

Dilute Ising Ferromagnets

日大理工 松 平 升

(10月17日受理)

Ising 或は Heisenberg のスピン系で磁気スピンを非磁気的な不純物でおきかえてゆくと，1ケのスピンまわりのスピン数が減少して，effective に次元数がさがり転移温度が降下する。この現象は理論的に以前から多くの解析がなされており，方法としては，

- (1) 完全結晶に対する近似解をこの問題に適用する。
- (2) 濃度展開
- (3) 高温展開
- (4) Green 関数の方法

などがある。ここでは，(1)の一種で，1968年に Mamada and Takano が行った計算を第0近似とし，逐次的に近似を改良する方法を見出したので，その一部を報告する。簡単のため，最近接相互作用スピン $\frac{1}{2}$ の2次元正方 Ising モデルについて説明する。これらの制限をとりはらうことは簡単である。スピン変数を $\sigma_j = \pm 1$ ， $K = \beta J$ とおき，次の恒等式¹⁾

$$\langle \sigma_j W_j \rangle = 0 \tag{1}$$

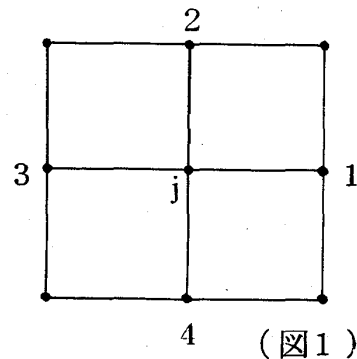
$$\langle \sigma_j \sigma_k W_j \rangle = 0$$

から出発する。ここに

$$W_j = 1 - \sigma_j \tanh (K \sum \sigma_i) \tag{2}$$

で，和は σ_j の最近接スピンについて行う。不純物の分布は完全に random と仮定し，スピンの濃度を p と書く。

j -site のまわりの4ケ(第1図)の中 n ケがスピンの濃度を p と書く。
 j -site のまわりの4ケ(第1図)の中 n ケがスピンの濃度を p と書く。
 ピンで占められている確率は
 $p^n (1-p)^{4-n}$ であるから，



(図1)

$$\begin{aligned}
\tanh (K \Sigma \sigma_i) &= p(1-p)^2 \Sigma \tanh (K \sigma_i) \\
&+ p^2(1-p)^2 \Sigma \tanh [K(\sigma_i + \sigma_k)] \\
&+ p^3(1-p) \Sigma \tanh [K(\sigma_i + \sigma_k + \sigma_\ell)] \\
&+ p^4 \tanh [K(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4)]
\end{aligned}$$

となる。更に

$$\begin{aligned}
\tanh (K \sigma_i) &= \sigma_i \tanh K \equiv \sigma_i \alpha \\
\tanh [K(\sigma_i + \sigma_k)] &= \frac{1}{2} (\sigma_i + \sigma_k) \tanh 2K \equiv \frac{1}{2} (\sigma_i + \sigma_k) r \\
\tanh [K(\sigma_i + \sigma_k + \sigma_\ell)] &= C(\sigma_i + \sigma_k + \sigma_\ell) + D \sigma_i \sigma_k \sigma_\ell \\
\tanh [K(\sigma_1 + \dots + \sigma_4)] &= E \Sigma \sigma_i + F \Sigma \sigma_i \sigma_k \sigma_\ell \\
C &= \frac{1}{4} (\tanh 3K + \alpha) \\
D &= \frac{1}{4} (\tanh 3K - 3\alpha) \\
E &= \frac{1}{8} (\tanh 4K + 2r) \\
F &= \frac{1}{8} (\tanh 4K - 2r)
\end{aligned}$$

の恒等式を使うと，(2)式は

$$\begin{aligned}
W_j &= 1 - \sigma_j [\Phi(p) \Sigma \sigma_i + \Psi(p) \Sigma \sigma_i \sigma_k \sigma_\ell] \\
\Phi(p) &= p [(1-p)^3 \alpha + \frac{3}{2} p(1-p)^2 r + 3 p^2 (1-p) c + p^3 E] \\
\Psi(p) &= p^3 [(1-p) D + p F]
\end{aligned}$$

と整理される。 $\langle \sigma_j \rangle \equiv R$ とおき，(1)に代入して

松平 升

$$R = 4 \Phi(p) R + 4 \Psi(p) \langle \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \rangle \quad (3)$$

$$\langle \sigma_j \sigma_k \rangle = \Phi(p) \sum \langle \sigma_i \sigma_k \rangle + \Psi(p) \sum \langle \sigma_i \sigma_l \sigma_m \sigma_k \rangle$$

となる。ここ迄は近似を含まない。(3)の第一式で相関を無視すると $T = T_c(p)$ で

$$1 = 4 \Phi(p)$$

であるが、これはMamada-Takano²⁾に一致する。これを第0近似とすると、第一近似は

$$\langle \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \rangle = R^3 + R [\langle \sigma_1 \sigma_2 \rangle_c + \langle \sigma_1 \sigma_3 \rangle_c + \langle \sigma_2 \sigma_3 \rangle_c] + \langle \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \rangle_c$$

に於て3体相関 $\langle \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \rangle$ を無視し、2体相関は(3)の第2式を用い、右辺に現れる4体相関 $\langle \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4 \rangle_c$ などを無視することで得られる。云いかえれば(3)をRと2体相関々数の関係式と近似すると、逐次的に遠くの2体相関をとり入れることが出来る。p=1で完全結晶の転移温度が得られ、 $T_c = 0$ で臨界濃度 p_c が求められる。結果を第一表に示す。又、 $T_c = T_c(p)$ のグラフは第2図に示す。p_cの近くで $T_c = A / \ln(p - p_c)$ と立ちあがる。

この近似では当然のことながら帯磁率のrは1であり比熱は $T_c(p > p_c)$ 有限である。濃度の変

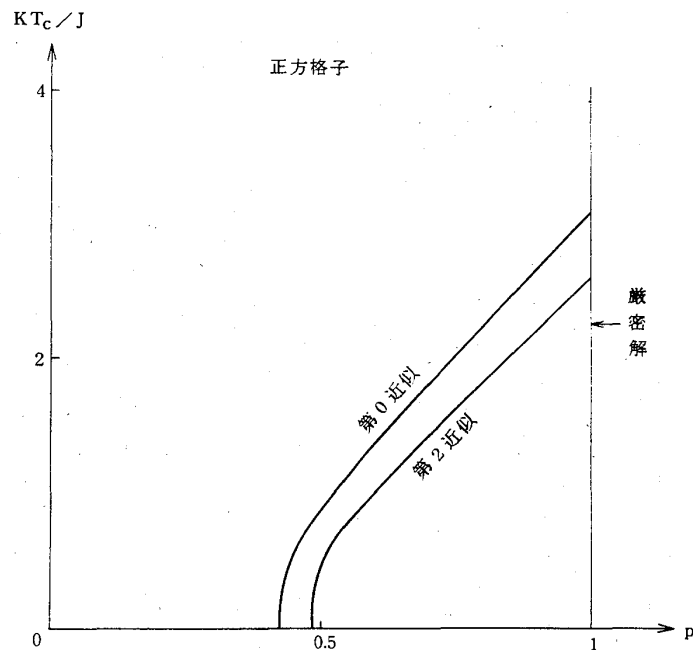


Fig. 2

第一表

格子		第0近似	第1近似	第2近似	正確解 ³⁾
SQ	T_c	3.09	2.82	2.60	2.27
	p_c	0.428	0.459	0.484	0.581
SC	T_c	5.07	4.84	4.77	4.51
	p_c	0.293	0.305	0.309	0.308
BCC	T_c	7.06	5.80		6.35
	p_c	0.223	0.230		0.243

T_c は kT_c/J の値

SQ = 2次元正方格子

SC = 単純立方格子

BCC = 体心立方格子

化によって有効次元が連続的に変化するので臨界指数 ν , α などがどう変化するかが最も興味ある問題であるが、今後の課題としたい。

参考文献

- 1) M. Suzuki Phys Letters 19 (1965) 267
- 2) H. Mamada and F. Takano J. Phys. Soc. Japan 25 (1958) 675
- 3) T_c の3次元は高温展開による値
 p_c は, M.F. Sykes and J.W. Essam Phys. Rev A 133 (1964) 310
 による。