Ⅲ ポテンシャル $q(x)$ が単に〔$-\infty$, ∞〕で有界連続という条件だけからは普通の意味の極限(3b)の存在は保証されない。それが保証される一つの十分条件は $q(x)$ が概周期函数すなわち

$$q(x) = s-\lim_{n\to\infty} \sum_{\nu}^{n} q_{\nu} e^{iK_{\nu}x} \qquad \sum_{\nu}^{\infty} q_{\nu} < \infty \tag{4}$$

とあらわされる函数である。このとき $\mathrm{Re}\, f > 0$ (又は <0)を満す方程式(2)の唯一解もまた概周期となり

$$\kappa(\lambda) = \lim_{X\to\infty} \frac{1}{X}\int_{0}^{X} f(x,\lambda)\,dx = \lim_{X\to\infty} \frac{1}{X}\int_{-X}^{0} f(x,\lambda)\,dx$$

$$= \lim_{X\to\infty} \frac{1}{2X}\int_{-X}^{X} f(x,\lambda)\,dx \tag{5}$$

しかしながらより広範囲な応用を許すためには長周期平均の概念そのものを拡張して普通の意味の極限(3b)が存在しない場合にもこれに相当する growth rate $\kappa(\lambda)$ をきめることが望まれる。函数解析における Hahn−Banach 定理はこのことを可能にしている(詳細は略)。かくして微分方程式(2)の imput 函数 $q(x)$ と response 函数 $f(x)$ との対応関係は $R=$〔$-\infty$, ∞〕の有界連続函数の族 $C(R)$ から $C(R)$ の中への連続写像であって、$\kappa(\lambda)$ は $C(R)$ の上に定議された一つの線型汎函数とみることが出来る。

3次元無秩序系における局在度 I

北大理　堀　淳一

無秩序系における固有モードの局在の問題は2つの異なる立場から議論されてきた。1つは Mott−Twose に始まり、Robests−Makinson, Borland, Halperin, Matsuda−Ishii, Hori および Tong などによって多少とも厳密に定式化されてきた phase theory による取扱いであり、他の1つは Anderson に始まって最近では Thouless, Economou−Cohen などによって行なわれている self−energy の

renormalized perturbation expansion(RPE) に基ずく議論である。前者はその厳密さにおいて後者よりすぐれているが、3次元系に対してはごく一般的なことは言えても、実質的に意味のあることを導くのが困難であるという欠点をもつ。これに対して後者では次元の制約がない代りに、厳密な議論ができにくく、十分に信頼出来る結論は未だに得られていない。

両者を統一して、厳密で且つ次元に制約されない理論を作ることが極めて望ましいが、現在のところ、これらの間には著しい gap があって、まず異なる terminolagy の間の関連を明らかにすることから始めなければならない。

ここでは、その手始めとして、phase theory で秩序度(degree of localization)と呼ばれている量L(E)が, Green 関数ないしself－energyのコトバでいうと何を意味するかを考察する。手がかりになるのはFeenbergによって導かれた Green 演算子の任意の行列要素の、永年行列式の主小行列式による展開式である。対角要素に対してはこの展開式 Anderson のRPEを丁度与えることが、さきにFujitaによって指摘された。非対角要素に対する展開式も、RPEと全く同様な形に書くことができる。

詳細はすでにJ. Phys C5(1972) 1059(T Fujita and J Hori) に発表されているので省略するが、これらの展開式を1次元の場合に対して書き下し、それと phase theory で出てくるstate－ratio に対する連分数展開と比較すると、1次元ではself－energy とstate－ratio とが本質的に同じものであること、およびphase theory における秩序度が、Green関数のdecay factor、すなわち Green 関数の非対角要素の比の対数平均を丁度与えることがわかる。

このことから、3次元においても、秩序度をGreen 関数の非対角要素の比の対数平均で定義するのが最も自然であることが結論される。