数が多いと手におえなくなるからである。その上グルーピングにしてもKineticsの微分方程式は非線型がきついので，柴谷さんの話[7]のようにどんなことをしても無理がある。だから当分名人芸にたよるより他ないであろう。それはそれとして，生体の熱力学には神話が多すぎたと思うのは私だけの感想であろうか。

1)　杉田元宜，熱力学及び分子統計論（1957　南江堂）。

2)　杉田元宜，岡山誠司，情報科学（1970，朝倉書店）

3)　G. F. Oster et al, J. Theor. Biol. 12, 219 (1971).

4)　M. Sugita, J. Theor. Biol. 4, 179 (1963). 他

5)　M. Sugita, Helgoländer wiss. meeresunters. 14, 78 (1966).
杉田元宜，蛋白質，核酸，酵素　16，492 (1971)

6)　F. Heinmets, Analysis of Normal and Abnormal Cell Growth (1966, Plenum Press).

7)　柴谷篤弘，生物物理，13，No1，39 (1973)。

生物系の力学モデルにおける大域的不安定性

北大薬　相沢洋二

早大理　市村　純

最近，生物系に対する力学モデルがいくつか提案されている。その多くは非線型微分方程式により記述される。そのうち，Volterraの力学系，Goodwin の力学系およびCowan の力学系は自明な運動の恒量をもつという共通点をもっている。この恒量は，ハミルトニアン力学系に於けるエネルギーに相当する量である。Volterra 系は Prey − Predator の関係を中心に取り上げた生態系のモデルである。またこの系は Auto − Catalytic な化学反応系の簡単なモデルでもある。Goodwin 系はＤＮＡ→ＲＮＡ→

タンパク→代謝物質という遺伝形質の発現過程を記述する化学反応系のモデルである。Cowan 系は神経の興奮状態を記述している。これらのモデルは大きな近似から導かれている点があるので，部分的に現実を反映している仮想的な，又は理想的な系と思った方がよいようである。

ここでは，これらの三つの力学系の大域的性質を調らべた結果について述べる。結果は，ほとんど，どの系の場合に対しても定性的には同一のものであるので，個々の系の結果をいちいち述べることはせず，概念的な図を掲げ，それに対する説明にとどめる。また，すでに多くの解説および整理された論文があるので，各々の力学系の説明には立ち入らず，それらの文献[1)~3)]をあげておくことにして，ただちに我々が用いた方法と結果の説明に入る。

我々が用いる系は自由度2のハミルトニアン力学系に相当する場合に限っている。このことはVolterraの系に対しては，4種族からなる生態系に相当しており，Goodwin系に対しては，二種のタンパク合成に関する反応系が互いに結合している場合に相当する。またCowan 系に於いては，4コの神経細胞だけに注目していることになる。自由度2の力学系は複雑な運動を示す系の中で最もSimpleなものであり，制限三体問題などは，その典型的なものである。

この4つの変数をX_1, X_2, X_3, X_4 とすると，上に述べたように，自明な恒量$G(X_1X_2X_3X_4)=\mathrm{const}.$が存在する。軌道，即運動方程式の解と$X_1=0$の面との交点を($X_3$, X_4)平面上で見ることにする。一つの軌道を十分長い時間みると，この面上に一連の点群が分布することになる。このとき，$G=\mathrm{const}.$であるから，点群はある有界な領域内に含まれている。この点群が，もし或る規則性をもって分布するとき，又は一つの連続曲線上に乗る場合に，我々は，G以外に別の恒量の存在を予想することが出来る。すなわち，系はエルゴード性をもたないのである。この恒量を孤立積分と呼んでいる。点群が規則性もなく，ほぼ一様に分布するとき，我々は，この力学系のエルゴード性を予想することが出来る。

つぎに，三つの結果を説明する。

結果〔1〕

Gがある critical な値G_c より小さい場合，全域にわたって孤立積分が存在する。

Gc より十分大きくなると，孤立積分が消える。中間的なGの値の場合には，孤立積分の存在する領域と，エルゴード的領域が二つ共存する。これらは，図 1に示す。孤立した点は全て同一の初期値に属するものである。連続曲線は一連の点群をほぼ同一の曲線に乗るものとして描いたものである。

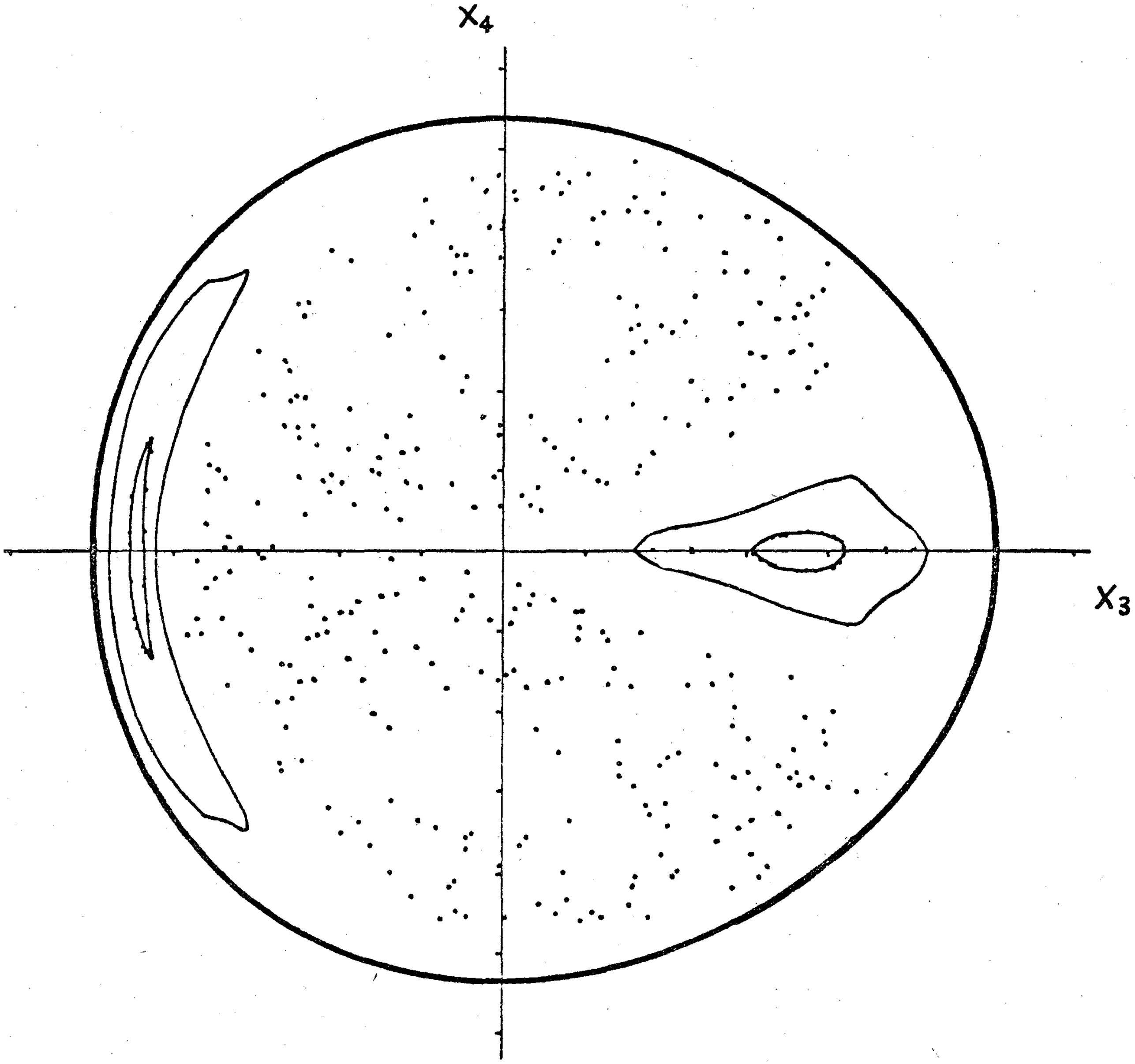

図 1

これらの二つの領域での運動の違いおよびLocalな性質は次のようになっている。

結果〔2〕

孤立積分が存在する運動は，ある周期性（ Quasi － Periodicity ）をもっているが，エルゴード的領域での運動は，ほとんどいかなる周期性も示さない。これらは図2に示す。実線は孤立積分の存在する領域で，破線はエルゴード的領域での X_i の時間 t 変化を示す。

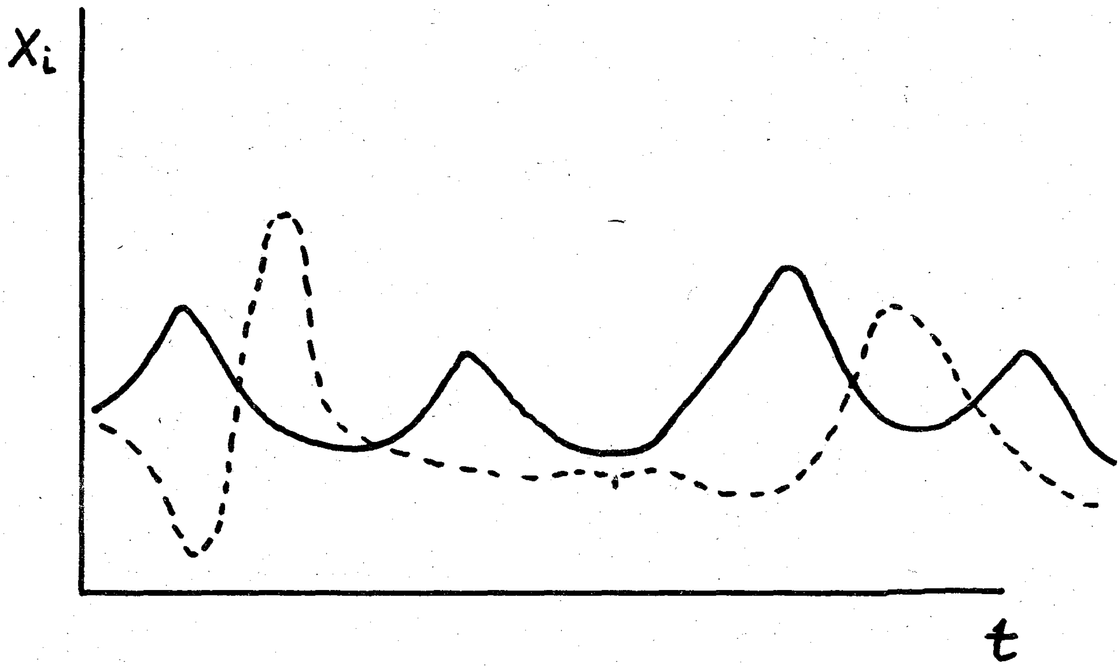

図 2

結果〔3〕

時間 t ＝ 0 で互いに十分近くにある二本の軌道間の距離 s(t) の時間変化を示す。エルゴード的領域では，ほぼ指数関数的であり，孤立積分の存在する領域では，ほぼ一定値である。これらは，図3に示す。破線は前者であり，実線は後者の場合である。

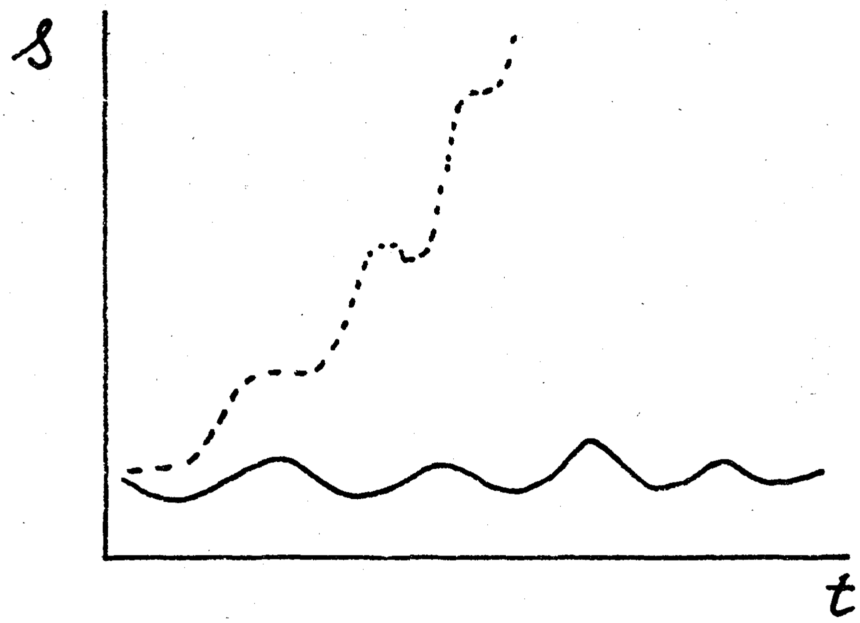

図　3

これら三つの結果を総合して，我々は，この現象を，振幅不安定性と呼んでいる。Gが大きくなることはXi の振幅が大きくなることを意味するからである。なお，結果〔2〕のQuasi − Periodicityや，〔3〕の指数関数的分離は，力学系のエルゴード問題に於ける，K.A.Mの定理や，C－系の概念と関係のあることを指摘しておく[4]。

振幅不安定性は，或る種の転移現象であり，非線型力学系の一般的性質であることが予想される。しかし，ここで示した力学系の現象論が，実際の生物系で役割を担っているかどうか不明である。

references

1) N.Goel, S. Maitra and E. Montroll, Rev. Mod.Phys. 43 (1971) 231.
2) B.C.Goodwin ; Temporal organization in Cells Acad. Press (1963).
3) J.D.Cowan ; Statistical Mechanics of Nervous Nets, Some mathematical Problems in Biology A.M.S (1970).
4) 統計物理学（現代物理学の基礎）岩波（1972）.