

る。即ち、もし $M_{11}(N-1, -N')$ の絶対値の大きさが充分大きいとすると a_N 、 b_N が $a_{N'}$ 、 $b_{-N'}$ に対し decay しなければならないからである。(boundary 条件を満たすことは不可能になる。) 一般に解が decay するとき、その幅が $I/L(E)$ ($L(E)$ は局在度) によって表わされることは Minami & Hori によって conjecture されており、Matsuda-Ishii により示されているが、この方法論により明らかにされる⁷⁾。(7)と(8)の一致を示すのに使った性質は matrix M の unimodularity Cayley 性及び “exponential growth” である。従って、この結論は一般の一次元系について主張出来ると思われる。即ち Mott & Twose の一次元系についての conjecture は成立すると思われる。

文 献

- 1) N. F. Mott and W. D. Twose, Adv. in Phys. 10 (1961) 107
- 2) N. F. Mott,
- 3) P. W. Anderson, Phys. Rev. 109 (1958) 1492
- 4) R. E. Borland, Proc. Roy. Soc. A274 (1963) 529
- 5) H. Matsuda and K. Ishii, Prog. Theor. Phys. Suppl
45 (1970) 56
- 6) S. Minami and J. Hori, Prog. Theor. Phys. Suppl
45 (1970) 87
- 7) T. Hirota, 物性研究 16 (1971) 487

三次元無秩序系に於ける局在度 II

北 大 理 藤 田 武 彦

§ 1 序 論

前論文¹⁾では三次元 Anderson model に於いて局在度 $L(E)$ を Green 関数の非対角要素の比の対数 (アンサンブル) 平均で定義した。他方、Thouless²⁾ は一次元 Anderson model に対して両端の振幅の積の幾何平均の対数で固有状態の fall-

藤田武彦

off distance を表現した。こゝでは(1)任意次元系に於いて固有エネルギーに対する Green 関数の非対角要素の比は対応する state ratio に一致することを示し(2) Thouless の fall-off distance $\lambda(E)$ を高次元系に拡張し上述の局在度に一致することを示す。

§ 2 State Ratio と Green 関数の比の間の関係

一次元 Anderson model では Green 関数の非対角要素の比 $G_{ij}(E)/G_{l+ij}(E)$ は固有エネルギー E_β に対しては固有振幅の比 u_i^β/u_{i+1}^β で与えられ任意のエネルギーに対しては片側で境界条件を満たす定差方程式の特解の比 $u'_i(E)/u'_{i+1}(E)$ で表わされる。ここでは $N_0 = N^d$ 個の site から成る d 次元 Anderson model を考え β 番目の固有状態は site l の回りに局在しているものと仮定する。

Green 関数は

$$G_{jj'}(E) = S_{j'j}(E) / S(E)$$

$$= \sum_{\alpha=1}^{N_0} \frac{u_j^\alpha \overline{u_{j'}^\alpha}}{E - E_\alpha} \quad (1)$$

但し、 $S(E)$ 、 $S_{j'j}(E)$ は各々固有行列式、 $(j'j)$ 要素の余因子行列式を表わす。

pole $E = E_\beta$ のみを含む contour C_β 上の積分を行なうと

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_{C_\beta} G_{jj'}(E) dE = u_j^\beta \overline{u_{j'}^\beta}$$

$$= S_{j'j}(E_\beta) / \prod_{\alpha(\neq\beta)} (E_\beta - E_\alpha) \quad (2)$$

が得られこれから固有エネルギー E_β に対する state ratio の表現

$$u_i^\beta / u_{i'}^\beta = S_{li}(E_\beta) / S_{li'}(E_\beta)$$

$$= [G_{il}(E) / G_{i'l}(E)]_{E=E_\beta} \quad (3)$$

を得る。

§ 3 Fall-off Distance と Degree of Localization

Thouless の一次元 Anderson model に対する fall-off distance の定義を高次元系に拡張するために localized site l を始点とするある一次元的方向に着目する。fall-off distance の定義を

$$\lim_{\substack{N' \rightarrow \infty \\ (N \rightarrow \infty)}} \ln \sqrt{(N') |u_{N'}^\beta u_l^\beta|} \equiv -\lambda_\beta$$

で与える。こゝで $u_{N'}^\beta$ は site l から着目する方向に N' 歩離れた site の固有振幅を表わす。

(3)を用いると

$$\begin{aligned} \lambda_\beta &= -\lim_{N' \rightarrow \infty} \frac{1}{N'} \sum_{N'} \ln \left| \left[\frac{G_{N' l}(E)}{G_{N'-1 l}(E)} \right]_{E=E_\beta} \right| \\ &\equiv - \left\langle \ln \left| \left[\frac{G_{i' l}(E)}{G_{i'-1 l}(E)} \right]_{E=E_\beta} \right| \right\rangle \end{aligned} \quad (4)$$

となる。但し固有振幅は規格化されているものとし、

$$\lim_{N' \rightarrow \infty} \frac{1}{N'} \ln |u_l^\beta| = 0 \quad \text{を用いた。} \langle \rangle \text{は site } l \text{ から放射状に}$$

のびる着目する line 上の sample average を表わす。(3)によるとこゝで表われる Green 関数の ratio は site l に依存しないから一般の site N' に置き換えることができ

$$\lambda_\beta = - \left\langle \ln \left| \left[\frac{G_{i' N'}(E)}{G_{i'-1 N'}(E)} \right]_{E=E_\beta} \right| \right\rangle \quad (5)$$

が得られる。fall-off distance λ_β は局在度の定義に類似であるがこゝでは平均が着目する line 上の sample average である点が異なる。

高次元系の場合任意エネルギー E に対して(3)を満足する量 $\{v_i\}$ を “quasi-amplitude” と呼ぶことにする。即ち、

$$\frac{v_i}{v_{i'}} \equiv \frac{G_{i i'}(E)}{G_{i' i'}(E)}$$

$$\equiv C(i, i') \quad (6)$$

と定義する。このとき初期条件 $v_{N'} = 1$ に対する quasi-amplitude の増大の割合は

$$\begin{aligned} \lambda &\equiv \frac{1}{N'} \ln |v_i| \\ &= \frac{1}{N'} \ln |C(i, N') v_{N'}| \\ &= - \langle \ln | G_{iN'}(E) / G_{i-1N'}(E) | \rangle \end{aligned} \quad (7)$$

で与えられる。量 λ は系の端の site から出発して最大の振幅を与える site 迄の line 上の quasi-amplitude の増大の割合を与える。エネルギー E 固有エネルギー E_β に一致するとき quasi-amplitude は固有振幅に一致し λ は対応する fall-off distance λ_β に等しくなる。ここでさらに quasi-amplitude の state ratio v_i / v_{i+1} に関して系は ergodic であると仮定する。即ち、ある sample の着目する line 上の v_i / v_{i+1} の分布は ensemble に渡っての v_i / v_{i+1} の分布に等しいと仮定する。そのとき

$$\lambda = - \ln \left| \overline{G_{iN'}(E) / G_{i-1N'}(E)} \right| \quad (8)$$

が得られる。但し $\overline{\quad}$ は ensemble average を表わす。従って(8)で与えられる fall-off distance は degree of localization の定義に一致する。

参 考 文 献

- 1) T. Fujita and J. Hori, J. Phys. C. 5 (1972) 1059
- 2) D. J. Thouless, Preprint