強誘電体，磁性体のdynamics

京大 理 谷 憲 輔

i) dynamic scaling low

Ferrel et al [1] 及びHalperin-Hohenberg[2] によって提唱されたdynamic scaling lowは波数kのmodeの振動数Ω_k,減衰定数Γ_kがcritical point T_c近傍で

$$i\Omega_k - \Gamma_k = k^n f(\kappa/k) \quad (1)$$

と相転移にrelevantなfluctuationsの温度Tに依存するcorrelation length $\kappa^{-1}(T)$でscaleされる事を主張する。nは物質定数。(1)は強・反強磁性体などについて実験的に支持されている。[3] 又，その成立の微視的根拠も研究されている。[4),5)] が然し，(1)の型でdynamic scaling lowが成立するのは寧ろ特殊な場合の様に思われる。変位型強誘電体では

$$i\Omega_k - \Gamma_k = k^n g(\kappa/k,\ \kappa_1/k,\cdots) \quad (2)$$

であり，一つのcorrelation length κ^{-1}のみではscale出来ない。[6] その物理的原因は(soft)mode kに働らく力f_kはfree Hamiltonianのみによるのに対してf_kに働らく力はinteraction Hamiltonianにのみ依存するからである。$\kappa_1\cdots$はTのみならずkにも依存する。此の様に，一般に何ケのcorrelation lengthsによってscaleされるかは着目する物理量，と系の性質即ちHamiltonian，に依る。此の見地から強・反強磁性体，液体ヘリウムで成立つ(1)は(2)の特別な場合である。最近マグネタイトについてなされたスピン波の中性子散乱の実験[7] は$\Omega_\kappa \propto k^2 (T_c - T)^{0.265}$, $\Gamma_k(T_c) \propto k^{1.6}$と磁性体でも明かに(1)が成立っていなく(2)である事を示唆して興味深い。フェリ磁性で(1)が成立しないのはuniform及びstaggered susceptibilitiesが共にT_cで発散することに依るのであろう。

ii) critical regime に於ける新しい type の oscillatory behaviour

critical regime $\kappa \ll k$ では着目する mode k の波長より fluctuations の correlation length の方が長い為，hydrodynamical regime $k \ll \kappa$ では無視出来る memory effect が重要となり，新しい type の oscillatory behaviour を示す可能性がある。磁性体では sloppy spin wave として実験的にも理論的にも可成り研究されているが[3),5)]此等の現象は磁性体内系は critical mode 自体に限られるわけではない。実際，変位型強誘電体では soft mode 及び acoustic mode それぞれについて，hydrodynamical regime の frequencies と異った oscillations が存在する可能性が示された。[6)]強・反強磁性体の acoustic mode に対しては $iak^{1/2} - bk^{5/2}\,(k^{3/2})$ が予期される。[8)] a，b は物質定数及び T に依存する。此等 critical regime 特有の oscillation が物理的に意味を持つ為には，その frequency が damping constant より小さい，frequency が hydrodynamical regime と同じ dispersion をもつとした frequency より大きい，$\kappa \ll k$，等の諸条件を満たさねばならない。従って着目する mode と critical fluctuations との coupling constant の大きさ，T，k 等に可成り delicate によるので，一概にはその存在を主張出来ぬが，他の系の critical regime については未だ調べられていない。

iii) collective mode の hydrodynamical regime に於ける damping constant の波数依存性

波数 k の collective mode の減衰定数 Γ_k の相関関数表式は Mori[9)] によって

$$\Gamma_k = \mathrm{Re}\int_0^\infty dt\ e^{-i\Omega_k t}\,(f_k(t),\ f_k^*)/(A_k,\ A_k^*) \qquad (3)$$

と与えられている。但し A_k は normal coordinate，f_k は A_k に作用する random force。hydrodynamical regime $k \ll \kappa$ は，厳密に云えば $(f_k(t), f_k^*)$ の local equilibrium への relaxation time を τ とすれば $\Omega_k \ll 1/\tau$ で specify される。従って Γ_k は $(f_k(t), f_k^*)$ の local equilibrium への decay の過程によって決るが，collisionless regime $1/\tau \ll \Omega_k$ に比べて，local equilibrium 及び τ の T，k 依存性，が未知の為，Γ_k の T，k 依存性の計算は著るしく面倒である。が，Γ_k の k

依存性をpredict する簡単な規則が提出された。[10] 即ち

"Γ_k のk依存性はstatic correlations の ratio
$(f_k, f_k^*)/(A_k, A_k^*)$ のk依存性に等しい"。 (4)

(4)の物理的根拠は；$\Omega_k \ll 1/\tau$ 故，相互作用表示の $e^{-i\Omega_k t}$ の Ω_k を通してのk依存性は Γ_k には効かない，τ は f_k に含まれる種々の波数をもったmodes の relaxation times の average であるからk依存性が average out される，である。更に $f_k = \sum_{k'}\sum_{k''} F(kk'k'') A_{k'} A_{k-k'}$ とした時（f_k が2ケ以上のnormal coordinates を含むなど一般の場合についても同様），hydrodynamical regime である為 $\hbar\Omega_k \ll k_B T$ であるから $A_{k'} A_{k-k'}$ のstatic correlation のk依存性は無視できる。一方 $i\Omega_k = (\dot{A}_k, A_k^*)/(A_k, A_k^*)$ [9] であるからKubo's identity[11] によって $(A_k, A_k^*) = 1/\hbar\Omega_k$，従って(4)の計算は，$F(kk'k'')$ のk依存性のみを調べればよく，著るしく簡単になる。強誘電体，強・反強磁性体，絶縁体，金属，液体ヘリウムなどのphonons, spin waves 等，筆者の知る限りでは(4)は任意の系の任意のcollective mode に対して成立っている。又，フェリ磁性の lower branch spin wave に対して(4)から $\Gamma_k \propto k^4$ がpredict されるが，((i)の $\Gamma_k(T_c) \propto k^{1.6}$ は T_c での測定故hydrodynamical regime ではない)此は実験とconsistent である。[12] (4)は磁性体中のphonon の様に接触系に対しても適用されるが，着目する系のみ考えると，上述の諸例から，更に次の規則

"Γ_k のk依存性は Ω_k^2 のk依存性に等しい" (5)

が成立っている様に思われる。従って(4)から $f_k \propto \sqrt{\Omega_k}$ が結論される。A_k は一般に（soft mode は $k \to 0$ で $\Omega_k \to k^0$, $\Gamma_k \to k^0$ で(5)を満たすが，此等保存量と直接結びつかぬmode を別とすれば）系の全，粒子数，運動量，角（スピン）運動量等の保存量に関した量で与られ，$[A_k, H] \to 0$ $(k \to 0)$ であるが，Hamiltonian を normal coordinates で書表わした時：$\dot{A}_k = (1/i\hbar)[A_k, H] = i\Omega_k A_k + f_k$；第一項は $\Omega_k \to 0$，第二項は $\sqrt{\Omega_k} \to 0$ とその conserve の仕方

が異ってくる。$f_k \propto \sqrt{\Omega_k}$ は前述の様に$F(kk'k'') \propto \sqrt{\Omega_k}$ を意味するから，何故$f_k \propto \sqrt{\Omega_k}$ であるのか？は，hydrodynamical regime に限らず collective mode の本質に関している様に思われる。なお hydrodynamical regime $k \ll \kappa$ でありさえすれば，(4)，(5)は相転移点近傍に限らず任意の温度で適用される。（絶対零度近傍ではκ^{-1} はk_BT に等しい振動数の波長で定義される。）Γ_k の accurate な温度依存性を知るには，現在のところ Matsubara Green function[13] に対する Dyson equation を systematic に，乃至は self-consistently に systematic に，低周波数，長波長 limit で解く以外，未だ systematic な方法は展開されていない様に思われる。

1）R. Ferrel et al, Phys. Rev. Letters 18 (1967), 891.

2）B. I. Harperin and P. C. Hohenberg, Phys. Rev. Letters 19. (1967), 700.

3）R. Nathans et al, J. Appl. Phys. 39 (1968), 1237.

4）H. Mori and H. Okamoto, Prog. Theor. Phys. 40 (1968), 1287.

5）K. Tomita and T. Kawasaki, Prog. Theor. Phys. 45 (1971), 1

6）K. Tani and M. Takemura, J. Phys. Soc. Japan 26 Suppl (1969), 165; ilid 31 (1971) 328.

7）M. F. Collins and D. H. Saunderson, J. Appl. Phys. 41. (1970), 1433.

8）K. Tani and H. Tanaka, J. Phys. C 3 (1970) L90.

9）H. Mori, Prog. Theor. Phys. 33 (1965), 423.

10）K. Tani, J. Phys. C 3 (1970) L60.

11）R. Kubo, J. Phys. Soc. Japan 12 (1957), 570.

12）D. H. Saunderson, private communication.

13）T. Matsubara, Prog. Theor. Phys. 14 (1955), 351.
A. A. Abrikosov et al, Method of Quantum Field theory in Statistical Physics (Prentice, 1963).