不規則系としての神経回路

早大理工　　斉藤信彦

脳はニューロンから出来た複雑な網目が主要な構成物でその上に外界の刺戟に応じたパルスが走りまわり，情報処理を行っている。ニューロンとニューロンをつなぐシナプスについてはその動作が比較的よくわかって来たが，それから作られる網目の挙動については正確なことはあまりいえていない。シナプス自身の素過程がわかっているということは，残る問題は多体系としての挙動であり，統計物理の対象となりうるであろう。

化学シナプスのみについて考えると，一般にシナプス後興奮性，シナプス後抑制性，シナプス前抑制性の３つがある。興奮性の場合には刺戟がシナプスに到達するとシナプスの後に＋の電位を与えるものであり，抑制性のものは－の電位を与える。シナプス前抑制性というのは興奮性のシナプスに重なって抑制性のシナプスが作用し，その興奮性をおさえるものである。僅かな例外を除くと，同一のニューロンから出るシナプスは上記の３種類のうちのどれか一つだけに限られる。（もっと一般的な法則は，一つのニューロンからは同一の伝達物質しかでないということである）。

一つのニューロンには，それ故，多数のニューロンからの刺戟による電位が代数的に加え合わされて，その結果ある一定の値（閾値）に達すると，“発火”してそのパルスはニューロンの軸索を通して他のニューロンとのシナプスに達する。パルスは一定の高さをもっている。j 番目のニューロンの電位を x_j とし，シナプスを通して i 番目のニューロンに与える電位を $a_{ij}x_j$ とかくことにする。j が興奮性であれば結合定数 a_{ij} は正であり，抑制性ならば負である。シナプス前抑制性のときはこのようにかんたんには書けないからいまは無視することにする。McCulloch－Pittsは１９４３年神経回路の式として次のものを与えた。

$$x_i(t+\tau)=\theta\left[\sum_j a_{ij}\,x_j(t)-T_i\right] \tag{1}$$

$$\begin{aligned}\theta[x]&=1 \qquad x>0\\ &=0 \qquad x\leqq 0\end{aligned}$$

ここでτはシナプスの伝達時間，T_iはi番目のニューロンの閾値である。ニューロンのは一度発火するとしばらくの間は発火しない。その期間を不応期という。またa_{ij}はiとjの間に何度も刺戟が通ると刺戟が通りやすくなる。これを促通という。a_{ij}が変るのは外界の刺戟によるわけで記憶と関係がある。不応期や促通の効果を考えた式はCaianielloによってつくられた。

(1)は非線型の式であるが，その非線型性は，通信工学におけるパルスやディジタル化と同じく，工学的な意味をもっているのだろう。情報処理の本質は線型化したものにもあると考え，

$$x_i(t+\tau)\cong x_i(t)+\tau\frac{dx_i}{dt}$$

と近似して(1)を

$$\frac{dx_i}{dt}=\sum b_{ij}\,x_j \tag{2}$$

とかくことにする。$b_{ii}=-1/\tau$，$b_{ij}=a_{ij}/\tau$である。a_{ij}の符号はjできまるから一般に

$$b_{ij}\neq b_{ji} \tag{3}$$

であって対称性はない。b_{ij}は過去の経験に従って(促通効果)さまざまな値をもっていることになる。こういう意味で神経回路は不規則系である。

(2)は線型振動子系と比べられる。線型振動子系は適当な変数をとると

$$\frac{d^2x_i}{dt^2}=\sum aC_{ij}\,x_j \tag{4}$$

$$C_{ij}=C_{ji}$$

とかけ，C_{ij} は対称である。振動子系のスペクトルはマトリックス $\{C_{ij}\}$ の固有値で与えられる。対称性があるからこの固有値は常に実（実際は負）である。また C_{ij} の値が不規則であるような系では $\{C_{ij}\}$ の固有値すなわち二乗振動スペクトルは山と谷の多い複雑な構造をもち，それぞれの振動は局在していることが堀，松田，Dean らの研究によって明らかになった。

このような事実は神経系に対してはあてはまるだろうか。先ず $\{b_{ij}\}$ は対称でないので，一般に固有値 λ_j は複素数であって

$$\lambda_j = \mu_j + i\omega_j$$

となるから一階微分方程式(2)の解は $\omega_j \neq 0$ では振動的になる。その振動数の分布や局在性は振動子系との類似から予想される。計算機による結果が以下の図に示すところである。

ここでは一次元の最近接相互作用系を考える。このとき興奮性のニューロン(+)と抑制性のニューロン(−)を交互に並べた規則系では ω^2 のスペクトル分布は滑らかであるが，不規則にならべると図１のようになる。またそのひとつの固有値 $\lambda_j = \mu_j + i\omega_j$ に対する固有ベクトルも一般には複素数である。その絶対値の２乗をとってかいたのが図２であって４６番目の付近に局在していることがわかる。４６の位置の高さを１にとってある。これは $\lambda = -0.494663 + i\,0.987473$ に対するものであるが，他のものでも局在する場所がちがうだけで同じ性格をもっている。

これらのことは振動子系から類推した通りである。こういう局在振動は記憶を考える上に便利である。想起というのは特定の局在振動を励起することであり，連想とはひとつの振動が励起されたときに，それを類縁の他の振動が励起されることである。a_{ij} 又は b_{ij} をきめるのは長い過去の経験であるが，大きな network の中でその結合はある種の確率過程で行われるだろう。局在振動を与える類似の a_{ij} が他にも出来ていれば，一ヶ所の損傷は記憶には大きな変化を与えないですむだろう。確率的現象は比較的定定性をもっているものである。記憶を巡回的な波や振動と考えは Eccles 以来しばしばあるが，その回路的なメカニズムは上記のようなものではないだろうか。

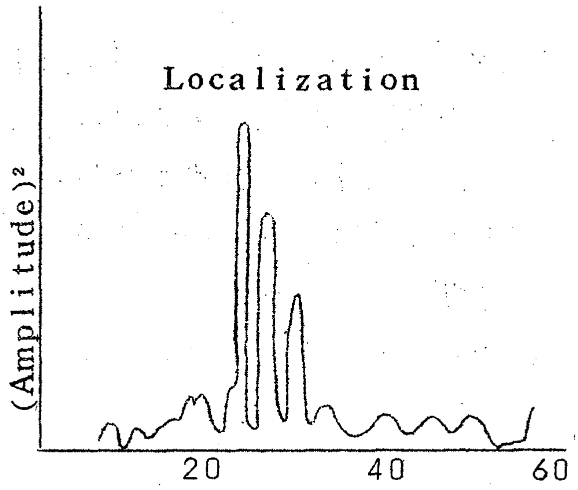

図 2　$\lambda = -0.999861 + i\,0.844426$ に対する局在振動

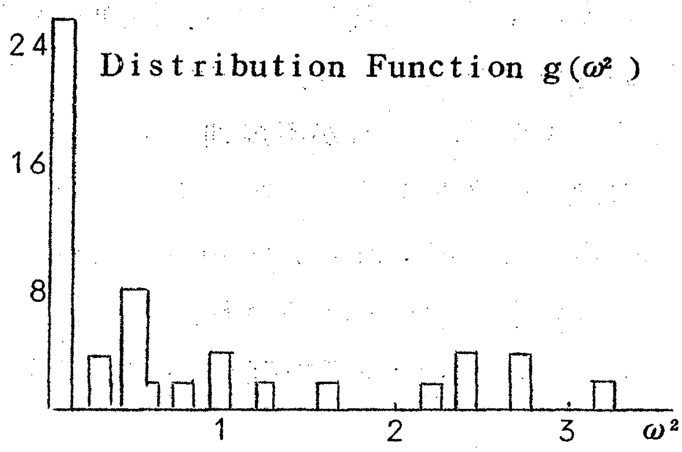

図 1　スペクトル分布

記憶に関する説にはホログラフィーの考えを応用するものなどもある。現在はいろいろなモデルを提出して試みをする時期であろう。ここでのべた考えに対する批判をいただければ幸である。しかし乍ら脳の研究は，あまり本質に達しない方がいいのではないだろうか。本質が判ったときに，それは恐ろしい結果をもたらしそうである。そのとき我々に精神の自由が残されるだろうか。こういう意味では脳をめぐって楽しみをしている程度がよいのかも知れない。これは面白いと感じられた方が一人でもあれば幸である。