液晶の方向特性の規定についてのコメント

東理大・理工　池　田　　恵

（1月18日受理）

ここでは，液晶の連続体力学的考察を展開していくについて，我々なりに気のついた問題点 — もちろん，主として連続体力学そのものとの関係においての問題点 — を若干述べてみたい。

1. swarm モデルと連続体モデル

我々が前論文[1)]で展開したところは，各点の方向特性 — 分子軸と双極子モーメント — に関する議論であり，それが，分子配列に着目している立場に他ならないことを知ったわけであるが，従来から考えられている力学的取扱いの際のモデルとしては二種類あり，一つは swarm－モデルであり，もう一つは連続体モデルである[2)]。このちがいは，着目する基本単位が分子か，その集団かのちがいであり，我々の立場は，直観的には連続体モデルに相当していることがいえる。が，前論文でのべた如く，扱い方自身としては非局所化が図られており，点というよりは有限な領域を単位にとっていることになり，そして，その内部構造を方向特性で代表させていることにもなるから，swarm－モデルにも関係してくる。但し，swarm を構成する分子集団は，外的状況によって集合，離散をくりかえしているから，いわゆる領域（domain）の概念とは趣を異にしている。結局，我々は分子集団を問題せずして，分子自体に着目した扱いをしていることになるが，swarm－粒子を構成する各分子に関する方向特性を個別に着目せずして，swarm－粒子の段階での平均的な方向特性を考えることにすれば，それ以降の扱いは，両者共，全く同じになる。つまり，swarm－モデルといえども，有限領域の単位粒子を基本粒子とみなして，各分子の方向特性の平均の様相に着目することにすれば，着目する単位の大きさのちがいのみで，本質的には，両者とも一般論[1)]の形式で扱えることになる。尤も，swarm－モデルはN相の場合にしか考えられないのに対し，連続体モデルは，すべての相にわたって考えられる点などの大きな差はあるが。

2. 粒子の運動との類同関係

方向特性の扱い方について，ここでは，モデルの問題と，それによって，どの様な

他分野のモデル的取扱いと結びついてきているかを述べておこう。

方向特性として新自由度を導入すること自体は，非局所化の要因として，しばしば注目されているところであるが，このことを，ひるがえってモデルそのものとして考えなおした時，結局，問題とされるのは方向特性の変化，ひいては，それを担う分子の回転運動が着目されてきている。ということは，着目する分子をモデル的に何とみなそうとも，振率的要素が本質的であることになる。そして，その結果，従来から良く問題とされてきているところのモーメント応力問題に帰着する。従って，話はモデル的類同を他に求めながら，モーメント応力に注目する立場に範を求めることになる。分子が浮遊していて，外場の作用によって回転変形をうけるということを，より抽象的にとりあげると，粒体物質（granular media）の粒子の運動，しかも，変位とは独立な非ホロノーム回転を考慮に入れた運動が，良く対応してくることがわかる。そこでは，どう考えられているかをみておくと，N. Oshima[3] では独立変形要素として

$$\left.\begin{array}{ll}\text{歪} \quad ; & \varepsilon_{ji} = \partial_{(j}u_{i)} \quad ; \quad u_i \text{ は変位} \\ \text{第二種歪} ; & \gamma_{kji} = \partial_k \partial_j u_i + \partial_k \omega_{ji} \; ; \quad \omega_{ji} = -\omega_{ij} \text{ は独立回転}\end{array}\right\} \qquad (2.1)$$

を採用し，前者は計量 $g_{ji} = \delta_{ji} + 2\varepsilon_{ji}$ に，後者は接続 $\Gamma_{kji} = \gamma_{kji}$ に対応してくることがわかり，幾何学的構造に合致している。又，純粒体力学的考察では，M. Satake[4] にみられる如く，

$$\left.\begin{array}{ll}\text{全変形} \quad ; & r_{ij} = -\partial_j u_i - w_{ij} \\ \text{回転変形} ; & \alpha_{kji} = -\partial_k w_{ji}\end{array} \quad (w_{ij} = -w_{ji} \text{ は相対回転})\right\} \qquad (2.2)$$

を独立的に扱っている。w_{ij} は表面に接触する他粒子との相対回転で，前述の ω_{ij} と同じ意味をもつ。但し，M. Satake[4] では幾何学的構造が考えられていなく，単に w_{ij} を導入した拡張にすぎない。

これらをみてみると，回転 ω_{ij}，w_{ij} の導入が新自由度の導入として，より微視的な段階での量にくみこまれていることがわかるが，液晶分子の外場による回転変形との関係は，分子軸の回転がこれに対応してき，従って，それは接続の段階ではじめて問題とされ，モーメント応力に応ずる力学量が出現してくることになる。その物理量としての出現は，“力”の概念が他の物理量に変換された後に観測されるもので，実験事実としての光の散乱，物質係数の異方性などとなってくる。その変換過程は，通常の定義によらざるを得ない。

3. 独立回転の液晶的意味

液晶分子の外場 (**F**) による回転運動そのものを象徴的にとらえると，前節でのべた様な独立回転の存在を考察しなければならなくなることは確かであるが，一方，物性的に，その様な回転というのは，相互作用の非線型性の中にくみこまれていると考えられる。例えば，分子軸 **M** に関する情報としては

$$dM^{\kappa} = C_{\lambda}^{\cdot\kappa} dx^{\lambda} + C_{\sigma}^{\cdot\kappa} dF^{\sigma} \tag{3.1}$$

が成立つと考えられる。[1] 一方，外場 **F** の作用は，場所的に決定されるものとすると，

$$dF^{\sigma} \fallingdotseq \nu_{\mu}^{\sigma} dx^{\mu} \tag{3.2}$$

が成立つことになり，(3.1) は

$$dM^{\kappa} = (C_{\lambda}^{\cdot\kappa} + C_{\sigma}^{\cdot\kappa} \nu_{\lambda}^{\sigma}) dx^{\lambda} \equiv \kappa_{\lambda}^{\cdot\kappa} dx^{\lambda} \tag{3.3}$$

とかけ，$\kappa_{\lambda}^{\cdot\kappa}$ が表面に出てくるべき曲率歪に相当してくる。

この種の相互作用に対して，(2.1) の形の概念を適用すると，全変位 a^{κ} なるものが，

$$da^{\kappa} = m_{\lambda}^{\cdot\kappa} dx^{\lambda} + n_{\lambda}^{\cdot\kappa} dM^{\lambda} \tag{3.4}$$

と規定されるべきものと考えられ，**m** は純変形，**n** は方向特性の相互作用である。しかも，(3.3) を仮定すると，

$$da^{\kappa} = (m_{\lambda}^{\cdot\kappa} + n_{\lambda}^{\cdot\kappa} \kappa_{\lambda}^{\cdot\nu}) dx^{\lambda} \tag{3.5}$$

と表わせ，“歪”の概念は

$$s_{\lambda\kappa} = \partial_{(\lambda} a_{\kappa)} = m_{(\lambda\kappa)} + n_{\nu(\kappa} \kappa^{\cdot\nu}_{\lambda)} \tag{3.6}$$

と帰着する。つまり，$m_{(\lambda\kappa)}$ が (2.1) の $\varepsilon_{\lambda\kappa}$ に相当する純変形歪であり，**n** の項は分子軸の回転変形に伴う変位からの歪，即ち相対歪である。又，$(2.1)_2$ の第二種歪に対するものは

$$t_{\mu\lambda\kappa} = \partial_{\mu} m_{\lambda\kappa} + \partial_{\mu} \omega_{\lambda\kappa} \tag{3.7}$$

とおけ，(3.5) を用いると

$$t_{\mu\lambda\kappa} = \partial_{\mu} m_{\lambda\kappa} + \partial_{\mu} \left(n_{\nu\kappa} \kappa_{\lambda}^{\cdot\nu} \right) \tag{3.8}$$

故に，独立回転としては

$$\omega_{\lambda\kappa} \equiv n_{\nu[\kappa} \kappa_{\lambda]}^{\cdot\nu} \tag{3.9}$$

とおける。全変形というものが

$$d_{\lambda\kappa} = \partial_{\lambda} a_{\kappa} = m_{\lambda\kappa} + n'_{\lambda\kappa} \ ; \quad n'_{\lambda\kappa} \equiv n_{\nu\kappa} \kappa^{\cdot\nu} \tag{3.10}$$

で与えられるから，変位の成分 a^{κ} 中の純変形的変位を u^{κ} とおくと，$m_{\lambda\kappa}$ は

$$m_{\lambda\kappa} = \partial_{\lambda} u_{\kappa} \tag{3.11}$$

の形で派生してきていることになるが，$n'_{\lambda\kappa}$ の方は，u^{κ} とは独立で，分子自身の変位 a^{κ} と変形的変位（周囲の局所領域の変位）u^{κ} との差，即ち，相対変位（$a^{\kappa}-u^{\kappa}$）に依存している。

以上は，外場の作用による，液晶分子軸の回転変形が変位に影響し，その変形論的意味を独立回転としてとらえることを提唱したことになる。

4. 巨視的な方向特性についての全体像

我々が方向特性として問題としている order は，少なくとも顕微鏡から肉眼まで位の，かなり macro な段階であることは確かだが，その生来すべき原因の自由度の分析を試みる立場は，もちろん，それよりは micro な order へ突入していることは明らかである。

まず，今までの立場を尊重する意味で，独立変数として，直接的に着目される分子軸配向 $\mathbf{M}$ と，その位置 $\mathbf{x}$ を採用する。つまり，Finsler 空間的様相を強調する。そうすると，

$$\delta M^{\kappa} = dM^{\kappa} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\kappa} M^{\lambda} dx^{\mu} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\prime\kappa} M^{\lambda} dM^{\mu} \tag{4.1}$$

の形の接続が考えられ，計量としても

$$dE^2 = g_{\lambda\kappa} dM^{\kappa} dM^{\lambda} \ ; \quad g_{\lambda\kappa}(x, M) = \frac{1}{2} \frac{\partial E^2}{\partial M^{\kappa} \partial M^{\lambda}} \tag{4.2}$$

の形で導入されてくる。又，計量条件は，$\delta g_{\lambda\kappa} = 0$ 故に，

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial g_{\lambda\kappa}}{\partial x^{\mu}}&=\Gamma_{\mu\lambda}^{\ \ \nu}g_{\nu\kappa}+\Gamma_{\mu\kappa}^{\ \ \nu}\partial_{\lambda\nu},\\ \frac{\partial g_{\lambda\kappa}}{\partial M^{\mu}}&=\Gamma_{\mu\lambda}^{\prime\ \nu}g_{\nu\kappa}+\Gamma_{\mu\kappa}^{\prime\ \nu}g_{\lambda\nu}\end{aligned}\right\}\tag{4.3}$$

が成立つ。分子軸配向の効果は，すべからく $\Gamma_{\mu\lambda}^{\prime\ \kappa}$ によって代表される。この段階では，($g_{\lambda\kappa}$, $\Gamma_{\mu\lambda}^{\ \ \kappa}$, $\Gamma_{\mu\lambda}^{\prime\ \kappa}$) が基本量として導入されたことになる。

変形（dx^{κ}）と相互作用（dM^{λ}）の寄与を分離した扱いが可能な，遠隔平行性的取扱いでは，(4.1)～(4.3) の関係自体は，より簡単化され，“変形” $A_{i}^{\kappa}(x,M)$ にすべての作用を代表させることにすれば，通常の遠隔平行性空間の規定条件より

$$\left.\begin{aligned}g_{\lambda\kappa}&=A_{\lambda}^{\ j}A_{\kappa}^{\ i}\delta_{ji},\\ \Gamma_{\mu\lambda}^{\ \ \kappa}&=-A_{\lambda}^{i}\frac{\partial A_{i}^{\kappa}}{\partial x^{\mu}},\\ \Gamma_{\mu\lambda}^{\prime\ \kappa}&=-A_{\lambda}^{i}\frac{\partial A_{i}^{\kappa}}{\partial M^{\mu}}\end{aligned}\right\}\tag{4.4}$$

と与えられ，$A_{i}^{\kappa}(x,M)$ を物理的に規定していくことが分子軸配向の問題に帰着する。後の便宜のために

$$A_{i}^{\kappa}=\delta_{i}^{\kappa}+r_{i}^{\kappa}(x,M)\tag{4.5}$$

とおき，r^{2} の order を省略することにすれば，(4.4) は

$$\left.\begin{aligned}g_{\lambda\kappa}&=\delta_{\lambda\kappa}+2r_{(\lambda\kappa)}\ ;\quad r_{\lambda\kappa}\equiv r_{\lambda}^{\ j}\delta_{\kappa}^{\ i}\delta_{ji},\\ \Gamma_{\mu\lambda}^{\ \ \kappa}&=-\frac{\partial r_{\lambda}^{\cdot\kappa}}{\partial x^{\mu}}\ ;\quad r_{\lambda}^{\cdot\kappa}\equiv r_{\lambda}^{\ i}\delta_{i}^{\ \kappa},\\ \Gamma_{\mu\lambda}^{\prime\ \kappa}&=-\frac{\partial r_{\lambda}^{\cdot\kappa}}{\partial M^{\mu}}\end{aligned}\right\}\tag{4.6}$$

とおけることになる。

さて，これに対して，(dx^{κ}, dM^{λ}) なる独立変数をひきおこす物理量という意味で分子軸配向の変化をひきおこすものを考えてみると，外場の作用 dF^{σ} が第一であり，それに伴って，ずり変形の効果を考えられる故，一応，

$$dM^{\kappa} = C_{\lambda}^{\cdot\kappa} dx^{\lambda} + C_{\sigma}^{\cdot\kappa} dF^{\sigma} \tag{4.7}$$

が仮定される。又，一方，実験的には

$$M^{\kappa} = \alpha_{\lambda}^{\cdot\kappa} x^{\lambda} + \alpha_{\sigma}^{\cdot\kappa} F^{\sigma} \tag{4.8}$$

の形も考えられる故，[5] これより

$$dM^{\kappa} = (d\alpha_{\lambda}^{\cdot\kappa}) x^{\lambda} + (d\alpha_{\sigma}^{\cdot\kappa}) F^{\sigma} + \alpha_{\lambda}^{\cdot\kappa}(dx^{\lambda}) + \alpha_{\sigma}^{\cdot\kappa}(dF^{\sigma}) \tag{4.9}$$

が求められ，$(\alpha_{\lambda}^{\cdot\kappa},\ \alpha_{\sigma}^{\cdot\kappa})$ が定数ならば(4.7)と一致するが，一般にはそうでないから，一般関係式として

$$\left.\begin{aligned} C_{\lambda}^{\cdot\kappa} &= \alpha_{\lambda}^{\cdot\kappa} + (\partial_{\lambda}\alpha_{\mu}^{\cdot\kappa})x^{\mu} + (\partial_{\lambda}\alpha_{\sigma}^{\cdot\kappa})F^{\sigma} \\ C_{\sigma}^{\cdot\kappa} &= \alpha_{\sigma}^{\cdot\kappa} + (\partial_{\sigma}\alpha_{\mu}^{\cdot\kappa})x^{\mu} + (\partial_{\sigma}\alpha_{\rho}^{\cdot\kappa})F^{\rho} \end{aligned}\right\} \tag{4.10}$$

とおける。$(\alpha_{\lambda}^{\cdot\kappa},\ \alpha_{\sigma}^{\cdot\kappa})$ の函数型，あるいは $(C_{\lambda}^{\cdot\kappa},\ C_{\sigma}^{\cdot\kappa})$ のそれが適当に仮定されることによって，(4.7)，(4.8)と実験式との比較検討が可能になる。

さて，では，(4.7)の影響は，どの様な形でくみこまれていくかをみていこう。まず，(4.1)は，

$$\left.\begin{aligned} &\delta M^{\kappa} = dM^{\kappa} + \widetilde{\Gamma}_{\mu\lambda}^{\kappa} M^{\lambda} dx^{\mu} + \widetilde{\Gamma}_{\sigma\lambda}^{\kappa} M^{\lambda} dF^{\sigma} \\ &\text{但し} \begin{cases} \widetilde{\Gamma}_{\mu\lambda}^{\kappa} \equiv \Gamma_{\mu\lambda}^{\kappa} + \Gamma'^{\kappa}_{\nu\lambda} C_{\mu}^{\cdot\nu}, \\ \widetilde{\Gamma}_{\sigma\lambda}^{\kappa} \equiv \Gamma'^{\kappa}_{\mu\lambda} C_{\sigma}^{\cdot\mu} \end{cases} \end{aligned}\right\} \tag{4.11}$$

となり，各接続係数がはみだし，$(dx^{\kappa},\ dF^{\sigma})$ が独立変数となる。そして，この時，全体系の計量 $g_{\lambda\kappa}$ から

$$\left.\begin{aligned} a_{\lambda\kappa} &= g_{\mu\nu} C^{\mu}_{\cdot\lambda} C^{\nu}_{\cdot\kappa}, \\ b_{\lambda\sigma} &= g_{\mu\nu} C^{\mu}_{\cdot\lambda} C^{\nu}_{\cdot\sigma}, \\ c_{\sigma\rho} &= g_{\mu\nu} C^{\mu}_{\cdot\sigma} C^{\nu}_{\cdot\rho} \end{aligned}\right\} \tag{4.12}$$

なる計量成分が導入される。$a_{\lambda\kappa}$ が純変形成分，$c_{\sigma\rho}$ が純外場量，$b_{\mu\sigma}$ が相互作用量を与える。

(4.6) を仮定すると，この場合の基本量は次の様になる。

$$\left.\begin{aligned}\widetilde{\Gamma}_{\mu\lambda}^{\ \kappa} &= \frac{\partial \gamma_{\lambda}^{\cdot\kappa}}{\partial x^{\mu}} + \frac{\partial \gamma_{\lambda}^{\cdot\kappa}}{\partial M^{\nu}} C_{\mu}^{\cdot\nu}, \\ \widetilde{\Gamma}_{\sigma\lambda}^{\ \kappa} &= \frac{\partial \gamma_{\lambda}^{\cdot\kappa}}{\partial M^{\mu}} C_{\sigma}^{\cdot\mu}\end{aligned}\right\} \tag{4.13}$$

Finsler 的取扱いでは，主として $\gamma_{\lambda}^{\cdot\kappa}(x,M)$ を M^{κ} による適当な函数型に仮定することが考えられるのであるが，今の場合，それと同時に ($C_{\lambda}^{\cdot\kappa}$, $C_{\sigma}^{\cdot\kappa}$) の F^{σ} による適当な函数型ということを考え併わせなければならない。そこで，まず，$\gamma_{\lambda}^{\cdot\kappa}$ について，M^{μ} で展開して

$$\gamma_{\lambda}^{\cdot\kappa} = \beta_{\lambda}^{\cdot\kappa}(x) + \beta_{\lambda\cdot\mu\nu}^{\cdot\kappa}(x) M^{\mu}M^{\nu} + \cdots \tag{4.14}$$

とおくことにすると，この時，まず，第一段階として (4.6) は

$$\left.\begin{aligned}g_{\lambda\kappa} &= \delta_{\lambda\kappa} + 2\beta_{(\lambda\kappa)} + 2\beta_{(\lambda\kappa)\mu\nu} M^{\mu}M^{\nu}, \\ \Gamma_{\mu\lambda}^{\ \kappa} &= -\frac{\partial \beta_{\lambda}^{\cdot\kappa}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial \beta_{\lambda\cdot\nu\varepsilon}^{\cdot\kappa}}{\partial x^{\mu}} M^{\nu}M^{\varepsilon}, \\ \Gamma_{\mu\lambda}^{\prime\kappa} &= -2\beta_{\lambda\cdot\mu\nu}^{\cdot\kappa} M^{\nu}\end{aligned}\right\} \tag{4.15}$$

となる。但し，この段階では，$\partial_{\mu} M^{\kappa}$ なる曲率歪は取入れられず，それは次段階の (4.7) によって導入されることになる。

($C_{\lambda}^{\cdot\kappa}$, $C_{\sigma}^{\cdot\kappa}$) は，これからの“はみだし”を与えるもので，その函数型は (4.10) などを参考にして，(x^{κ}, F^{σ}) の函数として表わさねばならない。$A_{i}^{\kappa}(x,M)$ の時と同様に，重ね合わせ的構造を仮定することにして，

$$C_{\lambda}^{\cdot\kappa} = \delta_{\lambda}^{\kappa} + \omega_{\lambda}^{\cdot\kappa}, \qquad C_{\sigma}^{\cdot\kappa} = \delta_{\sigma}^{\kappa} + \omega_{\sigma}^{\kappa} \tag{4.16}$$

とおくことにすると，

$$\begin{aligned}\widetilde{\Gamma}_{\mu\lambda}^{\ \kappa} &= \Gamma_{\mu\lambda}^{\ \kappa} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\prime\kappa} + \Gamma_{\nu\lambda}^{\prime\kappa}\,\omega_{\mu}^{\cdot\nu}, \\ \widetilde{\Gamma}_{\sigma\lambda}^{\ \kappa} &= \Gamma_{\sigma\lambda}^{\prime\kappa} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\prime\kappa}\,\omega_{\sigma}^{\cdot\mu},\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} a_{\lambda\kappa} &= \delta_{\lambda\kappa} + 2\pi_{(\lambda\kappa)}, \\ b_{\lambda\sigma} &= \delta_{\lambda\sigma} + 2\pi_{(\lambda\sigma)}, \\ c_{\sigma\rho} &= \delta_{\sigma\rho} + 2\pi_{(\sigma\rho)} \end{aligned}\right\} \text{但し,}\ \pi_{\lambda\kappa} \equiv \omega_{\lambda}^{\cdot\mu}\,\delta_{\kappa}^{\nu}\,g_{\mu\nu}\ \text{etc.} \tag{4.17}$$

となり，(4.15) で $r_{\lambda}^{\cdot\kappa}$からの寄与が表わされる故に，(4.17) に於ては，$\omega_{\mu}^{\cdot\kappa}$からの寄与を想定しなければならない。(4.14) と同様にして，$\omega_{\lambda}^{\cdot\kappa}$を F^{σ} で展開すると，

$$\omega_{\mu}^{\cdot\lambda} = \xi_{\mu}^{\cdot\lambda}(x) + \xi_{\mu\cdot\sigma\rho}^{\cdot\lambda}(x)\,F^{\sigma}F^{\rho} + \tag{4.18}$$

とおけ，(4.17) より各量は次の様になる。

$$\left.\begin{aligned} \widetilde{\Gamma}_{\mu\lambda}^{\kappa} &= \Gamma_{\mu\lambda}^{\kappa} + \Gamma'^{\kappa}_{\mu\lambda} + \Gamma'^{\kappa}_{\nu\lambda}\,\xi_{\mu}^{\cdot\nu} + \Gamma'^{\kappa}_{\nu\lambda}\,\xi_{\mu\cdot\sigma\rho}^{\cdot\nu}F^{\sigma}F^{\rho}, \\ \widetilde{\Gamma}_{\sigma\lambda}^{\kappa} &= \Gamma'^{\kappa}_{\sigma\lambda} + \Gamma'^{\kappa}_{\mu\lambda}\,\xi_{\sigma}^{\cdot\mu} + \Gamma'^{\kappa}_{\mu\lambda}\,\xi_{\sigma\cdot\rho\tau}^{\cdot\mu}F^{\rho}F^{\tau}. \end{aligned}\right\} \tag{4.19}$$

よって全体としては次の様に与えられるに至る。

$$\left.\begin{aligned} \widetilde{\Gamma}_{\mu\lambda}^{\kappa} &= -\frac{\partial\beta_{\lambda}^{\cdot\kappa}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial\beta_{\lambda\cdot\nu\varepsilon}^{\cdot\kappa}}{\partial x^{\mu}}M^{\nu}M^{\varepsilon} - \beta_{\lambda\cdot\nu\varepsilon}^{\cdot\kappa}\,\xi_{\mu}^{\cdot\nu}M^{\varepsilon} - \beta_{\lambda\cdot\nu\varepsilon}^{\cdot\kappa}\,\xi_{\mu\cdot\sigma\rho}^{\cdot\nu}M^{\varepsilon}F^{\sigma}F^{\rho}, \\ \widetilde{\Gamma}_{\sigma\lambda}^{\kappa} &= -2\beta_{\lambda\cdot\sigma\mu}^{\cdot\kappa}M^{\mu} - 2\beta_{\lambda\cdot\mu\nu}^{\cdot\kappa}\,\xi_{\sigma}^{\cdot\mu}M^{\nu} - 2\beta_{\lambda\cdot\mu\nu}^{\cdot\kappa}\,\xi_{\sigma\cdot\rho\tau}^{\cdot\mu}M^{\nu}F^{\rho}F^{\tau}, \\ a_{\lambda\kappa} &= \delta_{\lambda\kappa} + 2\,\xi_{(\lambda\kappa)} + 2\,\xi_{(\lambda\kappa)\sigma\rho}F^{\sigma}F^{\rho}, \\ b_{\lambda\sigma} &= \delta_{\lambda\sigma} + 2\,\xi_{(\lambda\sigma)} + 2\,\xi_{(\lambda\sigma)\rho\tau}F^{\rho}F^{\tau}, \\ c_{\sigma\rho} &= \delta_{\sigma\rho} + 2\,\xi_{(\sigma\rho)} + 2\,\xi_{(\sigma\rho)\tau\upsilon}F^{\tau}F^{\upsilon} \end{aligned}\right\} \tag{4.20}$$

外場の効果を問題にするという意味での相互作用というのは，(x^{κ}, F^{σ}) による立場になるから，(4.20) で，更に (4.8) の如き仮定をすることにより，M^{κ} を F^{σ} で表わしていけば，$\widetilde{\Gamma}_{\mu\lambda}^{\kappa}$, $\widetilde{\Gamma}_{\sigma\lambda}^{\kappa}$, そして $g_{\lambda\kappa}$ を F^{σ} で展開した形式にまとめられ，通常の Finsler 空間的取扱いに帰着することがわかる。尤も，通常の Finsler的取扱いは，ここでいう $(x^{\kappa}, M^{\lambda})$ による取扱いであり，それを (x^{κ}, F^{σ}) までに及ぼすことは，相互作用場の概念の特徴である。

既にのべたごとく，その他にも縮退化の要因は種々存在し，$dM^{\kappa} \sim dx^{\lambda}$, $dF^{\sigma} \sim dx^{\mu}$ などを中心として，$dM^{\kappa} \sim dF^{\sigma}$ などが現象面で注目されるところである。[6] それらは，

この節でのべた全体像を，それぞれ縮退したものに他ならず，形式上の取扱いは（dx^{κ}，dM^{λ}）$\rightarrow$（dx^{κ}，dF^{σ}）への移行と類同である。

以上のべてきた種々のコメントは，液晶物性の連続体力学的考察の際に気付いた点であり，モデル的類同など，その他にも好都合なものが存在しているであろう。又，方向特性の規定についても，全体的な幾何学的な構造把握の問題以外の観点からも考えうるであろう。

参考文献

1) 池田　恵，物性研究，**16**（1971），367，429．
2) 古畑芳男，鳥山和久，野村貞夫，固体物理，**4**（1969），242，303．
3) N.Oshima，Menroirs，**1**．D−VI(1955)，563・
4) M.Satake，IUTAM Simposium 1967．Springer，1968，pp.156 − 159．
5) F.C.Frank，Disc. Faraday Soc.，**25**（1958），19．
6) H.Zocher，Trans. Faraday Soc.，**29**（1933），945．