

Title	相転移現象(講義ノート)
Author(s)	森, 肇
Citation	物性研究 (1972), 18(3): 123-138
Issue Date	1972-06-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/88475
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

「相転移現象」*)

九大理 森 肇

§ 1. Introduction

相転移現象は、すべてのマクロな物質でおこり、ミクロな存在形態の間の転移であるから大変重要でありかつ面白い。相転移現象に対する、できるだけ一般的な観点を深すというのが、統計物理の立場なので、そのような観点で相転移現象を先ず復習してみる。

[I] 相転移現象

A 0° K 近くで、すべての物質は ordered state をとる。

これは熱力学第3法則よりもつよい仮定である。1次元物質では ordered state をとらない模型が可能でしかも重要だが、自然界の物質は、結局相転移をおこなうと仮定する。

1. 分子やイオンの配置の ordering

- a) 結晶化, $bcc \rightarrow fcc$ 構造変化, 強誘電体で問題になる格子の distortive transition などがある。
- b) ボーズ液体の superfluid state; liquid で必ずしも固体にならないものでも superfluid という ordered state になる。
- c) 液体 ^3He , 中性子星; これらについてまだわからない。

2. 分子やスピンの方向の ordering

- a) 丸くない分子 ($\text{H}_2, \text{CH}_4, \text{CO}_2, \text{HCl}, \text{NaNO}_2$ など)
- b) 局在イオンのスピン
- c) 動きまわる電子のスピン

*) 12月2~4日京大理で「臨界現象」に関して特別講義したものを、大学院生の方がノートして下さり、それに手を加えたものです。ノートなしの講義をよく整理して下さったのに、海外出張その他のため遅れてしまいました。(森)

3. 金属中の伝導電子

- a) superconducting state (伝導度 $\sigma \rightarrow \infty$)
- b) excitonic phase ; superconducting にならなくても excitonic phase に transition するものがあり，典型的には semimetal がある。この場合には $\sigma \rightarrow 0$ 。
- c) ferromagnetic metals (or antiferromagnetic metals.) ; excitonic phase と同じような転移をするものとして，Cr, Mn 及びその合金は反強磁性的で itinerant electron がそういう状態をとる。Cr については理論的にわかっているが，金属強磁性 Fe, Co, Ni についてはよくわかっていない。

4. Mixtures

- a) 合金における秩序 無秩序転移
- b) 液体や固体の混合物での相分離

B Low-lying excited states

相転移に特有な現象として，ordered state に固有な集団運動があり，基底状態のまわりの低い励起状態のスペクトルを決める。Landau-Lifshitz の教科書にあるように，Landau の一連の仕事の背景に，ある思想があって，Landau's principle という。

- 1) positional oscillation (結晶のフォノン，液体ヘリウムの Landau フォノン。)
- 2) orientational oscillation (分子性結晶で丸くない分子からできているものの秤動波，あるいは libron，スピンでは magnon)

こういう集団振動，集団モードは，もちろん相転移現象と関係しているわけで，ordered state が不安定なときには，「symmetry restoring collective mode」(s.r. 集団モード)と呼ばれる集団モードは不安定となる。

C 相転移を特徴づける量

- 1. エントロピー $S = k \ln W$

熱力学第3法則では 0°K で零エントロピーとなるが， $T \neq 0^\circ\text{K}$ で相転移がおこると，そこでエントロピーが急激に減る。

- 2. 輸送係数 \rightarrow no dissipation

すべての dissipation が $T=0^{\circ}\text{K}$ で零になる。たとえば金属の電気抵抗は零か無限大であるので dissipation は、なくなる。

エントロピーについては、熱力学第3法則あるいは、ordered stateを規定する量としてのエントロピーについてはよくわかっているが、非平衡状態については、まだ非平衡状態の統計力学が完成していないので、いろいろな問題がある。たとえば絶対零度付近では、dissipation がなくなることが一般的に証明できるかとか、あるいは、 $T=0^{\circ}\text{K}$ 付近で相転移がおこるとき、有限の温度で dissipation が零になるかどうかという問題がある。たとえば、A-1の positional ordering のときには、実際そのようになっているわけで、結晶をつくるか、superfluid state になるかのどちらかである。また orientational ordering の場合も、そのようになっている。次に、金属の伝導電子が superconducting state をつくれば、non dissipative であり、それ以外の excitonic phase をつくれば、伝導度は零でやはり no dissipation である。しかし、強磁性金属の場合では、強磁性と超伝導は共存しないので、superconducting state をつくるわけではない。しかし、excitonic phase をつくるわけでもなさそうである。ここはよくわからないが、しかし何か一般的な定理があつて然るべきと考えられる。

D 必ずしも低温、低圧でないときの相転移

- 1) gas-liquid transition
- 2) 液晶での諸種の転移
- 3) 強磁場下での磁性体の磁性転移、半金属のエキシトニック転移等
- 4) fcc-fcc 転移,

圧力を加えていくと原子やイオンの電子殻の collapse がおこり、effective core diameter が変化するために、結晶構造の fcc-fcc 転移がおこる。これは gas-liquid 転移と同じように臨界点をもった転移であつて、相転移により結晶対称性は変化しない。

- 5) electronic state の Mott transition

[II] 相転移の基本的な5つのプロトタイプを挙げれば

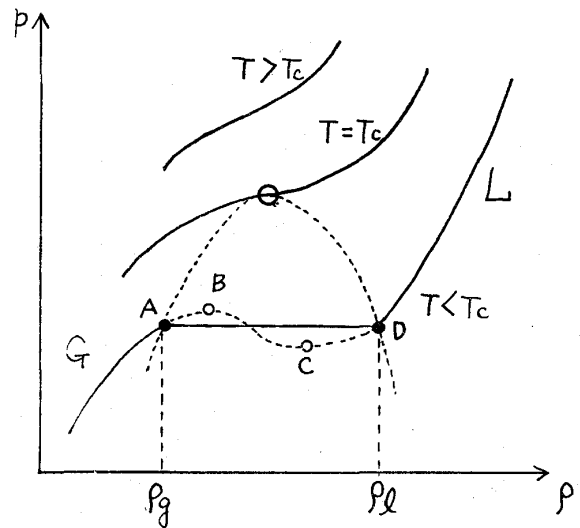
1. イジング模型と格子気体

イジングスピンは一軸性異方性の高いスピんで、classical スピんで

おきかえられ、かつ上向きと下向きだけをとるものである。上向きを原子に対応させ、下向きを例えば hole に対応させると、格子気体に等価なものになる。この模型は、強磁性-常磁性転移だけでなく合金の秩序-無秩序転移や気体-液体転移の研究に使われる。

○気体-液体転移の等温状態曲線(圧力-密度曲線)は下図のようである。

共存領域 AD は温度が上るとせばまり、ある $T = T_c$ (臨界点) で二次相転移になる。 $T > T_c$ の領域では液体・気体の区別はない。



p : 圧力

ρ : 密度

T_c : 臨界温度

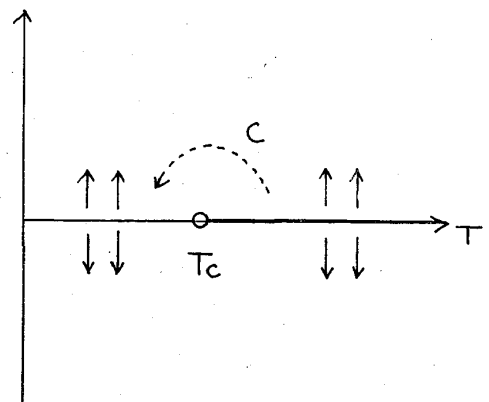
ρ_g) 気体液体転移の { 気体側 } の密度
 ρ_l) 液体側

(第1図)

○強磁性-常磁性転移の場合

スピンのある温度より上ではランダムに並んでいて、磁化はない。これに上向きの磁場をかけると、スピンの上を向き、下向きの磁場をかけると、下を向く。 $H = 0$ で温度を下げていくと、 $T < T_c$ (キュリー温度) では、強磁性状態をとり、スピンの例えば上を向く。いま disordered state で磁場を加えると、上向きの磁場のときにはスピンの上を向いてしまっ、磁場がないときの ordered state と同じ対称性をもつことになる。磁場がないとき、温度を下げていくと、ランダム・スピンがある温度のところ、相転移を伴って ordered state になって、物事がすべて不連続に

H(磁場)

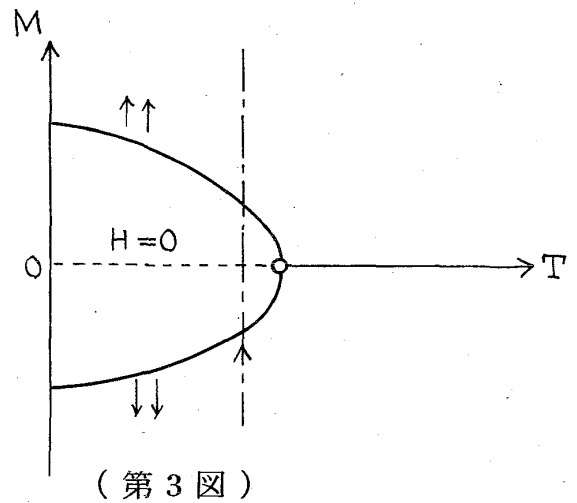


(第2図)

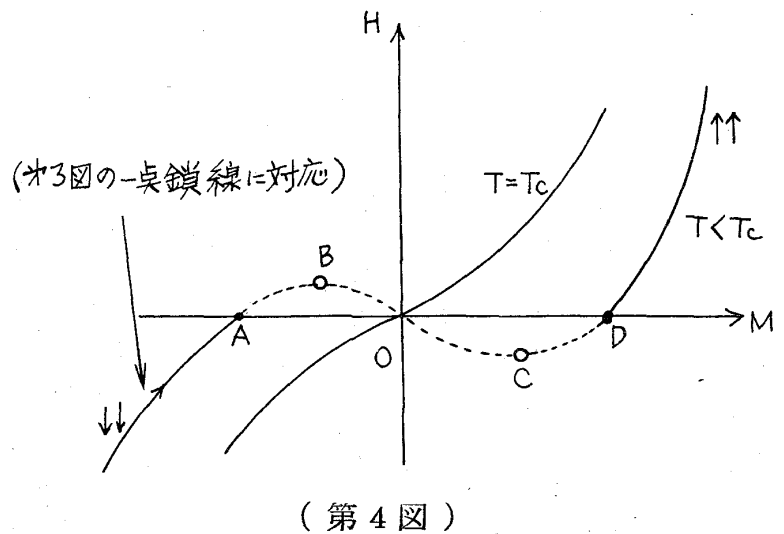
変化した。ところが磁場を加えることによって、こういう ordered state を作っても、何も相転移がおこらない。つまり、第2図で経路Cをたどると、disordered state から ordered state へスムーズに、連続的に変化するのである。

ここで、見方を変えて、磁化を縦軸に、温度を横軸にすると、第3図のようになり、磁場と磁化の曲線をかくと第4図のようになる。

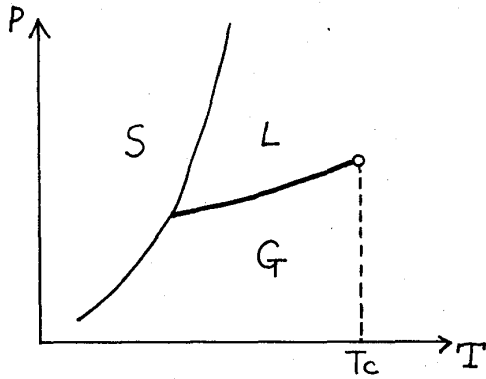
第3図の $H=0$ の region では上向きスピンの domain と下向きスピンの domain とが共存していて、等温線を考えるとき、この中では縮退があり、自由エネルギーが同じである。だから H をみることによってはこの状態を区別することができない(第4図 $T < T_c$ の曲線)。



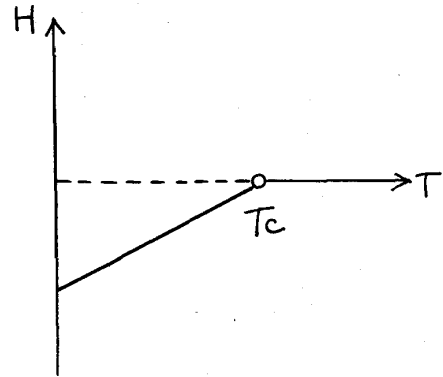
第4図の等温線と第1図の等温線とが対応している。 H に対応するのは圧力 p で、磁化 M に対応するのは密度 ρ である。また第4図の $H-M$ 曲線の $T=T_c$ の曲線 (T_c : キュリー一点) と、第1図の $p-\rho$ 曲線の $T=T_c$ の曲線 (T_c : 臨界点) とが対応する。ただ、 $H-M$ 曲線の $T=T_c$ 線とちがって $p-\rho$ curve では、 $T=T_c$ の線と $T < T_c$ の曲線とがずれている。このずれというのは $p-T$ 曲線をかいた



とき、第5図のように、気体-液体転移線が右上に傾いていることに対応する。



(第5図)



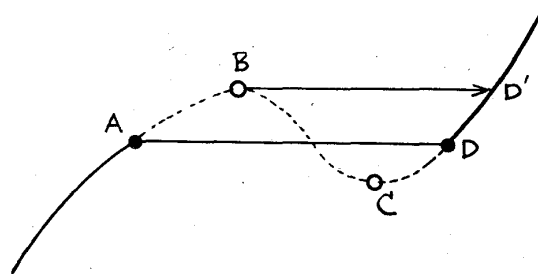
(第6図)

p-T曲線とH-T曲線は対応するので、p-T曲線のL-G転移線のかたむきは、H-T曲線の第6図のような傾きに相当する。

共存領域では下向きの domain と上向きの domain が共存しているわけだが、これを[一様性の仮定] homogeneity assumption によって、許さないことにする。そのとき、第1図及び第4図の点線のように、van der Waals loop がえられる。気体-液体転移の場合、この loop をみていくと、 $(\partial p / \partial \rho)_T = 0$ となる点が2つある。(B, C点)。

$(\partial p / \partial \rho)_T$ は圧縮率 κ_T の逆数に比例するので、B, C点で $\kappa_T^{-1} = 0$ となり、圧縮率が無限大となる。臨界点は、ちょうど、B, C点が一致する温度である。体系はA→B及び、C→Dでは準安定状態になっていて、B→Cでは熱力学的

不安定性がおこり、体系は安定には存在しえない。このとき、等圧下では、B→D'にうつって、液体になる。(第7図)。



(第7図)

強磁性-常磁性転移の場合も同様に、(第4図

または第7図)のB, C点で $(\partial H/\partial M)_T = 0$ となり, これは帯磁率 χ_T の逆数となるので, B, C点で, 熱力学的不安定性がおこる。[以上, 次の(a)について説明してきた]

(a) thermodynamic instability (熱力学的不安定性。)

• $G \leftrightarrow L$ (圧縮率が発散。 $\kappa_T^{-1} \rightarrow 0$)

密度のゆらぎが異常に大きくなる。

• 強磁性 \leftrightarrow 常磁性 (帯磁率が発散。 $\chi_T^{-1} \rightarrow 0$)

磁化のゆらぎが異常に大きくなる。

○ ここにいわゆる臨界現象が現われる。臨界現象は, 熱力学的不安定性の現われなわけで, 最近臨界指数に関するスケージングの仮説等諸種の研究がある。

(b) symmetry instability […これについてはあとで詳しく説明する。]

• 反強磁性 \leftrightarrow 常磁性, 合金での秩序 \leftrightarrow 無秩序。

○ order parameter に共役な field. (ordered state と同じ対称性をつくる field) を考えれば, 上と同様な議論ができる。

2. hard spheres あるいは hard rods の close packing の問題 [後述]
これは, イジングスピンや, 格子気体とはちがった性格のものである。

1° 連続座標空間における斥力による positional ordering のプロトタイプであること。

2° 流体 \leftrightarrow 固体転移, 液晶における nematic \leftrightarrow smectic 転移

3° 二つの分離した (状態曲線の) branch 間の転移となる。

3. lattice instability

1° 結晶の distortive transitions (ソフトフォノン, 変位型強誘電体。)
結晶の reconstructive transitions (bcc \leftrightarrow fcc 転移)

2° 結晶の ordering の shear-wave instability

(a) 固体: $\langle u_{i\nu}^2 \rangle < \infty$ (格子振動) $u_{i\nu}$: 粒子の変位

[密度の(周期)性] $\rho(x, y, z), \rho(x, y), \rho = \text{const.}$

(b) 流体: $\langle u_{i\nu}^2 \rangle = \infty$ (molecular diffusion)

[密度の周期性] $\rho = \text{const.}, \rho(z), \rho(x, y)$

$\rho(z)$ は液体でのみ現われる ordering であり, 液晶の smectic 相

はその具体例である。

3° 異方性結晶の融解

(a) 鎖及び層構造

(b) smectic, cholesteric liquids ↔ solids

cf.) 1) 1次元及び2次元結晶の非存在

2) 相互作用 $J_{ij} \propto 1/r^{1+s}$ ($1 > s > 0$) のイジング鎖の相転移

4. ボーズ凝縮

1° off-diagonal long range order.

ボーズ粒子系, 平面の強磁性体及び反強磁性体

2° coherent state of bosons.

5. フェルミ面の不安定性

(a) フェルミ粒子の pairing による場合

Cooper pair, 電子とホール (Cr, excitonic phase)

(b) 合金及び反強磁性体の superlattice による場合

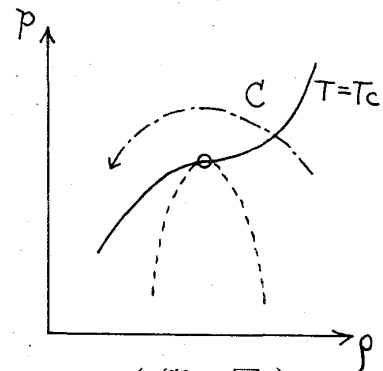
(c) lattice distortion による場合

[III] 相変化の特徴的な性質

A 対称性の変化

対称性が変化しないときには, 一般に臨界点がある。すなわち, この少し上では相変化がおこらない。p-ρ 曲線の $T > T_c$ では, 液体状態から, 気体状態に第8図のCのように連続的に移りうる。

対称性が変化する場合, たとえば, 固体-液体転移の場合は普通の状態空間では臨界点がない。固体は一定の結晶構造をもち, translational な対称性と, 回転対称性が変化する。液体-気体の場合には, すべて, 連続な対称性 (原子あるいは分子が uniform に分布している) であるが, 固体の場合は, 上のように discrete になっている。このように対称性の変化のある場合



(第8図)

には、critical point がない、つまり、質的にちがうから、連続的に量的に変化することによって他の相に移ることはできない。

critical point がない例として

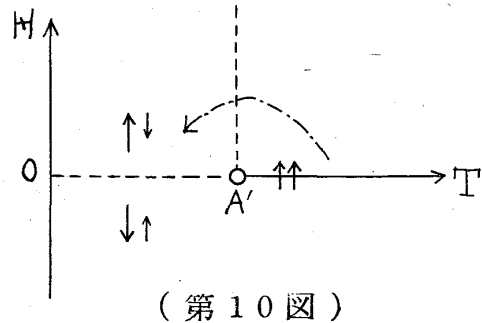
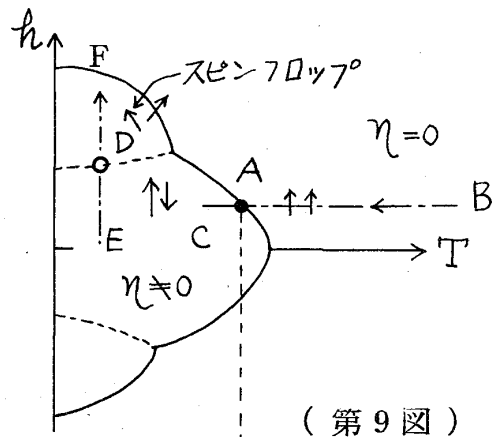
- 1) 流体 ↔ 固体転移, bcc ↔ fcc 転移, smectic ↔ smectic 転移
- 2) 合金の秩序 ↔ 無秩序転移, 常磁性 ↔ 反強磁性転移
- 3) 超流動, 超伝導, excitonic transitions

B van der Waals branch

しかしあとで述べるように、この場合でも実は critical point が隠れているわけで、多くの場合普通の条件で臨界現象が現われる。その臨界点を陽にひきだすことを次に考える。

van der waals branch がある場合には、critical point があって、その例としてすでにのべた気体-液体転移、強磁性-常磁性転移、さらに fcc-fcc 転移などの場合がある。いま、対称性が変化する場合には、その対称性の変化を表現する量として、order parameter (秩序度) というものを導入してそれを η とする。このような order parameter η で特徴づけられる転移は、すべて、van der Waals branch をもった或る転移に transform できるのである。即ち、order parameter に conjugate な field を導入し、その field を新しく座標軸に加えると、必ず critical point が現われる。

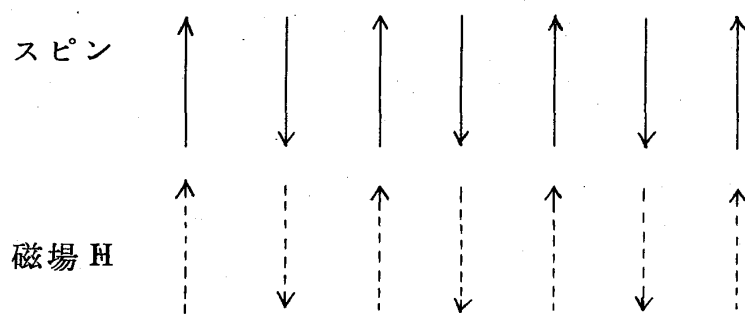
具体的に、常磁性-反強磁性の場合について考えてみる。このときには、 $T > T_c$ ではスピンはランダムで常磁性だが、 $T < T_c$ では、隣同志のスピンは反対向きに並んでいる。一様な磁場 h と温度 T で相図をかくと 9 図のようになる。一様な磁場を有限にして、温度を下げていって、9 図において、B 点から A 点を経て、C 点をたどることを考える。このとき A 点では 2 次相転移がおこる。反強磁性が実現するには、異方性が必要で



あって、 $\uparrow\downarrow$ のスピンの高さはこの異方性できまっている。等温で磁場をつよくして、9 図の E から D を経て F をたどっていくと、異方性に打ち克つて、スピンのフロップし横成分ができる。(この現象をスピンのフロップという)。横成分は足合わせると zero である。この転移は 1 次相転移である。A 点、D 点では、対称性が変化している。translation については、常磁性領域では格子と同じ対称性をもっているが、スピン反平行の領域では対称性が下がっている。

ところがこのような ordered state を連続的につくるような磁場 H を考えることができるのである。(第 11 図)

[上向きスピンの sublattice については上向きに、下向きスピンの sublattice については下向きに働く、空間的に振動した磁場 (staggered field) 。]



(第 11 図)

このような磁場を加えると、第 10 図のように、反強磁性領域と同じ対称をつかって、相転移なしに、第 10 図の一点鎖線のように連続的に disordered state から ordered state へ移ることができる。この磁場 H が零のときだけ、相転移が(↑↑) (↓↑) おこり、強磁性 - 常磁性転移と同じ状況が実現するのである。

ところで order parameter η は、こういう対称性のちがいを表現する量であり、disordered state では常に零になっていて、ordered state ではじめて有限の大きさをもってあらわれる。ordered state は、disordered state にくらべて一般に lower symmetry である。この lower symmetry の度合を η が表現している。 η に共役な磁場はこの lower symmetry をつくる field である。

したがって、critical point がないときには、いっでも対称性のちがいがある。この symmetry のちがいを表わすのが order parameter で、これ

に conjugate な field を，新しく座標軸にとると，この面では，（第10図で例示したように）必ず critical point をつくることができる。

すると，常磁性－反強磁性転移も，強磁性－常磁性転移も，あるいは気体－液体転移も話が似てくるわけである。こういう操作はすべての場合におこなうことができると考えられる。A-2)，3) については上の操作ができ，critical point をつくることができる。こういう操作ができると，2次相転移に伴う臨界現象をあらわに捉えることができ，いろいろなちがったタイプの相転移を統一的にとらえる一つの基盤ができるわけである。

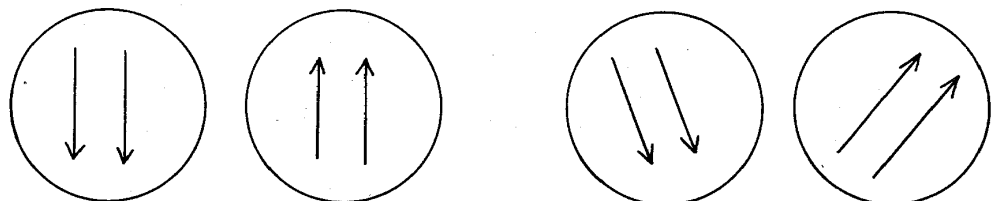
ただ現在よくわからないのは，固体－流体転移，bcc-fcc 転移の場合 [A-1)] であるが，これらの order parameters の conjugate fields の set (order parameter は必ずしも一つでない場合がある) に関して，complete set という概念の導入が必要である。つまり “a complete set of order parameters” を見出すことが必要であろう。

この講義では，A，B. に対称性の変化と，van der Waals branch がある場合とに分けたが，しかし，物事は統一的に見ることができ，適当な field を仮定すれば van der Waals branch の形にもっていくことができる筈である。これは，あとで，臨界現象の理論を展開するときの基礎になる。

C 縮退(二相共存)

1) 共存領域

例えば気体+液体， up spin の domain + down spin の domain，流体+個体の共存を考えればよい。縮退の意味をまず up, down spin domains の場合について考える。Ising spin のとき上向き domain も自由エネルギーは同じである，等方的 Heisenberg spin のときには，方向がどちら向きでも同じであるという意味で状態が縮退している。



Ising

等方的 Heisenberg

(第12図)

液体—固体転移の場合には、液体の温度を下げていくと、結晶ができるが、共存領域では、液体の中に結晶の粒ができていく。その位置はどこにあってもよいし、結晶の方向はどちらを向いてもよい。こういう意味の縮退があるのである。こういった縮退が基本的なもので、実は相転移というのは、このようなマクロの縮退によって特徴づけられる。

しかし次のようなことがらに注意する必要がある。

- a) homogeneity condition をつけると、縮退を除くことができ、metastable state が現われる。
- b) order parameter に conjugate な field をかけると、やはり縮退をとることができる。

2) ordered state

ordered state は disordered state よりも lower symmetry をもっていて、translation, rotation などについて degeneracy がある。しかし、この縮退も order parameter に conjugate な field をかけることによって除くことができる。

D order parameter の定義

1) critical point が存在する場合

パラメータ η は共存領域の縮退した状態を区別するものである。

2) critical point がない場合

η は2つの相の対称性を区別するパラメータである。

- a) order parameters に conjugate な fields は、ordered phase では縮退をとり除き、disordered phase にかけるときは、ordered phase と同じ対称性をつくり出す役割を果す。

- b) order parameter の complete set というものが存在して、これに conjugate な fields を加えれば、相転移が critical point をもつような空間をつくることことができる。

こういう形で ordered state の縮退をとると、一つの方角だけを向くという意味で、いわゆる broken symmetry がおこる。disordered state は上向きも、下向きもあつたが(スピンの場合)、その縮退をとって、全体が例えば上向きだけをとるような状態をつくると、そのとき対称性を破っ

たわけで、これを broken symmetry という。

E symmetry - restoring collective modes

対称性を破ると、それに特有な集団運動があらわれてくることがある。そのような集団運動として shear waves (solid が結晶構造をとるということに特有の wave)、秤動波 (librational waves)、スピン波などが知られている。気体⇄液体の場合には集団モードは出ず、スピン波は Ising spin ではできず、Heisenberg spin のときはできる。また ideal Bose condensation のときには集団モードは出ないが、non ideal Bose condensation では、固有の集団モードが出てくる。集団モードが出るには、一定の条件を要するが、まだわかっていない。

- 1) この集団モードは、連続的な縮退をもっている場合に、それを取り除くことによってえられる、ordered state のまわりの小さな振動である。

Ising spin のとき、スピン波が出てこないのは、上向きスピんと、下向きスピンのみだからで、Heisenberg spin の場合には、連続的に縮退していて、スピンのすべて上を向いたときには、スピンが少し傾いて、波をつくるのが可能である。少しずつ傾いて、エネルギー的には、ほとんど損をしなくて、一定の集団運動ができるからである。

この集団運動は、ある熱励起として出てくるがふえると ordered state が喰われる。そして ordered state の lower symmetry をこわすような方向に常におこる。言い換えると、対称性を回復する方向におこるという意味で symmetry-restoring collective mode と呼ぶ。

- 2) 2次元の LRO の非存在

2次元では結晶は存在しない。等方的な Heisenberg 強磁性体は2次元では存在しない。この LRO の非存在には、symmetry restoring collective mode の長波長の励起の寄与が大きく、この励起がたくさんあると ordered state をこわすわけだが、2次元の場合には、そういう励起の状態密度が大きくて、温度を少し上げただけで、一度にたくさんの集団運動が励起される。そのため ordered state (あるいは LRO) が thermodynamic limit では存在しえないのである。

- 3) イジング模型, 気体→液体, 液晶の nematic→smectic の場合には, 特有のモードは現われない。
- 4) 液晶の isotropic→nematic で集団モードが現われるか?
液体強磁性体があったとすると, これにも集団モードが現われるか?

F Instabilities

1) thermodynamic instability

熱力学的不安性にもとずいて, 臨界現象が生ずる。すべての相転移は, 適当な外場を考えると臨界点をつくれるので, 臨界現象はすべての相転移に存在する筈である。1次相転移とか, 2次相転移とかいうけれども, その区別は現象論的なものであって, 本質的には, 相転移は1つしかない。我々は, そのいろいろな断面を見ているのである。あるいは, いろんなアプローチの仕方があって, いろんな様相を呈するだけである。このように考えると, 臨界現象は, 相転移の基本的な性質の1つであるといえることができる。

2) symmetry instability

常磁性体→反強磁性体, 合金の無秩序状態→秩序状態,
rigid lattice での剛体球の close-packing

3) collective mode の instability

- a) 2次元の等方的強磁性体, 反強磁性体及び2次元の固体の非存在。
- b) 融解での固体の shear-wave の instability,
反強磁性体がスピントロップをおこすところ[第9図のD点]
でのスピン波の instability。
(symmetry restoring collective modes の不安定点と, これらの1次相転移点は同じではないかも知れない)
- c) phonon instability; 結晶変形にともなって, phonon が unstable になる。これは soft phonon と呼ばれているもので, たとえば変位型強誘電体であらわれる。

[IV] 何が相変化を決定するか?

A 協力性

これには、相転移をつくる方の協力性と、相転移を破る方の協力性とがある。

1) Connectivity (つくる方の協力性)

short-range or direct correlation, clustering ; スピンが全部上を向きたいというときには、相互作用が多いほどよい。connectivity (連結性)は、つないだ手の数であるので、それが多いほど、相転移をやぶろうとする thermal fluctuation を押える役割をする。

一次元では相転移は、おこらないというが、手をつなぐものが多ければ相転移はおこる。

(例) Ising chain の場合。相互作用が有限領域のときには、相転移は、おこらないという一般的証明があるが、しかし無限に相互作用を広げて、例えば相互作用が

$$J_{ij} \propto 1/R^{1+s} \quad (1 > s > 0)$$

[R ; (i , j) スピン間の距離]

のときには相転移がおこる。

[注] (1) $s = 0$ であると $J \propto 1/R$ になり、energy を積分すると発散する。

(2) s が大きくなると short-range になり、相転移がおこらなくなる。

(3) $s = 1$ のとき、 s -d interaction の Kondo problem に対応することを Anderson が示した。このときには相転移がおこるという証明はないが、しかし Kondo problem で相転移がおこるとすると $s = 1$ を入れることができる。

2) symmetry-restoring fluctuations (相転移をやぶる方の協力性)

これは低い励起状態のスペクトルを決めるのに重要で、ordered state の安定性に関係する。また臨界点付近でも重要であり、Heisenberg 強磁性体の臨界指数が Ising のと異なる原因となる。2次元で LRO が無い場合、symmetry restoring collective mode が励起されて、LRO をこわすのである。

B 協力性を決定する要因

1) 次元、相互作用の範囲

2) 相互作用の構造, 異方性 ;

Ising 的あるいは Heisenberg 的, 球か棒か, 面間相互作用と鎖間相互作用

3) 古典的かあるいは量子論的か

4) 位置の相間 ; 有界か非有界 ($\langle u_i^2 \rangle$ が有限か無限か), localized or itinerant

5) 格子構造 ; 連結性 (z_1 : 最近接格子点数), 幾何学 (consistency of ordering, e.g., AB, AB_3), loose or close packing type (z_1, z_2)

C 相変化の性質

a) critical point があるかないか?

b) 縮退が離散的か連続的か?

c) D L R O or O D L R O?

d) ordered state に特有の集団モードは何か?

e) instabilities が何に付随するものか?

f) 転移点を決める相互作用は何か?

D 統計物理学的な観点

1) 基本的な pattern あるいは prototype がいくつ存在するか?

2) 類似性と統一的観点を見つけること。

3) これらの考え方を, 非線型定常状態 (非平衡の構造) 及びその不安定性の問題へ拡張すること。

(ノート種村)