であるという考え方であろう。確かに、一般的に言えば、もしこの pole の状態が (2.14) の第一項だけで表わされるような一体的な状態ではないとすれば、 $R_1 = 3/4$  であってもこの pole が doublet である可能性は残されている。正直に言うと、pole が gap edge の十分近く

にあれば、その状態は一体的であると考えたのは、一種の直観であって証明したわけではない。仮りに、これが一般的には成り立たないとすればそれまでである。しかし、ZMの結果が  $|J| \gg V$  のときには  $J > 0$  と  $J < 0$  とであまりにもきちんと同じになっていることからして、一方 ( $J > 0$ ) は一体的な triplet と解釈し、他方 ( $J < 0$ ) には別な解釈を与えるというのも、どうも釈然としない。

第三の解釈は「Green 関数ナンセンス！」と片付けることだろう。確かに、Green 関数理論は normal の場合にも帯磁率が負になるなど明かに正しくない結果を与えていた。しかし、話をフェルミ面付近に限れば、フェルミ面上ではスピン反転の散乱が消えるなど、Green 関数も定性的には基底状態が singlet であるような性質を持っているように思われる。§ 1 でみた discrete pole のエネルギーの振舞いはそのことを確かにするようにも思われた。<sup>6)</sup>しかし、上に見たような結果が出てみると、この考え方も若干あやしくなってくる。実際よく考えてみると、基底状態が singlet だとしたら一体的なスピン反転の散乱が残るといふのは考えにくいことである。スピン反転、あるいはもっと一般的に言って、電子系の時間反転の対称性をこわすような散乱といふのは、多体的な、電子-空孔対に励起するようなチャネルではじめて可能であろう。そう考えてみると、 $J > 0$  と  $J < 0$  で pole が対称に現れるということが、 $J < 0$  では基底状態が singlet になるということとは全くあいられない事態であると言わなければならない。

こうして見て来ると、超伝導体における Kondo 効果の問題は、単に超伝導体に移しかえた Kondo 効果の問題というだけには留まらず、Kondo 効果の本質に係わる問題、ある意味ではその本質が discrete level というより明瞭な形で現れている問題であるように思われる。そういう視点からすれば、問題は決してまだ落着いてはいないのである。

Reference

- 1) T. Soda, T. Matsuura and Y. Nagaoka, Progr. Theor. Phys. 38 (1967), 551.
- 2) M. Fowler and K. Maki, Phys. Rev. 164 (1967), 484.
- 3) E. Takano and S. Matayoshi, Progr. Theor. Phys. 41 (1968), 45.
- 4) J. Zittartz and E. Müller-Hartmann, Z. Physik 232 (1970), 11.
- 5) M. Fowler and K. Maki, Phys. Rev. to be published.
- 6) Y. Nagaoka, LT12.
- 7) H. Shiba, Progr. Theor. Phys. 40 (1968), 435.
- 8) H. Sato and K. Maki, Progr. Theor. Phys. 44 (1970) No. 4.
- 9) S. Nakajima, Progr. Theor. Phys. 39 (1968), 1402.
- 10) A.A. Abrikosov, Physics 2 (1965), 5.
- 11) Y. Osaka; preprint.