14. ロ ト ン 間 相 互 作 用

名大・理　石　川　幸　志

ランダウの現象論的なロトン－フォノン相互作用を入れた，ロトンとフォノンの第２量子化されたハミルトニアン，

$$H_r = \sum_p \{ \Delta + \frac{(p-p_0)^2}{2\mu} \} a_p^* a_p$$

$$H_p = \sum_k ck \; b_k^* b_k$$

$$H_{r-p} = \sum_{p,q} \Big[-(\mathbf{p}+\frac{\mathbf{q}}{2}\cdot \mathbf{q}) \sqrt{\frac{c}{2qp}} (b_q - b_{-q}^*) a_{p+q}^* a_p$$

$$+ \frac{\partial \Delta}{\partial \rho} \sqrt{\frac{9\rho}{2c}} (b_q + b_{-q}^*) a_{p+q}^* a_p$$

$$- \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p_0}{\partial \rho} \sqrt{\frac{q\rho}{2c}} (|\mathbf{p}+\mathbf{q}| + p - 2p_0)(b_q + b_{-q}^*) a_p^* {}_q a_p$$

$$- \frac{1}{6\mu^2} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \sqrt{\frac{q\rho}{2c}} \{ (|\mathbf{p}+\mathbf{q}| - p_0)^2 + (p-p_0)^2$$

$$+ (|\mathbf{p}+\mathbf{q}'| - p_0)(p-p_0) \} (b_q + b_{-q}^*) a_{p+q}^* a_p \Big]$$

$$+ \; C.C. \tag{1}$$

から出発する。

フォノンを媒介とするロトン間相互作用を上のハミルトニアンから，摂動の第１近似で

$$H_{r-r} = \sum_{Q,p,p'} \{ < 0 \,|\, H_{r-p} \frac{1}{E_0 - H_0} | \; 0 > a_{\frac{Q}{2}+p}^* a_{\frac{Q}{2}-p}^* a_{\frac{Q}{2}-p'} a_{\frac{Q}{2}+p'}$$

$$+\ C.\ C.\ \}$$

$$\equiv \sum_{Q,p,p'} W_Q(p,\ p')\ a^*_{\frac{Q}{2}+p}\ a^*_{\frac{Q}{2}-p}\ a_{\frac{Q}{2}-p'}\ a_{\frac{Q}{2}+p'} \tag{2}$$

の様に求める。ここで $|0>$ はフォノンについての基底状態を表わす。

ラマン散乱で観測されている two roton bound state をつくるためには，全運動量 $Q=0$ ロトン間相互作用の d成分が F にならなければならないことが Iwamoto によって示されているので，(2)式のフォノンを媒介とするロトン間相互作用で $Q=0$ とおき，その d成分が負であるかどうかを調べる。

(1)式の H_{r-p} 中の，現在までに d成分が計算してある最初の2項ーロトン間の dipole 型相互作用をつくる p^V 項と Cohen & Feynman のロトン間相互作用として求める $\frac{\partial \Delta}{\partial \rho}$ 項ーまで入れた $Q=0$ のロトン間相互作用は

$$W_0(p\ p') = \{\frac{c^2}{8\rho}(\mathbf{p}+\mathbf{p}'\cdot\mathbf{p}-\mathbf{p}')^2 - (\frac{\partial \Delta}{\partial \rho})^2\ \frac{\rho}{2}\,|\,\mathbf{p}-\mathbf{p}'\,|^2\}$$

$$\times \frac{1}{c^2|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|^2 - \{\frac{(p-p_0)^2}{2\mu} - \frac{(p'-p_0)^2}{2\mu}\}^2}$$

$$+\{\frac{c^2}{8\rho}(\mathbf{p}-\mathbf{p}'\cdot\mathbf{p}+\mathbf{p}')^2 - (\frac{\partial \Delta}{\partial \rho})^2\ \frac{\rho}{2}\,|\,\mathbf{p}+\mathbf{p}'\,|^2\}$$

$$\times \frac{1}{c^2|\mathbf{p}+\mathbf{p}'|^2 - \{\frac{(p-p_0)^2}{2\mu} - \frac{(p'-p_0)^2}{2\mu}\}^2}$$

となる。その d成分として，

$$W_0^{\ell=2}(p,\ p') = \int_0^{\theta_c} W_0(p\ p')\ p_2(\cos\theta)\sin\theta\ d\theta$$

$$= \int_{x_c}^{1} dx \, \frac{c^2}{8\rho} (p - p')^2 \frac{(3x^2 - 1)}{4pp' c^2} \left\{ \frac{1}{A - x} + \frac{1}{A + x} \right\}$$

$$= - \frac{A}{6\rho pp'} \left[3(1 - x_c) + \frac{(3A^2 - 1)}{2A} \left\{ \ln \left| \frac{1 - A}{1 + A} \right| - \ln \left| \frac{x_c - A}{x_c + A} \right| \right\} \right] \quad (3)$$

をうる。こゝで，$\theta_c(x_c)$はフォノンの運動量に上限$q_c(1A^{-1})$ あるために生ずる角度の制限で，

$$x_c = \frac{p^2 + p'^2 - q_c^2}{2pp'}$$ であり，Aは

$$A = \frac{c^2(p^2 + p'^2) - \dfrac{(p - p')^2}{\mu^2} \left(\dfrac{p + p'}{2} - p_0 \right)^2}{2pp' c^2}$$ 。

で与えられるパラメ ータ ーである。

(3)式より，$p = p'$ で$W_0^{\ell=2}(p, p')$ は 0となり，$p \neq p'$ では 1.υ $A^{-1} < p, p' < 2.\cdot 2\, A^{-1}$ 間で(3)の〔　　　〕の中が負になるために，$W_0^{\ell=2}(p, p')$ $\geqq 0$であることがわかる。従って上の結果からはフォノンを媒介にするロトン間相互作用のlong rangeからの寄与ではラマン散乱のtwo roton bound state をつくりえないことがわかった。