

我々は  $\pi/\theta \equiv$  整数の場合について、又  $J_x = J_y$  の場合について、同様の非線形積分方程式を得ることに成功した。

### 参 考 文 献

- 1) M. Takahashi and M. Suzuki, ISSP A 518 (1972) and references sited therein.
- 2) M. Takahashi and M. Suzuki, Phys. Letters A (in press).

## 揺動する環境内での Ising - spin 系の stochastic な運動

北大・理 大野 鑑 子

(10月17日受理)

秩序—無秩序型に分類される強誘電体のモデルとして  $m = \frac{1}{2}$  のスピン系が、しばしば用いられる。その dynamics も Ising—スピン系に Glauber 型 master equation を仮定して<sup>1)</sup>、あるいは別方向の成分を導入したハミルトニアンを仮定して<sup>2)</sup> 調べられてきた。しかし、磁性体におけるスピンと異なり、この場合のスピンの方向の変化は、イオンの運動と結びついているから、スピンの変化は、その周囲のイオンの再配列をひきおこし、しかもその効果は、そのスピンの近傍にのみ留まらないものと考えられる。

ここでは、このような環境の変化が全体としては重なり合って、ランダムな時間変化を引きおこすと仮定し、Glauber 型 master equation に従う Ising—スピン系の運動が、これによってどのような変化を受けるかを、分子場近似の範囲内で考察した。

いま、スピンとその環境から成る系の状態を、スピン変数  $\{s\} \equiv \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$   $s_j = \pm 1$  と、環境をあらわす変数の組  $\{x\}$  とで記述するものとし、ある時刻  $t$  でそれぞれがある値の組  $\{s\}$  と  $\{x\}$  をとる確率密度を  $P(\{s\}, \{x\}, t)$  とする。  $j$  番目のスピンの  $s_j$  から  $-s_j$  に値を変える確率を  $W_j(s_j)$  とし、また、 $\{x\}$  の値が変わることによる  $P$  の時間変化は、 $\{x\}$  に対する演算子  $\Gamma$  によってきまるとする。このとき

大野鑑子

P に対する master equation は,

$$\frac{d}{dt} P = - \sum_j W_j(s_j) P + \sum_j W_j(-s_j) P(-s_j) + \Gamma P \quad (1)$$

と書ける。ただし  $P(-s_j)$  は,  $j$  番目のスピンのみが符号を変えたものである。ここで, 熱平衡でのカノニカル分布を保証するため, 例によって詳細均合の関係を用いると

$$W_j(s_j) = \frac{\nu_j}{2} (1 - s_j \tanh \beta F_j), \quad \beta = \frac{1}{kT}$$

と書ける。ここで  $\nu_j$  は一般には  $\{x\}$ , 温度, および他のスピンによる定数であるが, ここでは後者 2 つに対する依存性は無視する。また局所場  $F_j$  は外場のないとき,

$$F_j = \sum_k J_{jk} s_k \quad (2)$$

と書けるものとする。  $J_{jk}$  も環境に依存するパラメータである。スピン系を熱平衡にもたらし働きをするスピン系と環境との相互作用は,  $W_j$  にすべて effective に含まれるものと考え,  $\Gamma$  はスピンに依らないと仮定すると, 熱平衡における確率密度は,

$$P_0(\{s\}, \{x\}) = P_{s_0}(\{s\}) P_{x_0}(\{x\})$$

とわけられ

$$\Gamma P_{x_0}(\{x\}) = 0 \quad (3)$$

である。

分子場近似を用い, スピン系の振動する (空間的には一様な) 外場に対する susceptibility を求めると, パラ状態で

$$\chi(\omega) = N \beta p^2 \int d\{x\} \frac{1}{i\omega + \nu_0 (1 - \beta J_0) - \Gamma} \nu_0 P_{x_0}(\{x\}) \quad (4)$$

を得る。  $p$  はスピン 1 コ当りのモーメントであり, また

$$\nu_0 = \frac{1}{N} \sum_j \nu_j \quad (5)$$

$$J_0 = \sum_j J_{jk}$$

である。ここで  $\Gamma=0$ ,  $P_{x_0}(\{x\}) = \delta(\{x\} - \{x_0\})$  であれば, よく知られたデバ  
イ型になる。

環境の影響を受けるパラメータとして,  $\nu_0$  と  $J_0$  があるが, (5) 式から, これが揺  
動するものとするれば, ある平均値のまわりにガウス分布をするものとして無理がないよ  
うに思われる。そこで

$$\nu_0 = \nu_1(1+x)$$

$$\beta J_0 = \beta J_1 + c(x) \sim \beta J_1 + cx \quad (6)$$

$$\Gamma = r \frac{\partial}{\partial x} (\Delta^2 \frac{\partial}{\partial x} + x)$$

と考えよう。ここで,

$$J_1 = \int J_0(x) P_{x_0}(x) dx$$

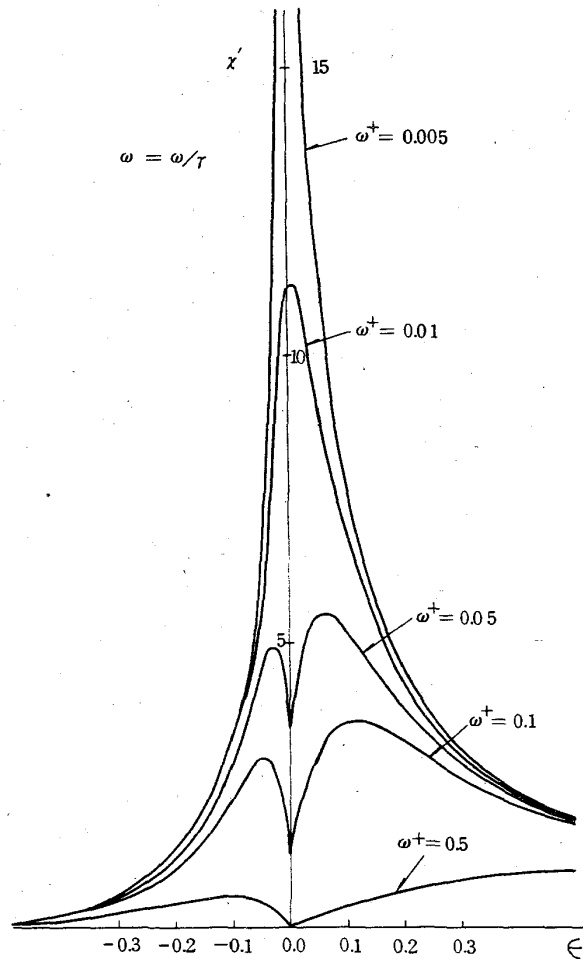
$$\int c(x) P_{x_0}(x) dx = 0$$

であるが,  $x$  の変動は 1 に比べて小  
さい筈であるので, 以下はすべて  $x$  の  
一次の項までを取ることにする。これ  
により (4) 式は連分数型式に書きか  
えられるので<sup>3)</sup> 数値計算により  $\chi$  が求

$$\text{められる。} kT_c = J_1 \text{ とし, } \epsilon = \frac{T - T_c}{T_c}$$

に対して目盛った  $\chi'(\omega)$  の値を第 1  
図に示す。ただし  $r/\nu_1 = 0.2$ ,  $\Delta$   
 $= 0.1$ ,  $c = 0.1i$  とした。  $T < T_c$

の  $\chi$  は



第 1 図

$$\chi(\omega) = \beta N p^2 \int dx \frac{(1-R^2)}{i\omega + \nu_0 \{1 - \beta J_0(1-R^2)\} - \Gamma} \nu_0 P_{x_0}(x)$$

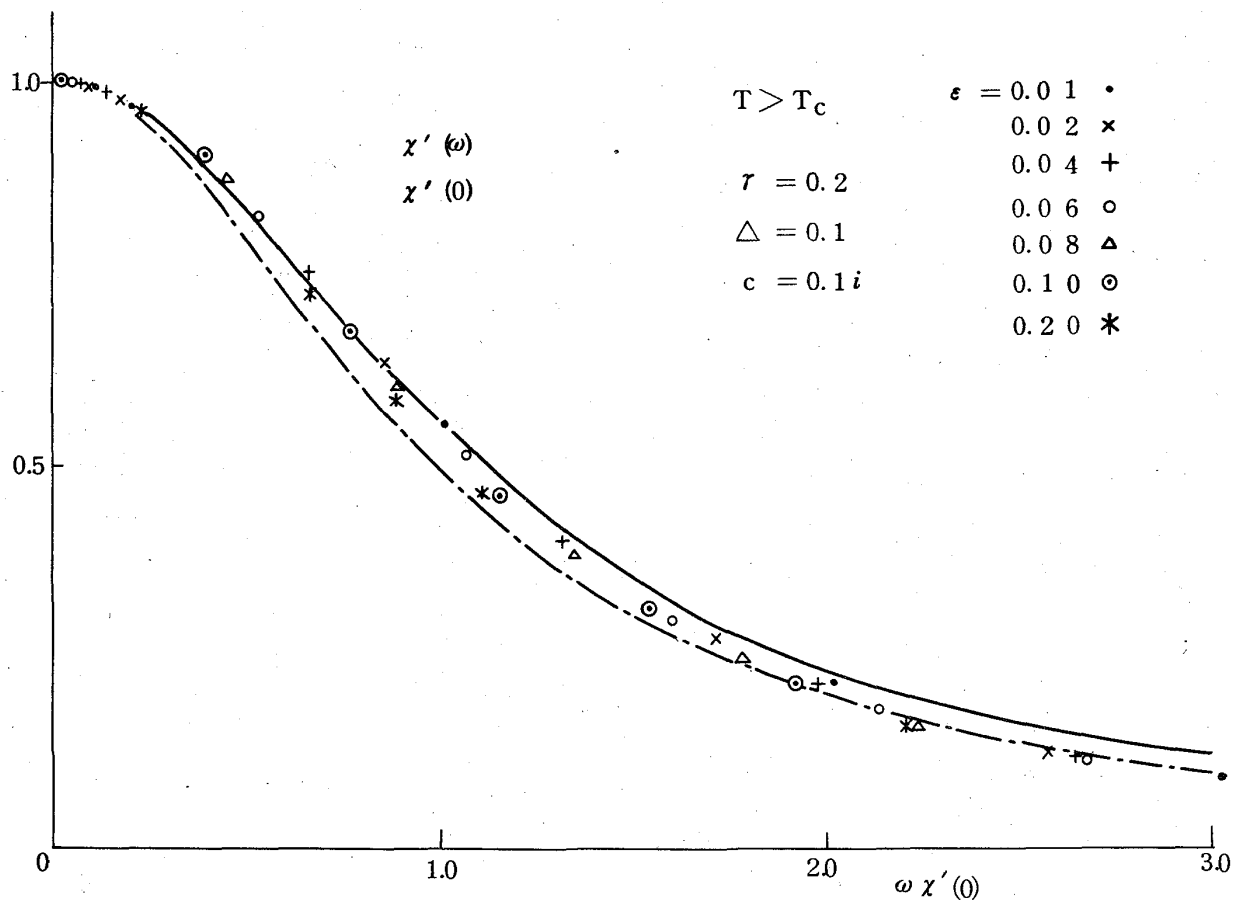
$$R = \tanh(\beta J_1 R) \quad (7)$$

から求めた。

第1図はたとえば中村-細谷の  $\text{Ca}_2\text{Sr}(\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2)_6$  に関する測定<sup>4)</sup>と比較される。この型の変化を比較的忠実にあらわすものとして、松原-吉光の現象論<sup>5)</sup>があるが、これは Kramers-Kronig の関係を満たさないことなど<sup>6)</sup>、理論の基盤があいまいである欠点がある。

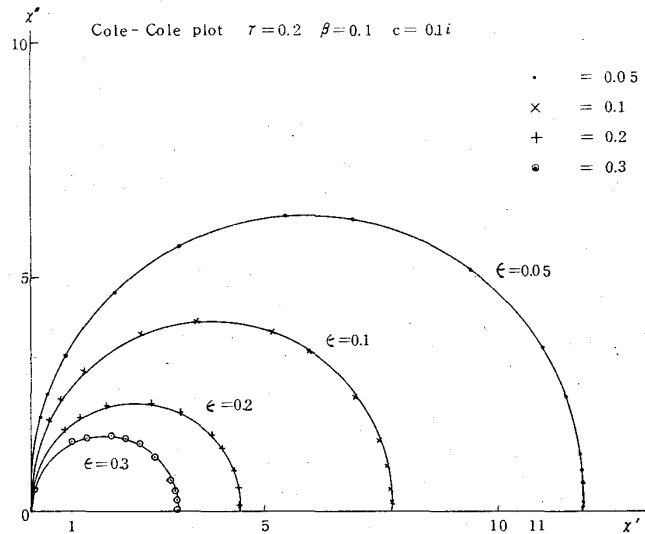
最近、いくつかの新しい実験により、緩和時間の分布があると見られていた物質で、単純な Debye 理論がむしろよく実験を説明することが見出された<sup>7)</sup>。たとえば、

Sandy-Jones の実験では、ロッシェル塩で  $(\epsilon'(\omega) - \epsilon_\infty) / (\epsilon_0 - \epsilon_\infty)$  の変化を  $\omega(\epsilon_0 - \epsilon_\infty)$  に対してプロットすると、 $\tau$  に僅かな温度依存のあるデバイ型  $\frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2}$  の曲線によく乗ることを示している。また、Luther-Müser の実験では TGS の、Cole-Cole 曲線がデバイ型半円上によく乗ることが示された。比較のため第1図と同じパラメータを用い、第2図に  $\chi'(\omega) / \chi'(0)$  を縦軸に、 $\alpha \chi'(0)$  を横軸にとり種々の温度での値を一緒に書くと、デバイ型と系統的なずれはあるが、デバイ型曲線でもよく近似できる分布をしていることが見られる。第3図に Cole-Cole 曲線を示す。



デバイ型半円とはならないが、やはりそのずれは大きくない。

パラメータ  $C=0$  の場合  $\chi(\omega)$  は単分散型の critical slowing down ( $\chi'(\omega \approx 0, T_c) = 0$ ) を示すが、 $r$  一定のまま  $\Delta$  を増すと、Cole-Cole 曲線は  $\Delta=0$  でのデバイ型半円から次第に円弧がつぶれると共にレムニスケート形に近くなる。また、パラメータの  $x$  依存性を変えると、 $x$  の変動巾が広がるにつれ種々の型の Cole-Cole 曲線が得られるが、これは極性分子液体の誘電的性質との関連で別の機会に論じることにする。



第 3 図

$\Delta, c$  を一定にして  $r$  を十分大きくすると、常に再びデバイ型になることが見られるが、これは揺動の変化速度が早くなるとスピン系は環境の平均値のみを感じることから容易に理解される。

### References

- 1) R.J.Glauber: J.math. Phys. 4 (1963) 294  
M.Suzuki and R.Kubo: J.Phys. Soc. Japan 24 (1968) 51
- 2) M.Tokunaga: Progr. Theor. Phys. 36 (1966) 857
- 3) T.Toyabe, Master's Thesis, Department of Physics, University of Tokyo, 1966
- 4) E.Nakamura & M.Hosoya: J.Phys. Soc. Japan 23 (1967) 844
- 5) T.Matsubara & K.Yoshimitsu: Progr. Theor. Phys. 37 (1967) 634
- 6) E.Nakamura & K.Ishida: J.Phys. Soc. Japan. 29 (1970) 695
- 7) F.Sandy & R.V.Jones: Phys. Rev. 168 (1968) 481  
G.Luther & H.E.Müser: Z.Naturforsch. 24a (1969) 389