2次元ハイゼンベルグ模型の帯磁率

電総研　近　藤　　淳
山　地　邦　彦

（10月17日受理）

2次元の等方的ハイゼンベルグ模型の帯磁率は，Stanley－Kaplan[1]が高温展開の6次の項まで求め，ratio method によって無限次まで extrapolate して，$S \geq 1$ の場合には三つの格子型（Honeycomb，Square，Trigonal）の場合に，有限温度で発散するだろうとのべた。一方Mermin－Wagner[2]は2次元等方的ハイゼンベルグ模型は有限温度で自発磁化を持ちえないことを示したから，Stanley－Kaplanが正しいとすれば，自発磁化を伴わない相転移，もっと一般に long－range order を伴わない相転移があるかも知れないことになり，この問題は多くの人の関心を集めている[3]。

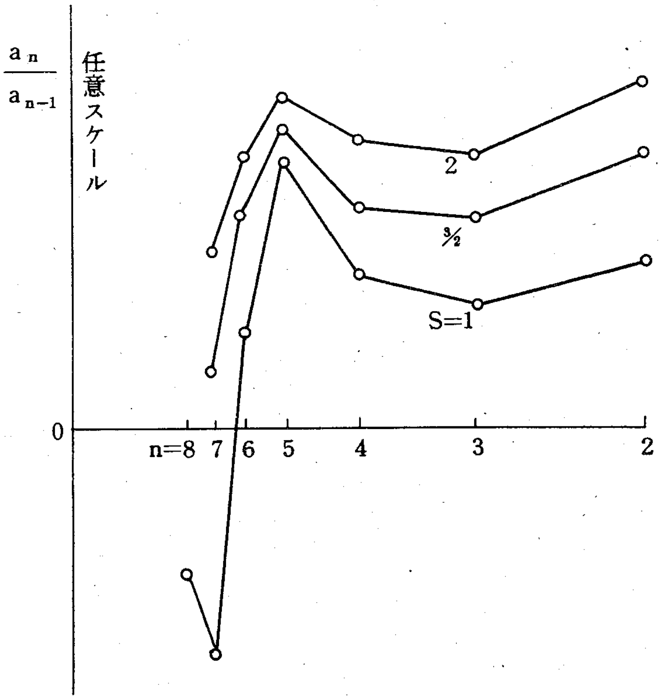
我々はこれについて二つのコメントをしたい。一つは高温展開を8次まで行った結果を報告する。（我々の知る限りでは，Honeycomb では7次以上，Square と Trigonal では $S \geq 1$ の場合8次以上の結果は報告されていない。）帯磁率を

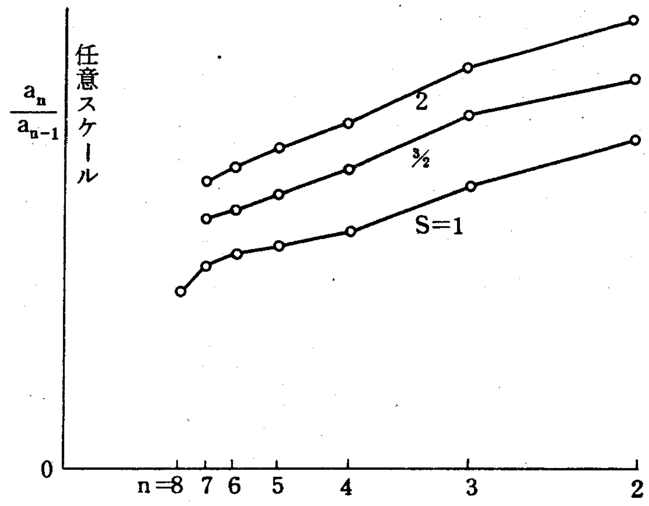
$$\chi \propto T^{-1}\{1+\Sigma_n a_n (J/kT)^n\}$$

と展開した時の係数 a_n の比，a_n/a_{n-1} を $1/n$ に対してプロットすると図のようになる。上図が Honeycomb，下図が Square の場合である。Honeycomb の場合は直線とはいい難く，$1/n \to 0$ で縦軸を有限の高さで切るようにはみえない。Square の場合はかなり直線に近いが，$n=8$ の点は少しおちている。次にこの展開をPadéで近似してその分母が零になる所を探してみた。Square（下図）の $S=1$ の場合，分母分子共に4次式で近似すると，分母は零になることはなかった。（即ち帯磁率は発散しない）Honeycomb（上図）の $S=1$ で同様にすると，分母の零が2つ極めて接近してあり，その外側では分母は正であった。恐らく近似をあげれば2つの零は合致して消えてしまうのではないかと思われる。このことから高温展開で帯磁率が発散するという結論はかなり疑わしいと思われる。

もう一つのコメントは conjecture であるが，異方性をいれて Ising 模型に近づけ

たと考える。完全な Isingでは帯磁率はある温度で発散し，その温度で自発磁化が現れる。一方Stanley－Kaplanが正しいとするとハイゼンベルグではある温度で帯磁率は発散し自発磁化は現れない。中間ではこの両極限とどのように結びついているだろうか。第二のコメントは両者を無理なく結びつける仕方が考え難い，従ってStanley－Kaplan は正しくないと考えた方が考え易いというものである。まず中間で自発磁化の現れる温度と帯磁率の発散する温度の二つがあるとするのは考え難い。（二つの温度の間でどうなっているのかが考え難い）従ってこの二つの温度は中間でも一致していて等方的な場合にだけ自発磁化が消えると考えた方がよい。所がそうすると異方性が非常に小さくても有限の時，自発磁化はかなり高い温度（Stanley－Kaplanの温度）で現れるがその値は温度が極く低温になるまで1に較べて極めて小さい値を保たねばならぬということがいえる。





(Mermin－Wagner を異方性のある時に行えばよい。すると $\sigma < \sqrt{T_c/T}$，$T_c \equiv JS(S+1)/\log 1/(1-\xi)$。ここで $\xi=1$ のとき等方的。従って $\xi \to 1$ とすれば T_c はいくらでも小さくなり，σ は $T \gg T_c$ である現り1より十分小さい）しかし，このような磁化曲線も考え難いと思われる。つまりスピンは局所的には殆んど互に揃っていて，遠くに行くにつれて乱れ，全体としてごく僅かの自発磁化が打消されずに残っ

た状態が，温度を非常に広い範囲変えても殆んど変化なく保たれるということは考え難いと思われる。以上二つのコメントはStanley－Kaplanに不利な議論である。

文　　献

1) H.E.Stanley and T.A.Kaplan, Phys, Rev. Letters 17 (1966), 913; J.Appl. Phys. 48 (1967), 975.

2) N.D.Mermin and H.Wagner, Phys. Rev. Letters 17, (1966), 1133.

3) V.Mubayi and R.V.Lange, Phys. Rev. 178 (1969), 882.
M.E.Lines, Phys.Rev. B3 (1971), 1749.
Y. Kuramoto, Prog. Thyer. Phys. 46 (1971), 1293.
T Ishikawa and. T. Oguchi, J. Phys. Soc. Japan 31 (1971), 120,
F. Wagner, Z. Physik 206 (1967) 46 S